

پردازش ارتعاشات محیطی به روش شناسایی تصادفی زیرفضا

شروان عطایی، سیامک اسماعیلزاده خادم و محمدصادق معرفت

چکیده: برای انجام آزمایشهای ارتعاشی روی سازه‌های با مقیاس بزرگ و پیچیده اتخاذ استراتژی‌های خاصی مورد نیاز است. زیرا استفاده از منابع تحریک مصنوعی چون تکان دهنده‌ها (Shakers) یا وزنه‌ی رهاشده اغلب غیرعملی و گران است. حال آنکه تحریکهای محیطی بوسیله‌ی باد و ترافیک براحتی در دسترس و قابل استفاده می‌باشد. لکن این نوع تحریکات ناشناخته هستند لذا شناسایی سیستم تنها باید مبتنی بر اطلاعات خروجی صورت پذیرد. در این مقاله روش شناسایی تصادفی زیرفضا برای این نوع مسائل ارائه می‌شود و کارایی آن در تحلیل سیگنالهای ارتعاشی یک پل راه آهن نشان داده می‌شود.

واژه‌های کلیدی: شناسایی از روی خروجی، شناسایی تصادفی سیستم، شناسایی تصادفی زیرفضا، ارتعاشات محیطی، فرکانس ارتعاشی، آزمایش دینامیکی، پل راه آهن

۱. مقدمه

کیفی بودن انتخاب فرکانس ارتعاشی، فقدان تخمین صحیح از میرایی و تعیین تغییر شکل‌های حین کار به جای شکل‌های مودی می‌باشد. روش شناسایی تصادفی زیرفضا که توسط ون اورشی^۱ و دی مور^۲ [2] پیشنهاد شده است، روش توسعه یافته‌ای است که به عنوان جایگزین برای روش‌های کلاسیک مطرح شده است. در این روش مدل تصادفی فضای حالت از اندازه‌گیریهای خروجی سیستم محاسبه می‌شود. گام کلیدی در روش شناسایی تصادفی زیرفضا محاسبه تصویر ماتریس خروجی‌ها بر خروجی‌های گذشته می‌باشد.

۲. مدل‌های تصادفی فضای حالت

ارتعاش یک سازه که با نوفه‌ی سفید تحریک شده است را می‌توان با مدل تصادفی فضای حالت مدل‌سازی نمود [1].

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= Ax_k + w_k \\ y_k &= Cx_k + v_k \\ E \left[\begin{pmatrix} w_p \\ v_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_q^t \\ v_q^t \end{pmatrix} \right] &= \begin{pmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{pmatrix} \delta_{pq}\end{aligned}\quad (1)$$

که $y_k \in R^{l \times 1}$ اندازه گیری l خروجی در زمان k ام بردار $x_R \in R^{n \times 1}$ می‌باشد و $t = k \Delta t, k \in N$ اگر مدل فضای حالت مبین سازه‌ای با n_2 درجه آزادی باشد، $n = 2n_2$ خواهد بود و مبین متغیرهای مستقل مورد نیاز برای مدل‌سازی سیستم می‌باشد.

بردار $w_R \in R^{l \times 1}$ نویز فرایند بدلیل عدم قطعیت در مدل‌سازی می‌باشد و در اینجا بیانگر ورودی نویز سفید هم می‌باشد. بردار

در این مقاله، روش شناسایی تصادفی زیرفضا برای شناسایی سیستم‌های سازه‌ای مورد بحث قرار می‌گیرد [1]. منظور از شناسایی عبارتست از استخراج پارامترهای سیستم مثل فرکانسهای طبیعی، نسبت‌های میرایی و شکل‌های مودی و منظور از تصادفی بودن این است که سازه با نیروهای ورودی ناشناخته تحریک شده است که فرض می‌شود نوفه‌ی سفید است. لذا با اندازه گیری خروجی سیستم می‌توان آن را شناسایی کرد و برای عیب‌یابی سازه مورد استفاده قرار داد. روش متداول در حوزه مهندسی عمران برای شناسایی سازه‌ها از روی اندازه‌گیری خروجی، محاسبه چگالی طیفی متقاطع سیگنالهای خروجی می‌باشد. سیگنالهای اندازه‌گیری شده با تبدیل منفصل فوری به فضای فرکانسی انتقال داده شده و پیکهای موجود در اندازه طیف متقاطع سیگنالها بعنوان فرکانس ارتعاشی سازه تلقی می‌گردد. امتیاز این روش سادگی آن می‌باشد بطوریکه امکان محاسبه همزمان با اندازه گیری را میسر می‌سازد. معایب این روش

