نشریه بین‌المللی علوم مهندسی، شماره ۳، جلد۱۷، پاییز ۱۳۸۵، صفحه ۱۲۷- ۱۱۹
دانشگاه علم و صنعت ایران

آنالیز پوسته استوانه‌ای تحت فشار با گشودگی ناشی از نازل با انحراف زاویه‌ای توسط معادلات تغییرمکان

محمد حسن نائی و محمدرضا مختاری

چکیده: درمحل اتصال نازل بر روی بدنه مخازن تحت فشار بعلت گشودگی ایجاد شده استحکام آن ناحیه بشدت تقلیل می‌یابد. وقتی برروی پوسته ،گشودگی ایجاد شود در اطراف آن تمرکز تنش پدید می‌آید. برای محاسبه میزان تمرکز تنش بعلت پیچیدگی معادلات حاکم روشهای تحلیلی دقیق ارائه نشده است اما روشهای تقریبی تحلیلی با فرض اینکه پوسته استوانه ای در مجاورت سوراخ رفتار یک صفحه تخت را دارد توسط چند مؤلف بیان گردیده است. در این مقاله مطابق تئوری خمشی پوسته‌های استوانه ای معادلات دیفرانسیل حاکم بر پوسته مخزن تحت فشار برحسب مولفه‌های تغییر مکان بیان شده است. این دستگاه معادلات شامل سه معادله دیفرانسیل مرتبه چهارم کوپله می‌باشد. با معرفی یک تابع تغییر مکان $F(x,s)$ بصورتی‌که مولفه‌های تغییر مکان از روی آن قابل حصول باشند، دستگاه معادلات مذکور را به یک معادله دیفرانسیل مرتبه هشتم غیرهمگن تبدیل می‌کنیم. سپس بکمک بسط تابعی سری فوریه، حل تحلیلی معادله دیفرانسیل تابع تغییرمکان ارائه شده است. با اعمال شرایط مرزی در لبه گشودگی ایجاد شده بر روی پوسته توسط نازل مایل، ضرایب سری فوریه تابع تغییر مکان مشخص می‌گردند. با معلوم شدن این ضرایب، مقادیر نیروها و ممانهای داخلی پوسته استوانه ای(منتجه‌های تنش)و نهایتاً با استفاده از روابط تنشهای مرکب، ضرایب تمرکز تنش قابل حصول اند. در انتها نتایج حاصل با سایر مقالات مرتبط مقایسه شده و نمودار ضرایب تمرکز تنش در نقاط بحرانی ناحیه گشودگی برحسب زاویه انحراف نازل ارائه گردیده است.

واژه‌های کلیدی: پوستهٔ استوانه ای، گشودگی، تابع تغییر مکان

۱. مقدمه

مسئله سوراخ دایروی بر روی پوسته اولین بار توسط Lur'e[1] در سال۱۹۴۷ مطرح گردید که او در حل معادلات الاستیسیته حاکم به روش اغتشاشات (Perturbation) اهتمام ورزید. از ابتدای سال ۱۹۶۱Naghdi وEringen و بقیه [2-8] شروع به حل معادلات پوسته به کمک بسط سریها پرداختند. در سال۱۹۶۵ Van Dyke [4] از سری با ضرایب تابع هنکل در حل تحلیلی خود استفاده کرد.
معمولاً نازلها بصورت شعاعی یعنی عمود به سطح مخزن متصل می‌شوند ولی در برخی پروسه‌های خاص نازل با انحراف نسبت به محور مخزن نصب می‌گردد که باعث ایجاد گشودگی غیر دایروی می‌شود. مسائل سوراخ غیر دایروی بر روی پوسته اولین بار توسط Savin, Guz در سال۱۹۶۶ بیان شد [9]. Rao,Ariman با استفاده از روش اغتشاشات به حل مسئله سوراخ بیضوی پرداختند[10-12]. J.Tsai,L.Sanders توسط معادلات انتگرالی تابع تنش برای یک پوسته استوانه ای تحت فشار با سوراخ بیضی ایجاد شده بر روی آن توانستند ضریب تمرکز تنش در دو سر قطر بیضی را به کمک روشهای عددی بدست آورند که در فرضیات آنها پوسته بصورت غشاء انعطافپذیر فرض شده و نیروی برشی یکنواخت بر لبه سوراخ منظور کردند[13]. M.Xue, Hwang در سال۱۹۹۵ به حل تحلیلی گشودگی ایجاد شده ناشی از نازل شعاعی بر روی پوسته تحت فشار توسط معادله مورلی (Morley) اصلاح شده پرداختند که حل تابع تنش بکمک بسط سری فوریه مضاعف بیان شده و شرایط مرزی لبه گشودگی توسط بسط مجانبی ارائه گردیده است [14-16]. Skopinsky [17,18] در سال ۱۹۹۷ به روش حل اجزاء محدود (F.E.M) توزیع تنش در اتصال نازل شعاعی به پوسته را ارائه کرده و گرافهای حاصل را با مقادیر تجربی مقایسه کرده است.

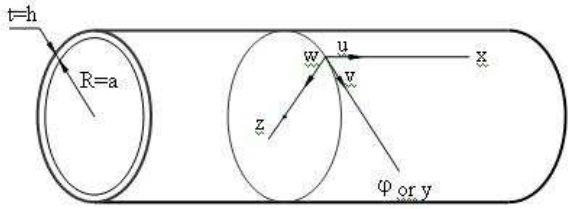
نسخه اصلی مقاله در تاریخ ۱۳۸۲/۳/۱۲ واصل، و پس از بازنگری‌های لازم، در تاریخ ۱۳۸۳/۴/۲۹ به تصویب نهایی رسیده است.
سرپرستی داوری‌ها توسط دبیر تخصصی، دکتر شجاعی‌فرد صورت گرفته و مقاله توسط ایشان برای چاپ توصیه شده است.
دکتر محمد حسن نائی، استادیار دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، mhnaei@ut.ac.ir.
محمدرضا مختاری، کارشناس ارشد مهندسی مکانیک، r_mokhtari2000@yahoo.com

Archive of SID
www.SID.ir

C.Sun,Koplikدر سال۲۰۰۰ با استفاده از مدل کامل اتصال نازل مایل به مخزن به روش (F.E.M) ضرایب تمرکز تنش درنقاط بحرانی اتصال را برحسب زاویهٔ انحراف نازل نمایش داده و گرافهای حاصل را با نتایج ارائه شده درکد ASME مقایسه کرده است.[19] با توجه به اهمیت نازلها و گشودگی‌های پوسته و وفور استفاده آنها در صنعت، همچنان بررسی و مطالعه در این زمینه ادامه دارد و بعلت پیچیدگی معادلات حاکم توسل به تقریب و اغماض از برخی پارامترهای کم اثر باعث ایجاد تئوری‌های مختلف و تفرق نتایج گشته است. بنابراین اکثر مطالعات به مدلسازی هندسه خاص مسئله پرداخته و از روشهای حل عددی بهره می‌گیرند که دقت آنها به نحوه مدلسازی، نوع المان و روش حل عددی مورد استفاده بستگی دارد.

