

OPTIMIZATION OF RESERVOIR OPERATION USING SIMULATED ANNEALING AND OTHER HEURISTIC METHODS

A.B. Dariane

Associate Professor, Department of Civil Eng., K.N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran

L. Shahidi

Graduate Student-Msc. in Water resources management, Department of Civil Eng., K.N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran

Abstract: Application of classic optimization methods in large scale water resources problems usually leads to impractical models with dimensionality and excessive computational time issues. In recent years, heuristic search methods such as Simulated Annealing (SA), Genetic Algorithms (GA) and Ant Colony Optimization (ACO) have been used successfully for solving these kinds of problems.

In this paper, a Simulated Annealing algorithm (SA) is adopted for solving the operation problem of Dez Reservoir located in southwestern Iran. The objective function is assumed to be as minimization of the deficits, both in short (1 year) and long term (42 years) periods. Furthermore, the sensitivity of results with respect to changing some of the parameters is studied. Finally, the results of SA with those of GA and ACO, as two other heuristic methods, and DP as a classic method, are compared and discussed. Results indicate that the SA method leads to better solutions with more efficient computational time and effort.

بررسی کاربرد الگوریتم شبیه سازی آنیلینگ در بهره برداری بهینه از منابع آب و مقایسه آن با دیگر روش های کاوشی

علیرضا برهانی داریان و لاله شهیدی

چکیده: مسائل بهینه سازی سیستم های منابع آب به لحاظ تنوع ضوابط تصمیم گیری و توابع هدف دارای پیچیدگی هایی است که بعضاً حل آنها با روش های بهینه سازی معمول امکان پذیر نیست و یا مستلزم صرف وقت و هزینه بسیار است. از این رو در سالهای اخیر روش های کاوشی در این زمینه مورد توجه محققان قرار گرفته اند. در این مقاله ابتدا روش های شبیه سازی آنیلینگ، الگوریتم ژنتیک و الگوریتم مورچه به عنوان روش های کاوشی معرفی شده اند و سپس کارایی آنها در مسئله بهره برداری بهینه از مخازن بررسی شده است. به این منظور علاوه بر بررسی حل مسئله فروشنده دوره گرد، مطالعه موردی بر روی مخزن دز در دوره یکساله و دوره ۴۲ ساله انجام شده است. روش برنامه ریزی پویا نیز به عنوان یک روش حل و معیاری برای سنجش سه روش دیگر به کار گرفته شده است. مقایسه روشها نشان می دهد که الگوریتم شبیه سازی آنیلینگ روش قدرتمند تری نسبت به سایر روشهاست و در زمان بسیار کمتر به نتایج بهتری می رسد.

کلمات کلیدی: بهینه سازی، بهره برداری از مخازن، شبیه سازی آنیلینگ، الگوریتم ژنتیک، الگوریتم مورچه، روش های کاوشی

تاریخ وصول: ۸۵/۷/۱۵

تاریخ تصویب: ۸۷/۵/۱

دکتر علیرضا برهانی داریان، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، dariania@yahoo.com

لاله شهیدی، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، laleh.shahidi@yahoo.com

۱. مقدمه

از آنجاکه مسائل بهینه‌سازی سیستم‌های منابع آب به لحاظ تنوع ضوابط تصمیم‌گیری و توابع هدف دارای پیچیدگی‌هایی است که بعضاً حل آنها با روش‌های بهینه‌سازی معمول امکان پذیر نیست و یا مستلزم صرف وقت و هزینه بسیار است، بنابراین استفاده از ابزارهای نوین و روش‌های جدید در حل این مسائل امری اجتناب‌ناپذیر می‌باشد. به‌همین منظور در سال‌های اخیر روش‌های کاوشی^۱ در زمینه بهره‌برداری از منابع آب مورد توجه قرار گرفته‌اند. روش‌های کاوشی اغلب روش‌های الهام گرفته شده از طبیعت هستند که برای حل مسائل در زمینه‌های مختلف از دهه ۱۹۶۰ مورد توجه محققان قرار گرفته‌اند. این روشها جوابهای قابل قبول (نزدیک به بهینه) را با یک هزینه محاسباتی معقول جستجو می‌کنند، بی‌آنکه قادر به تضمین بهینگی مطلق جواب باشند. روش‌های کاوشی شناخته شده عبارتند از: شبیه‌سازی آنیلینگ^۲، الگوریتم ژنتیک^۳، جستجوی ممنوعه^۴، الگوریتم مورچه^۵ و هجوم ذرات^۶. در فیزیک مواد چگال، آنیلینگ به فرآیندی اطلاق می‌شود که طی آن ماده جامدی در یک حمام حرارتی حرارت داده می‌شود تا دمای آن به حدی برسد که تمامی ذرات آن در یک آرایش آزادانه و تصادفی در فاز مایع قرار گیرند. سپس، با کاهش تدریجی دمای حمام، مرحله سرد کردن آغاز می‌شود. در صورتی که دمای ماکزیمم به اندازه کافی بالا باشد و سرد کردن به حد کافی به آرامی صورت گیرد، همه ذرات خود را در یک ساختار شبکه‌بندی شده به نحوی قرار می‌دهند که به پایین ترین سطح انرژی برسند. ایده‌ای که اساس روش SA را شکل داد برای اولین بار توسط مترو پلیس و همکاران در ۱۹۵۳ ارائه شد که الگوریتمی برای شبیه‌سازی فرآیند آنیلینگ بود. با در دست داشتن شرایط اولیه ماده (در حالت تعادل در یک دمای مشخص) یک آشفتگی به صورت یک تغییر مکان کوچک به یکی از ذرات ماده، که آن نیز به صورت تصادفی انتخاب شده، داده می‌شود. تغییر در سطح انرژی بین حالت فعلی و آشفتگی ایجاد شده را ΔE می‌نامیم. اگر این مقدار منفی باشد به عبارت دیگر اگر آشفتگی باعث رسیدن به سطح انرژی پایین تری در ماده شده باشد، فرآیند با حالت جدید ادامه می‌یابد. در غیر اینصورت احتمال پذیرش حالت جدید با $\exp(-\frac{\Delta E}{k_B T})$ بیان می‌شود. که به این معیار پذیرش، معیار متروپلیس^۷ گفته می‌شود (k_B یک مقدار ثابت است). برای رسیدن به پایین ترین سطح انرژی در پایان فرآیند،

