

SUGGESTION A COMPOSED OPTION PRICING MODEL BASED ON BLACK-SCHOLES AND BINOMIAL TREE MODELS (CASE STUDY IN TEHRAN STOCK EXCHANGE)

A.M. Kimiagari & E. Afarideh Sani

Department of Industrial Eng, kimiagar@aut.ac.ir, ehsan.afarideh@gmail.com

Abstract: This paper suggests a composed option pricing model based on black-scholes and binomial tree models. So at first this two models are presented and analyzed. Then we showed black-scholes model is an appropriate option pricing model for stocks with low volatility and binomial trees model is an appropriate option pricing model for stocks with high volatility. Suggested model is a composed model of black-scholes and binomial tree models and volatility is used as selecting model factor. To determine volatility limit quantity, we calculated average volatility of Iran Stock Exchange. For this calculating we selected 32 stocks in two period of time. At the end of paper, suggested model is validated by 2 methods and it's validity is approved by both of them.

ارائه یک روش تلفیقی جهت قیمت گذاری اختیار معامله مبتنی بر دو مدل بلک شولز و درخت دوتایی (مطالعه موردی بازار بورس سهام ایران)

علی محمد کیمیاگری و احسان آفریده ثانی

چکیده: هدف از این مقاله ارائه روشی مناسب جهت قیمت گذاری اختیار معامله مبتنی بر دو روش بلک شولز و درخت دوتایی می‌باشد. بدین منظور به بررسی این دو روش قیمت گذاری پرداخته شده است. آنالیز مدل‌ها در مقاله نشان می‌دهد که مدل بلک شولز مدلی مناسب جهت قیمت گذاری اختیار معامله سهم‌های با volatility پایین و مدل درخت دوتایی مدلی مناسب جهت قیمت گذاری سهم‌ها با volatility بالا می‌باشد. مدل پیشنهاد شده این مقاله مدلی ترکیبی از این دو روش بلک شولز و درخت دوتایی می‌باشد که فاکتور انتخاب روش volatility سهم می‌باشد. جهت محاسبه مقدار کمی حد ممیز volatility، به محاسبه میانگین volatility بازار ایران پرداخته شده است. برای محاسبه این میانگین از ۳۲ سهم بازار بورس تهران استفاده گردیده است. در نهایت مدل ارائه شده به دو روش ریاضی-تحلیلی و نظرسنجی از خبرگان اعتبارسنجی گردیده که نتایج آن در مقاله ذکر گردیده و اعتبار مدل توسط هر دو روش تایید گردیده است.

کلمات کلیدی: اختیار معامله، بلک شولز، درخت دوتایی، بازار بورس ایران

بورس در هر کشور به عنوان یک منبع مهم اقتصاد و تامین سرمایه می‌تواند یک پشتونه قوی برای صنعت و اقتصاد آن کشور محسوب گردد. بنابراین دولتها باستی سعی در فعال نمودن این بازار و جذب سرمایه‌های سرگردان به سمت این بازار نمایند.

یکی از راهکارهای مهم و موثر جهت موفقیت هر بازار و در نتیجه بازار بورس کشور، وجود ابزارها و محصولات متنوع در آن بازار می‌باشد تا تواند بدین وسیله خریداران و سرمایه گذاران مختلف با علایق متفاوت را راضی نموده و هر فرد با هر درجه از ریسک پذیری و سود جویی قادر به انتخاب محصول مورد نظر خود باشد. یکی از

۱. مقدمه

موضوع این مقاله در مورد بررسی برخی روش‌های قیمت گذاری اختیار معامله و انتخاب روش مناسب جهت ایران می‌باشد. رونق

تاریخ وصول: ۸۶/۲/۱۰

تاریخ تصویب: ۸۷/۵/۱

دکتر علی محمد کیمیاگری، استادیار دانشکده مهندسی صنایع دانشگاه صنعتی امیرکبیر، kimiagar@aut.ac.ir
احسان آفریده ثانی فوق لیسانس مهندسی مالی، دانشکده مهندسی صنایع،
دانشگاه صنعتی امیرکبیر ehsan.afarideh@gmail.com

P : احتمال افزایش قیمت در هر حالت
 δ : volatility سهم

$$f_u = e^{-r\Delta t} [Pf_{uu} + (1-P)f_{ud}] \quad (1)$$

$$f_d = e^{-r\Delta t} [Pf_{ud} + (1-P)f_{dd}] \quad (2)$$

$$f = e^{-r\Delta t} [Pf_u + (1-p)f_d] \quad (3)$$

با جایگزینی f_u و f_d از معادله (۱) و (۲) داریم:

$$f = e^{-r\Delta t} [P^2 f_{uu} + 2P(1-P)f_{ud} + (1-P)^2 f_{dd}] \quad (4)$$

همچنین مقادیر u و d با استفاده از روابط زیر محاسبه می‌گردند:

$$u = e^{\delta\sqrt{\Delta t}} \quad d = e^{-\delta\sqrt{\Delta t}} \quad (5)$$

$$P = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d} \quad (6)$$

متغیرهای P^2 ، $2P(1-P)$ و $(1-P)^2$ برابر با احتمال وقوع گرههای نهایی بالایی، میانی و پایینی (به ترتیب) می‌باشند. ما همچنین می‌توانیم از درختهای ۳ مرحله‌ای، ۴ مرحله‌ای و ... استفاده نماییم. شیوه محاسبه قیمت اختیار معامله با این درخت‌ها نیز به همین صورت می‌باشد. به صورت کلی بایستی در ابتدا قیمت سهم را با استفاده از ضریب u و d در گرههای مختلف درخت محاسبه نماییم تا در نهایت به گرههای پایانی درخت دست یابیم. سپس از گره‌های پایانی و طی یک فرایند جلو به عقب (back ward) در ابتدا قیمت اختیار معامله در گره‌های نهایی (سود حاصل از به اجرا گذاری اختیار معامله برای خریدار) را محاسبه نماییم و سپس این قیمت‌ها را با نرخ بهره بدون ریسک تعدیل نموده و به سمت گره ابتدایی درخت حرکت نماییم [۴].

