نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولیـــد دانشگاه علم و صنعت ایران
جلد ۱۹، شماره ۴، زمستان ۱۳۸۷، صفحه ۱۰۵-۹۳

SOLVING MULTI-OBJECTIVE LOCATION-ALLOCATION PROBLEMS USING SIMULATED ANNEALING

Mohammad Taghi Taghavifard
Allame Tabatabai University – Faculty of Management and Accounting
dr.taghavifard@gmail.com

Arian Shahsavari
MSc. In Industrial Engineering
sharian61@gmail.com

Abstract: In this paper, multi-objective set covering problems (MOSCP) as one of the location-allocation models are being considered. Here, the objective is to minimize the cost of locating facilities and at the same time to maximize demand satisfaction in a defined structure so that each customer or zone is being covered by at least one facility. Since the problem falls into NP-hard category from the complexity point of view, it cannot be solved in a reasonable computational time period by an exact algorithm. For this reason, a Simulated Annealing (SA) algorithm is proposed to solve MOSCP. The algorithm is a meta-heuristic approach coupled with a neighborhood search technique.
The validity and quality of the proposed method is tested by solving benchmark problems and the results obtained were quite satisfactory.

ارائه یک متد ریاضی جهت حل مساله مکان یابی- تخصیص چند هدفه با استفاده از روش فوق ابتکاری شبیه‌سازی تبرید(SA)

محمّدتقی تقوی فرد و آرین شهسواری

چکیده: در این مقاله، مساله پوشش مجموعه چند هدفه[1] مورد نظر، یکی از مدل‌های مسائل مکان‌یابی- تخصیص بوده که هدف آن کمینه سازی هزینه استقرار تسهیلات و افزایش تامین فرکانس تقاضا در ساختار مورد نظر می‌باشد بطوریکه، هر مشتری (منطقه) حداقل تحت پوشش یک تسهیل قرار گیرد. این مساله به دلیل پیچیدگی‌های محاسباتی در زمره خانواده مسائل NP-Hard قرارگرفته و حل آن از راه‌های معمول و دقیقی همچون: روش وزن دهی، روش حدی، روش GP، روش LP متریک و ... با توجه به ابعاد بالای مساله، زمان بر و غیرکارا می‌باشد. در این مقاله، الگوریتم شبیه سازی تبرید[2] به عنوان یکی از الگوریتم‌های فوق ابتکاری کارا که مبتنی بر جستجوی همسایگی در فضای جواب و پذیرش جواب‌های احتمالی و نا مرغوب (جهت فرار از دام بهینه محلی و دستیابی به جواب بهتر) در حل مساله MOSCP می‌باشد، مورد استفاده قرار گرفته است. در ادامه نحوه کارکرد الگوریتم پیشنهادی ارائه و روائی و پایائی آن از طریق حل تعداد متنابهی از مسائل مختلف نشان داده شده است. نتایج حاصله حاکی از آن است که الگوریتم پیشنهادی از کارائی بالائی برخوردار بوده که فادر است در مدت زمان کوتاهی حل مناسبی برای مساله ارائه نماید.

واژه‌های کلیدی: پوشش مجموعه چند هدفه، شبیه سازی تبرید، حل غیر مسلط، مکان یابی- تخصیص

تاریخ وصول: ۸۶/۵/۱۵
تاریخ تصویب: ۸۷/۷/۱۳

دکتر محمد تقی تقوی فرد، دانشگاه علامه طباطبائی، دانشکده مدیریت و حسابداری dr.taghavifard@gmail.com
آرین شهسواری، کارشناس ارشد مهندسی صنایع دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب، sharian61@gmail.com

[1] *Multi Objective Set Covering Problem* (*MOSCP*)
[2] *Simulated Annealing (SA)*

Archive of SID
www.SID.ir

۱. مقدمه

مساله مکان یابی- تخصیص[۳]، یکی از مدل های تصمیم گیری کارا و موثر در ارتباط با مبحث طراحی تسهیلات[۴] می باشد که بر اساس آن تعداد بهینه و قابل قبول، مکان بهینه استقرار تسهیلات جدید در ارتباط با یکدیگر و با تسهیلات موجود با توجه به جریان (بار) و تعداد موجود تسهیلات و معیار تصمیم مورد نظر تعیین می‌گردد. به طوریکه، کمینه هزینه (مسافت / زمان) یا بیشینه سود و یا بیشینه تامین تقاضا عاید بنگاه اقتصادی گردد [۳و۴]. از آنجائی که این مسائل به دلیل پیچیدگی های محاسباتی در زمره خانواده مسائل *NP-Hard* می باشند، حل آنها از راه های عمومی (دقیق) زمان بر و غیر معمول می باشد[۵].

اصولا از آنجائی که هر گونه فرموله کردن (مدلسازی ریاضی) مسائل دنیای واقعی جهت انطباق و کنترل هر چه بیشتر رفتار پدیده های در حال اتفاق است، لذا لازم می باشد که مسائل طوری فرموله شوند تا ابعاد مساله در مدل نمایان شود.

پیآمد مدل سازی مسائل واقعی، روبرو شدن با ابعاد بزرگ آن و یا مسائلی با چندین تابع هدف می باشد که این موضوع در قالب شبیه سازی رفتاری پدیده ها می تواند سبب افزایش زمان حل مساله گردد. به عبارت دیگر، زمان حل مساله تابعی از ابعاد آن مساله بوده و بنابراین، تابعیت زمان لازم جهت حل مسائل از ابعاد مساله، معیار مناسبی به منظور ارزیابی تکنیک حل مساله می باشد. این معیار همانا تابع پیچیدگی زمان[۵] مساله نامیده می شود. گاهی نیز کیفیت مجموعه جواب ارائه شده برای مساله نیز می تواند معیار ارزیابی تکنیک حل مساله باشد [۱].

تابع پیچیدگی زمان، بیشینه زمان مورد نیاز جهت نائل شدن به حل (جواب) مطابق با یک الگوریتم معین می باشد[۱].

۲. مساله پوشش مجموعه چند هدفه

۲-۱. مفروضات مساله

در این مقاله، *MOSCP* گسسته مد نظر است. بدین معنی که نقاط تقاضا به صورت نقطه ای و غیر پیوسته در نظر گرفته می‌شوند. در مدل گسسته *MOSCP*، مساله در قالب شبکه‌ای از مشتریان به عنوان گره که همزمان امکان استقرار تسهیل بر روی هر یک وجود دارد، تعریف و همه تسهیلات یکسان در نظر گرفته می‌شوند.

محدودیت در ارائه خدمات از سوی تسهیلات به مشتریان وجود ندارد و هر مشتری می‌تواند همزمان تحت پوشش چندین تسهیل قرار بگیرد.

۲-۲. پارامترها و متغیرها

i = اندیس شمارنده تعداد مشتری ها ؛ $\forall i = 1,...,n$

j = اندیس شمارنده تعداد مکان ها ؛ $\forall j = 1,...,j$

C_j = هزینه استقرار تسهیل در مرکز[۲] (مکان) j ام

F_i = فرکانس تقاضای هر منطقه (مکان) i ام

a_{ij} = ۱ (هرگاه مشتری i ام توسط تسهیل مکان j ام تحت پوشش قرار گیرد) و صفر (در غیر این صورت)

x_j = ۱ (هرگاه تسهیل در مرکز j ام قرار بگیرد) و صفر (در غیر این صورت)

S_i = ۱ (هرگاه مشتری i ام تحت پوشش حداقل یک تسهیل قرار گیرد) و صفر (در غیر این صورت)

با توجه به توضیحات فوق، a_{ij} ،F_i ،C_j پارامترها و داده‌های مساله پوشش مجموعه و هدف مساله تعیین مقدار x_j و S_i می‌باشد تا کمینه هزینه و بیشینه تقاضا را تامین نماید.

۲-۳. مدل پیشنهادی

مساله پوشش مجموعه مورد بررسی یک مساله مکان یابی- تخصیص چند هدفه در قالب برنامه ریزی صفر و یک است. این مساله زمانی مطرح می شود که لازم باشد تعدادی مشتری، هر یک به وسیله حداقل یک تسهیل خدمت‌رسانی شوند به طوریکه این خدمت رسانی با حداقل هزینه و حداکثر تامین تقاضای ممکن انجام گردد. اگر فرض کنیم که مشتریان در m گره مستقر باشند و تسهیلات نیز بتوانند در n گره مستقر شوند، مدل ریاضی ذیل ارائه می‌شود:

$$Min\ Z_1 = \sum_{j=1}^{n} C_j X_j \qquad (۱)$$

$$Max\ Z_2 = \sum_{i=1}^{m} F_i S_i$$

Subject to:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j \geq S_i \quad ; \forall i \in \{1,...,m\}$$

$$\sum_{j=1}^{n} X_j \leq p$$

$$X_j \in \{0,1\} \quad ; \forall j \in \{1,...,n\}$$

$$S_i \in \{0,1\} \quad ; \forall i \in \{1,...,m\}$$

مساله *MOSCP* درصدد یافتن یک زیر مجموعه از ستون‌های ماتریس A_{mxn} با درایه‌های a_{ij}، $A=\{a_{ij} \in \{0,1\} / i=1,...,m; j=1,...,n\}$

---

3. *Location and Allocation*
4. *Facility Design*
5. *Time complexity function*

[۲] *Site*

Archive of SID
www.SID.ir

می‌باشد؛ به طوریکه، باید حداکثر سطرها در یک تقابل با هزینه کمتر و فرکانس تقاضای بیشتر، تحت پوشش قرار بگیرند.