لازم است که در هر دو شرط تعادل حاصل شود و سپس دما کاهش یابد. شرط تعادل، رسیدن به پایین ترین سطح انرژی ممکن در هر دماست. ۳۰ سال بعد، کرک پاتریک و همکاران [۱] روشی پیشنهاد کردند که بر اساس آن می‌توان این شبیه‌سازی را برای جستجوی جواب در مسائل بهینه‌سازی به کار برد. در پیشنهاد کرک پاتریک و همکاران، T پارامتر کنترل کننده‌ای است که در نقش دما است و در طول اجرای الگوریتم به تدریج کاهش می‌یابد و تابع هدف معادل انرژی ماده (E) می‌باشد. آنها همچنین کاربردهایی از الگوریتم SA را در حل مسأله فروشنده دوره گرد^۸ و طراحی فیزیکی سیستم‌های الکترونیکی و کامپیوترها ارائه دادند. الگوریتم ارائه شده توسط آنها به وسیله سرنی در ۱۹۸۵ توسعه داده شد [۲]. پس از کرک پاتریک و همکاران، گام‌هایی در جهت شبیه‌سازی ریاضی SA برداشته شد. ون لاهون و آرتز [۲] و آرتز و کورست [۳] به کمک تئوری زنجیره‌های مارکوفی محدود آن را مدل‌سازی نموده و اثباتهایی برای همگرایی آن نیز ارائه کردند. همچنین، مطالعاتی توسط اینگبر [۴] در جهت بهبود کارایی الگوریتم و اصلاح تابع سرد کردن برای افزایش سرعت رسیدن به جواب انجام شد و الگوریتم‌هایی مانند آنیلینگ خیلی سریع^۹ و شبیه‌سازی باز-آنیلینگ خیلی سریع^{۱۰} توسط او ارائه شد. در زمینه منابع آب، این الگوریتم توسط تیگواراپو و سیمونوویچ [۵] برای بهره‌برداری بهینه از دو سیستم چهار مخزنی یکی با هدف آبیاری و دیگری به منظور تولید برقایی به کار رفته‌است و نتایج آن به ترتیب با روش برنامه‌ریزی خطی و برنامه‌ریزی خطی اعداد صحیح مختلط^{۱۱} مقایسه شده که در نهایت روش SA به جوابهای بهتری رسیده‌است. این الگوریتم همچنین برای طراحی بهینه سیستم‌های توزیع آب توسط کونها و همکاران [۶] و گلدمن و میز [۷]، در مدیریت آبهای زیرزمینی توسط کونها [۸] و اسکاگز و همکاران [۹] و در زمینه ترمیم داده‌های هیدرولوژیکی توسط بارداسی [۱۰] به کار رفته‌است. الگوریتم ژنتیک، GA، شبیه‌سازی‌ای از سیر تکامل بیولوژیکی است. در این روش از بین جوابهای موجود، جوابهای برتر که باعث بهبود تابع هدف می‌شوند برای تولید نسل بعدی جوابها انتخاب می‌شوند و این سیر تکاملی تا یافتن جواب بهینه تکرار می‌شود. این الگوریتم اولین بار توسط هولند در ۱۹۷۵ ارائه شد. وانگ [۱۱] از این روش برای کالیبراسیون مدل‌های بارش- رواناب استفاده کرد و مک‌کینی و لین [۱۲] و سینیاویسکی و همکاران [۱۳] در مدل‌های آب زیرزمینی از آن بهره جستند. ایسات و هال [۱۴] در یک مسأله چهار مخزنی و اولیوریا و لاکس [۱۵] برای برنامه‌ریزی سیستم‌های چند مخزنی آن را به کار بردند و به سیاست‌های بهره‌برداری مؤثری

¹ Heuristic

² Simulated Annealing (SA)

³ Genetic Algorithm (GA)

⁴ (TS)

⁵ Ant System (AS)

⁶ Particle Swarm Optimization

⁷ Metropolis criterion

⁸ Travelling Salesman Problem (TSP)

⁹ Very Fast Annealing

¹⁰ Very Fast Simulated Re-Annealing

¹¹ Mixed Integer Linear Programming

همچنین علامت منفی برای مسائل مینیمم سازی و مثبت برای مسائل ماکزیمم کردن است. این روند همراه با کاهش دما تا رسیدن به شرط توقف تکرار می‌شود و بهترین جواب به دست آمده در طول اجرای الگوریتم ثبت می‌شود. به این ترتیب الگوریتم با پذیرفتن جوابهای نامطلوب بر اساس معیار متروپلیس، ضمن برآورده کردن هدف مسأله، یعنی یافتن جواب بهینه، امکان حرکت و جستجو در قسمت‌های وسیع تری از مجموعه جوابها را فراهم می‌سازد، و احتمال به دام افتادن در نقاط بهینه موضعی بسیار کاهش می‌یابد. همچنین می‌توان از الگوریتم‌های متجانس^۲ یا نامتجانس^۳ SA استفاده کرد. در الگوریتم نامتجانس پس از هر تلاش، دما طبق رابطه مشخصی کاهش می‌یابد، ولی در الگوریتم متجانس پس از انجام تعداد تلاشهای کافی (طول دوره، L) و ارضای شرط تعادل در هر دما، دما طبق رابطه مشخصی کاهش می‌یابد. در مسائل واقعی با تعداد زیاد متغیرها، برای یافتن بهینه مطلق یا نزدیک به آن باید از الگوریتم متجانس استفاده کرد. چون در الگوریتم نامتجانس تعداد تلاش کافی صورت نمی‌گیرد و احتمال به دام افتادن در بهینه‌های موضعی خصوصاً در مسائل با ابعاد بزرگ بسیار زیاد است [۲، ۳، ۲۴، ۲۵]. در این روش باید یک الگوی سرد کردن^۴ شامل: دمای اولیه، شرط تعادل، تابع کاهش دما و معیار توقف تعیین کرد که به آنها تصمیمات عام^۵ گفته می‌شود. همچنین، باید نحوه تعیین جواب اولیه، ساختار همسایگی و تابع هدف نیز مشخص شوند که تصمیمات خاص هر مسئله هستند. [۲۴]