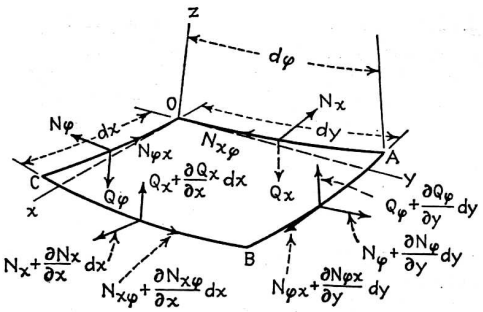
۲. معادلات تعادل پوسته استوانه‌ای - تئوری خمشی

ابتدا محورهای مختصات را مطابق شکل۱ انتخاب می‌کنیم.[20,21]



شکل۱. پوسته استوانه‌ای و انتخاب دستگاه مختصات

باتوجه به المان پوسته استوانه ای مطابق شکلهای۲ و۳ معادلات تعادل پس از حذف نیروهای برشی عرضی بصورت زیر بیان می‌گردند.

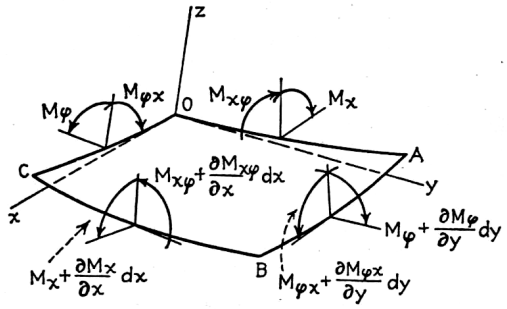


شکل۲. المان پوسته پس از تغییر شکل و منتجه نیروها

$$a\frac{\partial N_x}{\partial x}+\frac{\partial N_{\varphi x}}{\partial \varphi}=0 \qquad (۱)$$

$$\frac{\partial N_\varphi}{\partial \varphi}+a\frac{\partial N_{x\varphi}}{\partial x}+\frac{\partial M_{x\varphi}}{\partial x}-\frac{1}{a}\frac{\partial M_\varphi}{\partial \varphi}=0 \qquad (۲)$$

$$N_\varphi+\frac{\partial^2 M_{\varphi x}}{\partial x\partial \varphi}+a\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 M_{x\varphi}}{\partial x\partial \varphi}+\frac{1}{a}\frac{\partial^2 M_\varphi}{\partial \varphi^2}+qa=0 \qquad (۳)$$



شکل۳. المان پوسته پس از تغییر شکل و منتجه ممانها

با جایگزاری معادلات کرنش-تغییرمکان و معادلات بنیادین پوسته‌ها (منتجه تنش-کرنش) در معادلات تعادل و طبق فرض اول Love برای پوسته‌ها *(h/a<<1)* دستگاه معادلات ساده شده حاکم بر تغییر مکان‌های پوسته استوانه ای تحت فشار داخلی چنین حاصل می‌گردد.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{1-\upsilon}{2a^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2}+\frac{1+\upsilon}{2a}\frac{\partial^2 v}{\partial x\partial \varphi}-\frac{\upsilon}{a}\frac{\partial w}{\partial x}=0 \qquad (۴)$$

$$\frac{1+\upsilon}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial \varphi}+a\frac{1-\upsilon}{2}\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{1}{a}\frac{\partial^2 v}{\partial \varphi^2}-\frac{1}{a}\frac{\partial w}{\partial \varphi}=0 \qquad (۵)$$

$$\upsilon\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{a\partial \varphi}-\frac{w}{a}+\frac{h^2}{12}\left(a\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+\frac{2}{a}\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial \varphi^2}+\frac{\partial^4 w}{a^3\partial \varphi^4}\right)=-\frac{aq(1-\upsilon^2)}{Eh} \qquad (۶)$$

چنانچه طول قوس محیطی $s=a\varphi$ منظورگردد و قدری عملیات ریاضی، مؤلفه‌های تغییر مکان برحسب تابع $F(x,s)$ چنین بیان می‌شوند.

$$u=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial^2}{\partial s^2}-\upsilon\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)F \qquad (۷)$$

$$v=-\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{\partial^2}{\partial s^2}+(2+\upsilon)\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)F \qquad (۸)$$

$$w=a\nabla^4 F \qquad (۹)$$

که با جایگزینی معادلات اخیر در معادله (۶) و اعمال فشار داخلی $p=-q$ ، معادله دیفرانسیل تابع تغییرمکان بصورت زیر حاصل می‌گردد.

$$\nabla^8 F+\frac{Eh}{a^2 D}\frac{\partial^4 F}{\partial x^4}=\frac{p}{aD} \qquad (۱۰)$$

چنانچه این معادله دیفرانسیل مرتبه هشتم را با توجه به شرایط مرزی حاکم بتوان حل نمود، آنگاه می‌توان مولفه‌های تغییرمکان و از روی آن کرنش‌ها و تغییر انحناء سطح میانی را بدست آورد و به طبع آن منتجه‌های تنش قابل حصول‌اند.