۲-۲. مدل قیمت‌گذاری بلک شولز

یکی از مدل‌های مطرح در بحث قیمت‌گذاری مشتقات مالی و بویژه اختیار معامله‌ها مدل بلک شولز می‌باشد. شکل کلی معادله بلک شولز به صورت زیر می‌باشد. این معادله جهت قیمت‌گذاری بسیاری از مشتقات مالی و بویژه اختیار معامله کاربرد دارد [۵-۶]. قبل از ارائه رابطه‌های این قسمت به تعریف یکسری متغیرهای استفاده شده در این قسمت پرداخته می‌شود:

f : بازده اختیار معامله
 t : زمان
 S : قیمت سهم

مسئل مهم در مورد هر ابزار مالی و از جمله اختیار معامله، بحث قیمت‌گذاری می‌باشد. از آنجاییکه سیاست بازار بورس کشورمان نیز بر متنوع سازی ابزارهای مالی می‌باشد، ضرورت انجام چنین تحقیقاتی کاملاً احساس می‌شود.

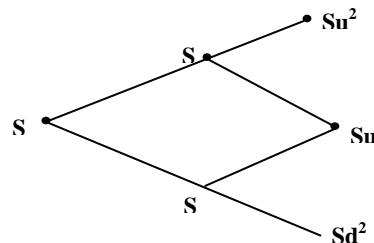
با توجه به جدید بودن موضوع اختیار معامله در ایران و پس از بررسی تحقیقات و پژوهش‌های انجام شده در کتابخانه‌ها و پایگاه‌های اسناد تحقیقی در این زمینه مشاهده نگردید و نیاز به تحقیقات بیشتر در این زمینه کاملاً احساس می‌گردد. معتبرترین مدل‌های قیمت‌گذاری اختیار معامله در دنیا دو مدل بلک شولز و درخت دوتایی می‌باشد که در این تحقیق به بررسی و استفاده از آنها به منظور ارائه مدلی مناسب با بازار بورس ایران پرداخته شده است.

۲. مدل‌های قیمت‌گذاری اختیار معامله

۲-۱. مدل درخت‌های دوتایی

روش درخت‌های دوتایی یکی از روش‌های بسیار معروف و پرکاربرد در بحث قیمت‌گذاری اختیار معامله می‌باشد. این روش شامل رسم درخت دوتایی می‌باشد که این درخت‌ها مسیر حرکت قیمت سهم و همچنین قیمت اختیار معامله را در زمانهای مختلف نمایش می‌دهند. درخت دوتایی را می‌توان با گام‌های مختلف رسم کرد. در یک بازه زمانی ثابت (T) هر چه تعداد گام‌ها بیشتر باشند، درخت، مسیرها و حالت‌های بیشتری را بررسی می‌کند و دقت محاسبات بیشتر می‌شود [۱].

در این قسمت رابطه‌های کلی محاسبه قیمت اختیار معامله را با استفاده از یک درخت دو مرحله‌ای استخراج می‌نماییم. شکل ۱ را در نظر بگیرید. فرض می‌کنیم که در این مورد قیمت اولیه سهم برابر با S باشد در هر گام قیمت سهم می‌تواند به اندازه ضریب u افزایش یابد یا به اندازه ضریب d کاهش پیدا کند ($u > 1$ و $d < 1$). فرض می‌کنیم نرخ بهره بدون ریسک برابر با r باشد و همچنین طول بازه زمانی در هر گام برابر با Δt باشد.



شکل ۱. نمونه یک درخت دوتایی دو مرحله‌ای

می‌توانیم قیمت اختیار معامله در هر گره را با استفاده از روابط زیر محاسبه نماییم [۳-۲]:

میزان بازدهی اختیار معامله در موقعیت X

نمود. برای محاسبه قیمت اختیار فروش می‌توان روابط مشابهی استخراج نمود و یا بعد از محاسبه اختیار خرید، با توجه به رابطه Put-Call Parity قیمت اختیار فروش مربوطه را محاسبه نمود. با توجه به این رابطه قیمت اختیار فروش با توجه به رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$P = Xe^{-r(T-t)}N(-d_2) - SN(-d_1) \quad (14)$$

۳. آنالیز مدل‌ها

۱-۳. مدل بلک شولز

این مدل یکی از معتبرترین مدل‌های موجود جهت قیمت گذاری اختیار معامله‌ها و علی‌الخصوص اختیار معامله‌های اروپایی می‌باشد و عملًا در بسیاری از کشورها جهت قیمت گذاری اختیار معامله از این مدل استفاده می‌شود که به عنوان مثال می‌توان به بورس‌های استرالیا، فرانسه اشاره کرد. البته این مدل مانند هر مدلی دارای فرضیاتی در مورد بازار می‌باشد که در بعضی شرایط این مفروضات نقص می‌شوند [۴]. از این‌رو برخی افراد نظری ملتون مدل‌هایی را جهت اصلاح این فرضها ارائه کرده اند ولی این مدل‌ها گرچه یک فرضیه خاص را بهبود داده اند ولی در مجموع انحراف زیادی را از شرایط مطلوب بازار حاصل نموده اند و به راحتی و صراحتاً فاقد اعتبار تلقی شده‌اند. مدل بلک شولز جهت قیمت‌گذاری اختیار معامله در ابتدا یک پرتفولیو بدون ریسک متشکل از سهم و اختیار معامله تشکیل می‌دهد و توسط پارامتری به نام دلتا (Δ) نسبت میان سهم و اختیار معامله را به نحوی انتخاب می‌کند که پرتفولیو بدون ریسک گردد [۷]. به عنوان مثال محاسبه می‌گردد که برای بدون ریسک بودن پرتفولیو بایستی به ازای هر اختیار معامله، Δ سهم نگهداری شود و این مقدار در ابتدای قیمت گذاری محاسبه می‌گردد و بایستی تا زمان سرسید اختیار معامله حفظ گردد. مساله‌ای که اتفاق می‌افتد این است که سهم در طول زمان نوسان می‌کند و قیمت آن تغییر می‌نماید و این مقدار Δ دیگر به ازای قیمت جدید سهم صادق نمی‌باشد [۷]. برای اینکه این پرتفولیو بدون ریسک باقی بماند بایستی این مقدار Δ به صورت مداوم و متناوباً به روز رسانی و متوازن گردد تا صحت فرض مدل بلک شولز ثابت باقی بماند. چنانچه volatility مربوط به یک سهم زیاد باشد این فرض سریعتر نقص می‌شود و انحراف از مدل حاصل می‌شود [۸]. بنابراین مدل بلک شولز در مواردی که volatility به سهم کمتر باشد بهتر عمل می‌نماید و قیمت محاسبه مربوط به سهم آن بهتر است. [۱۱و۱۰].