نسخه اصلی مقاله در تاریخ ۱۳۸۱/۹/۳ واصل، و پس از بازنگریهای لازم، در تاریخ ۱۳۸۲/۲/۲۰ به تصویب نهایی رسیده است. سرپرستی داوری‌ها توسط دبیر تخصصی، دکتر شجاعی فرد صورت گرفته و مقاله توسط ایشان برای چاپ توصیه شده است. شروان عطایی، دانشجوی دکترای سازه، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه تربیت مدرس. دکتر سیامک اسماعیلزاده خادم، استاد گروه مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه تربیت مدرس. khadem@modares.ac.ir دکتر محمدصادق معرفت، دانشیار گروه عمران، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه تهران.

¹ Van Overschee
² De Moor

$$Y_f Y_p^T (1:l, 1:l) = \sum_{k=0}^{j-1} \frac{1}{\sqrt{j}} y_{k+i} \frac{1}{\sqrt{j}} y_k^T = \frac{1}{j} \sum_{k=0}^{j-1} y_{k+i} y_k^T = \Lambda_i \quad (6)$$

صحت رابطه (۶) وقتی تضمین می شود که اطلاعات ارگودیک بوده و شامل بینهایت اطلاعات باشد ($j \rightarrow \infty$). اگر هر یک از این شرایط ارضا نگردد، رابطه (۶) برابر کواریانس خروجی نخواهد بود بلکه تنها تخمینی از آن می باشد.

الگوریتم با تصویر کردن خروجی های آینده بر خروجی های گذشته ادامه پیدا می کند. این تصویر کردن بصورت رابطه (۷) تعریف می گردد و از نظر عملی از روش تجزیه RQ محاسبه می شود [4].

$$P_i = Y_f / Y_p = Y_f Y_p^T (Y_p Y_p^T)^{-1} Y_p \quad (7)$$

که منظور از $(\cdot)^{-1}$ شبه معکوس ماتریس^۳ می باشد. ایده تصویر کردن بخاطر اینست که باقیمانده آن برابر اطلاعاتی است که با داشتن آنها در گذشته می توان آینده را پیش بینی نمود. تئوری اصلی روش شناسایی تصادفی زیرفضا بیان می دارد که تصویر P_i را می توان به حاصلضرب ماتریس مشاهده پذیری (O_i) و دنباله حالت فیلتر کالمن \hat{X}_i تبدیل کرد (رابطه ۸).

$$P_i = \begin{Bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{i-1} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{X}_i \\ \hat{X}_{i+1} \\ \dots \\ \hat{X}_{i+j-1} \end{Bmatrix} = O_i \hat{X}_i \quad (8)$$

بطور کلاسیک، هدف از فیلتر کالمن، پیش بینی بهینه بردار حالت X_{k+1} به کمک مشاهده خروجی تا زمان k و دانستن ماتریسهای سیستم و کواریانس نویز می باشد. این پیش بینی بهینه بصورت \hat{X}_{k+1} نمایش داده می شود.