Archive of SID
www.SID.ir

۳ .حل معادل دیفرانسیل تابع تغییر مکان

برای حل معادله (۱۰) تابع تغییر مکان را به‌صورت سری فوریه کسنیوسی زیر در نظر می‌گیریم.

$$F(x,s)=f_\circ(x)+\sum_{n=1}^{\infty}f_n(x)\cos(\frac{n\pi}{a}s) \qquad (۱۱)$$

با جایگزاری در معادله (۱۰) معادلات زیر حاصل می‌گردد.

$$\left[\frac{d^8}{dx^8}+\frac{Eh}{Da^2}\frac{d^4}{dx^4}\right]f_\circ(x)=\frac{p}{Da} \qquad (۱۲)$$

$$\left[(\frac{d^2}{dx^2}-\frac{n^2\pi^2}{a^2})^4+\frac{Eh}{Da^2}\frac{d^4}{dx^4}\right]f_n(x)=0 \qquad n=1,2,... \qquad (۱۳)$$

با استفاده ازروش ریشه‌های مختلط و محاسبات ریاضی مفصل، جواب عمومی معادلات (۱۲) و (۱۳) بصورت زیر ارائه می‌گردد.

$$f_\circ(x)=\frac{pa}{24Eh}x^4+e^{Gx}(k_{01}\cos Gx+k_{02}\sin Gx)+ e^{-Gx}(k_{03}\cos Gx+k_{04}\sin Gx)+k_{05}+k_{06}x+k_{07}x^2+k_{08}x^3 \qquad (۱۴)$$

$$\begin{aligned} f_n(x)&=e^{a_nx}[k_{n1}\cos(b_nx)+k_{n2}\sin(b_nx)]\\ &+e^{-a_nx}[k_{n3}\cos(b_nx)+k_{n4}\sin(b_nx)]\\ &+e^{c_nx}[k_{n5}\cos(d_nx)+k_{n6}\sin(d_nx)]\\ &+e^{-c_nx}[k_{n7}\cos(d_nx)+k_{n8}\sin(d_nx)] \end{aligned} \qquad (۱۵)$$

که ضرایب d_n,c_n,b_n,a_n $(n=1,2,3,...)$ بصورت زیر بیان می‌شوند.

$$a_n=\frac{\sqrt{2}}{4}\left[M+(\sqrt{16N^4+M^4}+4N^2)^{\frac{1}{2}}\right] \qquad (۱۶)$$

$$b_n=\frac{\sqrt{2}}{4}\left[M+(\sqrt{16N^4+M^4}-4N^2)^{\frac{1}{2}}\right] \qquad (۱۷)$$

$$c_n=\frac{\sqrt{2}}{4}\left[M-(\sqrt{16N^4+M^4}+4N^2)^{\frac{1}{2}}\right] \qquad (۱۸)$$

$$d_n=\frac{\sqrt{2}}{4}\left[M-(\sqrt{16N^4+M^4}-4N^2)^{\frac{1}{2}}\right] \qquad (۱۹)$$

ضرایب k_{0i} و k_{ni} ها با توجه به شرایط مرزی مسئله بدست می‌آیند.

۴.تعیین نیروها و ممان‌های داخلی پوسته استوانه‌ای

با جایگزینی تابع تغییر مکان $F(x,s)$ در روابط مؤلفه‌های تغییر مکان، نیروها و منتجه‌های تنش مطابق معادلات بنیادین پوسته‌ها چنین بیان می‌شوند.

$$N_x=-Eh\sum_{n=1}^{\infty}N^2f_n''(x)\cos(Ns) \qquad (۲۰)$$

$$N_s=Eh\left[f_\circ^{(4)}(x)+\sum_{n=1}^{\infty}f_n^{(4)}(x)\cos(Ns)\right] \qquad (۲۱)$$

$$N_{xs}=N_{sx}=Eh\sum_{n=1}^{\infty}Nf_n'''(x)\sin(Ns) \qquad (۲۲)$$

$$M_x=-Da\{f_\circ^{(6)}(x)+\sum_{n=1}^{\infty}[f_n^{(6)}(x)-(2+\upsilon)N^2f_n^{(4)}(x)+ (1+2\upsilon)N^4f_n''(x)-\upsilon N^6f_n(x)]\cos(Ns)\} \qquad (۲۳)$$

$$M_s=-Da\{\upsilon f_\circ^{(6)}(x)+\sum_{n=1}^{\infty}[\upsilon f_n^{(6)}(x)-(1+2\upsilon)N^2f_n^{(4)}(x)+ (2+\upsilon)N^4f_n''(x)-N^6f_n(x)]\cos(Ns)\} \qquad (۲۴)$$

$$M_{xs}=Da(1-\upsilon)\sum_{n=1}^{\infty}[Nf_n^{(5)}(x)-2N^3f_n'''(x)+N^5f_n'(x)]\sin(Ns) \qquad (۲۵)$$

$$Q_x=-Da\{f_\circ^{(7)}(x)+\sum_{n=1}^{\infty}[f_n^{(7)}(x)-3N^2f_n^{(5)}(x)+3N^4f_n'''(x)-N^6f_n'(x)]\cos(Ns)\} \qquad (۲۶)$$

$$Q_s=Da\sum_{n=1}^{\infty}[Nf_n^{(6)}(x)-3N^3f_n^{(4)}(x)+3N^5f_n''(x)-N^7f_n(x)]\sin(Ns) \qquad (۲۷)$$

۵. تنش‌های مرکب در پوسته‌ها

برای تعیین تنش‌های مرکب ناشی از نیروها و ممان‌ها در یک پوسته، باید معادلات کرنش ـ منتجه تنش(معادلات بنیادین پوسته‌ها) را در معادلات تنش ـ کرنش قرار دهیم که نتیجه می‌دهد: [22]

تنش طولی:

$$\sigma_x=\frac{N_x}{h}+\frac{12M_x}{h^3}z \qquad (۲۸)$$

تنش محیطی:

$$\sigma_s=\frac{N_s}{h}+\frac{12M_s}{h^3}z \qquad (۲۹)$$

تنش برشی:

$$\tau_{xs}=\frac{N_{xs}}{h}+\frac{12M_{xs}}{h^3}z \qquad (۳۰)$$

که در آن $-\frac{h}{2}\le z\le\frac{h}{2}$ می‌باشد. بدیهی است که اولین جمله عبارات فوق تنش غشایی و جمله دوم تنش خمشی را توصیف می‌کند.

برای تعیین ضرایب تمرکز تنش باید نسبت تنش ماکزیمم به تنش متوسط $(\bar{\sigma}=\frac{pa}{h})$ در پوسته استوانه ای را بدست آورد. بنابراین ضرایب تمرکز تنش طولی و محیطی در سطوح خارجی، میانی و داخلی پوسته استوانه ای بصورت زیر بیان می‌شوند.