در همه مثال های قابل ذکر، شرطی که سبب تبدیل ماتریس تعریف کمتر از معیار پوشش[1] باشد، $a_{ij}=0$ و در حالتی که از معیار پوشش بزرگتر باشد $a_{ij}=1$ خواهد بود. در این شرایط، با توجه به معیار پوشش، ایجاد ماتریس صفر و یک A مساله ای ساده خواهد بود.

محدودیت $\sum_{j=1}^{n} Xj \le p$، حدّی برای تعداد تسهیلات ایجاد می‌کند که می توان بر اساس محدودیت در امکانات از جمله مالی و تجهیزات در نصب تسهیلات آن را توجیه نمود.

مساله *MOSCP* بر خلاف ظاهر و مفاهیم قابل تفسیر طی مدل ارائه شده، لزوما یک مساله مربع نمی باشد. گرچه، اکثر مسائل و روش هایی که در *MOSCP* بکار گرفته می شود در حالت مربع می‌باشد؛ مثلا، هیراگو با روش ابتکاری آزامندانه، ماتریس A را ماتریس مربع تعریف می کند[۳].

۳. الگوریتم شبیه سازی تبرید [۱و۶]

شبیه سازی تبرید *(SA)* رویکردی است بر مبنای مدل مونت کارلو که برای مطالعه رابطه بین ساختار اتمی، آنتروپی و دما در طول تبرید یک ماده استفاده می‌شود. فرآیند فیزیکی تبرید که هدف از آن کاهش دمای ماده به پایین ترین سطح انرژی است، تعادل گرمایی[2] نامیده می‌شود. فرآیند تبرید[3] با ماده‌ای در وضعیت گداخته آغاز شده و سپس به تدریج دمای آن کاهش می‌یابد. در هر دما جسم مجاز به رسیدن به تعادل گرمایی است. دما نباید خیلی به سرعت کاهش یابد، به ویژه در مراحل اولیه، در غیر این صورت برخی کاستی ها در ماده پدیدار شده و ماده به وضعیت انرژی کمینه نخواهد رسید. کاهش دما شبیه به کاهش مقدار هدف در مسایل کمینه سازی (افزایش مقدار هدف در مسائل بیشینه سازی) است، که توسط یک سری تغییرات بهبود دهنده انجام می گیرد. برای اینکه اجازه دهیم دما به آهستگی کاهش یابد، باید تغییرات غیر بهبود دهنده تابع هدف با احتمال معینی انتخاب شوند به طوری که وقتی مقدار هدف کاهش می‌یابد، این احتمال نیز تقلیل یابد. این مورد یکی از نقاط قوت رویکرد *SA* است. در مسایل بهینه سازی، دما به عنوان یک پارامتر کنترلی عمل می کند

با افزایش ابعاد در مسایل خانواده *NP-Hard*، ریسک پذیرش جواب‌های غیر بهینه و نزدیک به بهینه کلی افزایش می‌یابد. بنابراین استفاده از رویکرد فرابتکاری امری اجتناب ناپذیر است. کارایی رویکرد انتخابی به وسعت فضای شدنی مساله، حل اولیه و نحوه انتخاب جواب همسایگی وابستگی دارد. علاوه برموارد مذکور در *SA*، مکانیزم کاهش دما یا سرمایش نیز حایز اهمیت است.

۴. اجراء و پارامترهای الگوریتم *SA* برای *MOSCP*

۴-۱. نمایش ساختار جواب

ساختارجواب، مبین یک نقطه از فضای شدنی مساله است به طوریکه نحوه نمایش آن در هر رویکرد فراابتکاری حایز اهمیت است. در *SCP*[4]، یک جواب شدنی باید نشان دهد که در هر مکان، تسهیل مستقر شده است یا خیر. بنابراین ساختار جواب را می توان به صورت یک بردار صفر و یک در نظر گرفت به طوریکه وجود عنصر یک در خانه iام مبین استقرار تسهیل در مکان i می باشد. ساختار فوق در شکل (۱) نشان داده شده است.

۱	...	۰	۰	۱
N		۳	۲	۱

شکل ۱. ساختار جواب

۴-۲. انتخاب جواب اولیه

در الگوریتم ارائه شده جواب اولیه تحت متغیر برداری ورودی از کاربر در ابتدا دریافت می‌شود که در آن x یک بردار چند تایی به اندازه تعداد ستون‌های ماتریس $A=\lfloor a_{ij} \rfloor$ که با اندیس j معرفی شده می‌باشد که در برنامه رایانه‌ای تعداد متغیر های مساله *MOSCP* نامیده و با N نمایش داده شده است. با دریافت این متغیر ورودی در ابتدا شرط صدق در محدودیت‌ها بررسی می‌شود. باید دقت شود که حداکثر تعداد یک ها در بردار جواب اولیه برابر p باشد.

۴-۳. مکانیزم ایجاد جواب همسایگی

با توجه به استراتژی حذف یا اضافه کردن تسهیلات در مکان بالقوه j ام جهت پوشش دادن مشتری(منطقه) iام در مساله پوشش مجموعه، فرآیندی حاصل می‌شود که طی آن به طور تصادفی یک متغیر از بردار جواب جاری انتخاب شده و در صورت صفر بودن تبدیل به یک و یا در صورت یک بودن به صفر تبدیل می‌گردد تا براساس آن بردار جواب قبلی با تغییر یک مولفه از بردار به صفر یا یک، تبدیل به همسایه بردار قبلی گردد. این مکانیزم،"مکانیزم ایجاد همسایگی تصادفی"می باشد.

۴-۴. انتخاب دمای اولیه

دمای اولیه T_0 باید طوری انتخاب شود که همه اجراهای قبل از حالت پایدار (جواب های حالت ناپایداری) را بپذیرد. به عبارت دیگر،

[1] *Coverage Criterion*
[2] *Thermal Balance*
[3] *Annealing Process*
[4] *Set Covering Problem*

Archive of SID
www.SID.ir

تعیین مقدار اولیه دمای سیستم تاثیری صریح و مستقیم در رد یا قبول جواب ها دارد چرا که، در این وضعیت انرژی سیستم در ابتدا بسیار بالاست و این یک شانس بالا جهت یافتن بهترین مسیر کاهش دما در دستیابی به انرژی پایدار سیستم (حالت پایدار) می-باشد.

وایت[1] ایده معادل بودن T_0 با انحراف استاندارد هزینه های سیستم از میانگین هزینه را مطرح نمود[۷]. بدین ترتیب، با توجه به مفهوم ارائه شده در روش وایت دمای اولیه را معادل انحراف استاندارد مقادیر ارزش تابع هدف *MOSCP* به تعداد دفعات معین اجرای برنامه در حالت ناپایدار *(Non-Stable)*؛ مثلا، *NSAMP* (تعداد نمونه‌های اولیه به منظور محاسبه دمای اولیه) قرار داده می شود.

انحراف استاندارد متغیرهای تصادفی $Obj(j)$ (تابع‌های هدف مساله) از طریق زیر حاصل می شود:

$$\text{میانگین نمونه‌گیری} = Mean = \frac{\sum_{j=1}^{NSAMP} Obj(j)}{NSAMP-1} \qquad (۲)$$

$$\text{انحراف استاندارد نمونه گیری} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{NSAMP} (Obj(j)-Mean)^2}{NSAMP-1}} \qquad (۳)$$

فرمول دمای اولیه عبارت است از :

$$T_0 = Sqrt(Sum/(NSAMP-1)) \qquad (۴)$$

در این مقاله چندین روش متفاوت برای تولید دمای اولیه مدّ نظر است. در هر دو روش الگوریتم می‌توان دمای اولیه را به صورت دستی به مساله ارائه و یا با استفاده از *NSAMP* مقدار دمای اولیه را محاسبه کرد.

حال در روش الگوریتم شبیه سازی تبرید ساده، ۳ مدل مختلف برای تولید دمای اولیه با استفاده از *NSAMP* ارائه می گردد. در حالت اول ابتدا مقادیر دو تابع هدف با هم تجمیع و به تعداد نمونه از آنها انحراف استاندارد گرفته شده تا دمای اولیه بدست آید. در حالت دوم ابتدا برای هر کدام از مقادیر تابع هدف انحراف استاندارد بدست می‌آید و آنگاه میانگین آن دو مقدار، میزان دمای اولیه می باشد.

اما در حالت سوم برای هر کدام از تابع های هدف یک دمای اولیه مجزا در نظر گرفته می‌شود و هر دما با استفاده از روش وایت محاسبه می شود.

