

# تحلیل جریان تراکم‌پذیر غیر دائم در داخل لوله ضربه پرشده با مواد متخلخل

علی فائزبان و محمدرضا مدرس رضوی

**چکیده:** در این مقاله جریان تراکم‌پذیر در داخل لوله ضربه با استفاده از روش‌های مشخصه و عددی دومرحله‌ای لکس-وندروف در حالت‌های مختلف مورد بررسی قرار می‌گیرد. ابتدا برای ارزیابی روش‌ها نتایج آن‌ها با نتایج تجربی مقایسه می‌شود سپس با اعمال اغتشاش در چگالی در یک طرف لوله ضربه انتشار امواج همراه با اغتشاش بررسی می‌شود. همچنین فرایندهای تخلیه و پر شدن در یک لوله با انتهای باز با اعمال شرایط مرزی متفاوت مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در هر دو فرایند تخلیه و پر شدن شرط مرزی انتهای خروجی و یا ورودی باز شدن ناگهانی و تدریجی اعمال می‌گردد. نتایج این بررسی نشان می‌دهد که در فرایند تخلیه فرض ساده کننده باز شدن ناگهانی بجای باز شدن تدریجی مناسب نمی‌باشد در صورتی که این فرض را می‌توان برای فرایند پر شدن به خدمت گرفت. بالاخره جریان تراکم‌پذیر غیر دائم در داخل لوله ضربه پر شده با مواد پرکننده یا به عبارت دیگر جریان گاز از محیط متخلخل مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

**واژه‌های کلیدی:** جریان تراکم‌پذیر، غیر دائم، لوله ضربه، مواد متخلخل، اغتشاش

## ۱. مقدمه

لوله ضربه، لوله‌ای با نسبت طول به قطر بزرگ است. بطوری که می‌توان جریان را در طول آن یک بعدی در نظر گرفت. از این لوله برای بررسی پدیده احتراق و جریان غیر دائم سیال تراکم‌پذیر استفاده می‌شود [1-4]. لوله ضربه همچنین برای مطالعه پدیده ضربه که در اثر تغییرات ناگهانی فشار و یا دما بوجود می‌آید ابزار مناسبی است. می‌توان کارایی یک شبیه‌سازی عددی جریان یک بعدی را نیز روی لوله ضربه ارزیابی کرد. بسیاری از جریان‌ها مانند جریان هوا در مانیفولد ورودی و محصولات احتراق در مانیفولد خروجی موتور احتراق داخلی را می‌توان با جریان یک بعدی نظیر آنچه در داخل لوله ضربه صورت می‌گیرد تقریب سازی کرد [5].

بررسی جریان غیر دائم تراکم‌پذیر به سال‌های ۱۹۳۰ بر می‌گردد. مادامی که در یک مسأله، جریان غیر دائم یک بعدی و با سطح مقطع ثابت باشد، این جریان مشابه جریان داخل لوله ضربه است.

معمولاً از روش‌های عددی دو مرحله‌ای لکس-وندروف و مک-کورمک با دقت مرتبه دو برای حل این مسائل استفاده می‌شود. نتایج این روش‌ها در محل تغییرات شدید فشار، آنتروپی و غیره دارای نوسانات قابل ملاحظه‌ای می‌باشد که می‌توان با استفاده از نوسانگیرهای FCT و TVD محل ناپیوستگی را تشخیص داد و با اضافه کردن جملات استهلاک مصنوعی AD نوسانات را از بین برد بدون آن که از دقت روش کاسته شود [5, 6].

بن‌دور (Ben-Dor) و همکارانش [7] در تحلیل جریان گاز در محیط متخلخل میدان حل را شامل دو فاز سیال-جامد در نظر گرفته و معادلات جرم، اندازه حرکت و انرژی را برای دو فاز تراکم‌پذیر سیال و جامد با در نظر گرفتن اندرکنش دو فاز بکار بردند. آن‌ها از روش مهار نوسانات TVD که توسط هارتن (Harten) توسعه یافته است برای جلوگیری از نوسانات ناخواسته در محل ناپیوستگی‌ها استفاده کردند.

یکی از شرایط مرزی که در مسائل واقعی کاربرد زیادی دارد شرط مرزی در درجه‌های خروجی و ورودی در فرایندهای تخلیه و پر شدن یک مخزن، لوله و یا سیلندر است که درجه‌های خروجی و ورودی با آهنگ خاصی باز و بسته می‌شوند. حالت حدی و ساده آن باز و بسته شدن ناگهانی می‌باشد. بدیهی است فرض باز و بسته شدن ناگهانی خروجی و ورودی سبب سادگی شرایط مرزی می‌شود. در بسیاری موارد می‌توان از این فرض ساده کننده استفاده کرد.

نسخه اصلی مقاله در تاریخ ۱۳۸۲/۵/۱۵، اصل، و پس از بازنگری‌های لازم، در تاریخ ۱۳۸۳/۳/۱۶ به تصویب نهایی رسیده است.

سرپرستی داوری‌ها توسط دبیر تخصصی، دکتر شجاعی‌فرد صورت گرفته و مقاله توسط ایشان برای چاپ توصیه شده است.

علی فائزبان، استادیار پژوهشکده تحقیقات توسعه فناوری (پارک علم و فناوری) خراسان، faezian@kstp.ir

دکتر محمدرضا مدرس رضوی، استاد گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، m-razavi@ferdowsi.um.ac.ir

$$\mathbf{F}(\mathbf{W}) = \begin{bmatrix} w_3 \\ w_4 \\ \frac{w_3^2}{w_1} + \phi T^* p \\ \frac{w_4^2}{w_2} - \sigma_s + (1 - \phi T^*) p \\ \frac{w_3^2}{w_1} (e_{of} + \phi T^* p) \\ \frac{w_4^2}{w_2} (e_{os} - \sigma_s + (1 - \phi T^*) p) \end{bmatrix} \quad (3)$$

سطح مقطع لوله ضربه یکنواخت است بنابراین بردار جملات چشمه به شکل زیر بیان می‌گردد.

$$\mathbf{C}(\mathbf{W}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ T^* p \frac{\partial \phi}{\partial x} - \tilde{F} w_1 |u_f - u_s| (u_f - u_s) \\ -T^* p \frac{\partial \phi}{\partial x} + \tilde{F} w_1 |u_f - u_s| (u_f - u_s) \\ u_s \left( T^* p \frac{\partial \phi}{\partial x} - \tilde{F} w_1 |u_f - u_s| (u_f - u_s) \right) \\ u_s \left( -T^* p \frac{\partial \phi}{\partial x} + \tilde{F} w_1 |u_f - u_s| (u_f - u_s) \right) \end{bmatrix} \quad (4)$$

اگر داخل لوله ضربه بدون ماده جامد متخلخل باشد ( $\Phi = 1$ )، با در نظر گرفتن اصطکاک و انتقال حرارت بین سیال و دیواره دستگاه معادلات به شکل زیر ساده می‌شود.