ضریب تمرکز تنش طولی روی سطح خارجی:

$$SCF_{l-o}=\frac{N_x}{pa}+\frac{6M_x}{pah} \qquad (۳۱)$$

ضریب تمرکز تنش طولی روی سطح میانی:

$$SCF_{l-m}=\frac{N_x}{pa} \qquad (۳۲)$$

Archive of SID

www.SID.ir

ضریب تمرکز تنش طولی روی سطح داخلی:

$$SCF_{l-i} = \frac{N_x}{pa} - \frac{6M_x}{pah} \qquad (۳۳)$$

ضریب تمرکز تنش محیطی روی سطح خارجی:

$$SCF_{c-o} = \frac{N_s}{pa} + \frac{6M_s}{pah} \qquad (۳۴)$$

ضریب تمرکز تنش محیطی روی سطح میانی:

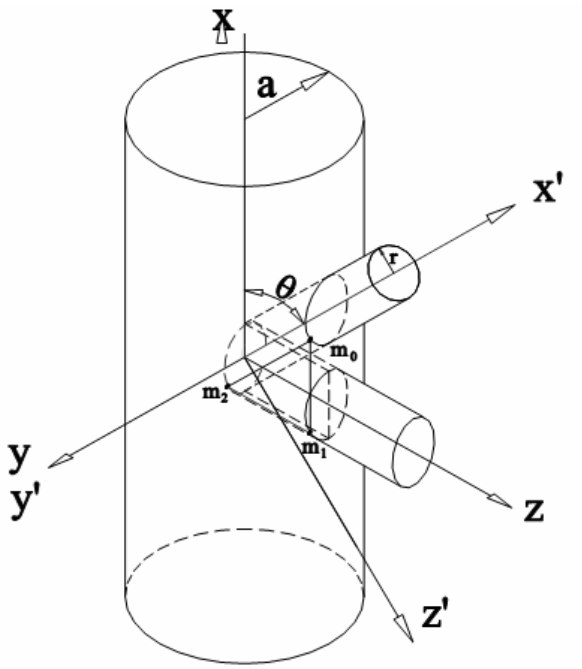
$$SCF_{c-m} = \frac{N_s}{pa} \qquad (۳۵)$$

ضریب تمرکز تنش محیطی روی سطح داخلی:

$$SCF_{c-i} = \frac{N_s}{pa} - \frac{6M_s}{pah} \qquad (۳۶)$$

۶. توصیف هندسه گشودگی

در مخازن نازل‌ها عمدتاً بصورت عمود بر روی پوسته متصل می‌شوند ولی در برخی فرآیندهای خاص نازل با انحراف زاویه‌ای نسبت به راستای قائم به پوسته متصل می‌گردد که چنین اتصالی باعث ایجاد گشودگی غیر دایروی بر روی پوسته مخزن می‌نماید. برای بررسی هندسی گشودگی ایجاد شده مطابق شکل۴ نحوهٔ تلاقی سطح میانی مخزن استوانه‌ای به شعاع a با نازل مایل به شعاع r نشان داده شده است.



شکل۴. تلاقی نازل مایل با مخزن استوانه‌ای

معادلات مخزن استوانه‌ای و نازل مایل در دو دستگاه مختصات چنین بیان می‌شوند.

$$\begin{cases} y^2 + z^2 = a^2 \\ y'^2 + z'^2 = r^2 \end{cases} \qquad (۳۷)$$

مطابق شکل(۴) و دوران دستگاه مختصات پریم‌دار به اندازهٔ θ حول محورy، ماتریس تبدیل چنین خواهد شد.

$$\begin{Bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} \qquad (۳۸)$$

به‌عبارت دیگر:

$$\begin{cases} x' = x\cos\theta + z\sin\theta \\ y' = y \\ z' = z\cos\theta - x\sin\theta \end{cases} \qquad (۳۹)$$

بنابراین دستگاه معادلات مخزن و نازل مایل و چنین به‌دست می‌آید.

$$\begin{cases} y^2 + z^2 = a^2 \\ y^2 + (z\cos\theta - x\sin\theta)^2 = r^2 \end{cases} \qquad (۴۰)$$

که از حل آن منحنی تلاقی بین پوسته مخزن و نازل مایل به‌دست می‌آید.

منحنی تلاقی نازل مایل با صفحه (x-y) یک بیضی با معادله زیر می‌باشد.

$$z = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x^2}{(r/\sin\theta)^2} + \frac{y^2}{r^2} = 1 \qquad (۴۱)$$

از طرفی این بیضی را می‌توان تصویر یک نازل بیضوی عمود بر سطح پوسته تصور کرد. مطابق شکل(۴) منحنی تلاقی این نازل بیضوی با سطح مخزن از دستگاه زیر حاصل می‌گردد.

$$\begin{cases} y^2 + z^2 = a^2 \\ \dfrac{x^2}{(r/\sin\theta)^2} + \dfrac{y^2}{r^2} = 1 \end{cases} \qquad (۴۲)$$

مطابق مثلث $m_0 m_1 m_2$ در شکل (۴) با جایگزینی $z\cot g\theta - x$ بجای x درمعادله(۴۲) همان معادله (۴۰) بدست می‌آید. بنابراین منحنی گشودگی حاصل از معادلات (۴۰) و (۴۲) یکسان می‌باشند و فقط اختلاف در موقعیت طولی گشودگی روی سطح مخزن می‌باشد. بنابراین با توجه به کوچکی شعاع نازل و ساده‌سازی مسئله می‌توان بیضی(۴۱) را معادل منحنی گشودگی حاصل در نظر گرفت.