بنابراین مدل بلک شولز قیمت اختیار معامله‌های را خیلی بهتر از اختیار معامله‌های in the money و money out of the money محاسبه می‌نماید. بنابراین از این مدل جهت سهم‌هایی با volatility کمتر استفاده می‌گردد [۱۱]. همچنین

r :	نرخ بازده بدون ریسک
T	دوره اختیار معامله
ϕ :	معرف توزیع نرمال
N :	معرف توزیع نرمال استاندارد
d_1, d_2 :	عنصر واسطه محاسباتی

$$\frac{\partial f}{\partial t} + rs \frac{\partial f}{\partial S} + \frac{1}{2} \delta^2 S^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} = rf$$

در قسمت بعد صورت ساده‌تر این معادله جهت قیمت گذاری اختیار معامله توضیح داده می‌شود.

۲-۲-۱. فرمول قیمت‌گذاری اختیار معامله توسط مدل بلک شولز

مقدار مورد انتظار بازده اختیار خرید در زمان سرسید در دنیا بدون ریسک برابر است با [۸]:

$$\max(S_T - X, 0) \quad (7)$$

و ارزش اختیار خرید برابر با ارزش فعلی این بازده می‌باشد بنابراین دارایم:

$$C = e^{-r(T-t)}[\max(S_T - X, 0)] \quad (8)$$

همچنین در یک دنیای بدون ریسک، $\ln S_T$ دارای یک توزیع نرمال به شکل زیر می‌باشد:

$$\ln S_T \sim \phi \left[\ln S + \left(r - \frac{\delta^2}{2} \right)(T-t), \delta \sqrt{T-t} \right] \quad (9)$$

با توجه به ارزشگذاری سمت راست معادله (۸) نتایج زیر حاصل می‌گردد:

$$C = SN(d_1) - Xe^{-r(T-t)}N(d_2) \quad (10)$$

بطوریکه:

$$d_1 = \frac{\ln \left(\frac{S}{X} \right) + \left(r + \frac{\delta^2}{2} \right)(T-t)}{\delta \sqrt{T-t}} \quad (11)$$

$$d_2 = \frac{\ln \left(\frac{S}{X} \right) + \left(r + \frac{\delta^2}{2} \right)(T-t)}{\delta \sqrt{T-t}} = d_1 - \delta \sqrt{T-t} \quad (12)$$

همچنین رابطه ۱۰ می‌تواند به شکل زیر نوشته شود.

$$C = e^{-r(T-t)} \left[SN(d_1)e^{r(T-t)} - XN(d_2) \right] \quad (13)$$

با توجه به رابطه بالا می‌توان قیمت یک اختیار خرید را محاسبه

مکمل‌های بسیار مناسبی جهت یکدیگر بوده و نوافع یکدیگر را پوشش دهنده. بنابراین بایستی این دو مدل را با یکدیگر ترکیب کرده و از مدل حاصله جهت قیمت‌گذاری اختیار معامله در ایران استفاده نماییم. فاکتور مناسب و موثر جهت تعیین مرز جدایی این دو مدل volatility سهم می‌باشد بدین صورت که بایستی جهت محاسبه قیمت اختیار معامله سهم هایی با volatility پایین از روش بلک شولز و سهم های با volatility بالا از روش درخت‌های دو تایی استفاده نمود. بنابراین جهت محاسبه قیمت اختیار معامله مربوط به یک سهم بایستی در ابتدا volatility آن سهم را محاسبه نمود. جهت محاسبه این volatility قیمت‌های تاریخی آن سهم مورد نیاز می‌باشد. مساله دیگری که در توسعه مدل در این مقاله مهم می‌باشد مشخص کردن حد volatility جهت انتخاب مدل می‌باشد. بدین منظور میانگین volatility بازار به عنوان حد جدایی در نظر گرفته شد. به منظور محاسبه volatility تعدادی از سهم‌های بازار بورس اوراق بهادار به عنوان سهم‌های نمونه انتخاب گردیده و volatility ها به عنوان volatility بازار در نظر گرفته شد. به منظور اینکه این نمونه‌برداری و انتخاب سهم‌های مورد نظر به منظور کاملاً متنوع و از تمامی طبقات سهم‌های بازار انتخاب گردد در ابتدا به طبقه‌بندی انواع سهم‌های موجود در بازار بورس تهران پرداختیم و سپس از هر طبقه چند سهم را به صورت انتخابی معین نمودیم. این طبقه‌بندی به شرح زیر می‌باشد:

- شرکتهای سرمایه‌گذاری، شرکتهای خودرویی، شرکتهای سیمانی، شرکتهای نفت و پتروشیمی، شرکتهای بانکی و بیمه‌ای، شرکتهای دارویی، شرکتهای معدنی، شرکتهای شیمیایی، شرکتهای لیزینگ، شرکتهای صنعتی/تولیدی
- این طبقه بندی بر اساس تنوع صنعت و تعداد شرکتهای موجود از هر دسته در بازار بورس صورت گرفته است. لیست شرکتهایی که در این طبقات به عنوان نمونه انتخاب گردیده اند به شرح زیر می‌باشد:
 - شرکتهای سرمایه‌گذاری شامل: سرمایه‌گذاری آتبه دماوند، سرمایه‌گذاری ملت، سرمایه‌گذاری پتروشیمی
 - شرکتهای خودرویی شامل: ایران خودرو، پارس خودرو، زامیاد
 - شرکتهای سیمانی شامل: سیمان صوفیان، سیمان تهران
 - شرکتهای نفتی و پتروشیمی شامل: نفت بهران، پتروشیمی شیراز، پتروشیمی خارک
 - شرکتها دارویی شامل: داروسازی رازی، داروسازی فارابی
 - شرکتهای معدنی شامل: چادرملو
 - شرکتهای شیمیایی شامل: نیرو کلر، پارس پامچال
 - شرکتهای لیزینگ شامل: لیزینگ ایران، لیزینگ صنعت و معدن
 - شرکتهای صنعتی/تولیدی شامل: آزمایش، بوتان، فولاد کاویان، سالمین، گروه بهمن، کاشی تکسram، لاستیک دنا، مهرام، ماشین سازی ارک، افست، شیشه فزوین