۴-۵. مکانیزم کاهش دما

تعیین قانون و تابع کاهش دما و حرکت به سمت سرد شدن سیستم، نیازمند ضابطه ای است که به شکل زیر ارائه شده است:

$$T_i = \alpha(T_{i-1}) \quad ;\forall i = 1,...,n \qquad (۵)$$

ضریب تبرید یا ضریب کاهش دما می باشد که ثابتی کمتر از یک بوده و معمولا بین ۰/۵ تا ۰/۹۹ در نظر گرفته می‌شود هر چند که مقدارآن بستگی به مساله دارد [۶]. در نرم افزار ارائه شده امکان دریافت مقدار α به عنوان ورودی فراهم شده است و n تعداد دفعات کاهش سطح دمای سیستم می‌باشد که دربرنامه کدینگ به زبان *VB6* امکان تغییر برای آن تحت عنوان مقدار ثابت *MAXTEMPDECS*[2] در طول برنامه فراهم شده است.

۴-۶. طول زنجیره مارکوف

یکی دیگر از پارامترهای مهم در تعیین کیفی و دقیق تر جواب (حل) *MOSCP* با الگوریتم *SA*، تعداد نقاط جستجو شده در فضای جواب مساله در دمای ثابت جهت اطمینان از جستجوی نزدیک به تمام جواب های محتمل در الگوریتم می باشد. ساده ترین پیشنهاد برای تعیین مقدار L_n (طول زنجیره مارکوف[3]) انتخاب یک مقدار که مبتنی بر اندازه (سایز) مساله بوده می‌باشد. البته مقدار L_n در این الگوریتم ها به عنوان مقادیر ورودی ارائه می‌گردد که در هر بار اجرای برنامه مقادیر متفاوتی خواهد داشت [۶و۷]. تعداد دفعات متوالی در داخل الگوریتم فرآیند تبرید که منجر به بهبودی مورد نظر در تابع هدف نشده باشد (تعداد کل حالت تعادلی سیستم) سبب کاهش دما در الگوریتم *SA* می‌شود که تحت عنوان *MAXSAMEMARKOV* در الگوریتم تعریف و استفاده شده است.

۴-۷. مکانیزم پذیرش جواب های نامزد شده

۴-۷-۱ مکانیزم پذیرش جواب های جدید روش موزون *SA*

یکی دیگر از مولفه‌های تعیین کننده کیفیت و سرعت رسیدن به جواب، نحوه پذیرش، یا رد و جستجوی مجدد در فضای جواب می‌باشد. فرض کنید که در یک مرحله از یافتن یک حل موثر مساله در الگوریتم قرار داریم: حل جاری X منجر به مقدار تابع هدفی معادل Z شده که طبق رویه و مکانیزم ایجاد همسایگی یک جواب کاندیدای X' ایجاد شده است که مقدار تابع هدف آن Z' می باشد. در ابتدا $\Delta Z = Z' - Z$ (تابع ترکیبی درحالت *Min*) محاسبه می شود. حال شرایط زیر پیش روست:

۱. هرگاه $\Delta Z \le 0$ باشد، آن گاه در تابع ترکیبی بهبود صورت گرفته و در نتیجه جواب همسایگی جایگزین جواب جاری شده و جواب

[1] *White*

[2] *Maximum Temperature Decrease*

[3] *Markov Chain Length*

Archive of SID
www.SID.ir

جاری X از جواب‌های بهینه حذف می شود و جواب همسایگی به عنوان جواب بهینه تا آن مرحله می‌گردد.

۲. هرگاه $\Delta Z > 0$ باشد یعنی عدم بهبود در جواب همسایگی، که در این حالت مقدار $Exp(-\Delta Z / t)$ با یک عدد تصادفی بین ۰و۱ $(Random(0,1))$ مورد مقایسه قرار می‌گیرد واگر از آن عدد تصادفی بزرگتر بود، آنگاه جواب همسایگی جایگزین جواب جاری شده ولی جواب بهینه همان جواب جاری قبلی می ماند و در غیراین صورت جواب همسایگی پذیرفته نمی‌شود و دوباره جواب همسایگی ایجاد می‌شود.

۴-۷-۲. مکانیزم پذیرش جواب‌های جدید روش ساده *SA*

فرض کنید که در یک مرحله از یافتن یک حل موثر مساله در الگوریتم قرار داریم: حل جاری X منجر به مقدار تابع های هدف معادل Z_1 و Z_2 شده است که طبق رویه و مکانیزم ایجاد همسایگی یک جواب کاندیدای x' ایجاد شده است که مقدار تابع های هدف آن Z_1' و Z_2' حاصله می باشد. $\Delta Z_1 = Z_1' - Z_1$ (تابع هزینه) و $\Delta Z_2 = Z_2' - Z_2$ (تابع فرکانس تقاضا) محاسبه می شود. حال شرایط زیر پیش روست:

۱. هرگاه $\Delta Z_1 \le 0$ و $\Delta Z_2 \ge 0$ باشد، آن گاه در هر دو تابع بهبود صورت گرفته و در نتیجه جواب همسایگی جایگزین جواب جاری شده و جواب جاری X از مجموعه جواب های موثر حذف می شود و جواب همسایگی با دیگر حل های مجموعه جواب های موثر مقایسه می شود و در صورت مسلط بودن جواب همسایگی بر دیگر جواب ها (وبرعکس) آن جواب از مجموعه حذف می‌شود.

۲. هرگاه در یکی از تابع‌های هدف بهبود و دیگری عدم بهبود صورت گیرد ($\Delta Z_1 \le 0$ و $\Delta Z_2 < 0$ یا $\Delta Z_1 > 0$ و $\Delta Z_2 \ge 0$) یعنی کاهش یا افزایش در هر دو تابع هدف، آن گاه دو جواب جاری و جواب همسایگی غیر مسلط بوده و جواب همسایگی جایگزین آن شده و هر دو در مجموعه جواب‌های موثر قرار گرفته و جواب همسایگی با دیگر جواب‌های موثر در مجموعه جواب های موثر مقایسه می‌شود و در صورت مسلط بودن جواب همسایگی بر دیگر جواب‌ها (و برعکس) آن جواب از مجموعه حذف می شود.

۳. هرگاه در هر دو تابع هدف بهبودی صورت نگیرد ($\Delta Z_1>0$ و$\Delta Z_2<0$)، آنگاه برای هر دو تابع هدف مقدار $Exp(-\Delta Z_1 / t)$ و $Exp(\Delta Z_2 / t)$ در درجه حرارت t مربوطه، با یک عدد تصادفی بین صفر و یک $(Random(0,1))$ مورد مقایسه قرار می‌گیرد و اگر هر دو تابع نمایی بزرگتر از عدد تصادفی بود، آن گاه حل همسایگی به عنوان جواب جاری جدید جایگزین شده و در مرحله بعد با استفاده از آن همسایگی ایجاد می‌شود و در غیر این صورت جواب همسایگی پذیرفته نمی‌شود و دوباره جواب همسایگی ایجاد می‌شود.

۴-۸. معیارهای توقف الگوریتم

یکی از اجزاء مهم الگوریتم طراحی شده جهت حل *MOSCP*، شرایط توقف الگوریتم می باشد که در جهت پایان دادن به الگوریتم، پس از یافتن جواب‌های موثر با خطای پذیرفته شده پس از یک سری تکرارهای داخل الگوریتم (حلقه‌ها) می‌باشد. این معیار، در کل الگوریتم عبارتست از تعداد دفعات تغییرات سطح دمایی که مجاز اعلام شده است (تعداد کل تکرارها) که تحت عنوان *MAXTEMPDECS* در الگوریتم از آن استفاده شده است.

۴-۹. گام های الگوریتم SA

۴-۹-۱. ساختار الگوریتم *SA* موزون[1]

گام صفر :

پارامترهای زیر را تعریف کنید:

- طول زنجیره مارکوف (L_n)
- مقدار ضریب تبرید (α)
- تعداد سطر (M) و تعدادستون (N) (محدودیتها و متغیرها)
- ماتریس پوشش صفر و یک
- حداکثر تعداد دفعات تغییر سطح دما (تعداد کل تکرارها) *(MAXTEMPDECS)*
- حداکثر تعداد دفعات متوالی عدم حصول بهبودی (تعداد حالات تعادل سیستم) *(MAXSAMEMARKOV)*
- تعداد نمونه تصادفی در شرایط ناپایدار سیستم در جهت تعیین دمای اولیه*(NSAMP)*
- تعداد ω هایی (وزن هر یک از توابع) که باید مورد بررسی قرار گیرد (که از $\omega_1 = 0$ و $\omega_2 = 1$ شروع شده و تا $\omega_1 = \omega_2$ = ورودی اولیه، پیش می رود)

گام اول:

- ابتدا با $\omega_1 = 0$ و $\omega_2 = 1$ تابع هدف ترکیبی ایجاد می‌شود. $E(x)=\sum_{i=1}^{D}\omega_i f_i(x)$ [۸و۹] (با توجه به این قضیه که جواب بهینه تابع ترکیبی یک جواب موثر از مجموعه جواب‌های موثر می‌باشد[۱۰])

گام دوم:

- یک بردار N تایی به عنوان ورودی مساله دریافت کنید که از نظر قابل قبول بودن مورد سنجش قرار می‌گیرد (حداکثر تعداد یک‌ها برابر p باشد).