۲-۲. ساختار همسایگی

به طور کلی از دو روش برای ایجاد همسایگی می‌توان استفاده کرد: انتخاب جواب همسایه از بین جوابهای امکان پذیر به طور تصادفی، انتخاب جواب همسایه طبق ضابطه‌ای خاص بر اساس روش ابتکاری مخصوص به هر مساله. که روش اول بیشتر مورد استفاده قرار می‌گیرد. اگر تولید جواب مجاور^۲ x ، به صورت رابطه (۱) بیان شود، که طول گام تصادفی نامیده می‌شود، نباید آنقدر بزرگ باشد که از دقت جواب بکاهد و نه آنقدر کوچک که باعث شود انتقالات در محدوده خاصی از مجموعه جوابها به دام بیفتد و حرکت به نقاط دیگر مستلزم تعداد زیادی تکرار باشد [۲۶].

$$x' = x \pm \Delta x \quad (1)$$

برای انتخاب یک ساختار همسایگی مناسب می‌توان از اجراهای آزمایشی و بررسی چگونگی پیشرفت الگوریتم استفاده کرد.

دست یافتند. واردلا و شریف [۱۶] کار ایسات و هال را ادامه داده و قابلیت GA را برای بهره‌برداری بهنگام مخازن با پیش بینی جریان استوکاستیک بررسی کردند. آنها همچنین در مقاله دیگری در سال ۲۰۰۰ از GA در برنامه‌ریزی یک مخزن چند منظوره استفاده کردند و نتایج را با DDDP^۱ مقایسه کردند. همچنین مطالعات متعددی در زمینه به کار گیری روش‌های مختلف GA - کدگذاری باینری، خاکستری و حقیقی - توسط ویتلی [۱۷]، رایت [۱۸] و دیگران انجام شده‌است.

در اوایل دهه ۱۹۹۰ دوریگو و همکاران الگوریتم بهینه‌سازی ای را بر اساس رفتار مورچگان ارائه دادند. مورچگان کوتاهترین مسیر را بین محل زندگی خود و محل تغذیه انتخاب می‌کنند و این کار را به وسیله به جا گذاشتن ماده‌ای به نام فرومون بر مسیر حرکت خود انجام می‌دهند. بر این اساس دوریگو و همکاران [۱۹] اولین الگوریتم مورچه را با عنوان سیستم مورچگان برای حل مسئله فروشنده دوره گرد و مسأله زمانبندی فروش ارائه دادند. دوریگو و گامباردلا [۲۰] کلونی سیستم مورچگان را ارائه دادند و در سالهای بعد نیز اصلاحات مختلفی بر روی الگوریتم AS در جهت بهبود آن انجام شد. علاوه بر کاربرد این روش در سایر رشته‌های علوم، در زمینه مهندسی آب می‌توان به کاربرد آن در کالیبراسیون مدل بارش-رواناب [۲۱]، طراحی سیستمهای توزیع آب [۲۲] و بهره‌برداری از مخازن [۲۳] اشاره کرد. در این تحقیق پس از شرح مراحل روش SA، مدلی بر مبنای این الگوریتم برای حل مسأله بهره‌برداری از مخزن سد دز به‌منظور مینیمم کردن مجموع مربعات کمبود نیاز در پایین‌دست، توسعه داده شده است و پس از بررسی چگونگی تأثیر پارامترهای آن بر نتایج مسأله، بهترین نتایج بدست آمده با نتایج حاصل از روشهای GA، ACO و DP مقایسه شده است.

۲. روش شبیه‌سازی آنیلینگ

۲-۱. کلیات

شبیه‌سازی آنیلینگ، SA، به وسیله جستجو در مجموعه‌ای از جوابهای شدنی برای یافتن جواب بهینه عمل می‌کند. در روند این جستجو، الگوریتم از یک جواب اولیه، n ، که به صورت تصادفی یا بر اساس اطلاعات موجود مسأله انتخاب می‌شود، به جوابی در همسایگی آن حرکت می‌کند (j) و علاوه بر پذیرش جوابی که باعث بهبود تابع هدف می‌شود، جوابهای نامطلوب نیز به شرطی پذیرفته می‌شوند که $\text{Exp}(\pm \frac{\Delta f}{c_k})$ از عددی تصادفی بین صفر و یک بزرگتر باشد. که در آن c_k پارامتر کنترل کننده (دما) و $\Delta f = f_j - f_i$ می‌باشد.

² Homogeneous

³ Inhomogeneous

⁴ Cooling Schedule

⁵ Generic Decisions

¹ Discrete Differential Dynamic Programming

۲-۳-۲. الگوی سرد کردن

الگوهای سرد کردن به طور کلی به دو دسته تقسیم می‌شوند: الگوهای استاتیک و دینامیک. در الگوهای استاتیک، پارامترها در طول اجرای الگوریتم ثابت می‌مانند، اما در الگوی دینامیک پارامترها با توجه به نحوه تغییرات تابع هدف و در روند پیشرفت الگوریتم می‌توانند تغییر کنند. الگوی استاتیک که به عنوان الگوی هندسی نیز شناخته می‌شود توسط کرک پاتریک و همکاران پیشنهاد شده است [۱]. این الگو ساده‌تر است و در عین حال کارایی خوبی در مسائل مختلف دارد.