یکی از مفروضات مدل بلک شولز، بدون ریسک بودن بازار است و بازار را بدون ریسک فرض می‌کند. همانطور که از ورودی‌های این مدل مشخص است این مدل ریسک را در هیچیک از قسمت‌های خود در نظر نگرفته است و چنانچه volatility مربوط به یک سهم زیاد باشد ریسک حاصله زیاد می‌گردد [۷]. بنابراین چنانچه پیشتر نیز استنتاج شد مدل بلک شولز در مواردی که volatility مربوط به یک سهم کمتر باشد بهتر می‌تواند قیمت مناسب اختیار معامله را محاسبه نماید [۸و۹].

۳-۲. مدل درخت دوتایی

همانطور که پیش تر توضیح داده شد این مدل یکی از مدل‌های قیمت‌گذاری اختیار معامله می‌باشد. این مدل در هر گام نوسانات مربوط به قیمت سهم را در یک فرایند دوتایی رسم می‌نماید و قیمت سهم را در پایان هر گام محاسبه می‌نماید. این محاسبات بر اساس احتمال حرکت سهم به سمت بالا و یا به سمت پایین و با توجه به ضریب افزایش و کاهش قیمت سهم توسط روابطی خاص که توضیح داده شد انجام می‌پذیرد. هر چه تعداد گامهای این مدل بیشتر باشد دقت محاسباتی مدل و به فراخور آن حجم محاسباتی افزایش می‌یابد به طوری که در یک مدل دوتایی با ۳۰ گام، قیمت‌های مربوط به حدود یک میلیارد مسیر بررسی می‌گردد [۹و۱۰]. این مدل ماهیتاً از یک پرتفولیوی بدون ریسک (شامل اختیار معامله و سهم) جهت قیمت‌گذاری استفاده می‌نماید که دلتای مربوط به این پرتفولیو در هر گام محاسبه و به روز می‌گردد [۱۰]. این مدل به دلیل ماهیت خود و گستردگی نگاه به آینده از مدل‌های پرکاربرد در قیمت‌گذاری اختیار معامله می‌باشد و جهت قیمت‌گذاری اختیار معامله‌های آمریکایی و اروپایی استفاده می‌گردد. مزیت اصلی این مدل رسم حالت‌های مختلف حرکت قیمت سهم می‌باشد و بنابر این ویژگی از گستردگی زیادی برخوردار بوده و جهت قیمت‌گذاری اختیار معامله مربوط به سهم‌هایی که دارای volatility بالایی می‌باشند قابل کاربرد است و همچنین جهت محاسبه اختیار معامله‌های آمریکایی که مشخصه اصلی آنها ریسک بالا می‌باشد [۱۱و۱۲]. این مدل در بازارهای زیادی در دنیا نظری بازار استرالیا، شیکاگو، لندن کاربرد دارد. در مجموع مدل قیمت‌گذاری درخت‌های دوتایی جهت قیمت‌گذاری سهم‌هایی که از بالایی برخوردار می‌باشند پر کاربرد بوده و می‌تواند در کنار مدل بلک شولز، که دارای ویژگی‌های مکمل این مدل می‌باشد، مدل مناسبی جهت قیمت‌گذاری اختیار معامله باشد.

۴. توسعه و تشریح مدل

هدف این قسمت ارائه یک مدل قیمت‌گذاری مناسب جهت استفاده در بازار ایران می‌باشد. همانطور که در بررسی ویژگی‌های این دو مدل مشخص گردید، مدل بلک شولز و درخت‌های دوتایی می‌توانند

اطلاعات مربوط به قیمت این سهم‌ها در بازه‌های زمانی فوق الذکر از بازار بورس اوراق بهادار تهران اخذ گردیده است. سهم‌های مورد استفاده باستی دارای ویژگیهایی در بازه زمانی مورد استفاده باشند. به عنوان مثال مجمع عادی و فوق العاده‌ای در این بازه نداشته باشند، در این بازه افزایش سرمایه صورت نپذیرفته باشد، تقسیم سود و شکست سهم صورت نپذیرفته باشد و بطور کلی سهم دارای وضعیت عادی و قابل معامله باشد که تمامی موارد فوق در مورد سهم‌های مورد استفاده در نظر گرفته شده است. نتایج این محاسبات مطابق جدول ذیل می‌باشد:

- شرکتهای بیمه‌ای و بانکی شامل: بانک اقتصاد نوین، بانک پارسیان پس از انتخاب سهام مورد نظر باستی volatility مربوط به این سهم‌ها محاسبه گردد و سپس با استفاده از این اطلاعات، سهم volatility مربوط به بازار محاسبه گردد. بدین منظور اطلاعات ۵ ماهه مربوط به قیمت این سهم‌ها در دو مقطع زمانی به صورت جداگانه مورد استفاده قرار گرفته است. بازه زمانی اول ماههای شهریور، مهر، آبان، آذر و دی سال ۸۳ و بازه زمانی دوم ماههای فوق الذکر سال ۸۴ بوده است.