گام سوم:

- جواب اولیه قابل قبول را به عنوان جواب جاری سیستم تلقی کنید. مقدار تابع هدف ترکیبی را محاسبه کنید.

[1] *Weighted Simulated Annealing*

Archive of SID
www.SID.ir

گام چهارم:

• یک حل کاندیدای جدید (همسایگی) ایجاد کنید (با بکارگیری مکانیزم ایجاد همسایگی تصادفی).

• کنترل کنید که آیا جواب جدید قابل قبول است یا خیر (حداکثر تعداد یک‌ها برابر p باشد).

• اگر جواب تولید شده قابل قبول بود به گام پنجم بروید و در غیر این صورت دوباره به گام چهار برگردید.

گام پنجم:

• مشخص نمایید که آیا جواب کاندیدای جدید پذیرفته شود یا خیر؟ (با بکارگیری مکانیزم پذیرش جواب‌های کاندیدای جدید). به عبارت دیگر، محاسبه اختلاف سطح انرژی به ازای جواب های اولیه x و جواب تولید شده x'؛ یعنی، $\Delta Z = Z' - Z$ را برای تابع ترکیبی محاسبه و ارزیابی کنید.

گام ۱-۵:

• هرگاه یهبود در سطح انرژی سیستم صورت گیرد یعنی [$\Delta Z = Z' - Z \le 0$] با احتمال یک $x = x'$ می‌باشد. جواب اولیه x حذف شده و جواب همسایگی x' در مجموعه جواب های موثر قرار می گیرد.

• هرگاه [$\Delta Z = Z' - Z > 0$] (عدم بهبود در تابع هدف ترکیبی)، آن گاه احتمال $Exp(-\Delta Z / t)$ با یک عدد تصادفی بین صفر و یک مقایسه می شود و اگر بزرگتر از عدد تصادفی بودند؛ آن گاه $x = x'$ (x' جواب در تکرارهای بعدی) می‌باشد. ولی این جواب در مجموعه جواب های موثر قرار نمی گیرد.

گام ۲-۵:

جواب موجود را با دیگر اعضای مجموعه جواب های موثر مورد مقایسه نمائید. در صورتی که جوابی تحت تسلط قرار گرفت از مجموعه جواب ها حذف کنید.

گام ششم:

• گامهای چهارم تا پنجم را با توجه به طول زنجیره مارکوف تکرار نمایید.

گام هفتم:

• قانون (تابع) کاهش دما : طبق قانون زیر

$$T_i = \alpha T_{i-1} ; \alpha < 1 ; \forall i = 1,..., Maxtempdecs \qquad (۶)$$

با مقدار ضریب تبرید (کاهش دما)α، اقدام به کاهش دما نمایید.

گام هشتم:

• گام های چهارم تا هفتم را تا زمانی که هیچ پیشرفتی در جواب حاصل نشود مطابق " گام ۲-۵ " در فوق، تکرار کنید.

گام نهم:

• هرگاه (*MAXSAMEMARKOV*) به حد خود برسد از حلقه داخلی خارج شده و کاهش دما صورت می گیرد.

• هرگاه معیار توقف (*MAXTECPDECS*) به حد خود برسد الگوریتم به تعداد مورد نظر تکرار شده است، الگوریتم را پایان دهید و مقدارهای حاصله، جواب موثر تابع ترکیبی مورد نظرخواهند بود.

گام دهم:

• مقدار ω_2 را تا زمانی که ω_2 به مقدار ω اولیه نرسیده است یک واحد افزایش دهید و به گام دو بروید.

• اگر ω_2 برابر ω اولیه باشد آن گاه ω_1 را یکی افزایش دهید و به گام دو بروید.

• هرگاه ω_1 و ω_2 با ω اولیه برابر شوند، آن گاه الگوریتم خاتمه می یابد.

۲-۹-۴. ساختار الگوریتم *SA* ساده[1]

گام صفر:

پارامترهای زیر را تعریف کنید:

• طول زنجیره مارکوف (L_h)

• مقدار ضریب تبرید (α)

• تعدادسطر (M)و تعداد ستون (N) (محدودیتها و متغیرها)

• ماتریس پوشش صفر و یک

• حداکثر تعداد دفعات تغییر سطح دما (تعداد کل تکرارها) (*MAXTEMPDECS*)

• حداکثر تعداد دفعات متوالی عدم حصول بهبودی (تعداد حالات تعادل سیستم) (*MAXSAMEMARKOV*)

• تعداد نمونه تصادفی در شرایط ناپایدار سیستم (*NSAMP*) و دریافت مدل ۱یا ۲ یا ۳ برای محاسبه T_0

گام اول:

• یک بردار N تایی به عنوان ورودی مساله تشکیل دهید (حداکثر تعداد یک ها برابر p باشد).

گام دوم:

• جواب اولیه قابل قبول را به عنوان جواب جاری سیستم تلقی و مقادیر توابع هدف را محاسبه کنید.

گام سوم:

• یک حل کاندیدای جدید (همسایگی) ایجاد کنید (با بکارگیری مکانیزم ایجاد همسایگی تصادفی).

[1] *Simple Simulated Annealing*

Archive of SID
www.SID.ir

• کنترل شود که آیا جواب جدید قابل قبول است یا خیر (حداکثر تعداد یک ها برابر p باشد).

• اگر جواب تولید شده قابل قبول بود به گام چهار بروبد و در غیر این صورت به گام سه برگردید.

گام چهارم:

• با بکارگیری مکانیزم پذیرش جواب های کاندیدای جدید تصمیم گیری کنید که آیا جواب کاندیدای جدید پذیرفته شود یا خیر؟ به عبارت دیگر، محاسبه اختلاف سطح انرژی به ازای جوابهای اولیه X و جواب تولید شده X' یعنی، $\Delta Z = Z' - Z$ را برای هر دو تابع هدف محاسبه و ارزیابی کنید.

گام ۱-۴:

• هرگاه [$\Delta Z_1 = Z_1' - Z_1 \le 0$ و $\Delta Z_2 = Z_2' - Z_2 \ge 0$] یعنی بهبود در سطح انرژی سیستم صورت گیرد با احتمال یک $x = x'$ می باشد. جواب اولیه X حذف شده و جواب همسایگی X' در مجموعه جواب های موثر قرار می گیرد.

• هرگاه دو جواب غیر مسلط وجود داشت یعنی اگر یکی از شرایط زیر: [$\Delta Z_1 = Z_1' - Z_1 \le 0$ و $\Delta Z_2 = Z_2' - Z_2 < 0$] و یا [$\Delta Z_1 = Z_1' - Z_1 > 0$ و $\Delta Z_2 = Z_2' - Z_2 \ge 0$] برقرار بود هر دو جواب پذیرفته می شود و با احتمال یک $x = x'$ شده و هر دو در مجموعه جواب های موثر قرار می گیرند.

• هرگاه [$\Delta Z_1 = Z_1' - Z_1 > 0$ و $\Delta Z_2 = Z_2' - Z_2 < 0$] (عدم بهبود در هر دو جواب)، آنگاه احتمال $Exp(-\Delta Z_1 / t)$ و $Exp(\Delta Z_2 / t)$ با یک عدد تصادفی بین صفر و یک مقایسه می شود و اگر هر دو بزرگتر از عدد تصادفی بودند آن گاه $x = x'$ (x' جواب در تکرارهای بعدی) می‌باشد. ولی این جواب در مجموعه جواب های موثر قرار نمی گیرد.

گام ۲-۴: جواب موجود را با دیگر اعضای مجموعه جواب های موثر مقایسه نمائید. در صورتی که جوابی تحت تسلط قرار گرفت از مجموعه جواب ها حذف کنید .

گام پنجم:

• گامهای سوم تا چهارم را با توجه به طول زنجیره مارکوف تکرار نمایید.

گام ششم:

• قانون (تابع) کاهش دما : طبق قانون زیر

$$T_i = \alpha T_{i-1}; \alpha < 1 \quad ; \forall i = 1,...,Maxtempdecs \qquad (۷)$$

با مقدار ضریب تبرید (کاهش دما) α، اقدام به کاهش دما نمایید.

گام هفتم:

• گام های سوم تا ششم را تا زمانی که هیچ پیشرفتی در جواب حاصل نشود مطابق " گام ۲-۴ " در فوق، ادامه دهید.

گام هشتم:

• هرگاه (*MAXSAMEMARKOV*) به حد خود برسد از حلقه داخلی خارج شده و کاهش دما صورت می گیرد.

• هرگاه معیار و شرایط توقف (*MAXTECPDECS*) حاصل شد الگوریتم را پایان دهید. مقادیر حاصله، جواب‌های موثر مساله خواهند بود.