۷. شرایط مرزی گشودگی

با در نظر گرفتن منحنی گشودگی مطابق شکل‌های (۵) و (۶) با نوشتن معادلات تعادل المان مشخص شده روابط بین نیروها و ممان‌های داخلی به‌صورت زیر بیان می‌گردند.

$$\sum F_\rho = 0$$

$$N_v dl\cos(v,\rho) - N_t dl\cos(t,\rho) = (N_x ds + N_{sx} dx)\cos\Psi + (N_s dx + N_{xs} ds)\sin\Psi \qquad (۴۳)$$

$$\sum F_\Psi = 0$$

$$N_v dl\cos(v,\Psi) + N_t dl\cos(t,\Psi) = -(N_x ds + N_{sx} dx)\sin\Psi + (N_s dx + N_{xs} ds)\cos\Psi \qquad (۴۴)$$

$$\sum M_\rho = 0 \qquad (۴۵)$$

Archive of SID
www.SID.ir

$$M_v dl\cos(v,\rho)+M_t dl\cos(t,\rho)=(M_x ds-M_{sx}dx)\sin\Psi$$
$$-(M_s dx-M_{xs}ds)\cos\Psi$$
$$\sum M_\Psi=0$$
$$M_v dl\cos(v,\Psi)-M_t dl\cos(t,\Psi)=(M_x ds-M_{sx}dx)\cos\Psi \qquad (۴۶)$$
$$+(M_s dx-M_{xs}ds)\sin\Psi$$

و مجموع نیروهای برشی

$$\sum F_n=0 \qquad (۴۷)$$
$$Q_n dl=Q_x ds+Q_s dx$$

که در آن‌ها طول قوس dl به‌صورت زیر می‌باشد:

$$dl=\sqrt{dx^2+ds^2}=dx\sqrt{1+(\frac{ds}{dx})^2} \qquad (۴۸)$$

با توجه به اینکه بارگذاری مخزن صرفاً فشار داخلی می‌باشد بنابراین نیروها و ممان‌های لبهٔ گشودگی صفر خواهند بود.

$$M_v=M_t=N_v=N_t=0 \qquad (۴۹)$$

بنابراین معادلات(۴۳) الی(۴۶) چنین تبدیل خواهند شد.

$$N_s=-N_{xs}\frac{ds}{dx} \qquad (۵۰)$$
$$N_{sx}=-N_x\frac{ds}{dx} \qquad (۵۱)$$
$$M_{sx}=M_x\frac{ds}{dx} \qquad (۵۲)$$
$$M_s=M_{xs}\frac{ds}{dx} \qquad (۵۳)$$

از طرفی معادله (۴۷) را چنین می‌توان نوشت:

$$Q_x\frac{ds}{dx}+Q_s=Q_n\sqrt{1+(\frac{ds}{dx})^2} \qquad (۵۴)$$

یا

$$Q_x=Q_n\sqrt{1+(\frac{ds}{dx})^{-2}}-Q_s(\frac{ds}{dx})^{-1}$$

با توجه به تساوی $N_{xs}=N_{sx}$ از معادلات (۵۰) و (۵۱) داریم:

$$N_s=N_x(\frac{ds}{dx})^2$$

یا (۵۵)

$$N_x=N_s(\frac{dx}{ds})^{-2}$$

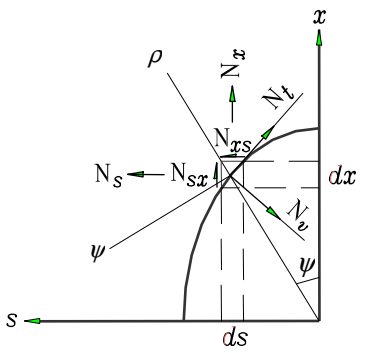
و از تساوی $M_{xs}=M_{sx}$ از معادلات(۵۲) و (۵۳)داریم:

$$M_s=M_x(\frac{ds}{dx})^2$$

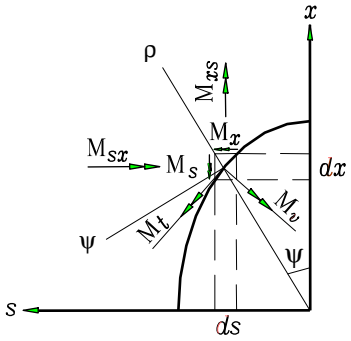
یا (۵۶)

$$M_x=M_s(\frac{ds}{dx})^{-2}$$

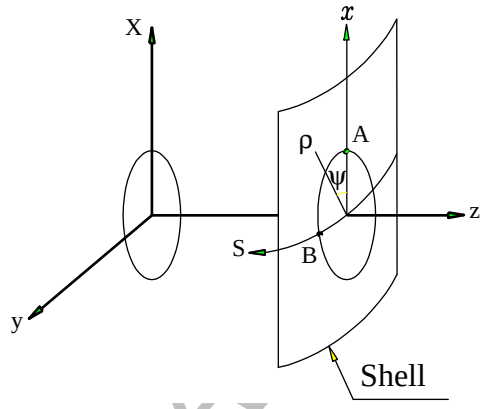
با توجه به روابط فوق حال برای تعیین ضرایب جواب‌های عمومی معادلات (۱۴) و (۱۵) باید شرایط مرزی گشودگی را در چند نقطه اعمال نمائیم. در شکل(۷) منحنی تلاقی نازل مایل به پوسته مخزن که یک بیضی است نمایش داده شده که یک شرط مرزی هندسه گشودگی در نقطه $B(x=0,s=\pm r)$ چنین خواهد بود.



شکل۵. نمایش لبه گشودگی با المان منتجه نیروها



شکل۶. نمایش لبه گشودگی با المان منتجه ممان‌ها



شکل۷. منحنی تلاقی نازل مایل با پوسته استوانه ای

$$\left(\frac{ds}{dx}\right)_{x=0}=0 \qquad (۵۷)$$

و از طرفی برش در این نقطه:[14]

$$(Q_n)_{x=0}=-pa\rho_\circ \qquad (۵۸)$$

با جایگزینی رابطه (۵۷) در معادلات (۵۰) الی (۵۴) خواهیم داشت.

$$N_s=N_{sx}=M_{sx}=M_s=0 \qquad (۵۹)$$
$$Q_s=Q_n \qquad (۶۰)$$

www.SID.ir

که معرف شرایط مرزی در نقطه B می‌باشند.