جدول ۱. نتایج محاسبه volatility سهم‌ها در سال ۸۳ و ۸۴

volatility	ردیف	نام شرکت	volatility		ردیف	نام شرکت
			۸۴	۸۳		
۸۴	۸۳					
۵۴	۴۵	آزمایش	۱۷	۳۶	۴۸	سرمایه گذاری ملت
۲۸	۲۴	بوتان	۱۸	۳۹	۵۷	سرمایه گذاری پتروشیمی
۳۴	۲۹	فولاد کاویان	۱۹	۱۴	۸	ایران خودرو
۲۰	۱۸	سالمین	۲۰	۱۶	۲۶	پارس خودرو
۲۳	۳۰	گروه بهمن	۲۱	۱۶	۲۶	زامیاد
۴۲	۲۳	کاشی تکسram	۲۲	۱۷	۲۳	سیمان صوفیان
۳۰	۲۲	لاستیک دنا	۲۳	۱۹	۲۲	سیمان تهران
۳۸	۴۵	مهرام	۲۴	۱۵	۲۱	نفت بهران
۱۲	۴۰	ماشین سازی اراک	۲۵	۴۰	۴۱	پتروشیمی فارابی
۲۳	۳۷	افست	۲۶	۳۰	۲۹	پتروشیمی خارک
۳۷	۲۲	شیشه قزوین	۲۷	۲۷	۲۸	داروسازی رازی
۱۲	۱۹	بانک اقتصاد نوین	۲۸	۲۰	۲۹	داروسازی فارابی
۳۷	۲۹	بانک پارسیان	۲۹	۳۰	۲۳	چادرملو
۲۴	۳۸	پاکسان	۳۰	۲۸	۴۶	نیروکلر
-	۴۱	شیمیایی سینا	۳۱	۴۱	۴۰	پارس پامچال
۴۲	-	لیزینگ صنعت و معدن	۳۲	۴۳	-	لیزینگ ایران

به منظور محاسبه قیمت اختیار معامله مربوط به یک سهم خاص در بازار ایران باستی در ابتدا پارامترهای توافقی محاسبه قیمت اختیار معامله نظری زمان سرسید، قیمت آتی توافقی، نوع اختیار معامله و غیره مشخص گرددند.

با توجه به محاسبات بالا میانگین volatility بازار ایران برابر با ۳۰ محاسبه گردیده است. بنابراین مدل نهایی ارائه شده در این پژوهه به شکل زیر می‌باشد:

مختلف صورت گرفته است که این چهار قیمت برابر با $+0,05$ ، $-0,05$ ، $+0,1$ ، $-0,1$ قیمت اولیه سهم ها در آن تاریخ بوده است. ۸ سهم انتخاب گردیده از بازار بورس تهران به شرح ذیل می باشند: سرمایه گذاری پتروشیمی، سرمایه گذاری ملت، بوتان، ماشین سازی ارک، ایران خودرو، چادرملو، پتروشیمی آبادان، نفت بهران

سپس باقیستی volatility مربوط به سهم توسط داده های تاریخی قیمت سهم محاسبه گردند. چنانچه volatility سهم پایین تر از 30% باشد روش بلک شولز روش مرجح جهت محاسبه قیمت اختیار معامله می باشد و چنانچه این volatility بالاتر از 30% باشد روش درخت دوتایی روش مناسب جهت محاسبه قیمت اختیار معامله می باشد.

۱-۱-۵. محاسبه معیارهای مقایسه مدل ها

در این قسمت به بیان نحوه محاسبه معیارهای مقایسه مدل ها می پردازیم. همانطور که بیان شد معیار مقایسه بر پایه میزان سود و زیان خریدار و فروشنده اختیار معامله می باشد. بدیهی است که در پایان زمان سرسید اختیار معامله، سود خریدار برابر با زیان فروشنده و ضرر خریدار برابر با سود فروشنده می باشد. بنابراین ما به محاسبه سود و زیان خریدار اختیار معامله بسته می کنیم که برابر با سود و زیان فروشنده نیز می باشد.

همانطور که مطرح شد، مدل برتر مدلی است که در آن سود و ضرر خریدار و فروشنده نزدیک به صفر باشد، بدین معنی که هر چه مجموع سود و ضرر خریدار و فروشنده کمتر باشد کارکرد مدل بهتر است.

بنابراین به محاسبه این مجموع پرداخته شد که البته در هر حالت یا سود حاصل می گردد و یا زیان حاصل می شود. بنابر این مجموع سود و ضرر خریدار در هر حالت یا شامل سود آن حالت و یا شامل ضرر آن حالت می باشد و بدیهی است که اتفاق توامان سود و ضرر برای یک طرف معامله ممکن نمی باشد.

حال به بیان نحوه محاسبه این مقادیر می پردازیم: در ابتدا برای ۸ سهم انتخابی، زمان عقد قرارداد اختیار معامله مشخص می گردد. سپس دوره سرسید اختیار معامله و نوع آن و قیمت توافقی آنی مشخص می گردد که دوره سرسید تمامی اختیار معامله ها ۳ ماهه در نظر گرفته شده است. سپس با استفاده از داده های تاریخی قیمت سهم ها به محاسبه volatility سهم پرداخته می شود و پس از مشخص شدن (شامل اختیار خرید و اختیار فروش) معامله سهم در بازه ۳ ماهه (شامل اختیار خرید و اختیار فروش) محاسبه می گردد. بعد از انجام این محاسبات و با مشخص کردن قیمت واقعی سهم در پایان دوره ۳ ماهه، به محاسبه مجموع سود و ضرر خریدار اختیار معامله پرداخته می شود.

این محاسبات به شرح زیر می باشند:

- چنانچه اختیار معامله ما اختیار خرید باشد و قیمت سهم در پایان دوره اختیار خرید بیشتر از قیمت آتی توافقی باشد:

در این صورت خریدار اختیار معامله اقدام به اجرای اختیار معامله خود می نماید ولی نمی توانیم بیان کنیم که در این معامله لزوماً سود نموده است، زیرا مبلغی را به عنوان قیمت اختیار خرید در ابتدا

۵. اعتبارسنجی مدل ارائه شده

این بخش شامل اعتبارسنجی مدل پیشنهاد شده در قسمت قبل می باشد. اعتبارسنجی این مدل به دو صورت انجام گردیده است. نوع اول اعتبارسنجی به صورت ریاضی و تحلیلی و نوع دوم اعتبارسنجی توسط نظرسنجی از خبرگان که در قسمتهای بعد به توضیح مفصل آنها پرداخته شده است.