هر دو ماتریس رابطه (۸) یعنی ماتریس مشاهده پذیری (O_i) و دنباله حالت \hat{X}_i بوسیله تجزیه مقادیر تکین^۴ ماتریس تصویر به دست می آید.

$$P_i = USV^T = (U_1 \ U_2) \begin{bmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^T \\ V_2^T \end{bmatrix} = U_1 S_1 V_1^T \quad (9)$$

که در آن $u \in R^{l_i \times l_i}$ و $v \in R^{n \times n}$ ماتریسهای متعامد یکدیگر می باشند ($U^T U = U U^T = I_{l_i}$) و ($V^T V = V V^T = I_{n_i}$) و $S \in R^{l_i \times n_i}$ ماتریس قطری است که مقادیر تکین به ترتیب نزولی روی قطر آن قرار دارد. با توجه به این که بعد داخلی حاصلضرب $O_i \hat{X}_i$ برابر n می باشد و فرض می شود که $li \geq n$ باشد، مرتبه این حاصلضرب بیشتر از n نخواهد بود. مرتبه ماتریس بصورت تعداد مقادیر تکین غیر صفر بدست می آید. مقادیر تکین رابطه (۹) و بردارهای تکین متناظر آنها حذف می شود و با ترکیب رابطه (۸) و (۹) رابطه (۱۰) حاصل خواهد شد.

$v_R \in R^{l \times l}$ نویز اندازه گیری بدلیل عدم قطعیت در مشاهده می باشد. دو بردار w_k, v_k غیرقابل اندازه گیری هستند و فرض می شود میانگین آنها صفر است و کواریانس آنها مطابق رابطه (۱) می باشد. $A \in R^{n \times n}$ ماتریس حالت می باشد که دینامیک سیستم را تبیین می کند، $C \in R^{l \times n}$ ماتریس خروجی است که مبین چگونگی تبدیل حالت داخلی به مشاهدهی خارجی می باشد.

فرض می شود فرایند تصادفی مانا، با میانگین صفر است ($E[x_k] = 0, E[x_k x_k^T] = \Sigma$) مستقل از زمان است. همچنین w_k, v_k مستقل از حالت هستند ($E[x_k v_k^T] = 0, E[x_k w_k^T] = 0$) و کواریانس خروجی با تاخیر i (Λ_i) و کواریانس خروجی با حالت بعدی با ماتریس G تعریف می شوند.

$$\Lambda_i = E[y_{k+1} y_k^T] \quad (2)$$

$$G = E[x_{k+1} y_k^T]$$

با توجه به تعاریف مذکور، خواص ذیل استنباط می گردد.

$$\Sigma = A \Sigma A^T + Q \quad (3)$$

$$G = A \Sigma C^T + S$$

$$\Lambda_0 = C \Sigma C^T + R \quad (4)$$

$$\Lambda_i = CA^{i-1} G$$

رابطه (۴) ویژگی مهمی است و مبین این است که کواریانس خروجی را می توان پاسخ ضربه یک سیستم خطی تغییرناپذیر زمانی غیر تصادفی A, G, C, Λ_0 تلقی نمود.

۳. شناسایی تصادفی زیرفضا [3]

اندازه گیری های خروجی در ماتریس هنکل ($H \in R^{2li \times j}$) جمع می شود که $2i$ بلاک l تایی در هر ردیف و j ستون دارد. بدلیل احتمالاتی فرض می شود که تعداد ستونها بی نهایت است ($j \rightarrow \infty$). ماتریس هنکل را می توان به دو قسمت گذشته و آینده تقسیم بندی کرد.

$$H = \frac{1}{\sqrt{j}} \begin{Bmatrix} y_0 & y_1 & \dots & y_{i-1} \\ y_1 & y_2 & \dots & y_j \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y_{i-1} & y_i & \dots & y_{i+j-2} \\ y_i & y_{i+1} & \dots & y_{i+j-1} \\ y_{i+1} & y_{i+2} & \dots & y_{i+j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y_{2i-1} & y_{2i} & \dots & y_{2i+j-2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Y_{0|i-1} \\ Y_{i|2i-1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Y_{Past} \\ Y_{Future} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

باید توجه داشت که دلیل مقیاس کردن اطلاعات خروجی با ضریب $\frac{1}{\sqrt{j}}$ اینست که با تعریف کواریانس (Λ_i) در رابطه (۲) سازگار باشد. بنابر این برای مقیاس کردن می توان l ردیف و l ستون نخست حاصلضرب $Y_f Y_p^T$ را ماتریس کواریانس انگاشت.