۲-۳-۱. دمای اولیه، c_0

دمای اولیه باید به قدر کافی بزرگ اختیار شود به نحوی که در دمای c_0 انتقالات نامطلوب بیشتری پذیرفته شوند. از آنجا که پذیرش انتقال‌های نامطلوب به نسبت $\frac{\Delta f}{c_0}$ بستگی دارد، بنابر این مقیاس بزرگی c_0 با توجه به Δf تعیین می‌شود. به این منظور در یک اجرای آزمایشی مثلاً شامل ۱۰۰ تکرار، از یک نقطه شروع کرده و با توجه به ساختار همسایگی به نقاط مجاور حرکت می‌کنیم و در هر حرکت فارغ از مطلوب یا نامطلوب بودن آن، $|\Delta f|$ محاسبه می‌شود. و در پایان، ماکزیمم مقادیر $|\Delta f|$ به عنوان دمای اولیه در اجرای اصلی الگوریتم استفاده می‌شود.

۲-۳-۲. تابع کاهش دما

در حالت استاتیک از یک رابطه هندسی برای کاهش دما استفاده می‌شود:

$$c_{k+1} = \alpha \cdot c_k \quad 0.8 \leq \alpha \leq 0.99 \quad (۲)$$

که در آن ضریب α فاکتور کاهش دما بوده و در طول اجرای الگوریتم ثابت می‌ماند. ولی در حالت دینامیک با توجه به روند تغییرات تابع، α متغیر در نظر گرفته می‌شود. برای نمونه، روابط زیر برای حالت دینامیک پیشنهاد شده‌اند [۲۶]:

$$c_{k+1} = \alpha_k \cdot c_k \quad 0 \leq \alpha_k \leq 1 \quad (۳) \quad \text{تابع هندسی}$$

$$c_{k+1} = c_k - B_k \quad (۴) \quad \text{تابع حسابی}$$

$$c_{k+1} = \frac{c_k}{1 + \lambda c_k} \quad (۵) \quad \text{تابع کسری}$$

$$c_k = \frac{B}{\log(1+k)} \quad (۶) \quad \text{تابع لگا ریتمی}$$

B و λ مقادیر ثابتی هستند که با توجه به چگونگی تغییر شیب تابع c_k ، با تحلیل حساسیت و در اجراهای آزمایشی تعیین می‌شوند.

۲-۳-۳. طول دوره، شرط تعادل

در الگوریتم متجانس طول دوره، L ، تعداد تکرارهایی است که در یک دمای ثابت صورت می‌گیرد تا به حالت تعادل برسد. در الگوی استاتیک طول دوره برای همه دماها یک مقدار ثابت در نظر گرفته می‌شود. یعنی صرفنظر از اینکه در دمای مورد نظر به تعادل حرارتی رسیده‌ایم یا نه، در هر دما به طور ثابت L تکرار انجام می‌شود. برای تعیین طول دوره مناسب، بهتر است که ابتدا در یک اجرای آزمایشی روند تغییرات تابع هدف بررسی شود. در حالت دینامیک، ابتدا باید تعداد حداقلی از تکرارهای پذیرفته شده (e) انجام گیرد که آن را یک "سری" از تکرارها می‌نامیم. سپس شرط تعادل بررسی می‌شود (رابطه ۸). در صورت ارضای شرط تعادل دما کاهش می‌یابد در غیر اینصورت سری دیگری از تکرارها انجام می‌گیرد و این روند آنقدر تکرار می‌شود که یا شرط تعادل ارضا شود و یا تعداد کل تکرارهای پذیرفته شده از یک مقدار ماکزیمم (M) بیشتر شود [۲۷].

$$\frac{|\bar{f}_e - \bar{f}_g|}{\bar{f}_g} \leq \varepsilon \quad (۷)$$

که در آن:

ε : یک عدد مثبت و کوچک (مثلاً از مرتبه 10^{-3})

\bar{f}_e : متوسط تابع هدف برای تمام حالت‌های پذیرفته شده در هر سری

\bar{f}_g : متوسط مقادیر \bar{f}_e برای تمام سری‌های قبلی در دمای c_k الگوی دینامیک مشابهت بیشتری با فرآیند فیزیکی دارد.

۲-۳-۴. شرط توقف

شرط توقف در حالت استاتیک به دو صورت بیان می‌شود: رسیدن به یک دمای نهایی از پیش تعیین شده، c_f ، که کسر بسیار کوچکی از دمای اولیه است (رابطه ۸) و یا رسیدن به یک مقدار ماکزیمم از پیش تعیین شده برای تعداد کل تکرارها.

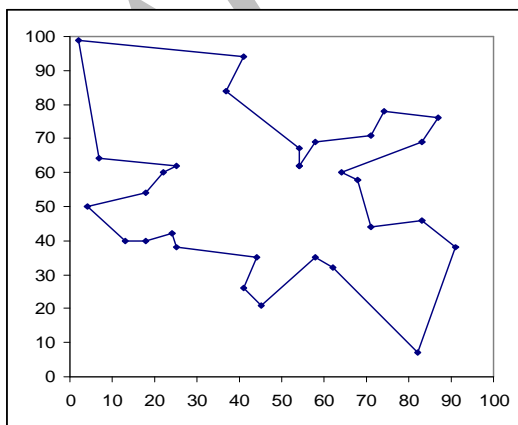
$$c_f = \beta \cdot c_0 \quad \beta \leq 0.01 \quad (۸)$$

ولی در حالت دینامیک در صورتی که میانگین تابع هدف در تکرارهای پذیرفته شده، در چند دمای پیاپی ثابت بماند و یا اختلاف نسبی آنها از یک عدد بسیار کوچک، کوچکتر باشد، اجرای الگوریتم خاتمه می‌یابد.