۱-۵. اعتبارسنجی ریاضی - تحلیلی

قبل از بیان نحوه اعتبارسنجی مدل، در این قسمت به بیان یک اصل مهم در قیمت گذاری اختیار معامله پرداخته می شود که اعتبارسنجی در این قسمت بر پایه این اصل صورت پذیرفته است. هر مدل قیمت گذاری اختیار معامله، سعی در مشخص نمودن قیمت اختیار معامله به گونه ای دارد که در پایان دوره سرسید اختیار معامله و پس از به اجرا گذاری آن هیچ یک از طرفین قرارداد اختیار معامله، با توجه به در نظر گرفتن ارزش زمانی پول، متholm هیچگونه سود و زیانی نگردد. یعنی در پایان دوره سرسید اختیار معامله، خریدار و فروشنده اختیار معامله متholm سود و زیان نگردد

[۸-۷]

البته باقیستی در نظر داشت که به دلیل وجود عدم قطعیت های بسیار زیاد در بازارهای مالی امکان تحقق این امر بسیار ضعیف و نزدیک به صفر می باشد، ولی به عنوان یک معیار نسبی، هر روشی که در این زمینه انحراف کمتری داشته باشد می تواند به عنوان روش مرجح انتخاب گردد. در این قسمت کارایی روش پیشنهاد شده در این مقاله با مدل های استفاده شده در این مدل یعنی مدل بلک شولز و درخت های دوتایی مقایسه می گردد.

بدین منظور ۸ سهم از بازار بورس تهران انتخاب گردیده و برای یک دوره زمانی ۳ ماهه در ابتدای سال ۸۳ قیمت اختیار خرید و اختیار فروش این سهم ها به سه روش بلک شولز، درخت های دو تایی و روش پیشنهادی مقاله محاسبه گردیده است. این ۸ سهم به گونه ای انتخاب گردیده است که volatility چهار سهم بالای volatility بازار و میانگین چهار سهم دیگر پایین تر از میانگین volatility بازار می باشند. همچنین این ۸ سهم در دوره سرسید خود، دارای سود تقسیمی و شکست سهم نیز نبوده اند. سپس محاسبات قیمت اختیار معامله برای چهار قیمت آتی توافق شده

- چنانچه اختیار معامله ما اختیار فروش باشد و قیمت سهم در پایان دوره اختیار فروش بیشتر از قیمت آتی توافقی باشد:

در این صورت خریدار اختیار فروش اقدام به اجرای اختیار معامله خود نمی‌نماید و متحمل ضرر می‌گردد که این مبلغ ضرر برابر است با ارزش کنونی پول پرداخت شده توسط وی در زمان عقد قرارداد. این مبلغ برابر است با [۷]:

$$Pe^{rT} = \text{زیان خریدار اختیار خرید} \quad (19)$$

بنابراین و با توجه به مسائل مطرح شده در بالا مجموع سود و ضرر خریدار اختیار فروش برابر است با [۷]:

$$\begin{aligned} \text{If } (S_T - X) < 0 \rightarrow |X - S_T| - Pe^{rT} \\ \text{If } (S_T - X) < 0 \rightarrow Pe^{rT} \end{aligned} \quad (20)$$

۱-۲. محاسبه عملی مقادیر مجموع سود و زیان
در این قسمت به محاسبه عملی مقادیر سود و زیان در مورد ۸ سهم ذکر شده پرداخته شده است.
سهم‌های انتخاب شده جهت این محاسبات، قیمت فعلی این سهم‌ها در تاریخ انتخاب شده، volatility سهم‌ها و قیمت سهم در زمان سرسید در جدول زیر آورده شده است.

جدول ۲. اطلاعات اولیه ۸ سهم مورد استفاده

نام سهم	قیمت فعلی	تاریخ فعلی	volatility	قیمت سهم در زمان سرسید
سرمایه‌گذاری پتروشیمی	۲۸۵۸	۸۳/۲/۱	.۰۳۵	۷۴۴۰
سرمایه‌گذاری ملت	۱۷۶۰	۸۳/۲/۱	.۰۲۷	۴۶۰۳
بوتان	۱۰۶۰	۸۳/۲/۱	.۰۳۲	۲۰۳۸
ماشین سازی ارak	۳۵۲۶	۸۳/۱/۱۰	.۰۳۶	۲۹۸۱
ایران خودرو	۷۱۳۸	۸۳/۲/۱	.۰۲۸	۶۳۶۲
چادرملو	۱۰۵۹۹	۸۳/۲/۱	.۰۴۳	۹۱۹۲
آبادان پتروشیمی	۱۰۴۲۰	۸۳/۲/۱	.۰۲۱	۲۰۱۲۶
نفت بهران	۲۵۳۴۲	۸۳/۲/۲	.۰۱۵	۲۷۶۴۶

به فروشنده اختیار خرید پرداخت کرده است. سود یا زیان خریدار اختیار خرید در این صورت به شرح زیر می‌باشد: [۷]

$$S_t - X - Pe^{rT} = \text{سود یا زیان} \quad (15)$$

قیمت اختیار معامله C, P
قیمت آتی توافقی X :
چنانچه این مبلغ بیشتر از صفر باشد خریدار اختیار خرید سود نموده و چنانچه این مبلغ کمتر از صفر باشد خریدار اختیار خرید ضرر نموده است.