دیگر شرط مرزی گشودگی بیضی شکل(۷) در نقطه $A(x=\frac{r}{\sin\theta}, s=0)$ بصورت زیر می‌باشد.

$$\left(\frac{ds}{dx}\right)_{x=r/\sin\theta} \to \infty \qquad (۶۱)$$

بنابراین:

$$\left(\frac{ds}{dx}\right)^{-1}_{x=r/\sin\theta} = \left(\frac{ds}{dx}\right)^{-2}_{x=r/\sin\theta} = 0 \qquad (۶۲)$$

و از طرفی نیروی برشی در این نقطه:[14]

$$(Q_n)_{x=r/\sin\theta} = 0 \qquad (۶۳)$$

با جایگزینی رابطه (۶۲) در معادلات (۵۴) الی (۵۶) داریم:

$$N_x = M_x = 0 \qquad (۶۴)$$

$$Q_x = Q_n \qquad (۶۵)$$

بنابراین با اعمال روابط (۵۹) و (۶۰) در $x=0$ و روابط (۶۴) و (۶۵) در $x=\frac{r}{\sin\theta}$ در معادلات (۲۰) الی (۲۷) دستگاه معادلات زیر حاصل می‌گردد.

$$\begin{cases} f_\circ^{(4)}(0)=0 \\ f_\circ^{(6)}(0)=0 \\ f_\circ^{(6)}(\frac{r}{\sin\theta})=0 \\ f_\circ^{(7)}(\frac{r}{\sin\theta})=0 \end{cases} \qquad (۶۶)$$

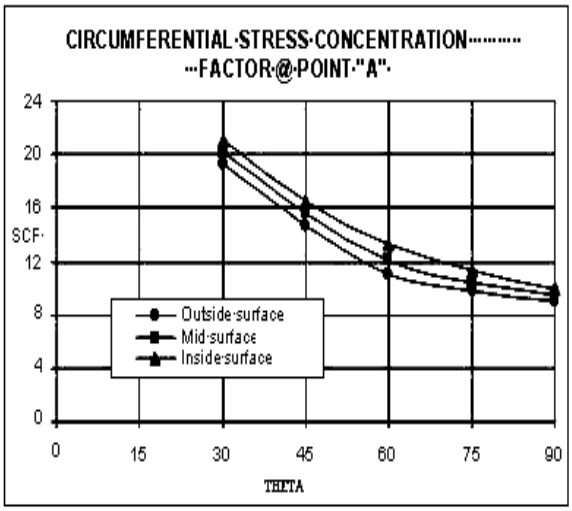
$$\begin{cases} f_n^{(4)}(0)=0 \\ f_n'''(0)=0 \\ \upsilon f_n^{(6)}(0)-(1+2\upsilon)N^2 f_n^{(4)}(0)+ \\ (2+\upsilon)N^4 f_n''(0)-N^6 f_n(0)=0 \\ f_n^{(5)}(0)-2N^2 f_n'''(0)+N^4 f_n'(0)=0 \\ f_n^{(6)}(0)-3N^2 f_n^{(4)}(0)+3N^4 f_n''(0) \\ -N^6 f_n(0)=\begin{cases} 0 & :n=2k \\ \frac{-4p\rho_\circ}{aDN^2} & :n=2k-1 \end{cases} \\ f_n''(\frac{r}{\sin\theta})=0 \\ f_n^{(6)}(\frac{r}{\sin\theta})-(2+\upsilon)N^2 f_n^{(4)}(\frac{r}{\sin\theta})+ \\ (1+2\upsilon)N^4 f_n''(\frac{r}{\sin\theta})-\upsilon N^6 f_n(\frac{r}{\sin\theta})=0 \\ f_n^{(7)}(\frac{r}{\sin\theta})-3N^2 f_n^{(5)}(\frac{r}{\sin\theta})+ \\ 3N^4 f_n'''(\frac{r}{\sin\theta})-N^6 f_n'(\frac{r}{\sin\theta})=0 \end{cases} \qquad (۶۷)$$

از بررسی معادلات (۲۰) الی (۲۷) مشاهده می‌گردد که هیچ یک از جملات آخر تابع $f_\circ(x)$ بعلت وجود مشتقات مرتبه چهار به بالا در دستگاه معادله (۶۶) ظاهر نمی‌شود. بنابراین این جملات عملاً بی اثر بوده و می‌توان گفت:

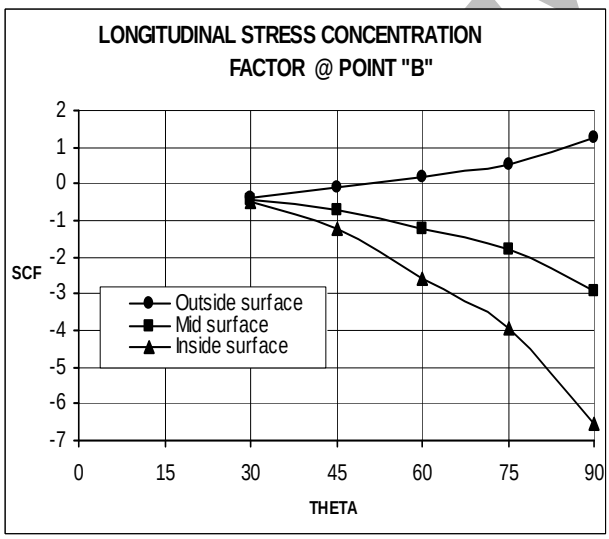
$$k_{05}=k_{06}=k_{07}=k_{08}=0 \qquad (۶۸)$$

بنابراین با حل دستگاه معادلات (۶۶) ضرایب تابع $f_\circ(x)$ و با حل دستگاه معادله (۶۷) ضرایب تابع $f_n(x)$ مشخص می‌گردند که برنامه حل دستگاه معادلات مذکور توسط نرم‌افزار محاسباتی Maple 6 انجام گرفته است. پس از تعیین توابع $f_n(x), f_\circ(x)$ مطابق روابط بیان شده، منتجه‌های تنش و نهایتاً با استفاده از روابط تنش‌های مرکب، ضرایب تمرکز تنش قابل حصول‌اند.