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \rho_f \\ \rho_f u_f \\ \rho_f e_{of} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}(\mathbf{W}) = \begin{bmatrix} \rho_f u_f \\ \rho_f u_f^2 + p \\ \rho_f u_f e_{of} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$\mathbf{C}(\mathbf{W}) = \begin{bmatrix} 0 \\ \rho_f G \\ -\rho_f q \end{bmatrix}$$

که

$$G = \frac{1}{2} \rho_f u_f |u_f| f \frac{4}{d}, \quad q = \frac{4 S t u_f C_{vf} (T_w - T_f)}{d}$$

### ۳. روش‌های تسخیر شوک و مهار نوسانات

پاسخ‌های روش‌های عددی در همسایگی ناپیوستگی‌ها دارای نوسانات است. بنابراین نوسانات نشان دهنده محل شوک می‌باشد.

برای جلوگیری از افزایش دامنه نوسانات دو مرحله

الف) مهار شار ضد پخش کنندگی فقط در ناپیوستگی‌ها

ب) حذف نوسانات با اضافه کردن استهلاك مصنوعی محلی

توصیه شده است. برای حذف نوسانات با ویژگی‌های مذکور از دو

روش نوسانگیر FCT و TVD استفاده می‌شود. [5]

بنسون [8] و همچنین وینتربون و پیرسون [9] شرایط مرزی انتهای باز را به‌طور مشروح بررسی کرده‌اند. پیری و همکارانش [10]، از برخورد دو اغتشاش فشاری رو به جلو یا نزدیک شونده به مرز و اغتشاش رو به عقب یا دور شونده از مرز، روابط مربوط به شرط مرزی انتهای باز را برای دو محیط همونتروپیک و غیر همونتروپیک استخراج کردند. پییزی و همکارش [11] برای حل مسئله انتشار اغتشاش ضربه‌ای قوی در انتهای سیستم خروجی از روش مشخصه-ها استفاده کرده‌اند. جونز و همکارش [12] نیز روش مشخصه‌ها را برای تحلیل جریان غیر دائم تراکم پذیر یک بعدی در لوله‌های مستقیم و انتهای باز بکار برده‌اند. آن‌ها فرض کرده‌اند بین دو مشخصه که دلالت بر ناپیوستگی در آنتروپی می‌کند آنتروپی ثابت باشد.

با توجه به اینکه نسبت طول به قطر لوله ضربه و لوله با انتهای باز مورد مطالعه بسیار بزرگ است روش‌های حل یک بعدی مرسوم از دقت کافی برخوردارند. بنابراین در برنامه محاسباتی این پژوهش روش‌های حل یک بعدی مشخصه‌ها و روش عددی لکس-وندروف و نوسانگیر TVD و FCT در حل جریان غیر دائم سیال تراکم پذیر در داخل لوله ضربه در فضای خالی و محیط متخلخل بکار برده شده است. همچنین فرایندهای تخلیه و پر شدن لوله با انتهای باز با دو شرط مرزی باز شدن ناگهانی و تدریجی با حل جریان با استفاده از روش مشخصه‌ها مورد بررسی قرار گرفته شده است. نتایج این پژوهش با استفاده از یک برنامه محاسباتی که توسط نویسندگان نوشته شده، بدست آمده است.

### ۲. معادلات حاکم

در حالت کلی معادلات بقاء جرم، انداره حرکت و انرژی جریان یک بعدی دو فاز تراکم پذیر سیال-جامد در حالتی که تخلخل فاز جامد  $\Phi$  باشد عبارتند از [7]:

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{W})}{\partial x} + \mathbf{C}(\mathbf{W}) = 0 \quad (1)$$

$\mathbf{W}$  بردار حالت (متغیرهای اصلی)،  $\mathbf{F}$  بردار جمله‌های شار، و  $\mathbf{C}$  بردار چشمه هستند. بردار حالت و مولفه‌های آن به شکل زیر تعریف می‌شود.

$$\mathbf{W} = [w_1 \ w_2 \ w_3 \ w_4 \ w_5 \ w_6]^T \quad (2)$$

که

$$w_1 = \phi \rho_f, \quad w_2 = (1 - \phi) \rho_s,$$

$$w_3 = w_1 u_f, \quad w_4 = w_2 u_s,$$

$$w_5 = w_1 e_{of}, \quad w_6 = w_2 e_{os}, \quad e_o = CT + \frac{u^2}{2}$$

و بردار شار:

روشی را ارائه داده است که اگر در روش‌های عددی دو مرحله ای روشی را Lax-Wendroff و MacCormack اعمال گردد قاعده TVD بر قرار خواهد شد بدون آن که لطمه‌ای به دقت روش حل وارد گردد. روابط مربوط به روش دیویس به شرح زیر است [5].

$$\sum_i |W_i^{n+1} - W_{i-1}^{n+1}| \leq \sum_i |W_i^n - W_{i-1}^n| \quad (13)$$

$$\left[ \bar{G}^+(r_i^+) + \bar{G}^-(r_{i+1}^-) \right] \Delta W_{i+1/2}^n - \left[ \bar{G}^+(r_{i-1}^+) + \bar{G}^-(r_i^-) \right] \Delta W_{i-1/2}^n \quad (14)$$

$$\bar{G}^\pm(r_i^\pm) = 1/2C(v) [1 - \chi(r_i^\pm)] \quad (15)$$

$$v = \frac{a\Delta t}{\Delta x} \leq 0.5 \quad (16)$$

$$v > 0.5$$

$$C(v) = \begin{cases} v(1-v) \\ 0.5 \end{cases} \quad (17)$$

$$r_i^- = \frac{[\Delta W_{i-1/2}^n, \Delta W_{i+1/2}^n]}{[\Delta W_{i-1/2}^n, \Delta W_{i-1/2}^n]} \quad (18)$$

$$r_i^+ = \frac{[\Delta W_{i-1/2}^n, \Delta W_{i+1/2}^n]}{[\Delta W_{i+1/2}^n, \Delta W_{i+1/2}^n]} \quad (19)$$

$$\chi(r) = \begin{cases} \min(2r, 1) & r > 0 \\ 0 & r \leq 0 \end{cases} \quad (20)$$