۴-۱۰. ارزیابی جواب‌های تولید شده

برای ارزیابی جواب های تولید شده دو معیار به صورت زیر تعریف می‌شود[۸].

۴-۱۰-۱. فاصله از جواب های موثر

ابتدا فاصله هر جواب موثر تولید شده با جواب‌های موثر اصلی که توسط روش‌های دقیق تولید شده است با استفاده از فرمول $d^2(x,P) = min \sum_{i=1}^{D} [f_i(x) - y]^2$ محاسبه و حداقل آنها به عنوان فاصله آن نقطه از جواب‌های موثر بدست می‌آید. پس از محاسبه این فاصله حداقل، برای تمام جواب ها میانگین این فاصله ها به عنوان معیار ارزیابی جواب‌ها مورد بررسی قرار می گیرد. ($x \in F$)

$$\bar{d}(F,P) = Mean[d(x,P)] \qquad (۸)$$

این مقدار هر چقدر کوچکتر و به صفر نزدیک باشد مناسب تر است.

۴-۱۰-۲. میزان تسلط

یکی دیگر از معیارها، ارزیابی جواب‌های تولیدی می‌باشد که به صورت زیر تعریف می گردد:

$$\nu(P,F) = 1 - \frac{\left|\{x \mid P \prec x \wedge x \prec F\}\right|}{\left|\{x \mid P \prec x\}\right|} \qquad (۹)$$

صورت این کسر تعداد جواب‌های تولید شده توسط الگوریتم است که جز جواب موثر اصلی نمی‌باشند و مخرج کسر کل تعداد جواب‌های تولید شده با الگوریتم *SA* می‌باشد. این مقدار هر چه بزرگتر و نزدیک تر به عدد یک باشد بهتر است.

۵. نتایج محاسباتی

به منظور بررسی تاثیر و چگونگی عملکرد هر پارامتر، سه مساله مربع از *MOSCP* با ابعاد ۱۰×۱۰ (M=N=10) و ۳۰×۳۰ (M=N=30) و ۵۰×۵۰ (M=N=50) به نسبت ۲۰٪ (تعداد یک‌های موجود در ماتریس پوشش در حدود ۲۰٪ است) ایجاد شده

Archive of SID

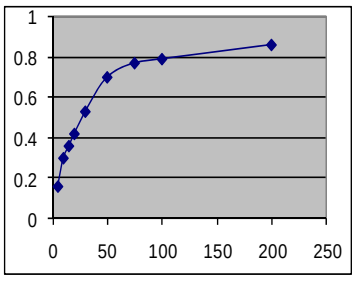
www.SID.ir

است. همچنین در مساله ۱۰×۱۰، $P = 3$ و در مساله ۳۰×۳۰، $P = 7$ و در مساله ۵۰×۵۰، $P = 10$ مقداردهی شده است. مجموعه جواب‌های موثر اصلی (کامل) با استفاده از روش دقیق وزن دهی بدست آمده است [۲].

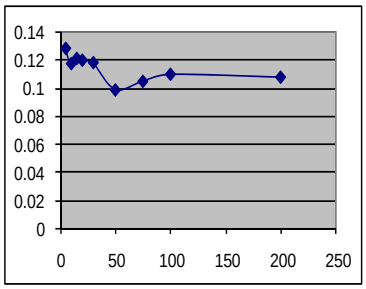
در ادامه با بررسی تاثیرات هر یک از پارامترهای موثر در شبیه سازی تبرید چگونگی تاثیر آنها مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این بررسی‌ها با توجه به ثابت نگه داشتن بعضی پارامترها به منظور مطالعه تاثیرات آن‌ها برروی تابع‌های هدف در ساختار *MOSCP*، معیارهای ارزیابی مورد محاسبه قرار می‌گیرند که در هر بخش پس از ۱۰ بار اجرا، این تاثیرات قابل ارزیابی خواهد بود. قابل به ذکر است که برای هر یک از پارامترها یک نمودار ارئه شده که این نمودارها بیانگر متوسط تغییرات پارامترها در دو مدل شبیه سازی تبرید و همچنین ۳ مساله طرح شده می‌باشد.

۱-۵. طول زنجیره مارکوف (L_n)

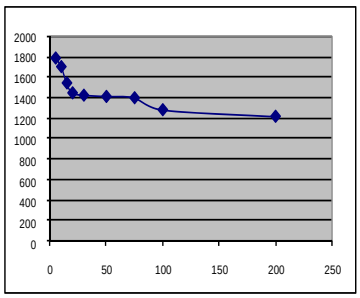
همان‌طور که وایت [۷] اشاره کرده است، پیشنهاد طول زنجیره مارکوف به اندازه حداقل تعداد متغیرهای تصمیم مساله ارائه گردیده است؛ یعنی، براساس استدلال وایت، لازم است این مقدار عددی ثابت و غیر وابسته به دمای سیستم بوده و این بدان معنی نیست که هرگاه حداقل مقدار طول زنجیره مارکوف رعایت نشود مشکل اساسی پیش خواهد آمد، بلکه هر چه این مقدار از حداقل کم تر باشد خطای مساله افزایش خواهد یافت؛ به طوریکه، اگر این مقدار بیشتر از تعداد متغیرهای تصمیم مساله *MOSCP* (مجموع متغیرهای X و S) منظور شود، فقط زمان بیشتری صرف جستجوی فضای جواب جهت یافتن همسایگی مناسب خواهد شد که با در نظر گرفتن دقت و کیفیت حل مورد نیاز، امری قابل تحمل می‌باشد. حال با ثابت گرفتن دیگر متغیرها و تغییر در L_n برای هر ۳ مساله نتایج مربوطه در نمودارهای (۱-۱)، (۲-۱)و (۳-۱) در پیوست ارائه می‌گردد و همانطور که در نمودارها مشاهده می شود با افزایش L_n کیفیت جواب ها افزایش و در عین حال زمان حل مساله نیز افزایش می‌یابد.



نمودار ۱-۱. افزایش طول رنجیره مارکوف و بررسی تاثیر آن بر زمان



نمودار ۲-۱. افزایش طول رنجیره مارکوف و بررسی تاثیر آن بر متوسط فاصله از جواب‌های موثر



نمودار ۳-۱. افزایش طول رنجیره مارکوف و بررسی تاثیر آن بر متوسط فاصله از جواب های موثر

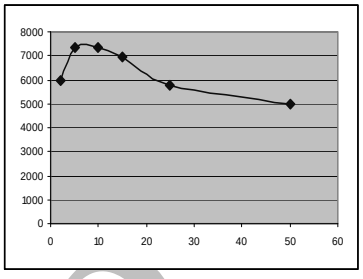
۲-۵. تعداد همسایه‌های اولیه (نمونه‌های تصادفی در شرایط ناپایداری) *NSAMP*

با توجه به مکانیزم ایجاد همسایگی، جواب اولیه مساله *MOSCP*، فرآیند آغازین الگوریتم *SA* طراحی شده و الگوی وایت جهت تعیین دمای اولیه سیستم (T_0)-که آن را انحراف استاندارد مقادیر توابع هدف در شرایط ناپایدار معرفی کرد- در سه مدل متفاوت مورد استفاده قرار گرفته است. در الگوریتم شبیه سازی تبرید موزون به مانند روش شبیه‌سازی تبرید تک هدفه انحراف استاندارد تابع ترکیبی محاسبه می‌گردد.

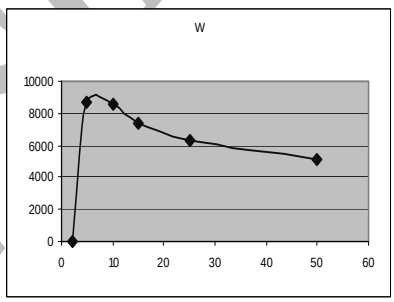
در الگوریتم شبیه سازی تبرید ساده سه مدل متفاوت مورد استفاده گرفته است و نتایج هر سه مدل برای هر سه مساله مطابق با نتایج۱۰ بار اجرا در نمودارهای (۱-۳)، (۲-۳) و (۳-۳) در پیوست تاثیرات *NSAMP* بر (T_0) آمده است. همان طور که مشاهده می‌شود به غیر از مساله ۱۰×۱۰ که یک مساله کوچک می‌باشد. با افزایش تعداد همسایگی اولیه (تعداد نمونه تصادفی در شرایط ناپایدار *NSAMP*) ابتدا در دمای اولیه افزایش دیده می‌شود و در تعداد همسایگی اولیه زیاد مانند ۲۵و۵۰ دمای سیستم به تدریج پایین می‌آید به طوریکه، این وضعیت به مقدار زیادی به جواب اولیه انتخاب شده بستگی دارد. به طور مثال در این نمونه‌ها از جواب اولیه بردار صفر استفاده شده است و با توجه به این جواب اولیه، منحنی‌های دمای اولیه به صورت نمودارهای (۲)، (۱-۳)، (۲-۳) و

Archive of SID
www.SID.ir

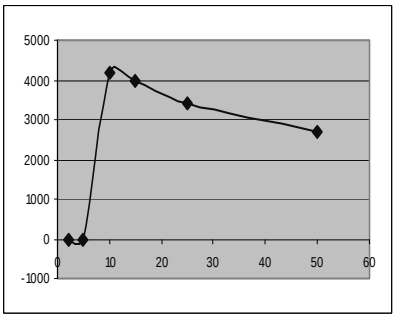
(۳-۳) در پیوست بدست آمده است. اگر با دیگر جواب اولیه قابل قبول به مانند جوابی که دارای تعدادی یک است شروع شود تمامی منحنی به صورت نزولی می باشد که برای مساله ۵۰×۵۰ به صورت نمودار (۴) در پیوست در آمده است.