³ pseudo-inverse

⁴ Singular Value Decomposition

$$A = \Psi D \Psi^{-1} \quad (17)$$

$D \in C^{n \times n}$ ماتریس قطری می باشد که مقادیر ویژه مختلط منفصل روی قطر آن قرار دارد (λ_i) و $\Psi \in C^{n \times n}$ شامل بردارهای ویژه می باشد. مقادیر ویژه پیوسته بصورت زیر از روی مقادیر ویژه گسسته قابل محاسبه می باشد [1].

$$\lambda_i^c = \frac{\ln(\lambda_i)}{\Delta t} \quad (18)$$

که بصورت جفتهای مزدوج مختلط به شکل زیر می باشد.

$$\lambda_i^c, \lambda_i^{c*} = -\xi_i \omega_i \pm j \omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2} \quad (19)$$

که ξ_i نسبت میرایی مود i ام و ω_i فرکانس طبیعی سیستم می باشد.

شکلهای مودی در موقعیت سنسورها (Φ)، قسمت مشاهده شده از بردارهای ویژه سیستم می باشد و عبارتست از:

$$\Phi = C \Psi \quad (20)$$

۵. آزمایش ارتعاش محیطی پل راه آهن

جهت تعیین عمر باقیماندهی پل های راه آهن، تقویت لرزه ای، تعمیر و نگهداری پیشبینانه، افزایش بار محوری، سرعت و ایمنی، راهی جز وضعیت سنجی پل ها نمی باشد. وضعیت سنجی از روی ارتعاشات ناشی از عبور قطار، یک روش مناسب و اقتصادی می باشد که مورد توجه محققین زیادی قرار گرفته است. بدین منظور یک پل قوسی بتنی غیر مسلح مورد آزمایش قرار گرفت. از زمان ساخت این پل بیش از ۶۰ سال می گذرد و عمر مفید طراحی آن سپری شده است. ترک بزرگی در وسط دهانه ی پل (کلید قوس) وجود دارد که سرویس دهی پل را با تردید مواجه کرده است. از اینرو جهت وضعیت سنجی پل یک سری آزمایش استاتیکی و دینامیکی روی پل انجام گردید [۵]. پل مزبور در کیلومتر ۲۴ راه آهن تهران - قم قرار دارد. پل دارای پنج دهانه ی شش متری بوده که بدلیل شباهت دهانه ها و وجود درز انبساط بین دهانه ی پل ها تنها ارتعاشات دهانه ی میانی آن مورد اندازه گیری قرار گرفت. سیگنال های شتاب اندازه گیری شده در آزمایش های دینامیکی به روش شناسایی تصادفی زیرفضا مورد پردازش قرار گرفت. در آزمایش های دینامیکی، یک دیزل ۶ محوره ۱۲۰ تنی با سرعت های ۱۰ الی ۹۰ کیلومتر بر ساعت ده مرتبه از روی پل عبور داده شد (شکل ۱). تعداد ۵ کانال اندازه گیری الکترونیکی برای ثبت شتاب و تغییر مکان بکار گرفته شد. دو کانال مربوط به شتاب سنجهای قائم واقع در طرفین ترک موجود در کلید قوس، دو کانال مربوط به تغییر مکان سنج های قائم طرفین ترک کلید قوس و یک کانال مربوط به تغییر مکان سنج ثبت کننده تغییرات عرض ترک بکار گرفته شد (شکل ۲) داده برداری اطلاعات با سرعت ۵۰۰ هرتز انجام گرفت و مجموعاً ۵۰ سیگنال با طولهای ۸ الی ۲۰ ثانیه ضبط شد. سیگنال های شتاب جهت تعیین فرکانسهای ارتعاشی پل مورد پردازش قرار گرفت.

$$O_i = U_1 S_i^2 \quad (10)$$

$$\hat{X}_i = O_i^* P_i$$

تا این مرحله درجه سیستم (n) را که مقادیر تکین غیر صفر رابطه (۹) می باشد، ماتریس مشاهده پذیری O_i و دنباله حالت \hat{X}_i محاسبه شده است. اما هدف اصلی تعیین ماتریسهای سیستم یعنی S, R, Q, C, A می باشد.