در روابط (۱۸) و (۱۹) جملات داخل کروشه [...] ضرب داخلی می‌شوند. رابطه (۲۰) یکی از شکل‌های تابع محدود کننده  $\chi$  است که در اینجا بکار برده شده است. مقادیر  $r$  در گره‌های انتهایی به گره‌های داخلی مرتبط می‌شود. برای بدست آوردن  $r_{i-1}^+$  در گره  $i_{\min}+1$  لازم است  $\Delta W_{i_{\min}+1-3/2}^n$  محاسبه شود. برای محاسبه آن نیاز به گره مجازی  $i_{\min}-1$  می‌باشد. فرض می‌شود گرادیان متغیر در فاصله مجازی  $i_{\min}-1$  تا  $i_{\min}$  برابر با گرادیان آن در فاصله مجاور آن یعنی  $i_{\min}$  تا  $i_{\min}+1$  باشد. به همین ترتیب برای محاسبه  $r_{i+1}^-$  در گره  $i_{\max}-1$ ، گره مجازی  $i_{\max}+1$  ظاهر می‌شود که مشابه گره مجازی  $i_{\min}-1$  عمل می‌شود. در روش TVD عبارت (۱۴) به طرف دوم مرحله دوم روش دو مرحله‌ای Lax-Wendroff و یا MacCormack اضافه می‌گردد [5].

#### ۴. نتایج حل عددی

برای حل مسائل از روش‌های عددی لکس-وندروف و مک‌کورمک با بکارگیری نوسانگیر TVD و FCT در جریان غیر دائم یک بعدی سیال تراکم پذیر در داخل لوله ضربه در فضای خالی و محیط متخلخل استفاده می‌شود. همچنین روش مشخصه‌ها برای حل جریان داخل لوله با انتهای باز با دو شرط مرزی باز شدن ناگهانی و باز شدن تدریجی در فرایندهای تخلیه و پر شدن بکار می‌رود.

#### ۳-۱. روش نوسانگیر FCT

این روش شامل سه مرحله (الف) انتقال (ب) پخش (ج) ضد پخش می‌باشد. مرحله انتقال در روش‌های عددی دو مرحله‌ای لکس-وندروف و مک‌کورمک نهفته است.

$$W^{n+1} = W^n + T(W^n) \quad (6)$$

مرحله پخش به منظور حذف نوساناتی که در مرحله انتقال برای دستیابی به دقت بالا بوجود آمده، انجام می‌گیرد. شار پخش به شکل زیر محاسبه می‌شود.

$$\theta(W_{i+1/2}) = \frac{\omega}{4}(W_{i+1} - W_i) \quad (7)$$

$$D(W_i) = \theta(W_{i+1/2}) - \theta(W_{i-1/2}) \quad (8)$$

عملگر پخش استهلاکی  $D(W_i)$  که به اختصار آن را عملگر DD می‌نامیم به شکل زیر مقدار متغیر اصلی را اصلاح می‌کند. در صورتی که  $v \leq \sqrt{(1-\omega)/2}$  باشد، روش حل پایدار خواهد بود که  $\omega$  ضریب تجربی در روش نوسانگیر،  $\theta$  شار پخشی و  $v$  عدد کورنت است.

$$W_D^{n+1} = W^{n+1} + D(W^n) \quad (9)$$

در فرایند ضد پخش تلاش می‌شود دقت مرحله انتقال حفظ شود بدون آن که سبب افزایش نوسانات گردد. عملگر ضد پخش با علامت اختصاری NAD به روش زیر اعمال می‌گردد.

$$W_{DA}^{n+1} = W_D^{n+1} + A(W^n) \quad (10)$$

در رابطه فوق  $W_{DA}$  نتیجه حل پس از اعمال عملگرهای پخشی و ضد پخشی می‌باشد. عملگر ضد پخشی از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$A(W_i) = -\psi(W_{i+1/2}) + \psi(W_{i-1/2}) \quad (11)$$

شار ضد پخشی  $\psi$  به شکل زیر محدود می‌گردد.

$$\psi(W_{i+1/2}) = S \max \left[ 0, \min \left( \frac{5}{8} S \Delta W_{i-1/2}, \frac{1}{8} |\Delta W_{i+1/2}|, \frac{5}{8} S \Delta W_{i+3/2} \right) \right] \quad (12)$$

که

$$S = \text{sgn}(\Delta W_{i+1/2})$$

و

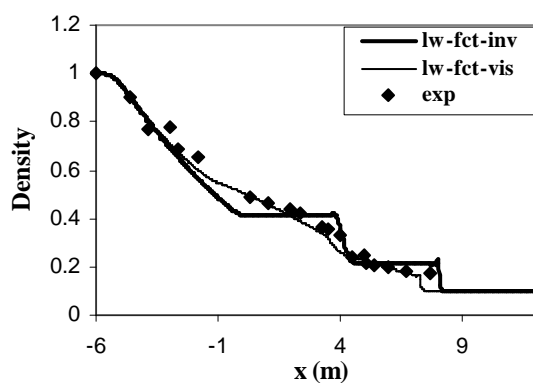
$$\Delta W_{i+1/2} = W_{i+1} - W_i$$

این محدودیت برای گره‌های مجاور مرزها با فرض یکسان بودن گرادیان متغیر اصلی در دو قسمت کنار هم بدست می‌آید. ضرایب  $1/8$  و  $5/8$  تجربی هستند. این ضرایب را در یک محدوده کوچکی می‌توان تغییر داد.

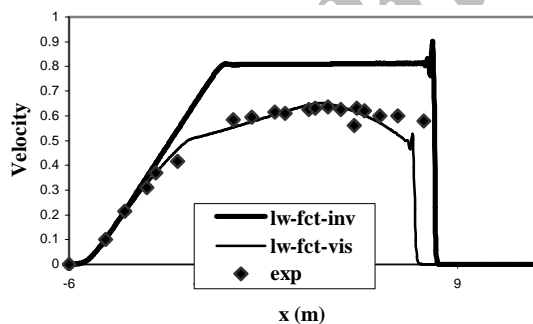
#### ۳-۲. روش نوسانگیر TVD

در این روش نوسانات گام زمانی حاضر با نوسانات گام زمانی قبلی مقایسه می‌گردد. شرط لازم برای همگرایی یک راه حل این است که همواره رابطه (۱۳) برقرار باشد. این محدودیت را قاعده TVD گویند. برای جلوگیری از ایجاد و یا حداقل افزایش نوسانات دیویس