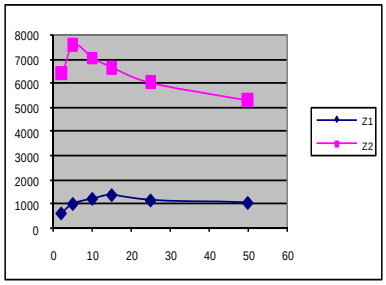
نمودار ۲. افزایش *NSAMP* و بررسی تاثیر آن بر T_0 در روش شبیه سازی وزن دهی



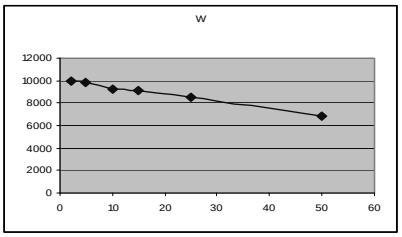
نمودار ۱-۳. افزایش *NSAMP* و بررسی تاثیر آن بر T_0 برای مسائل با روش شبیه سازی تبرید بدون وزن دهی مدل ۱



نمودار ۲-۳. افزایش *NSAMP* و بررسی تاثیر آن بر T_0 برای مسائل با روش شبیه سازی تبرید بدون وزن دهی مدل ۲



نمودار ۳-۳. افزایش *NSAMP* و بررسی تاثیر آن بر T_0 برای مسائل با روش شبیه سازی تبرید بدون وزن دهی مدل۳

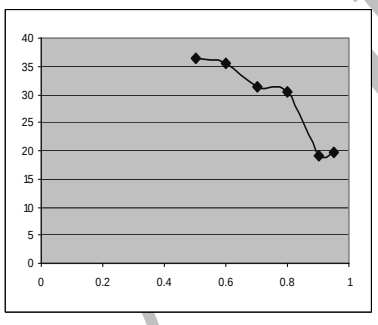


نمودار ۴. افزایش *NSAMP* با جواب اولیه غیر بردار صفر

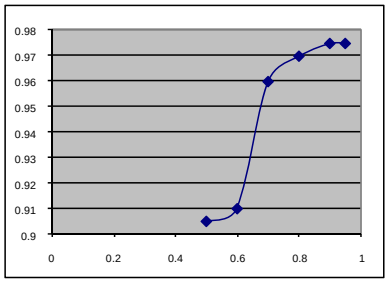
۳-۵. ضریب تبرید (کاهش دما)

این پارامتر تاثیر بسزایی در کیفیت و سرعت همگرایی کیفی و جستجویی دقیق تر در هر تکرار را دارد. از آنجا که قانون کاهش دما با فاکتور تبرید صورت می‌گیرد، هرچه دقیق‌تر انتخاب شود تکرارها متناسب تر رقم می‌خورد و امکان بروز ریسک عدم دستیابی به جواب‌های برتر نهایی را کاهش داده و این خود تاثیری مستقیم بر پیدایش معیارهای ارزیابی بهتر خواهد داشت.

بدیهی است هرگاه، مقدار α بالا باشد، سیستم دیرتر سرد و نقاط بیشتری از فضای جواب جستجو می‌شود اما زمان حل مطابق نمودار (۳-۵) در پیوست افزایش می‌یابد. مساله *MOSCP* با الگوریتم *SA* طراحی شده و در ازای ضرایب تبرید مختلف طی تکرارهای معینی در هر اجرا، مقادیر معیارهای ارزیابی در ۱۰ اجرا در شرایط ثبوت سایر پارامترها در نمودارهای (۱-۵)، (۲-۵) و (۳-۵) در پیوست قابل مشاهده است. بنابراین تعیین مقدار α تبادلی بین کیفیت جواب‌ها و سرعت پاسخگویی ایجاد می کند.

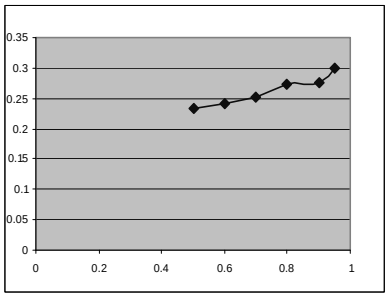


نمودار ۱-۵. کاهش ضریب تبرید و بررسی تاثیر آن متوسط فاصله از جواب های موثر



نمودار ۲-۵. کاهش ضریب تبرید و بررسی تاثیر آن متوسط معیار تسلط

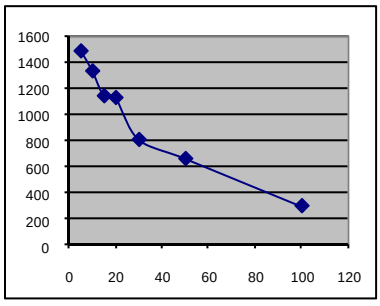
Archive of SID
www.SID.ir



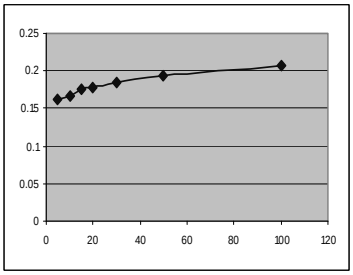
نمودار ۳-۵. کاهش ضریب تبرید و بررسی تاثیر آن متوسط زمان

۵-۴. حداکثر تعداد دفعات تغییر سطح دما (تکرار) (MAXTEMPDECS)

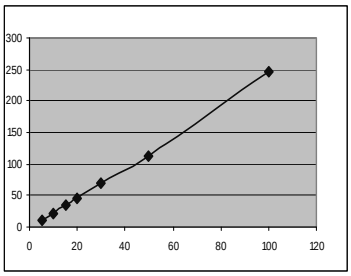
این پارامتر اجازه می‌دهد تا الگوریتم در سطوح مختلف دمایی (به عنوان پارامتر کنترل کننده) به جستجو پرداخته و هر چه دمای سیستم به تبرید نزدیک می‌شود، امکان یافتن جواب‌های موثر تر در ساختار *MOSCP*، بوجود آید؛ بنابراین، با در نظر گرفتن سایر عوامل- که تاثیر مستقیم‌تری در بهبود جواب‌های استقرار را دارند نظیر: ضریب تبرید (α)- در تکرارهای بالاتر، جواب‌های مناسب‌تر عاید خواهد کرد. همان‌طور که در نمودارهای (۱-۶)، (۲-۶)و (۳-۶) در پیوست مشهود است با افزایش تعداد دفعات تغییر سطح دما، کیفیت جواب‌های تولیدی به طور چشم گیری افزایش می‌یابد ولی در عین حال زمان پاسخ گویی نیز افزوده شده و باید بین کیفیت مناسب و زمان مناسب یک تبادل مناسب ایجاد گردد.



نمودار ۱-۶. افزایش در حداکثر تعداد دفعات تغییر سطح دما و بررسی تاثیر آن متوسط فاصله از جواب های موثر



نمودار ۲-۶. افزایش در حداکثر تعداد دفعات تغییر سطح دما و بررسی تاثیر آن متوسط معیار تسلط



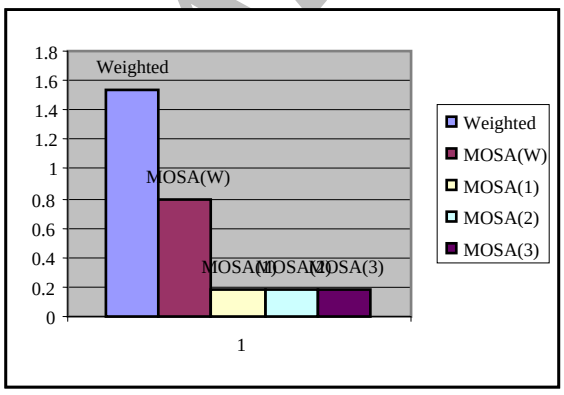
نمودار ۳-۶. افزایش در حداکثر تعداد دفعات تغییر سطح دما و بررسی تاثیر آن بر متوسط زمان

۵-۵. بررسی اعتبار الگوریتم *MOSA*[1] پیشنهادی روی *MOSCP*

بر اساس نتایج آماری حاصله از تاثیر پارامترهای الگوریتم در کارایی آن و با توجه به مقدار پارامترهای قابل اعتبار با توجه به نمودارها، بدیهی است تحت شرایط یکسان، هرگاه ضریب تبرید ۰/۹۵ فرض شود، کارایی بالایی در انتظار خواهد بود که همان توصیه وایت در انتخاب α با توجه به نوع مساله، می‌باشد. همچنین در شرایطی که حداکثر تعداد دفعات عدم بهبود متوالی (*MAXSAMEMARKOV*) تاثیر به سزایی در سرعت حل مساله دارد، حداکثر تعداد آن ۲۰ منظور می‌گردد.