اگر تقسیم بندی ماتریس هنکل بین خروجی های آینده و گذشته در رابطه (۵)، یک ردیف به طرف پایین جابجا شود می توان ماتریس تصویر دیگری بصورت رابطه (۱۱) تعریف نمود.

$$P_{i-1} = Y_f^- / Y_p^+ = \quad (11)$$

$$Y_{i+1|2i-1} / Y_{off} = O_{i-1} \hat{X}_{i+1}$$

که ماتریس O_{i-1} با حذف l ردیف آخر ماتریس O_i بدست می آید و دنباله حالت جابجا شده مطابق رابطه (۱۲) محاسبه می گردد.

$$\hat{X}_{i+1} = O_{i-1}^* P_{i-1} \quad (12)$$

بنابراین دنباله حالت کالمن \hat{X}_i, \hat{X}_{i+1} تنها بکمک اطلاعات خروجی مورد محاسبه قرار می گیرد. ماتریسهای سیستم را می توان با حل معادلات خطی (۱۳) به روش حداقل مربعات تعیین نمود.

$$\begin{bmatrix} \hat{X}_{i+1} \\ Y_{i|i} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} A \\ C \end{pmatrix} \hat{X}_i + \begin{pmatrix} W_i \\ V_i \end{pmatrix} \quad (13)$$

که $Y_{i|i}$ ماتریس هنکل با یک ردیف است و V_i, W_i باقیمانده های حداقل مربعات می باشد. از آنجائیکه دنباله حالت و خروجی معلوم است و باقیمانده های $(W_i^T \ V_i^T)^T$ با \hat{X}_i ناهمبسته می باشد مجموعه معادلات برای ماتریسهای C, A به روش حداقل مربعات بصورت زیر قابل حل می باشد.

$$\begin{pmatrix} A \\ C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{X}_{i+1} \\ Y_{i|i} \end{pmatrix} \hat{X}_i^* \quad (14)$$

کواریانس نویز S, R, Q با محاسبه کواریانس باقیمانده ها $(W_i^T \ V_i^T)^T$ قابل محاسبه است. ماتریسهای سیستم S, R, Q, C, A را می توان به ماتریسهای A, G, C, Λ_0 تبدیل کرد. این تبدیل با حل معادله لیاپانوف قابل انجام است.

$$\Sigma = A \Sigma A^T + Q \quad (15)$$

و ماتریسهای G و Λ_0 بصورت زیر تعیین می گردد.

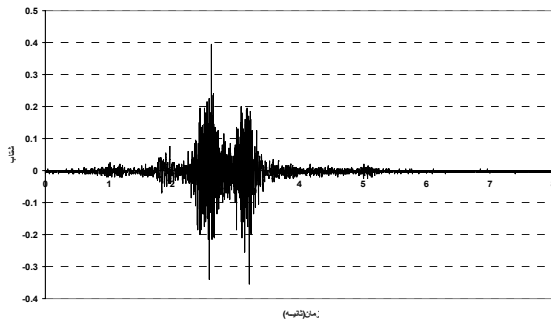
$$G = A \Sigma C^T + S \quad (16)$$

$$\Lambda_0 = C \Sigma C^T + R$$

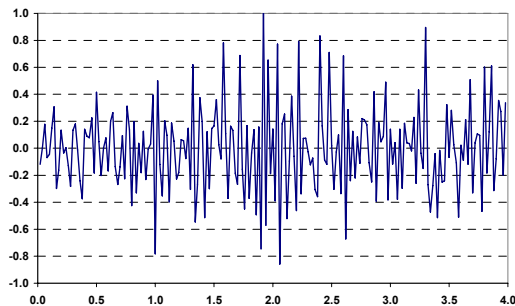
بنابراین مساله شناسایی حل شده و ماتریسهای سیستم A, G, C, Λ_0 و مرتبه سیستم (n) به کمک خروجی تعیین می گردد.