۸. نتایج



شکل۸. نمودارتغییرات ضریب تمرکز تنش محیطی در نقطه A برحسب زاویه نازل(a/h=40 ، ρ=0.4)



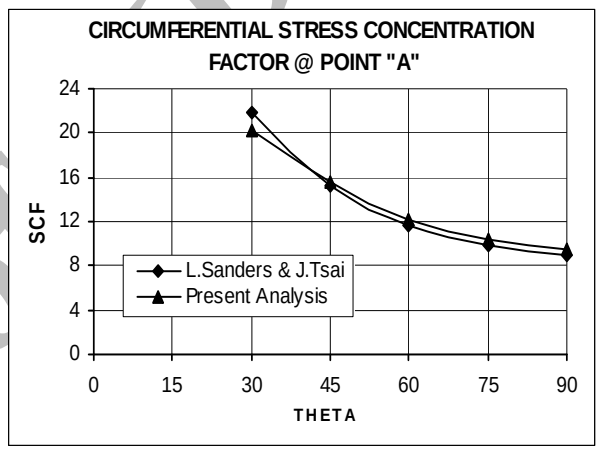
شکل۹. نمودارتغییرات ضریب تمرکز تنش طولی در نقطه B برحسب زاویه نازل(a/h=40 ،ρ=0.4)

www.SID.ir

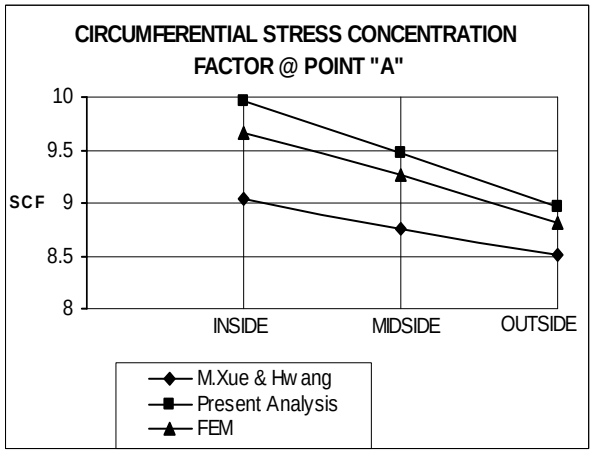
جدول۱. مقایسه مقادیر ضریب تمرکز تنش محیطی در نقطه A روی سطح میانی با نتایج J.Tsai & L.Sanders

(a/h=40 ، ρ=0.4)

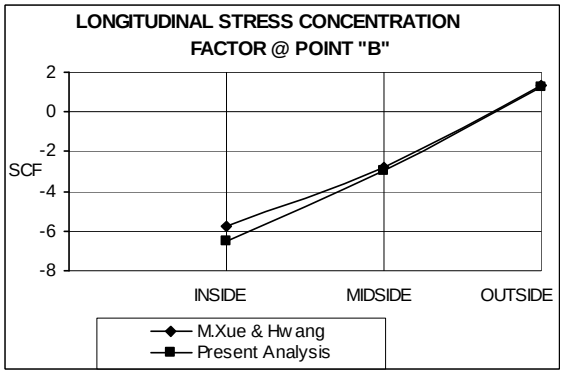
θ º	Circumferential SCF @ Point "A"		
	L.Sanders & J.Tsai	Present Analysis	Percentage of difference
30º	21.9	20.15	-8 %
45º	15.27	15.53	1.7 %
60º	11.73	12.12	3.3 %
75º	9.86	10.41	5.5 %
90º	9.01	9.48	5.2 %



شکل۱۰. مقایسه نمودارتغییرات ضریب تمرکز تنش محیطی درنقطهA روی سطح میانی(a/h=40 ، ρ=0.4)



شکل۱۱. مقایسه تغییرات ضریب تمرکزتنش محیطی درنقطه A درجهت ضخامت (ρ=0.4 , a/h=40 ،θ=90°)



شکل۱۲. مقایسه تغییرات ضریب تمرکزتنش طولی در نقطه B در جهت ضخامت (ρ=0.4 , a/h=40 ، θ=90°)

جدول ۲. مقایسه مقادیر ضریب تمرکز تنش محیطی در نقطه A در جهت ضخامت با نتایج Hwang & M.Xue

(a/h=40 ، ρ=0.4 ، θ=90°)

	Circumferential SCF @ Point "A"			
	M.Xue &Hwang	Present Analysis	FEM	Percentage of difference
Inside	9.03	9.97	9.66	10.4 %
Mid	8.76	9.48	9.27	8.2 %
Outside	8.51	8.97	8.76	5.4 %

۹.بحث و نتیجه‌گیری

از بررسی نمودارهای ترسیم شده طبق نتایج محاسبات انجام گرفته در لبه گشودگی مخزن تحت فشار نتایج زیر استنباط می‌گردد.

۱- درنقطه A بر روی لبه گشودگی مخزن با کاهش زاویه نازل از 90° به 30° اندازهٔ ضرایب تمرکز تنش شروع به افزایش می‌کنند و هرچند مقدار زاویه نازل متصل به مخزن کمتر می‌گردد نرخ افزایش ضریب تمرکز تنش شتاب بیشتری می‌یابد.

۲- نقطه B برروی لبه گشودگی مخزن با کاهش زاویه نازل از 90° به 30° اندازهٔ ضرایب تمرکز تنش شروع به کاهش می‌کنند و هرچند مقدار زاویه نازل متصل به مخزن کمتر می‌گردد، نرخ کاهش ضریب تمرکز تنش بطئی تر می‌گردد.

۳-در نقطه A مطابق هندسه گشودگی ایجاد شده با کاهش زاویه نازل مقدار انحناء (عکس شعاع انحناء) در صفحه مماس به پوسته افزایش می‌یابد و به پیرو آن تمرکز تنش نیز افزایش می‌یابد و در نقطه B بالعکس با کاهش زاویه نازل مقدار انحناء کاهش یافته و اندازهٔ ضریب تمرکز تنش نیز کاهش می‌یابد. از این موضوع چنین استنباط می‌گردد که بین ضریب تمرکز تنش در هر نقطه برروی لبه حفره یا گشودگی پوستهٔ استوانه‌ای تحت فشار و انحناء آن نقطه رابطهٔ مستقیمی وجود دارد.

Archive of SID

www.SID.ir

۴-با توجه به گراف‌های ارائه شده ملاحظه می‌گردد که بیشترین ضرایب تمرکز تنش همواره در سطح داخلی پوسته رخ می‌دهد.

۵-بحرانی‌ترین نقطه در محل گشودگی، نقطه A که دارای بزرگترین ضریب تمرکز تنش می‌باشد.

۶- از مشاهدهٔ گراف ضریب تمرکز تنش محیطی در نقطه A ملاحظه می‌گردد که بهترین انتخاب برای زاویه اتصال نازل مابین 90° الی 60° می‌باشد و برای زاویه اتصال بین 60° الی 45° چنانچه فشار مخزن خیلی زیاد نباشد بلامانع است ولی از نازل با زاویه اتصال کمتر از 45° باید بشدت اجتناب شود چرا که تنش‌های موضعی در محل اتصال بشدت افزایش می‌یابند.