۳. کاربرد

در این تحقیق بمنظور تحلیل و ارزیابی روش SA، کاربرد آن در حل دو مسئله مورد بررسی قرار گرفته و نتایج آن با نتایج بدست آمده از روشهای GA، ACO و DP که در مرجع [۲۸] ارائه شده مقایسه شده است. این مسائل عبارتند از: (۱) مسأله فروشنده دوره

روند تغییرات تابع هدف می‌توان دریافت که شیب تغییرات یکسان نبوده و تغییرات قابل توجه در تابع هدف در یک سوم میانی از مجموعه تلاشها اتفاق می‌افتد. در این شکل منظور از F_{curr} مقدار تابع هدف در جواب‌هایی است که الگوریتم از آنها عبور کرده‌است، اعم از مطلوب و نا مطلوب. مقدار مینیمم همواره در متغیر F_{opt} ذخیره شده‌است. به دلیل ماهیت تصادفی بودن این روش، برای هر دسته از پارامترها ۱۰ اجرا انجام شده و کمترین جواب، میانگین و انحراف معیار آنها در جدول (۱) ارائه شده‌است و در آن مشاهده می‌شود که جواب نسبت به تغییر هر سه پارامتر تقریباً به یک میزان حساس است. در تمام حالتها افزایش طول دوره، L ، باعث بهبود میانگین جواب شده‌است. افزایش ضریب کاهش دما، α ، نیز به جز چند مورد با اختلاف اندک که به دلیل ماهیت تصادفی روش می‌باشد، در بقیه موارد مقدار تابع هدف را کاهش داده‌است. در مورد ضریب دمای نهایی، β ، نیز هرچه این عدد کوچکتر باشد و الگوریتم در دمای پایین تری متوقف شود جواب بهتری حاصل می‌شود. به طور کلی در این جدول با حرکت به سمت راست و پایین مقدار تابع هدف بهبود می‌یابد. همچنین افزایش پارامتر α تأثیر بسزایی در کاهش پراکندگی جوابها دارد در صورتی که تغییرات دو پارامتر دیگر چنین اثری ندارند. بهترین جواب به دست آمده از روش SA برابر با ۴۲۳،۷۴ می‌باشد که مسیر مربوط به آن در شکل (۲) نشان داده شده‌است. این مسأله در مرجع [۲۸] با استفاده از روش ACO با ۳۰ مورچه و پارامترهای $\alpha=1$ ، $\beta=5$ ، $\rho=0.5$ و $\tau_0=1$ نیز آن را تأیید می‌کند. این نتیجه در یک مسأله ترکیبی و گسسته مانند TSP که الگوریتم‌های ویژه‌ای همچون ACO در حل آن موفق نشان داده‌اند، حاکی از پتانسیل بالای SA در یافتن حل بهینه در مسائل گسسته و NP-complete است. مختصات مسأله oliver30 در پیوست آمده است.



شکل ۲. جواب مسأله TSP برای ۳۰ شهر، Length=423.74

گرد (TSP) به عنوان مثالی گسسته در بهینه‌سازی ترکیبی و (۲) مسأله بهره‌برداری از مخزن سد در دوره کوتاه مدت (یکساله) و بلند مدت (۴۲ ساله).

۳-۱. فروشنده دوره گرد

این مسأله از دسته مسائل NP-complete است که معمولاً الگوریتم ساده‌ای برای حل آنها در دست نیست. تابع زمانی حل این مسائل معمولاً تابع پیچیده‌ای است که با افزایش ابعاد مسأله، زمان حل آن به طور قابل توجهی افزایش می‌یابد و استفاده از روش‌های حل قطعی برای آنها تقریباً غیر ممکن می‌شود. روش‌های کاوشی معمولاً در حل آنها بسیار موفق ترند.

در این مسأله فروشنده‌ای قصد دارد برای فروش اجناس خود از تعدادی شهر (۳۰ شهر در این مورد) بازدید نماید. با مشخص بودن مختصات شهرها، باید مسیر حرکت این فروشنده را به نحوی که طول کل مسیر، مینیمم باشد به طوری تعیین کرد که:

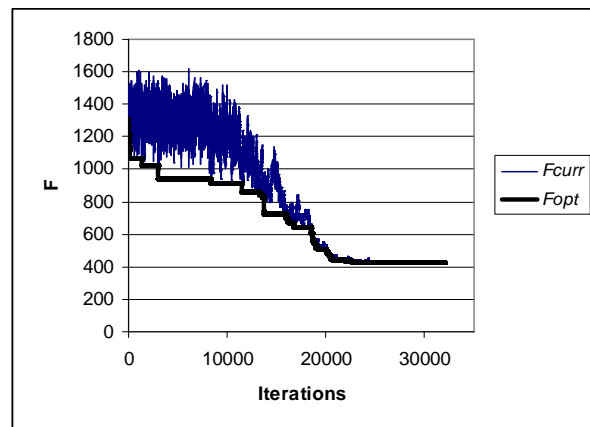
۱- از هر شهر تنها یکبار بگذرد.

۲- در پایان به نقطه شروع برگردد، یعنی مسیر حرکت آن،

یک مسیر بسته باشد.

برای حل این مسأله از الگوریتم‌های SA و AS استفاده شده و نتایج آنها با هم مقایسه شده‌اند. روش حل به این ترتیب است که ابتدا یک ترتیب تصادفی از ۳۰ شهر به عنوان جواب اولیه تولید می‌شود و مقدار تابع هدف، F ، که همان طول مسیر می باشد محاسبه می‌شود. سپس هر بار به طور تصادفی ۲ یا ۴ لینک از مسیر برداشته می‌شود و به جای آن لینک‌های مناسب جایگزین شده، تغییرات تابع هدف بررسی می‌شود.