شکل ۳ نشان دهنده موقعیت موج در زمان‌های مختلف و انتشار اغتشاش اولیه در طول لوله ضربه است. همان‌طور که در این شکل دیده می‌شود توزیع چگالی و فشار گاز در طول لوله ضربه متأثر از اغتشاش سینوسی اولیه در چگالی می‌باشد به طوری که با گذشت زمان سمت چپ لوله نیز تحت تاثیر این تغییرات قرار می‌گیرد. چگالی و فشار در این شکل مقادیر بدون بعد هستند. معادلات حاکم دستگاه معادلات (۱) و (۵) هستند که مولفه‌های بردار چشمه آن صفر می‌باشد. انتظار می‌رود یک موج تراکمی به سمت راست و یک موج انبساطی به سمت چپ لوله منتشر شود اما در شکل ۳ فقط موج تراکمی دیده می‌شود. این پدیده در اثر سرعت اولیه زیاد جریان طرف چپ به سمت راست ( $u_l = 2.6293u_{ref}$ ) رخ می‌دهد. به عبارت دیگر سرعت اولیه بالای جریان طرف چپ فرصت ایجاد موج انبساطی را نمی‌دهد. اگر سرعت اولیه  $u_l$  کمتری انتخاب شود. امواج انبساطی ظاهر خواهد شد.



(الف)



(ب)

شکل ۲. نتایج روش حل عددی در دو حالت با و بدون

اصطکاک و انتقال حرارت و مقایسه آن‌ها با نتایج تجربی [4]

(الف) توزیع چگالی (ب) توزیع سرعت

#### ۴-۱. جریان گاز در لوله ضربه

یک لوله ضربه مطابق شکل ۱ در ابتدا با یک غشاء (دیافراگم)، که در فاصله یک سوم طول لوله از انتهای سمت چپ قرار دارد، به دو ناحیه فشار بالا در سمت چپ و فشار پایین در سمت راست لوله تقسیم می‌شود. طول لوله ۱۸ متر نسبت طول به قطر آن ۴۰۰ می‌باشد. نسبت فشار بالا به فشار پایین  $9/8$  و دمای دو ناحیه در ابتدا یکنواخت و با دمای دیوار یکسان است. دو انتهای لوله همواره بسته می‌باشد و غشاء میانی در لحظه  $t = 0$  بطور آبی برداشته می‌شود. دمای دیوار با گذشت زمان تغییر نمی‌کند. در سرتاسر لوله و در تمام لحظات ضریب اصطکاک  $f = 0.00175$  و ضریب انتقال حرارت برابر  $St = 0.00125$  فرض می‌شود. دمای مرجع، دمای دیوار و دمای اولیه هوا یکسان و برابر با  $298$  کلوین می‌باشد. سرعت در دو انتهای لوله همواره صفر باقی می‌ماند (شکل ۱).

دیافراگم



$$L_l = 1/3L,$$

$$L_r = 2/3L,$$

$$s_l = 0,$$

$$s_r = 0,$$

$$T_l = T_w = 1,$$

$$T_r = T_w = 1,$$

$$p_l = p_{ref}$$

$$p_r = p_{ref} / 9.8$$

شکل ۱. لوله ضربه در شرایط اولیه

معادلات حاکم بر مسئله دستگاه معادلات (۱) و (۵) می‌باشد. شرایط اولیه و مرزی مذکور توزیع چگالی و سرعت ذرات در داخل لوله ضربه  $0.15/0$  ثانیه پس از حذف غشاء در شکل ۲ نشان داده شده است. در این شکل نتایج حل عددی روش دو مرحله‌ای لکس-وندروف همراه با نوسانگیر FCT با فرض بدون اصطکاک و بی‌دررو (با علامت lw-fct-inv) و با در نظر گرفتن اصطکاک و انتقال حرارت (با علامت lw-fct-vis) با نتایج تجربی (با علامت exp) مقایسه شده‌اند. ملاحظه می‌شود نتایج روش عددی انطباق خوبی با نتایج تجربی دارد. نتایج تجربی توسط Glass (1985) گزارش شده است [4].

#### ۴-۲. جریان گاز در لوله ضربه همراه با اعمال اغتشاش

در این حالت شرایط مرزی و اولیه لوله ضربه شکل ۱ بدین شرح اعمال می‌گردد.

$$T_w = 293 \text{ K} ; f_w = 0 ; p_l = 10.33p_{ref} ; p_r = p_{ref} ; L = 1 \text{ [m]} ;$$

$$L_l = 0.1L ; L_r = 0.9L$$

$$p_l = 3.0 ; p_r = 1 + 0.2\sin(50x) ;$$

$$u_l = 2.6293u_{ref} ; u_r = 0$$

$$S_g = S_{ref} = 0 ; u_{sur} = 0 ; T_g = T_{sur} = T_{ref} = 298 \text{ K} ;$$

$$L = 12 \text{ m} ; p_g = 1.714 p_{ref} ; p_{exit} = p_{sur} = p_{ref}$$

### الف) انتهای خروجی کاملا باز

ابتدا لازم است مشخصه‌های ریمانی مطابق رابطه (۲۱) معرفی شوند. فشار در گره مرزی برابر با فشار محیط در نظر گرفته می‌شود (رابطه (۲۲)).

$$\lambda_I \equiv A + \frac{k-1}{2} U ; \lambda_{II} \equiv A - \frac{k-1}{2} U ; \quad (21)$$

$$U \equiv \frac{u}{a_{ref}} ; A \equiv \frac{a}{a_{ref}}$$

$$p = p_{exit} = p_{ref}$$

$$\text{or } A = \left( \frac{a}{a_{ref}} \right) = \left( \frac{p}{p_{ref}} \right)^{\frac{k-1}{2k}} = 1 \quad (22)$$

پس از ترکیب و ساده سازی روابط ترمودینامیکی معادلات مرزی و تعریف مشخصه‌های ریمانی ورودی و خروجی رابطه (۲۳) بدست می‌آید.

$$\lambda_{in} = \lambda_I ; \lambda_{out} = \lambda_{II} \quad (23)$$

$$\lambda_{out} = 2 - \lambda_{in}$$

مشخصه ریمانی ورودی معلوم است بنابراین مشخصه خروجی ریمانی بدست می‌آید. با اعمال شرایط مرزی جریان گاز در سراسر لوله حل و تغییرات سرعت خروجی محاسبه می‌گردد. تغییرات سرعت تخلیه نسبت به زمان در شکل ۴-الف نشان داده شده است.