- چنانچه اختیار معامله ما اختیار خرید باشد و قیمت سهم در پایان دوره اختیار خرید کمتر از قیمت آتی توافقی باشد: در این صورت خریدار اختیار خرید اقدام به اجرای اختیار معامله خود نماید و بنابر این در این حالت قطعاً متحمل ضرر می‌شود که این مبلغ ضرر برابر است با ارزش کنونی پول پرداخت شده توسط وی در زمان عقد قرارداد. این مبلغ برابر است با [۷]

$$Pe^{rT} = \text{زیان خریدار اختیار خرید} \quad (16)$$

بنابراین و با توجه به مسائل مطرح شده در بالا مجموع سود و زیان خریدار اختیار خرید برابر است با [۷]:

$$\begin{aligned} \text{if } (S_T - X) > 0 \rightarrow |S_T - X| - Pe^{rT} \\ \text{if } (S_T - X) < 0 \rightarrow Pe^{rT} \end{aligned} \quad (17)$$

- چنانچه اختیار معامله ما اختیار فروش باشد و قیمت سهم در پایان دوره اختیار فروش کمتر از قیمت آتی توافقی باشد:

در این صورت خریدار اختیار معامله اقدام به اجرای اختیار فروش خود نماید ولی نمی‌توان به صورت قطعی بیان کرد که در این معامله سود نموده است زیرا فرد خریدار مبلغی را در ابتدا و به عنوان قیمت اختیار فروش، به نویسنده این اختیار معامله پرداخت نموده است.

سود یا زیان خریدار اختیار فروش در این صورت به شرح زیر می‌باشد [۷]:

$$X - S_T - Pe^{rT} = \text{سود یا زیان} \quad (18)$$

چنانچه این مبلغ بیشتر از صفر باشد خریدار اختیار فروش سود نموده است ولی چنانچه این مبلغ کمتر از صفر باشد، خریدار اختیار فروش ضرر نموده است.

همانطور که از جداول بالا مشاهده می‌گردد در مورد هر چهار سری قیمت آتی توافق شده مختلف مورد بررسی، مجموع سود و زیان خریداران و فروشنده‌گان اختیار معامله به روش پیشنهادی بروزه، از دو روش درخت‌های دوتایی و بلک شولز کمتر بوده است که این مساله نشان دهنده اعتبار مدل جهت بازار ایران می‌باشد.

۲-۵. اعتبارسنجی به روش نظرسنجی از خبرگان

در این قسمت و جهت تعیین اعتبار مدل از نظر خبرگان اختیار معامله، پرسشنامه‌ای تهیه گردیده است. این پرسشنامه شامل ۶ سوال می‌باشد و توسط ۱۰ تن از صاحب‌نظران بحث اختیار معامله تکمیل گردیده است.

این پرسشنامه به گونه‌ای طراحی گردیده است که محتوای سوالات دقیقاً موضوع مورد مطالعه را بستجد. بدین منظور پس از طراحی مقدماتی پرسشنامه سوالات مربوطه در چندین مرحله مورد بررسی قرار گرفته است و در این رابطه قابل فهم بودن سوالات و مرتبط بودن هدف آزمون با سوالات مطرح شده مورد بررسی قرار گرفته و پس از نهایی شدن پرسشنامه در اختیار خبرگان قرار داده شده است. نتایج این پرسشنامه‌ها به دو صورت تحلیل می‌گردد:

- ۱ آزمون انحراف استاندارد
- ۲ آزمون بینم

۳-۵. آزمون انحراف استاندارد

جدول تست نتایج انحراف استاندارد به شرح زیر می‌باشد. همانطور که از جدول نتایج مشخص می‌باشد در کلیه موارد مقدار انحراف استاندارد کمتر از یک می‌باشد. یعنی جواب‌ها انحراف زیادی از یکدیگر ندارند و مقدار انحراف استاندارد در حد قابل قبول می‌باشد.

جدول ۷. نتایج تست آزمون انحراف استاندارد

Item Statistics

	Mean	Std. Deviation	N
question1	4.70	.483	10
question2	4.10	.738	10
question3	4.20	.632	10
question4	3.90	.568	10
question5	4.10	.738	10
question6	4.20	.632	10

۴-۵. تست بینم

برای تحلیل داده‌های پرسشنامه‌های تکمیل شده برای کلیه سوالات فرض‌هایی به شرح زیر تعریف شده است و در کلیه سوالات $\mu \leq 3$ را به عنوان فرض صفر و $\sigma \geq 3$ را به عنوان فرض یک قرار داده‌ایم. البته جهت اطمینان بیشتر این فرضیات با نظر سختگیرانه می‌باشد. سوال یک: انتخاب دو مدل بلک-شولز و درخت‌های دوتایی به عنوان مدل‌های معتبر فرض صفر: دو مدل انتخاب شده جزء معتبرترین مدل‌های قیمت‌گذاری اختیار معامله نمی‌باشند

جهت انجام محاسبات مربوط به سود و زیان خریداران و فروشنده‌گان اختیار معامله، قیمت اختیار خرید و اختیار فروش سهم‌های فوق با چهار قیمت آتی توافقی مختلف برابر با $+0.05$ ، -0.05 ، $+0.10$ ، -0.10 - قیمت اولیه سهم توسط روشهای بلک شولز، درخت‌های دوتایی و روش پیشنهادی مقاله محاسبه گردیده است. جداول نهایی خریدار و فروشنده در هر مورد محاسبه گردیده است. جداول نهایی این محاسبات به شرح زیر می‌باشد:

جدول ۳. سود و زیان اختیار معامله برای قیمت آتی $+0.05$

قیمت اولیه

مجموع کل سود و زیان خریداران اختیار معامله	سود و زیان خریداران اختیار فروش	سود و زیان خریداران خرید	بلک-شولز
۲۱۲۴۴	۳۹۴۶	۱۷۲۹۸	
۲۱۵۵۲	۴۲۴۷	۱۷۳۰۶	درخت دوتایی
۲۱۱۵۹	۳۸۶۵	۱۷۲۹۴	روش پیشنهادی

جدول ۴. سود و زیان اختیار معامله برای قیمت آتی -0.05

قیمت اولیه

مجموع کل سود و زیان خریداران اختیار معامله	سود و زیان خریداران اختیار فروش	سود و زیان خریداران خرید	بلک-شولز
20925	1232	19693	
21155	1257	19898	درخت دوتایی
20921	1229	19692	روش پیشنهادی

جدول ۵. سود و زیان اختیار معامله برای قیمت آتی $+0.1$

قیمت اولیه

مجموع کل سود و زیان خریداران اختیار معامله	سود و زیان خریداران اختیار فروش	سود و زیان خریداران خرید	بلک-شولز
21705	5529	16176	
22473	6312	16161	درخت دوتایی
21567	5423	16143	روش پیشنهادی

جدول ۶. سود و زیان اختیار معامله برای قیمت آتی -0.1

قیمت اولیه

مجموع کل سود و زیان خریداران اختیار معامله	سود و زیان خریداران اختیار فروش	سود و زیان خریداران خرید	بلک-شولز
21362	303	21059	
21420	332	21088	درخت دوتایی
21301	325	20977	روش پیشنهادی

نهایی بپردازد. به عنوان پیشنهاداتی جهت انجام تحقیقات بیشتر در این زمینه پیشنهاد می‌گردد روی مسائل قانونی اختیار معامله، موسسات نظارتی مورد نیاز در این زمینه و امکان سنجی ورود اختیار معامله آمریکایی به بازار ایران تحقیقاتی انجام گردد.