این روند طبق الگوریتم SA تا یافتن جواب بهینه دنبال می‌شود. در حل این مسأله از الگوریتم متجانس و الگوی استاتیک استفاده شده‌است. تعداد لینک‌های تغییر یافته در هر بار براساس بررسی‌های بعمل آمده در این مسأله مشخص گردید. طبق شکل (۱) از بررسی



شکل ۱. تغییرات تابع هدف برای مسأله TSP با روش SA

جدول ۱. بررسی حساسیت جواب نسبت به تغییر پارامترها در روش SA، مسئله TSP

α	β	0.01			0.001			0.0001		
		L	50	100	200	50	100	200	50	100
0.8	Min	625	558	472	551	500	424	490	474	468
	Average	701	625	575	595	551	523	577	521	521
	S.D.	48	41	57	32	37	47	55	31	43
0.98	Min	494	445	458	472	426	432	448	425	425
	Average	537	498	488	502	468	464	502	463	453
	S.D.	29	36	21	25	29	27	30	36	26
0.99	Min	499	485	429	424	428	424	433	426	425
	Average	549	522	488	459	455	444	472	466	458
	S.D.	26	25	37	27	26	28	26	26	25

می‌باشد. همچنین، فرض می‌شود که حجم ابتدای ماه اول و انتهای ماه آخر نامعلوم ولی باهم برابر باشند. برای حل این مسئله از الگوریتم متجانس و از هر دو الگوی استاتیک و دینامیک استفاده شده‌است. مجموعه جواب شامل سری‌های ۱۲ تایی از حجم ذخیره اول ماه است.

براساس میزان ورودی و تقاضا، جواب اولیه با توزیع نرمال تولید می‌شود، به این ترتیب که در ماههای اول و آخر (مهر و شهریور) حجم ذخیره در حد مینیمم و در وسط دوره یعنی حدود فروردین در حد ماکزیمم باشد. سپس، با در نظر گرفتن یک ساختار همسایگی مناسب حجم ذخیره هر ماه به نوبت و به صورت تصادفی تغییر داده می‌شود و مقدار خروجی از رابطه (۱۱) محاسبه می‌شود. برای جلوگیری از منفی شدن مقدار خروجی از رویکرد اصلاح ذخیره، S_t استفاده می‌شود. مقدار جدید S_t با توجه به معیار متروپلیس پذیرفته یا رد می‌شود.

نتایج

روش SA در حالت استاتیک با مقادیر مختلفی از پارامترها اجرا شده‌است. در جدول (۲) عدد اول میانگین مقدار تابع هدف ($\times 10^6$) در ۱۰ اجرا، عدد داخل پرانتز انحراف معیار ($\times 10^6$) و T زمان اجرا بر حسب ثانیه است. در حالت اول که β نسبتاً بزرگ است، یعنی الگوریتم در دمای بالاتری متوقف می‌شود، اگر تعداد تکرارها (L) نیز کم باشد، جوابها نسبت به تغییرات فاکتور کاهش دما (α) حساس اند و همچنین پراکندگی جوابها در اجراهای مختلف به طور قابل ملاحظه‌ای بیشتر است. اما با افزایش تعداد تکرارها این حساسیت کمتر می‌شود. همچنین در حالتی که α نسبتاً کوچک است (0.8) با افزایش تعداد تکرارها می‌توان در زمان کم به نتایج خوبی رسید. با کاهش دمای نهایی، حساسیت جواب نسبت به تغییر هر دو پارامتر α و It بسیار کمتر است و در زمان بسیار اندک می‌توان به جوابی بسیار نزدیک به جواب بهینه نهایی رسید. در مورد حساسیت جواب نسبت به دمای اولیه می‌توان گفت که قرار داشتن دمای اولیه در یک محدوده معین، مثلاً از مرتبه 10^5 برای بزرگی

۲-۳. بهره‌برداری از مخزن سد دز

این مخزن از نخستین مخازن چند منظوره است که در سال ۱۳۴۱ مورد بهره‌برداری قرار گرفت. اهداف آن مهار رودخانه دز برای تأمین آب زراعی دشت‌های حاصلخیز بین اندیشمک و هفت تپه با وسعت حدود ۱۲۵۰۰۰ هکتار، تولید ۵۲۰ مگاوات برق، جلوگیری از طغیان رودخانه و خسارت‌های ناشی از آن و تأمین آب مورد نیاز صنایع خوزستان ذکر شده‌است. آمار و اطلاعات استفاده شده عبارتند از: آمار ۴۲ سال جریان‌های ورودی تاریخی (طی سالهای ۱۳۳۵ تا ۱۳۷۷)، حداقل و حداکثر حجم ذخیره مخزن، ارتفاع متوسط تبخیر، نیاز کل در ماههای مختلف، و منحنی سطح-حجم-ارتفاع مخزن. لازم به ذکر است برای بررسی بهتر روشها و ایجاد شرایط بحرانی در سیستم، نیاز کل در همه دوره‌ها دو برابر در نظر گرفته شده‌است. در این مسأله هدف به دست آوردن مقادیر خروجی از مخزن در هر ماه است، به طوری که مجموع مربعات کمبود مینیمم شود. [۲۸]

۱-۲-۳. مدل کوتاه مدت

در مدل کوتاه مدت، مدل تنها برای یک سال و با استفاده از دبی میانگین اجرا می‌شود. تابع هدف:

$$dZ = \begin{cases} (TD_t - R_t)^2 & \text{if } R_t < TD_t \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

$$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^{12} dZ(t) \quad (10)$$

توابع حد:

$$S_{t+1} = S_t + Q_t - R_t - E_t \quad \forall t \quad (11)$$

$$S_{\min} < S_t < S_{\max} \quad \forall t \quad (12)$$

که در آن S_t حجم ذخیره در ابتدای هر ماه، Q_t ورودی دوره، TD نیاز پایین دست مخزن و معادل با دو برابر تقاضای موجود در آمار، R مقدار آبدهی، و E حجم تبخیر از سطح دریاچه در هر ماه

همان طور که در جدول (۳) مشاهده می‌شود در حل مدل با استفاده از الگوی دینامیک پراکندگی جواب در اجراهای مختلف نسبت به حالت استاتیک به طرز قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد. با ثابت در نظر گرفتن $\alpha=0.9$; $e=50$; $\varepsilon=0.005$ و بررسی حساسیت جواب نسبت به تغییر پارامتر β و M ، می‌توان دریافت که ضریب دمای نهایی، β ، پارامتر مؤثرتری نسبت به M ، یعنی حداکثر تکرارهای مجاز در هر دما، می‌باشد.