مراجع

[1] Lur`e A.L., *Statics of Thin –Walled Elastic Shells*, State Publishing House of Technical and Theoretical Literature.1974:translation.AEC. TR.3798,1959.

[2] Eringen A. C., Naghdi A. K., and Thief C. C., *"State of Stress in a Circular Cylindrical Shell With a Circular Hole"*, WRC Bulletin, No. 102, 1965.

[3] Naghdi A. K. and Eringen A. C., *"Stress Distribution in a Circular Cylindrical Shell with a Circular Cutout"*, Ing .Archiv., XXXIV, 1965, pp. 161-172.

[4] Van Dyke, p.,*"Stresses About a Circular Hole in a Cylindrical Shell"*,AIAA Journal,Vol.3, No.9, 1965.

[5] Van Dyke p., *"Stress in a cylindrical shell with a Rigid Inclusion"*, AIAA Journal, Vol. 5, No. 1, 1967.

[6] Lekkerkerker J. G., *"Stresses Concentration Around Circular Holes in Cylindrical Shell"* , The XI International Congress of Applied Mechanics, Munich, Germany, 1964.

[7] Lekkerkerker J. G., *"Stress Distribution in a Circular Cylindrical Shell with a Circular Cutout"*, Nuclear Engineering and Design, Vol. 20, 1972, pp. 57-84.

[8] Eringen A. C. et al., *"Stress Concentrations in Two Normal Intersecting Cylindrical Shells Subject to Internal Pressure"*, WRC Bulletin, No. 139, 1969, pp.1-34.

[9] Savin G.N. and Guz A.N., *On the State of Stress Near Curviline Holes in Shells*, NASA Technical Translation. NASA TTF-423,1966.

[10] Murthy M. V. V., *"Stresses Around an Elliptic Hole in a Cylindrical Shell"*, Journal of Applied Mechanics. Vol 36. TRANS. ASME Vol.91 ,Series E.1969.pp 39-46.

[11] Murthy M. V. V. and Rao M. N. B. *"Stresses in a Cylindrical Shell Weakened by an Elliptic Hole With Major Axis Perpendicular to Shell Axis"*, Journal of Applied Mechanics .Vol.37.TRANS. ASME. Vol.92 ,Series E.1970.pp.539-541.

[12] Rao M. N. B. and Ariman T., *"On the Stresses around an Elliptic Hole in a Cylindrical Shell"*, Acta Mechanica .Vol.12.1971.pp.1-20.

[13] Tsai C. J. and Sanders J. L. *"Elliptical Cutouts in cylindrical shells"*, Journal of Applied Mechanics, Vol .43 ,1975, pp.326-333.

[14] Xue M., Deng Y., and Hwang, K., *"Some Results on the Analytical Solution of Cylindrical Shells with Large Openings"*, ASME Journal of Pressurs Vessel Technology. Vol. 113. 1991. pp 297-307.

[15] Xue M., Hwang K., LU W., and Chen W., *"A Reinforcement Design Method Based on Analysis of Large Openings in Cylindrical pressure Vessels"*, ASME Journal of Pressurs Vessel Technology,Vol, 118, 1996. pp.297-307.

[16] Xue M.D., Chen W. and Hwang K.c. *"Stresses at the Intersection of two cylindrical shells"*. Nuclear Engineering and Design, Vol. 154, 1995, pp.231-238.

[17] Skopinsky V. N., *"Numerical Stress Analysis of Intersecting Cylindrical Shell"*, ASME Journal of Pressurs Vessel Technology, Vol. 115, 1993 pp.275-282.

[18] Skopinsky V. N., *"Stress Analysis of Shell with Torus Transition under Internal Pressure Loading"*, ASME Journal of Pressurs Vessel Technology. Vol. 119. 1997. pp.288-292.

[19] Xu J., Sun B.C., Koplic B., *"Local pressure stresses on lateral pipe-nozzle with various angel of intersection"*, Nuclear Engineering and Design, 2000, pp. 335-340.

[20] Timoshenko S.P., woinowsky-krieger s., *THEORY of PLATES AND SHELLS*, second edition 1983, Mc Graw-Hill.

[21] Flugg W. , *stresses in shells*, 2nd ed., Springer-Berlin 1990.

[22] ugural A.C. , *STRESSES IN PLATES AND SHELLS* , 1999, Mc Graw-Hill.

فهرست علائم و اختصارات

h: ضخامت پوستهٔ استوانه ای

a: شعاع پوستهٔ استوانه ای

r: شعاع نازل

θ: زاویهٔ بین محور نازل و محور مخزن

u, v, w: مؤلفه‌های تغییر مکان برروی پوستهٔ استوانه ای

q: فشار نرمال به پوسته

p : فشار داخلی مخزن (پوستهٔ استوانه ای)

E : مدول الاستیسیته

υ: ضریب پواسون

$D = \dfrac{Eh^3}{12(1-\upsilon^2)}$: سختی خمشی پوسته

$N_x, N_\phi, N_{x\varphi}$: مؤلفه‌های نیروی غشائی پوستهٔ استوانه ای

Archive of SID

www.SID.ir

$M_x, M_\varphi, M_{x\varphi}$: مؤلفه‌های ممان‌های پوستهٔاستوانه ای

Q_x, Q_φ : مؤلفه‌های نیروی برشی پوستهٔ استوانه ای

$s = a.\varphi$: طول قوس محیطی

$F(x,s)$: تابع تغییرمکان

SCF : ضریب تمرکز تنش

x', y', z' : محورهای مختصات تبدیل یافته

$\rho_\circ = \frac{r}{a}$: نسبت شعاع نازل به شعاع مخزن

$$G = \left(\frac{Eh}{4Da^2}\right)^{\frac{1}{4}} \quad , \quad \mathrm{M} = \frac{\mathrm{Eh}}{\mathrm{Da}^2} \quad , \quad N = \frac{n\pi}{a}$$

اندیس‌ها

x, y, z: جهت محورهای مختصات دکارتی

x, s: جهت مختصات طولی ومحیطی

t, v: جهت‌های مماسی وعمودی برلبه منحنی گشودگی

ρ, ψ: جهت‌های شعاعی وزاویه ای منحنی گشودگی

n: جهت نرمال به پوسته

l: طولی

c: محیطی

o: سطح خارجی

m: سطح میانی

i: سطح داخلی

Archive of SID

www.SID.ir