ضمن آن که با توجه به وضعیت داغ بودن سیستم، در ابتدا لازم است تعداد همسایگی‌های اولیه، مناسب (مثلا،*NSAMP*=10) انتخاب شود که در تمامی مسائل قابل استفاده می‌باشد.

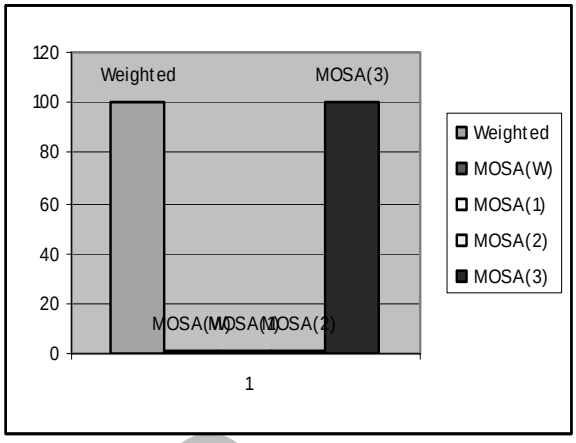
در این شرایط و در اجرای ده گانه با شرایط پارامترهای دیگر مساله و با پیش فرض‌های ذیل، نمودارها گواهی مناسب بر اعتبار الگوریتم *MOSA* طراحی شده در حل مساله *MOSCP* می‌باشد؛ چرا که، الگوریتم‌های طراحی شده برای حل این مسائل با کیفیت قابل قبول و در عین حال در زمان کمتر آن را حل می‌کنند و شاید بتوان گفت که از دلایل اصلی استفاده شبیه سازی تبرید کاهش زمان می باشد که در این زمینه، الگوریتم به خوبی عمل کرده است.



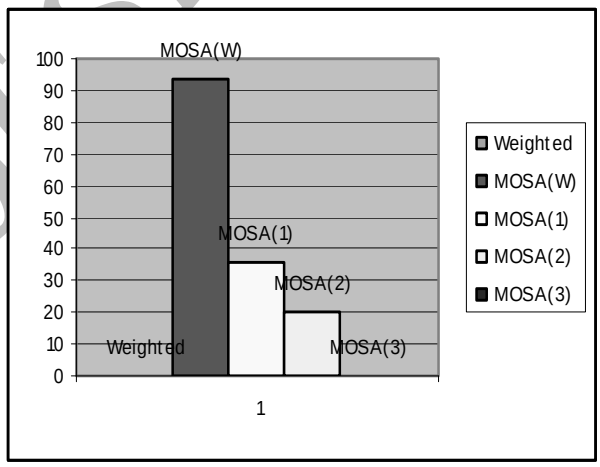
نمودار ۱-۷. مقایسه متوسط زمان حل مساله ۱۰×۱۰ با روش دقیق و شبیه سازی تبرید

[1] *Multi Objective Simulated Annealing*

Archive of SID
www.SID.ir



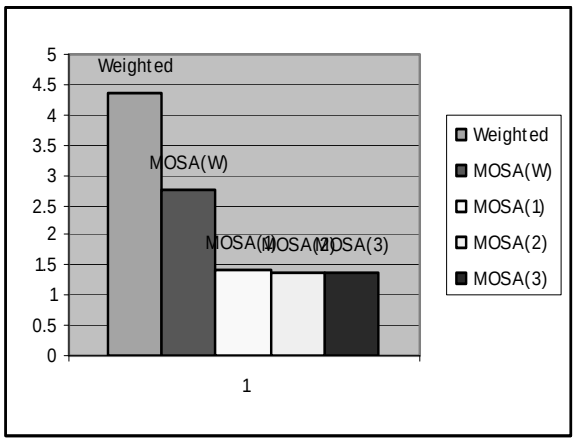
نمودار ۲-۷. مقایسه متوسط معیار تسلط برای مساله ۱۰×۱۰ با روش دقیق و شبیه سازی تبرید



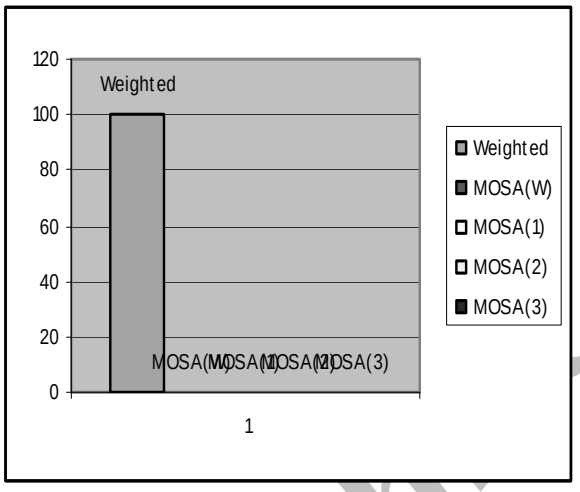
نمودار ۳-۷. مقایسه متوسط فاصله از جواب های موثر برای مساله ۱۰×۱۰ با روش دقیق و شبیه سازی تبرید

همان طورکه از منحنی‌های (۱-۷)، (۲-۷)، (۳-۷) و (۱-۸)، (۲-۸)، (۳-۸) و (۱-۹)، (۲-۹)، (۳-۹) در پیوست مشخص است، در مساله ۱۰×۱۰ با توجه به کوچک بودن اندازه مساله، تفاوت زیادی در کیفیت بین روش دقیق و چهار روش شبیه سازی تبرید وجود ندارد و در عین حال زمان اجرای مساله با شبیه‌سازی تبرید بسیار کمتر است.

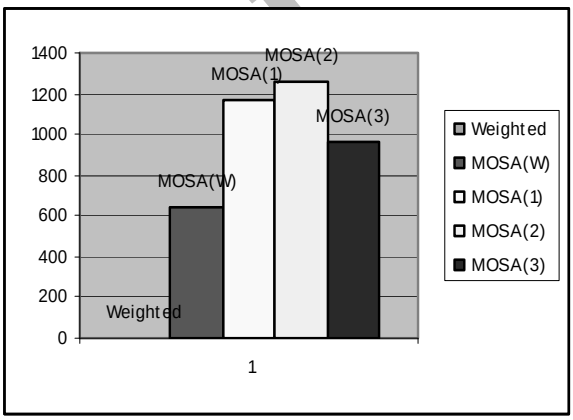
ولی در مساله‌های بزرگتر کیفیت جواب پائین تر و در عین حال در زمان بسیار صرفه جویی می‌شود. همچنین روش شبیه سازی تبرید موزون کیفیت جواب‌های بهتری نسبت به روش ساده دارد لکن زمان بالاتری برای پاسخ گویی نیاز دارد.



نمودار ۱-۸. مقایسه متوسط زمان حل مساله ۳۰×۳۰ با روش دقیق و شبیه سازی تبرید

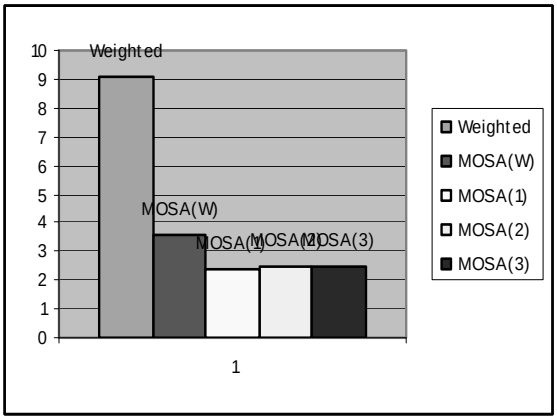


نمودار ۲-۸. مقایسه متوسط معیار تسلط برای مساله ۳۰×۳۰با روش دقیق و شبیه سازی تبرید

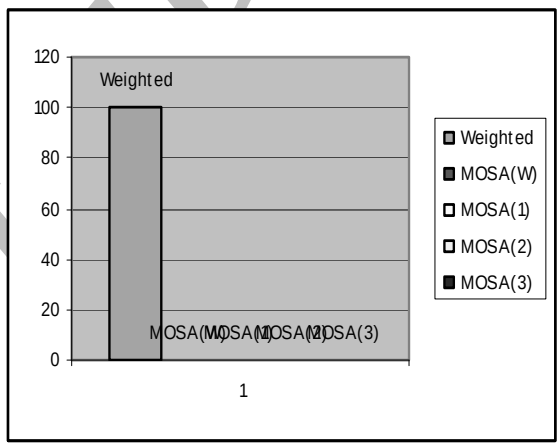


نمودار ۳-۸. مقایسه متوسط فاصله از جواب‌های موثر برای مساله ۳۰×۳۰ با روش دقیق و شبیه سازی تبرید