به گونه‌ای که در صورتی که دمای نهایی به اندازه کافی پایین باشد ($\beta=0.0001$) جواب به دست آمده نسبت به تغییرات M ، حساس نیست ولی در صورت بزرگ بودن β ، برای به دست آوردن جواب بهتر باید M را افزایش داد. در استفاده از الگوی دینامیک، تنها طول دوره، دینامیک فرض شده‌است و سایر پارامترها به دلیل سادگی و کارایی مانند الگوی استاتیک هستند. هر دو الگو در صورت یکسان بودن پارامترها، به نتایج مشابهی رسیده‌اند و تنها در بعضی موارد، زمان اجرا در الگوی دینامیک کمتر است.

جدول ۳. بررسی حساسیت جواب نسبت به تغییر پارامترها در روش SA (الگوی دینامیک)، مسأله مخزن کوتاه مدت

	M	β		
		0.01	0.001	0.0001
$\alpha=0.9$	100	1.264 (0.0059) T=6.2	1.252 (0.001) T=9.6	1.250 (0.0002) T=12.6
	200	1.269 (0.01) T=12.4	1.251 (0.001) T=16.5	1.249 (0.0002) T=20
	400	1.259 (0.002) T=19.8	1.251 (0.0006) T=28.2	1.249 (0.0001) T=30.4
	800	1.257 (0.003) T=36	1.251 (0.0008) T=44.8	1.249 (0.0002) T=47.4

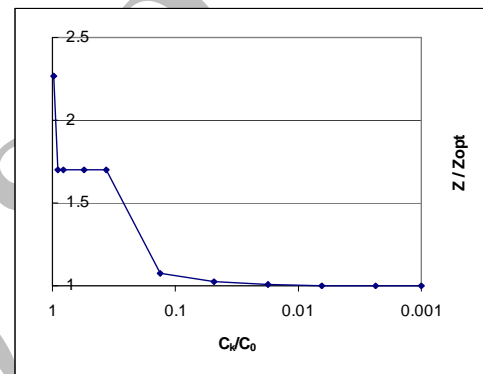
برای ارزیابی نتایج حاصل از SA، از نتایج حاصل از حل همین مسأله با روشهای DP و الگوریتم مورچه که در مرجع [۲۸] صورت گرفته استفاده شده است.

در الگوریتم مورچه، در موارد نقض قیود از رویکرد جریمه استفاده شده است و برای تولید جواب، مورچگان به‌طور تصادفی در کل دوره‌ها و کلاسها قرار داده شده‌اند.

همچنین روشهای مختلف الگوریتم مورچگان مانند سیستم مورچگان، سیستم مورچگان با نخبه‌گرایی، سیستم مورچگان با رتبه‌بندی، سیستم کلونی مورچگان و MAX-MIN AS مورد بررسی قرار گرفته‌است.

نتایج ارائه شده در جدول (۴) جوابهای حاصل از روش کلونی مورچگان، با تعداد ۳۰۰ مورچه، ۳۰۰ سعی، $\alpha=0.1$ ، $\beta=0.05$ ، $\rho=0.5$ و $\tau_0=1$ می‌باشد. از مقایسه سه روش مشاهده می‌شود که

آن کیفیت می‌کند و جواب نسبت به تغییرات کوچک در کاهش یا افزایش دمای اولیه حساس نیست. نسبت انحراف معیار به مقدار تابع هدف در مقایسه با مسأله TSP نشان می‌دهد که پراکندگی جوابها در مسائل پیوسته نسبت به مسائل گسسته بسیار کمتر است و با انجام چند اجرا می‌توان از بهینگی جواب به دست آمده تا حد زیادی اطمینان داشت. البته تصادفی بودن جواب اولیه در هر اجرا در مسأله TSP نیز باعث بیشتر شدن انحراف معیار شده‌است. همچنین از بررسی روند تغییرات تابع هدف (شکل ۳) مشاهده می‌شود که این بار برخلاف مسأله قبل شیب تغییرات در ابتدای تلاشها بیشتر و سپس کمتر می‌شود که می‌تواند تأثیر انتخاب جواب اولیه مناسب (و نه تصادفی) را نشان دهد.



شکل ۳. روند تغییرات تابع هدف در روش SA (الگوی استاتیک)، مسأله مخزن کوتاه مدت ($\alpha=0.98$; $\beta=0.001$; $It=100$)

جدول ۲. بررسی حساسیت جواب نسبت به تغییر پارامترها در روش SA (الگوی استاتیک)، مسأله مخزن کوتاه مدت

β	L	α		
		0.8	0.9	0.98
0.01	50	1.714 (0.66) T=2	1.264 (0.009) T=3.4	1.259 (0.003) T=16.4
	100	1.300 (0.04) T=3.2	1.263 (0.008) T=6.4	1.256 (0.002) T=32.4
	200	1.262 (0.006) T=6	1.260 (0.004) T=12.8	1.252 (0.001) T=64.8
0.001	50	1.256 (0.008) T=2.5	1.252 (0.002) T=4.8	1.250 (0.0008) T=24.6
	100	1.251 (0.001) T=4.8	1.251 (0.001) T=9.6	1.250 (0.0003) T=49
	200	1.251 (0.0005) T=8.8	1.251 (0.0008) T=19.2	1.250 (0.0005) T=97.6
0.0001	50	1.249 (0.0001) T=3.4	1.250 (0.0004) T=6.2	1.249 (0.0001) T=32
	100	1.250 (0.0001) T=6	1.249 (0.0001) T=12.6	1.249 (0.00009) T=64.4

صفر در نظر گرفتن مقدار خروجی، حجم مخزن اصلاح می‌شود. در روش SA تنها از الگوی استاتیک استفاده شده است و با استفاده از نتایج حاصل از تحلیل حساسیت در مسئله کوتاه مدت، مسئله بلند مدت نیز با انتخاب مناسبی از پارامترها ($\beta=0.0001$; $\alpha=0.9$) اجرا شده است. ($L=100$)

مقدار C_0 نیز با استفاده از یک اجرای آزمایشی 3×10^5 در نظر گرفته شده است.