### ب) انتهای خروجی نیمه باز

می‌توان معادله پیوستگی را برای دهانه خروجی به شکل زیر نوشت.

$$\rho u F = \rho_{exit} u_{exit} C_f F_{exit} ; \varphi \equiv \frac{C_f F_{exit}}{F} \quad (24)$$

$C_f$  ضریب تخلیه است که عمدتا مربوط به اثر پدیده -contracta Vena می‌باشد. در اینجا ضریب تخلیه برابر یک در نظر می‌گرفته می‌شود. با ترکیب روابط ترمودینامیکی و معادلات پیوستگی و روابط (۲۱) و (۲۲) رابطه زیر حاصل می‌شود.

$$f(A) = \left( A^{\frac{4}{k-1}} - \varphi^2 \right) (\lambda_{in} - A)^2 - \frac{k-1}{2} (A^2 - 1) \varphi^2 = 0 \quad (25)$$

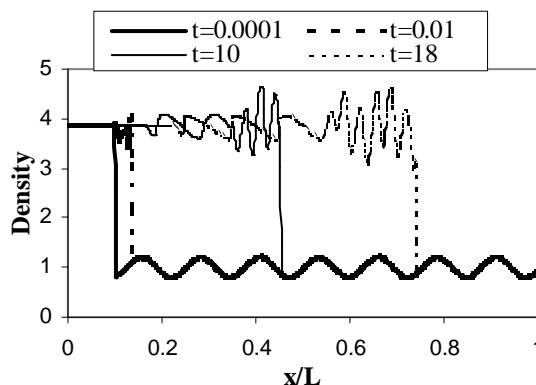
که در اینجا  $\lambda_{in} = \lambda_I$  می‌باشد.

از این رابطه دو جواب برای A بدست می‌آید که فقط یکی از آن‌ها با فیزیک مسئله سازگاری دارد. این رابطه با روش تخمین و اصلاح حل می‌گردد و برای جریان زیر صوت اصلاح A به ترتیب زیر انجام می‌گیرد.

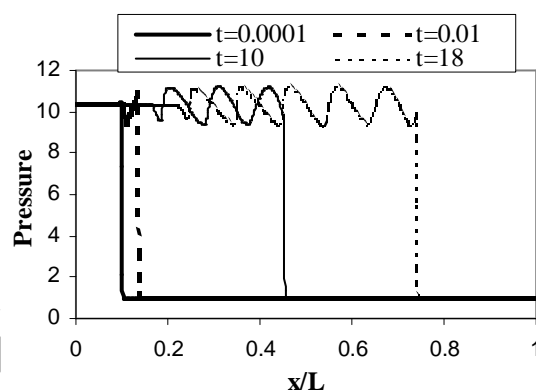
$$\text{if } f(A) < 0 \text{ then } A_{new} = A_{old} - \Delta A$$

$$\text{if } f(A) > 0 \text{ then } A_{new} = A_{old} + \Delta A \quad (26)$$

بدین ترتیب می‌توان سرعت جریان و سرعت صوت در ناحیه خروجی را محاسبه کرد. در شکل ۴-الف تغییرات سرعت جریان بر



(الف)



(ب)

شکل ۳. موقعیت موج در لوله ضربه در زمان‌های مختلف (بر حسب ثانیه) و انتشار اثر اغتشاش در چگالی گاز در طول لوله ضربه (الف) توزیع چگالی (ب) توزیع فشار

### ۳-۴. جریان گاز از دهانه انتهای باز لوله

فرایندهای تخلیه و پر شدن یک لوله طویل با انتهای باز با سیال تراکم پذیر مورد مطالعه قرار می‌گیرد. با باز شدن دهانه لوله در اثر وجود اختلاف فشار بین داخل لوله و محیط یک جریان غیر دائم بوجود می‌آید. معادلات جریان داخل لوله با استفاده از روش مشخصه‌ها حل می‌گردد.

#### ۱-۳-۴. فرایند تخلیه

شرط مرزی خروجی بر اساس فرضیات زیر اعمال می‌گردد [5, 8].  
 - در ناحیه خروجی از انتقال حرارت و اصطکاک صرف نظر می‌شود.  
 - جریان در دهانه خروجی کاملا باز یا نیمه‌باز آیزنتروپیک فرض می‌شود.  
 - از اثرات (Vena-contracta effects) فضای مرده‌ای که در اثر تغییر سطح مقطع خروجی بوجود می‌آید چشم پوشی می‌گردد.  
 - طول ناحیه خروجی نسبت به طول لوله ناچیز است.  
 - جریان در همسایگی خروجی یک‌بعدی در نظر گرفته می‌شود.

شرایط مرزی و اولیه لوله با انتهای باز:

بدین ترتیب سرعت جریان و سرعت صوت در انتهای ورودی از نتایج حل قابل محاسبه است.

$$A = \frac{\lambda_{in} + \lambda_{out}}{2} ; U = \frac{\lambda_{in} - \lambda_{out}}{k-1} \quad (29)$$

تغییرات سرعت جریان ورودی نسبت به زمان در شکل ۴-ب نشان داده شده است.

#### ب) انتهای ورودی نیمه باز

در اینجا نیز از معادله بیضوی انرژی به شکل زیر استفاده می‌شود.

$$A_t^2 = A_{o,sur}^2 - \frac{k-1}{2} U_t^2 \quad (30)$$

از ترکیب معادله پیوستگی و روابط ترمودینامیکی دو رابطه زیر حاصل می‌شود.

$$U^2 = \frac{2}{k+1} \left( \frac{1}{\phi} \frac{A_t^2}{U_t} + k U_t \right) U + \frac{2}{k+1} = 0 \quad (31)$$

$$A = A_t^{1/k} \left\{ \phi U_t \left( \frac{1}{U} - \frac{k-1}{2} U \right) \right\}^{\frac{k-1}{2k}} \quad (32)$$