۴. تحلیل مودال

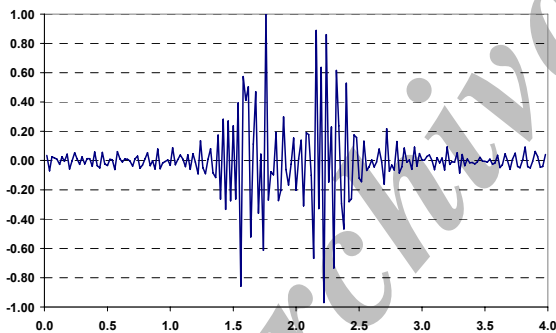
تخمین پارامترهای مودال با تجزیه ماتریس حالت A آغاز می شود.



شکل ۳. سیگنال شتاب کلید پل زیر اثر حرکت دیزل با سرعت ۹۰ کیلومتر بر ساعت



شکل ۴. سیگنال شتاب نرمال و فیلتر شده کلید پل زیر اثر حرکت دیزل با سرعت ۱۰ کیلومتر بر ساعت



شکل ۵. سیگنال شتاب نرمال و فیلتر شده کلید پل زیر اثر حرکت دیزل با سرعت ۹۰ کیلومتر بر ساعت

در روش نخست، چگالی طیفی مقاطع دو شتاب سنج موجود در هر ده آزمایش مورد محاسبه قرار گرفت و میانگین‌گیری گردید [۵]. در روش دوم از الگوریتم شناسایی زیرفضای تصادفی ارائه شده در این مقاله استفاده شد.

میانگین تابع چگالی طیفی مقاطع ۱۰ آزمایش در شکل (۶) نشان داده شده است. محور افقی مبین فرکانس (هرتز) و محور عمودی مبین اندازه‌ی تابع چگالی طیفی مقاطع می‌باشد. از این روش، فرکانس اول سازه ۱۴/۹۵ هرتز محاسبه گردید.



شکل ۱. دیزل ۱۲۰ تنی در ابتدای پل قوسی بتنی کیلومتر ۲۴ راه آهن تهران-قم



شکل ۲. ترک در محل کلید قوس و تغییر مکان سنج‌ها و یکی از شتاب‌سنج‌های نصب شده در طرفین ترک

با توجه به بازه‌ی ارتعاشات، شتاب‌سنج‌ها از نوع 5g انتخاب گردید. در شکل (۳) نمونه‌ای از سیگنال شتاب قائم وسط دهانه‌ی پل (کلید پل) تحت اثر عبور قطار با سرعت ۹۰ کیلومتر بر ساعت مشاهده می‌شود. محور افقی مبین زمان (ثانیه) و محور عمودی مبین شتاب برحسب درصدی از شتاب گرانشی زمین (g) می‌باشد. بمنظور انجام تحلیل با تمرکز فرکانسی صفر تا ۲۵ هرتز، فرکانس قرائت سیگنال‌های شتاب از یک فیلتر پایین‌گذر عبور داده شد. همچنین سیگنال شتاب نسبت به حداکثر شتاب در هر آزمایش‌ها نرمال گردید. در شکل‌های (۴) و (۵) نمونه‌ای از سیگنال‌های شتاب نرمال و فیلتر شده، مشاهده می‌شود.

برای کنترل نتایج، فرکانس ارتعاشی سازه از دو روش مورد محاسبه قرار گرفت. در روش نخست، چگالی طیفی مقاطع دو شتاب سنج موجود در هر ده آزمایش مورد محاسبه قرار گرفت و میانگین‌گیری گردید [۵]. در روش دوم از الگوریتم شناسایی زیرفضای تصادفی ارائه شده در این مقاله استفاده شد.