منابع

- [1] Hsia, C., "On the Binomial Option Pricing". The journal of financial research, 1983, PP 41-4.
- [2] Olufemi olusola, Odegble. "Binomial option pricing model". African Institute for Mathematical Science, Ross, Sheldon. An elementary introduction to mathematical finance: options and other topics. 2th ed. America: Cambridge university press, 2003.
- [3] Black, F.; Scholes, M., "The Pricing of Options and Corporate Liabilities", Journal of political economy, vol 86, 1973, P.637.
- [4] Clarkson, Robert; Bank, Cherry. "Some Observations on the Black-Scholes Option Pricing Formula", Dubofsky, David A. options and financial futures: valuation and use. 1th ed. America: Mc Graw-Hill, 1992.
- [5] Garven, James. "Derivation and Comparative Static's of the Black-Scholes Call and Put Option Pricing Formula". athematical science, New York university, anuary 15, 2002.
- [6] Greenspan, A., "Financial Derivatives". Remarks by chairman of federal reserved bank to Futures industry association, Florida, march 19, 1999.
- [7] Hull, juhn, C., Options, Futures, and Other Derivatives. 3th ed. Toronto: University of Toronto, 1997.
- [8] Irwin, Richard D., Option Volatility and Pricing, Advanced Trading Strategies and Techniques. 1th ed. America: Mc Graw-Hill companies, 1994.
- [9] McMillan, L. Options as a Strategic Investment. 4 th ed. New York:New York institute of finance, 2002.
- [10] Roman, Steven. Introduction to the Mathematics of Finance: from Risk Management to Options Pricing. 1th ed. America: springer, 2004.
- [11] Rubinstein, M. "Derivatives Assets Analysis". The journal of economics perspectives, 1987, PP 73-79.
- [۱۲] راعی، رضا، سعیدی، علی، "مبانی مهندسی مالی و مدیریت ریسک". انتشارات سمت، ۱۳۸۳.
- [۱۳] نصیری، رسول، "آموزش گام به گام SPSS13". انتشارات مرکز فرهنگی نشر گسترش، ۱۳۸۴.
- [۱۴] آفریده، احسان، بررسی روش‌های مختلف قیمت‌گذاری اختیار معامله و ارائه روش مناسب. پایان‌نامه کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، ۱۳۸۵.

فرض یک: دو مدل انتخاب شده جزء معتبرترین مدل‌های قیمت‌گذاری اختیار معامله می‌باشند

سوال دو: صحت آنالیز مدل‌های بلک-شولز و درخت دوتایی

فرض صفر: آنالیز مدل‌ها صحیح نمی‌باشد

فرض یک: آنالیز مدل‌ها صحیح می‌باشد

سوال سه: صحت انتخاب volatility به عنوان معیار انتخاب مدل

فرض صفر: volatility معیار مناسبی نمی‌باشد

فرض یک: volatility معیار مناسبی می‌باشد

سوال چهار: کفايت تنوع سهم‌های انتخاب شده جهت محاسبه volatility بازار

فرض صفر: سهم‌های انتخاب شده از تنوع کافی برخوردار نمی‌باشند.

فرض یک: سهم‌های انتخاب شده از تنوع کافی برخوردار می‌باشند.

سوال پنجم: روش محاسبه volatility تا چه حد مناسب پروژه می‌باشد

فرض صفر: روش محاسبه volatility مناسب جهت پروژه نمی‌باشد.

فرض یک: روش محاسبه volatility مناسب جهت پروژه می‌باشد.

سوال ششم: تناسب مدل پیشنهادی جهت بازار ایران

فرض صفر: مدل پیشنهادی مناسب بازار ایران نمی‌باشد.

فرض یک: مدل پیشنهادی مناسب بازار ایران می‌باشد.

نتایج پرسشنامه بر اساس آزمون بینم و با ضریب اطمینان ۹۵٪ توسط نرم افزار spss تست گردیده است. جدول نتایج به شرح زیر می‌باشد.

جدول ۸. نتایج تست آزمون بینم

Binomial Test

	Category	N	Observed Prop.	Test Prop.	Exact Sig. (1-tailed)
question1	Group 1 <= 3	0	.0	.6	.000 ^a
	Group 2 > 3	10	1.0		
	Total	10	1.0		
question2	Group 1 <= 3	2	.2	.6	.012 ^a
	Group 2 > 3	8	.8		
	Total	10	1.0		
question3	Group 1 <= 3	1	.1	.6	.002 ^a
	Group 2 > 3	9	.9		
	Total	10	1.0		
question4	Group 1 <= 3	2	.2	.6	.012 ^a
	Group 2 > 3	8	.8		
	Total	10	1.0		
question5	Group 1 <= 3	2	.2	.6	.012 ^a
	Group 2 > 3	8	.8		
	Total	10	1.0		
question6	Group 1 <= 3	1	.1	.6	.002 ^a
	Group 2 > 3	9	.9		
	Total	10	1.0		

a. Alternative hypothesis states that the proportion of cases in the first group

همانطور که در مقاله عنوان گردید مدل ارائه شده در این مقاله مدل مناسب جهت قیمت‌گذاری اختیار معامله در ایران می‌باشد و نتایج آن از نتایج به کارگیری روش‌های بلک شولز و درخت‌های دوتایی به