سرعت جریان و سرعت صوت در ناحیه ورودی با روش تخمین و اصلاح محاسبه می‌گردد. ابتدا یک مقدار برای سرعت جریان در کلویی  $U_t$  انتخاب و  $A_t$  از رابطه (۳۰) بدست می‌آید. با جایگزینی آنها در رابطه (۳۱) مقدار  $U$  محاسبه و سپس مقادیر جدید در رابطه (۳۲) قرار داده می‌شود و مقدار  $A$  بدست می‌آید. در نسبت فشار کم می‌توان از روابط مربوط به انتهای ورودی کاملاً باز استفاده کرد [5]. در شکل ۴-ب تغییرات سرعت جریان بر حسب زمان در دهانه ورودی که این دهانه با نرخ  $\phi = \sin(t_i \pi / t_{ref})$  باز می‌شود، نشان داده شده است. در این شکل تغییرات سرعت جریان ورودی در دو حالت کاملاً باز و باز شدن تدریجی دهانه ورودی مقایسه شده است. ملاحظه می‌شود پس از مدتی سرعت خروجی منفی می‌شود یا عبارتی جهت جریان برعکس می‌گردد. در صورتی حداکثر شارژ صورت می‌گیرد که در آستانه منفی شدن سرعت ورودی دهان ورودی کاملاً بسته باشد. ملاحظه می‌شود تغییرات سرعت در دو حالت ورودی کاملاً باز و نیمه باز تفاوت قابل توجهی ندارند. اگر فشار سکون بیرون برابر فشار مینا باشد و از روابط مربوط به انتهای کاملاً باز استفاده شود رابطه مرزی به صورت ساده  $\lambda_{out} = 2 - \lambda_{in}$  در می‌آید.

در فرایندهای تخلیه و پر شدن زمان نهایی به گونه‌ای انتخاب شده است که نیمرخ سرعت در انتهای باز یک دوره تکرار را طی کند. اگر زمان فرایند طولانی شود نیمرخ سرعت با این ویژگی که دامنه تغییرات آن کاهش می‌یابد تکرار خواهد شد. به عبارت دیگر اگر انتهای ورودی برای مدت طولانی باز باشد اختلاف فشار داخل و بیرون لوله به سمت صفر میل می‌کند و سرعت جریان در انتهای باز نیز به سمت صفر میل خواهد کرد.

حسب زمان در دهانه خروجی که این دهانه با نرخ  $\phi = \sin(t_i \pi / t_{ref})$  باز می‌شود با تغییرات سرعت جریان خروجی در دهانه خروجی کاملاً باز مقایسه شده است. ملاحظه می‌شود پس از مدتی سرعت خروجی منفی می‌شود یا به عبارتی جهت جریان برعکس می‌گردد. در صورتی حداکثر تخلیه صورت می‌گیرد که در آستانه منفی شدن سرعت خروجی دهان خروجی کاملاً بسته باشد. در این شکل سرعت لحظه‌ای خروجی در دو حالت باز شدن ناگهانی و تدریجی دهانه خروجی با هم مقایسه شده است. ملاحظه می‌شود سرعت خروجی لحظه‌ای و زمان صفر شدن آن در دو حالت متفاوت است. با گذشت زمان دامنه تغییرات سرعت تخلیه کاهش می‌یابد و هنگامی که فشار داخل و بیرون لوله به تعادل برسد سرعت خروجی صفر خواهد شد.

#### ۲-۳-۴. فرایند پر شدن

شرط مرزی ورودی بر اساس فرضیات زیر می‌تواند اعمال گردد [5, 8].

- از انتقال حرارت و اصطکاک در ورودی صرف نظر می‌شود.

- در نسبت فشارهای مربوط به جریان مادون صوت، فشار بازیافتی در پایین دست جریان صرفنظر می‌گردد.

- در فرایند پر شدن در دهانه ورودی کاملاً باز یا نیمه‌باز جریان آیزنتروپیک فرض می‌شود.

- از اثرات Vena-contracta effects چشم پوشی می‌گردد.

- طول ناحیه ورودی نسبت به طول کانال یا مخزن ناچیز است.

- جریان در همسایگی ورودی یک‌بعدی در نظر گرفته می‌شود.

شرایط مرزی و اولیه لوله با انتهای باز:

$$S_g = S_{ref} = 0 ; u_{sur} = 0 ;$$

$$T_g = T_{o,sur} = T_{ref} = 298 \text{ K} ;$$

$$P_g = P_{ref} ; P_{o,sur} = 1.714 p_{ref} ; L = 12 \text{ m}$$

#### الف) انتهای ورودی کاملاً باز

فشار و دمای سکون محیط معلومند و سرعت جریان در آن صفر و رابطه بیضوی انرژی یکی از روابط مرزی می‌باشد.

$$A_o^2 = \left( \frac{P_o}{P_{ref}} \right)^{\frac{k-1}{k}} = A^2 + \frac{k-1}{2} U^2 \quad (27)$$

با استفاده از روابط و جایگزینی مشخصه ریمانی ورودی بجای سرعت جریان و سرعت صوت، مشخصه ریمانی خروجی از رابطه (۱۹) قابل محاسبه است.

$$\lambda_{out} = \frac{3-k}{k+1} \lambda_{in} + \frac{2}{k-1} \sqrt{[(k^2-1)A_o^2 + 2(1-k)\lambda_{in}^2]} \quad (28)$$

که مشخصه‌های ریمانی ورودی و خروجی به صورت زیر بیان و بعنوان مقادیر مرزی در حل جریان مورد استفاده قرار می‌گیرند.

$$\lambda_{in} = \lambda_I ; \lambda_{out} = \lambda_{II}$$

- اسکلت فاز جامد تراکم ناپذیر است.

- گرمای ویژه حجم ثابت فاز گاز و گرمای ویژه کرنش ثابت فاز جامد ثابتند.

در این پژوهش جریان گاز از میان فاز جامد متخلخل در لوله ضربه-ای مانند شکل ۱ با شرایط مرزی و اولیه زیر مورد مطالعه قرار گرفته است.