میانگین تابع چگالی طیفی مقاطع ۱۰ آزمایش در شکل (۶) نشان داده شده است. محور افقی مبین فرکانس (هرتز) و محور عمودی مبین اندازه‌ی تابع چگالی طیفی مقاطع می‌باشد. از این روش، فرکانس اول سازه ۱۴/۹۵ هرتز محاسبه گردید.

برای کنترل نتایج، فرکانس ارتعاشی سازه از دو روش مورد محاسبه قرار گرفت.

توان فرکانسهای ارتعاشی، میرایی و شکل‌های مودی سازه را تخمین زد. به کمک این روش و با افزایش تعداد سیگنال‌های ثبت شونده و تعداد آزمایشها، می‌توان نتایج دقیقتری از آزمایش ارتعاشات محیطی بدست آورد.

در این مقاله از روی تجزیه RQ و تجزیه مقادیر تکین تصویر خروجی‌های آینده بر خروجی‌های گذشته، درجه سیستم و دنباله حالت کالمن تعیین شده و سپس بوسیله روش حداقل مربعات ماتریسهای سیستم مشخص گردید و پارامترهای مودال از روی ماتریسهای سیستم محاسبه شد.

مراجع

[1] Peeters B., "System identification and damage detection in civil engineering", Ph. D. thesis, Katholieke University Leuven, Dec. 2000.

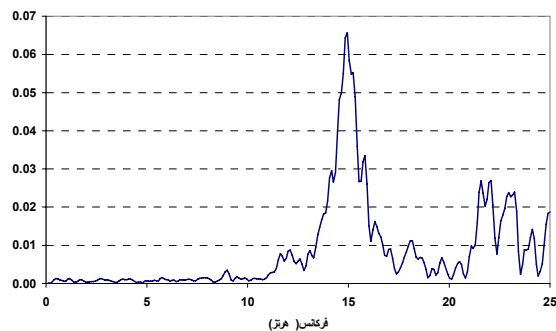
[2] Overshee P. Van, Moor, B. De, "Subspace identification for linear systems: theory-implementation-applications", Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Netherlands, 1996.

[3] Peeters B., Roeck G. De, "Reference based stochastic subspace identification in civil Engineering, Inverse problems in Engineering", 1999, pp.1-28

[4] The Math works, Using Matlab, version 5.3 Natick, MA, USA, 1999

[5] معرفت محمصاق، "آزمایش بارگذاری پلهای بتنی راه آهن، گروه خط و ابنیه"، مرکز تحقیقات راه آهن جمهوری اسلامی ایران، ۱۳۷۹.

پردازش ارتعاشات محیطی به روش شناسایی تصادفی زیرفضا



شکل ۶. میانگین تابع چگالی طیفی مقاطع سیگنالهای شتاب

همچنین روش شناسایی تصادفی زیر فضا، روی سیگنالهای شتاب هر آزمایش بطور جداگانه اعمال شد و میانگین فرکانس اول محاسبه گردید. در این تحلیل ۲۰ بلاک در نظر گرفته شد و طول سیگنال برابر ۲۰۰ داده منظور گردید. درجه مدل نیز ۶ فرض شد. ماتریس هنکل سیگنالهای شتاب هر آزمایش محاسبه و فرکانسهای ارتعاشی و درصد میرایی تعیین گردید. میانگین فرکانس ارتعاشی اول سازه برابر ۱۴/۸۲ هرتز و درصد میرایی برابر ۳/۶ درصد تخمین زده شد. همانطور که ملاحظه می‌گردد، تطابق قابل قبولی بین نتایج دو روش مشاهده می‌شود.

۶. نتیجه گیری

روش شناسایی تصادفی زیرفضا روش مناسبی در شناسایی پارامترهای سازه مرتعش با تحریک محیطی می‌باشد. در این روش مدل فضای حالت سیستم تخمین زده می‌شود که از روی آن می-