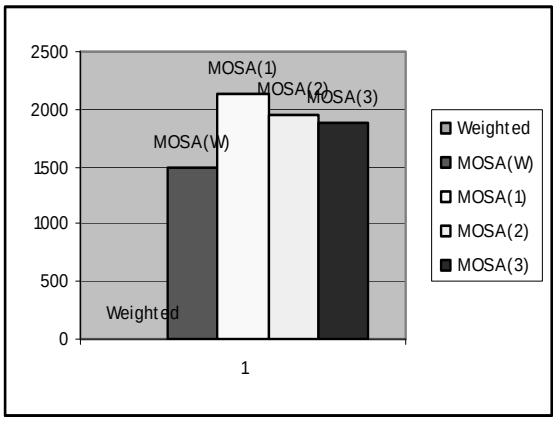
www.SID.ir



نمودار ۱-۹. مقایسه متوسط زمان حل مساله ۵۰×۵۰ با روش دقیق و شبیه سازی تبرید



نمودار ۲-۹. مقایسه متوسط معیار تسلط برای مساله ۵۰×۵۰ با روش دقیق و شبیه سازی تبرید



نمودار ۳-۹. مقایسه متوسط فاصله از جواب های موثر برای مساله ۵۰×۵۰ با روش دقیق و شبیه سازی تبرید

در سه مدل شبیه سازی تبرید ساده نیز مدل سوم دارای کیفیت بالاتری است و در مقایسه با دو مدل دیگر دارای آینده بهتری برای گسترش می‌باشد.

سوالی که دراینجا مطرح می شود این است که چرا با افزایش اندازه مساله متوسط معیار تسلط بسیار کاهش می‌یابد. در پاسخ می توان دلیل اصلی آن را وجود محدودیت برای تعداد تسهیلات قابل نصب دانست که برای مساله۵۰×۵۰ این محدودیت باعث محدود شدن بسیار زیاد جواب‌های قابل قبول می‌شود (تنها$۱/۲۸\times۱۰^{-۴۸}$ جواب‌های ممکن قابل قبول است). در نتیجه با وجود تولید جواب‌های بسیار زیاد درصد زیادی از جواب‌ها جزوجوابهای ممکن نمی‌باشند.

۱-۵-۵. روائی و پایائی مدل در مقایسه با GA[1]

جهت نشان دادن روائی و پایائی مدل، ۳ مساله *MOSCP* با ابعاد ۱۰×۱۰ ($M=N=10$) و۳۰×۳۰ ($M=N=30$) و ۵۰ ×۵۰ ($M=N=50$) به نسبت ۲۰٪ (تعداد یک‌های موجود در ماتریس پوشش در حدود ۲۰٪ است) با الگوریتم *GA* حل گردیده است که با مقایسه بین جواب‌های حل شده توسط *SA* نتیجه گیری می‌شود که الگوریتم *MOSA* طراحی شده به خصوص در مسائل با ابعاد بالا از کارائی لازم برخوردار است.

جدول ۱. مقایسه الگوریتم *GA* و *SA*

الگوریتم	معیار	۱۰×۱۰	۳۰×۳۰	۵۰×۵۰
GA	متوسط زمان	۰/۱۲۴	۱/۲۳۵	۲/۷۶۰
	متوسط فاصله از جواب های موثر	۰	۹۱۵/۷	۲۱۲۶
	متوسط معیار تسلط	۱۰۰	۰/۱۳۴	۰/۰۶۱
SA	متوسط زمان	۰/۱۷۸	۱/۳۷۷	۲/۴۱۷
	متوسط فاصله از جواب های موثر	۰	۹۶۲/۳	۲۸۷۳
	متوسط معیار تسلط	۱۰۰	۰/۱۲۵	۰/۰۷۲

۶. نتیجه گیری

در این مقاله صحت و اعتبار علمی الگوریتم *SA* طراحی شده برروی *MOSCP* طی معیارهای ارزیابی ارائه شده است و همگرایی آن با بالا رفتن تعداد تکرارها و در اجراهای مختلف به سمت جواب‌های برتر کاملا واضح است. کارایی الگوریتم، براساس پارامترهای الگوریتم *SA* طراحی شده و با توجه به نتایج اشاره شده قابل استناد بوده و مشهود است. البته در مواردی که الگوریتم با مسائلی با حجم بالا (سطر و ستون زیاد ماتریس پوشش) مواجه و نسبت ماتریس پوشش کم باشد، سرعت حل به نسبت سریع تر است؛ یعنی، هرگاه مساله *MOSCP* مساله‌ای کوچک باشد و نسبت آن بالا، سختی حل به نوعی معادل حل مساله *MOSCP* بزرگ با نسبت کم می‌باشد.
مطابق نمودارهای مقایسه‌ای، مشاهده می‌شود که الگوریتم *SA* طراحی شده با اطمینان بالایی، الگوریتم مناسبی می‌باشد که

[1] *Genetic Algorithm*

Archive of SID
www.SID.ir

می‌تواند مسائل بزرگ و کوچک با نسبت‌های متفاوت به خوبی حل نماید.

۱-۶. پیشنهاد برای تحقیقات آتی

می‌توان مسائل کامل تری از مسائل پوشش مجموعه را با فرضیات و محدودیت‌های دیگر همانند: صحیح بودن متغیرهای تصمیم، فرض پوشش بیشتر از یک بار توسط هر تسهیل، پیوسته بودن مساله پوشش مجموعه به جای گسسته بودن، استفاده از توابع هدف دیگر در جهت مدل سازی دقیق‌تر مفاهیم دنیای واقعی بکار گرفت. همچنین مکانیزم جستجوی همسایگی، مکانیزم حذف/ اضافه منظور شده است ولی می‌توان یک یا ترکیبی از مکانیزم‌های موجود؛ مثلا، جهشی و تعویضی را با توجه به نحوه نمایش ساختار متغیرهای حل (جواب) ارائه نمود. نحوه ارائه دمای اولیه سیستم در الگوریتم طراحی شده *SA* برای حل *SCP*، روش وایت بوده است. می‌توان اثر انتخاب T_0را با روش‌های دیگر مثلا، انتخاب T_0 به مقدار ثابت، مشاهده نمود. در انتخاب دمای نهایی T_f، برای جلوگیری از وضعیت *Trap*[1]، از T_fاستفاده نشده است. محققان آتی می‌توانند از مفهوم T_f به عنوان یکی از روش‌های اختتام الگوریتم با توجه به ریسک به دام افتادن در نقطه بهینه محلی استفاده نمایند. البته لازم است T_f مقداری بیشتر از صفر در نظر گرفته شود تا مشکل حادی پیش نیاید. طول زنجیره مارکوف براساس محاسبه جواب های رد شده و پذیرفته شده با هم، منظور شده است. لذا، می توان با در نظر گرفتن شمارنده‌ای، فقط تعداد جواب های پذیرفته و یا رد شده را به عنوان طول دوره (زنجیره مارکوف) لحاظ نمود. همچنین با تغییر قانون کاهش دما پس از ارزیابی کارایی آن می توان جواب های بهتری ارائه نمود.

مراجع

[۱] خیری‌نیا، علی؛ حل یک مساله مکان یابی-تخصیص با استفاده از یکی از روش های فوق ابتکاری(*SA*)، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تهران؛ بهار ۱۳۸۲.

[۲] اصغرپور، محمدجواد.، تصمیم‌گیری‌های چند معیاره، انتشارات دانشگاه تهران، چاپ سوم؛ تابستان ۱۳۸۳.

[3] Heragu, S.S., "*Facilties Design*", PWS Publishing Company, Boston, MA, 1997.

[4] Daskin, M.S., "*Network and Discrete Location*," Models and Algorithms and Applications, John Wiley & Sons, 1995.

[5] Garey, M.R., Johnson, D.S. "*Computers and Interactability, A Guide to the Theory of NP-Completeness*", Freeman, San Francisco, 1979.

[6] Metropolis, N., Rosenbluth, A.W., Rosenbluth, M.N., Teller, A.H., Teller, E., "*Equation of State Calculations by Fast computing Machines*", Journal of Chemical Physics, Vol. 21, June 1953.

[7] White, S.R., *Concept of Scale in Simulated Annealing*, Proceeding IEEE International Conference on Computer Design, Portchester, 1983.

[8] Kevin Ian Smith. *A Study of Simulated Annealing Techniques for Multi-Objective Optimization*, PhD thesis, University of Exeter, Oct. 2006.

[9] Serafini, P., *Simulated Annealing for Multi-objective Optimization Problems*. In Proceedings of the 10th International Conference on Multiple Criteria Decision Making, Taipei-Taiwan, Vol. 1, Pages 87-96, 1992.

[10] Das, Denis. *A Closer Look at Drawbacks of Minimizing Weighted Sums of objectives for Pareto Set Generation in Multi-Criteria Optimization Problems*. Structural Optimization, 1997.

[1] *Trap*

Archive of SID
www.SID.ir