$$L = 0.8 \text{ [m]}; L_l = L/2; L_r = L/2$$

$$p_l = 1013250 \text{ [Pa]}$$

$$p_r = 101325 \text{ [Pa]}$$

$$u_{fl} = u_{sl} = 0; u_{fr} = u_{sr} = 0$$

$$T_f = T_s = 300 \text{ [K]}$$

$$E_c = 3.8 \times 10^9 \text{ [Pa]}$$

$$E_T = 26.207 \text{ [kg/m}^3\text{]}; \tilde{F} = 30 \text{ [1/m]}$$

$$T^* = 0.7; \rho_s = 2030 \text{ [kg/m}^3\text{]}$$

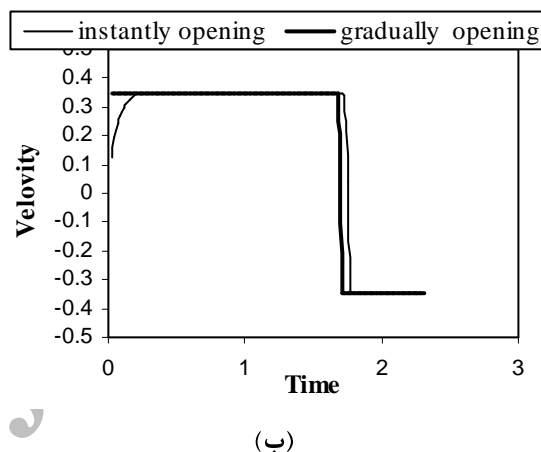
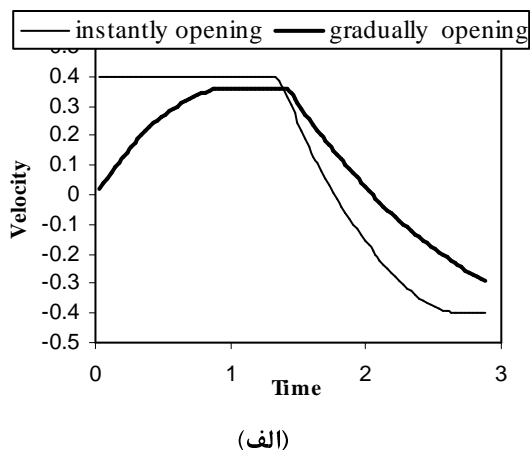
$$C_s = 1200 \text{ [J/kg/K]}$$

شکل ۵ نتایج حل جریان سیال در داخل لوله بدون حضور ماده جامد متخلخل (تخلخل ۱) و جریان سیال در داخل لوله با وجود محیط جامد متخلخل (تخلخل ۰/۷۳) با استفاده از روش دو مرحله-ای لکس-وندروف و محدودکننده FCT با نتایج حل بن-دور مقایسه شده است. این نتایج مربوط به ۰/۱۳ میکروثانیه پس از حذف غشاه می‌باشد. ملاحظه می‌شود نتایج این حل در محل جبهه موج تراکمی کمی نوسان دارد. اگر  $\tilde{F}$  که نشان دهنده ضریب اصطکاک معادل بین فاز سیال و فاز جامد است بیشتر از ۳۰ باشد انحراف نتایج حل از نتایج حل بن-دور در محل جبهه موج تراکمی بیشتر خواهد شد. بن-دور از شکل بقایی یک مرحله‌ای معادلات گسسته برای حل مساله استفاده نموده و روش مهار نوسانات TVD آپویند (upwind) را در بردار شار  $F(W)$  بکار برده است [7]. در حالی که در اینجا از روش حل عددی دومرحله‌ای لکس-وندروف و روش مهار نوسانات FCT در بردار متغیرهای اصلی  $W$  استفاده شده است. البته در این پژوهش از روش مهار نوسانات TVD دیوس نیز استفاده شد اما چون نتایج روش FCT از روش TVD بهتر بود فقط نتایج روش FCT در شکل ۵ نشان داده شده است.

### ۵. نتیجه‌گیری

در این پژوهش تحلیل جریان تراکم پذیر غیر دائم در داخل لوله ضربه پر شده با مواد متخلخل صورت گرفته است. در ضمن روش‌های مختلف عددی همراه با روش‌های نوسانگیر و همچنین شرایط مرزی مختلف بخصوص برای باز شدن ناگهانی و تدریجی در فرایندهای تخلیه و پر شدن اعمال گردیده و نتایج زیر از این بررسی‌ها حاصل شده است.

- روش لکس-وندروف همراه با نوسانگیر FCT شوک حاصل از نسبت فشار بالا در لوله ضربه را بخوبی ردیابی و مهار می‌کند.
- اگر در یک طرف از لوله ضربه در یکی از متغیرهای اصلی نوسان اولیه‌ای ایجاد شود و مرز مشترک دو طرف لوله ضربه دارای



شکل ۴. تغییرات سرعت در دهانه باز یک لوله در دو حالت باز شدن ناگهانی و تدریجی دهانه (الف) در فرایند تخلیه (ب) در فرایند پر شدن

### ۴-۴. جریان گاز در لوله ضربه با محیط متخلخل

جریان گاز از میان محیط متخلخل یکی از مسائل مورد توجه محققین می‌باشد. یکی از موارد کاربرد مواد جامد متخلخل استفاده از مواد متخلخل جاذب صدا در خفه‌کن‌های سیستم خروجی موتور احتراق داخلی است. میزان تخلخل از ۰ تا ۱ قابل تغییر است. میزان تخلخل صفر یعنی همه فضا فقط با فاز جامد اشغال شده است. میزان تخلخل یک یعنی فضا بدون فاز جامد می‌باشد. در حالت کلی میدان حل شامل دو فاز سیال و جامد در نظر گرفته می‌شود. در این صورت دستگاه معادلات (۱) تا (۴) بیان کننده معادلات بقا این دو فاز خواهند بود که بر اساس فرضیات زیر استخراج شده‌اند [7].

- ضریب هدایت دو فاز سیال و جامد ناچیز و قابل صرف نظرند. عبارت دیگر شار حرارت هدایتی صفر است.
- تمام انرژی حاصل از کار نیروی برشی فاز سیال توسط فاز جامد جذب می‌شود.
- چشمه انرژی خارجی وجود ندارد.
- برای حل معادلات مذکور فرضیات زیر نیز در نظر گرفته شده است.
- فاز سیال گاز کامل است.

تراکم پذیر از محیط متخلخل روش مناسبی است. می‌توان این روش حل را توسعه داد.

### مراجع

[1] Horn, C., Roy, K., Frank, P. & Just, T., "Shock-tube study on the high-temperature pyrolysis of phenol", 27<sup>th</sup> Symposium (international) on Combustion", Vol. I, The Combustion Institute, pp 321-328, 1998.

[2] Tanke, D., Wagner, H. G. & Zaslanko, I. S., "Mechanism of the Action of Iron-Bearing Additives on Soot Formation behind Shock Wave", 27<sup>th</sup> Symposium (international) on Combustion", Vol. I, The Combustion Institute, pp 1597-1604, 1998.

[3] Fan, B. C. & Li, H. Z., "Detonatin Supported by Combustible Dust Deposit", 26<sup>th</sup> Symposium (international) on Combustion, Vol. II, The Combustion Institute, pp 3007-3013, 1996.

[4] Kentfield, J. A. C., *Nonsteady One Dimensional Internal Compressible Flows*, Oxford University Press, 1993.

[5] Pearson R. J. & Winterbone, D. E., "The Simulation of Gas Dynamics in Engine Manifolds Using Non-Linear Symmetric Difference Schemes", Proc Instn Mech Engrs Vol 211, part C, 1997, pp 601-622.

[6] Vandewoerde, M., Vierendeels, E. D. & Sierens, R., "A New Total Variation Diminishing Scheme for the Calculation of One-Dimensional Flow in Inlet and Exhaust Pipes of Internal Combustion Engines", Proc Instn Mech Engrs, Vol 212 Part D, 1998.

[7] Ben-Dor, G. & Levy, A., "Numerical Investigation of the Propagation of Shock Waves in Rigid Porous Materials", Int. J. of Num. Meth. For Heat & Fluid Flow, Vol. 7, No. 8, 1997, pp 801-813.

[8] Benson, R. S., *The Thermodynamics and Gas Dynamics of Internal Combustion Engines*, Vol. I, Clarendon Press, Oxford, 1982.

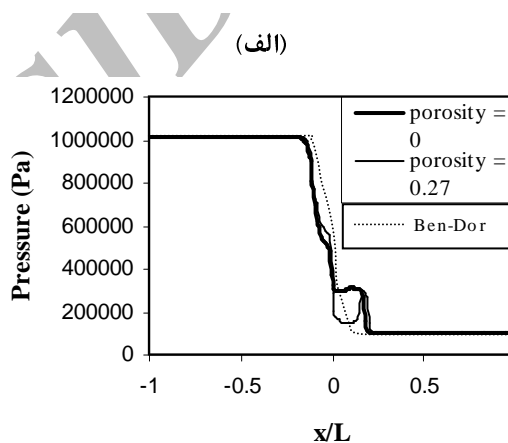
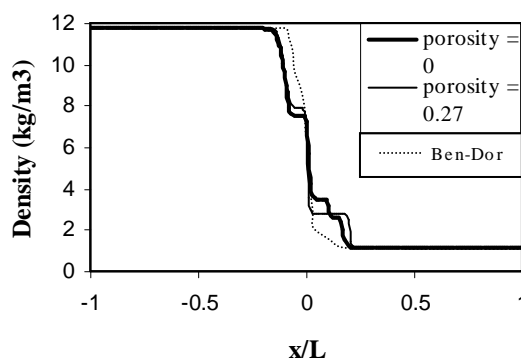
[9] Winterbone, D. & Pearsons, R. J., *Theory of Engine Manifold Design*, Society of Automotive Engineers Inc., USA, 2000.

[10] Payri, F., Desantes, J. M. and Torregrosa, A. J., "Acoustic Boundary Condition for Unsteady One-Dimensional Flow Calculations", J. of Sound and Vib., 188(1), pp 85-110, 1995.

[11] Peizi, L. and Genhua, D., "Experimental and Formulation of Pulsed Jet Noise", Journal of Sound and Vibration, 167(3), pp 385-400, 1993.

[12] Jones, A. D. & Brown, G. L., "Determination of Two-Stroke Engine Exhaust Noise by the Method of Characteristics", J. of Sound and Vibration 82(3), pp 305-327, 1982.

سرعت اولیه باشد، روش لکس-وندروف همراه با نوسانگیر FCT بخوبی شوک را ردیابی و مهار می‌کند. اثر این نوسان اولیه با گذشت زمان به ناحیه دیگر نیز منتقل می‌گردد.



شکل ۵. مقایسه نتایج حل عددی جریان گاز در دو حالت لوله ضربه بدون و با تخلخل با نتایج بن-دور [7].  
(الف) توزیع چگالی (ب) توزیع فشار

- در فرایند تخلیه برای دو حالت انتهای خروجی کاملاً باز و باز شدن تدریجی، نیمرخ سرعت جریان خروجی تفاوت قابل توجهی دارد و بدنبال آن مقدار جرم خروجی متفاوت خواهد بود. بنابراین در فرایند تخلیه نمی‌توان از فرض ساده کننده باز شدن ناگهانی بجای باز شدن تدریجی استفاده کرد.
- در فرایند پر شدن برای دو حالت انتهای ورودی کاملاً باز و باز شدن تدریجی می‌توان از تفاوت نیمرخ سرعت جریان ورودی چشم پوشی کرد. بنابراین در فرایند پر شدن، استفاده از فرض ساده کننده باز شدن ناگهانی بجای باز شدن تدریجی دقت نسبتاً خوبی دارد.
- روش لکس-وندروف همراه با نوسانگیر FCT برای حل لوله ضربه با محیط دو فازی یا بعبارت دیگر جریان غیر دائم سیال



پیوست		نمادها	
	حروف یونانی	a [m/s]	سرعت صوت
$\chi$	تابع محدود کننده	A	سرعت بدون بعد صوت
$\varphi$	نسبت سطح مقطع	C	بردار چشمه (source terms)
$\Phi$	میزان تخلخل	[J/kgC] $C_s$	گرمای ویژه فاز جامد
$\lambda_{in}; \lambda_{out}$	متغیرهای ریمانی	d [m]	قطر
$\nu$	عدد کورنت	$e_o$ [J/kg]	انرژی داخلی مخصوص سکون
$\theta$	شار پخشی	$E_e$ [Pa]	مدول الاستیسیته کرنشی
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	چگالی	$E_T$ [kg/m <sup>3</sup> ]	مدول الاستیسیته حرارتی
$\sigma_s$	تنش موثر	f	ضریب اصطکاک
$\psi$	شار ضدپخشی	F	بردار جمله شار
		F [m <sup>2</sup> ]	سطح مقطع لوله
	زیر نویس ها	[1/m] $\tilde{F}$	ضریب اصطکاک معادل در محیط متخلخل
exit	خروجی	G [N/kg]	جمله چشمه نیروی اصطکاک
f	مربوط به فاز سیال	$h_o$ [J/kg]	انتالپی مخصوص سکون
ref	مینا	k	نسبت گرماهای ویژه
s	مربوط به فاز جامد	L [m]	طول
t	مربوط به گلوگاه	q [W/kg]	نرخ انتقال حرارت
		p [N/m <sup>2</sup> ]	فشار
	اعلائم اختصاری	s [J/kgK]	آنتروپی
AD	Artificial Dissipation	St	ضریب انتقال حرارت بی بعد (عدد استفان)
DD	Diffusion via Damping	t [s]	زمان
FCT	The Flux Corrected Transport	T [K]	دمای گاز
NAD	the Anti-Diffusive Naïve form of	$T^*$	ضریب پیچش (tortuosity coefficient)
TVD	Total Variation Diminishing	u [m/s]	سرعت جریان
		U	سرعت بدون بعد جریان
		W	بردار حالت (متغیرهای اصلی)
		x [m]	موقعیت مکانی