نتایج مدل بلندمدت با نتایج حل این مدل به کمک الگوریتم ژنتیک، DP و ACO که در مرجع [۲۸] صورت گرفته مقایسه شده است. در الگوریتم ژنتیک در موارد نقض قیود از رویکرد اصلاح استفاده شده است. تعداد جمعیت ۵۰، تعداد سعی ۱۰۰۰۰، طول هر ژن در روش باینری ۵، احتمال ترکیب (Pc) ۰.۷۵ و احتمال جهش (Pm) ۰.۰۰۱ می‌باشد. در حل این مسئله از هر سه نوع کدگذاری با روش‌های مختلف ترکیب استفاده شده است. نتایج ارائه شده در جدول (۵) بهترین نتایج بدست آمده است که مربوط به کدگذاری حقیقی با روش انتخاب برشی و ترکیب خطی می‌باشد. نتایج حاصل از الگوریتم مورچه نیز حاصل از روش کلونی مورچگان با ۱۵ گسسته‌سازی، ۵۰ مورچه، ۵۰ سعی، $\alpha=0.1$ ، $\beta=0.05$ ، $\rho=0.5$ و $\tau_0=1$ می‌باشد.

جدول ۵. مقایسه نتایج روش‌های مختلف در مدل بلند مدت

روش	تابع هدف ($\times 10^6$)	انحراف معیار ($\times 10^6$)	زمان اجرا (sec)
SA	84.52	0.42	38
GA	90.46	0.74	2843
DP-15	90.89	---	318
ACO-15	172.1	2.35	11391

این مقایسه نشان می‌دهد که مقدار تابع هدف در روش SA به میزان ۷٪ نسبت به روش‌های GA و DP بهبود یافته است. همچنین، زمان اجرا نیز به میزان قابل ملاحظه‌ای کاهش یافته است و تقریباً یک صدم روش GA و یک دهم روش DP می‌باشد. الگوریتم مورچه به لحاظ زمان اجرا و نتیجه نهایی قابل مقایسه با سه روش دیگر نیست که ضعف آن را در حل مسائل پیوسته در ابعاد بزرگ نشان می‌دهد. حجم ذخیره مخزن برای مقایسه دو روش GA و SA در برخی از سال‌ها در شکل (۴) نشان داده شده است. به طور کلی روند خاصی در آنها مشاهده نمی‌شود، در بعضی از سالها مقادیر SA بزرگترند و در برخی GA. ولی تفاوت موجود بین چنین نتایجی بیشتر از مسأله کوتاه مدت است که به دلیل بزرگتر بودن ابعاد مسأله است. با این وجود سیر کلی جوابها بسیار به هم نزدیک است.

روش SA در زمان بسیار کمتری به نتیجه بهتری رسیده است. مضافاً آنکه، غالباً جواب حاصل از روش DP بعنوان یک حل مطلق محسوب می‌شود. این موضوع اگرچه در مسائل ترکیبی و گسسته صحیح است لکن قابل تعمیم به همه مسائل نبوده و برای نمونه در مسائل پیوسته این نکته صحت ندارد. زیرا DP جهت حل نیاز به گسسته‌سازی دارد و با گسسته کردن فضای پیوسته عملاً از حل مطلق دور می‌شود.

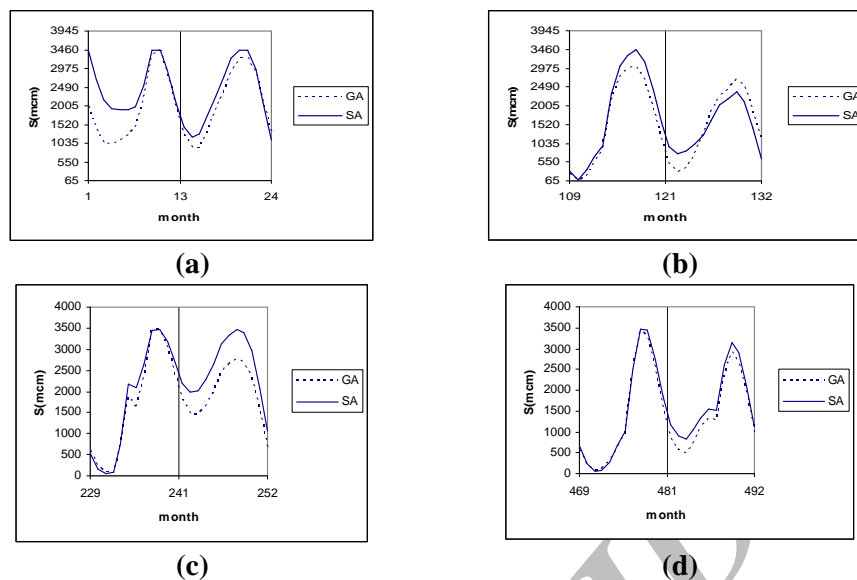
جدول ۴. مقایسه مقدار تابع هدف و زمان اجرا برای سه روش ACO, DP, SA

روش	تعداد گسسته سازی	مینیمم تابع هدف ($\times 10^6$)	زمان اجرا (sec)
ACO	5	2.643	48
DP		2.643	10
ACO	10	1.426	124
DP		1.426	20
ACO	15	1.365	250
DP		1.365	29
ACO	20	1.325	416
DP		1.325	39
ACO	25	1.316	619
DP		1.316	50
ACO	30	1.313	880
DP		1.315	60
SA(Static)	---	1.249	3.4

جدول ۳-۲-۳. مدل بلند مدت

مدل بلند مدت بمنظور بررسی و ارزیابی توانایی روشهای مختلف در حل مسائل پیچیده‌تر مدنظر قرار گرفت. در مدل بلندمدت همه مراحل حل مسئله شبیه مدل کوتاه مدت است با این تفاوت که به جای یک دوره ۱۲ ماهه، مسئله برای یک دوره ۵۰۴ ماهه (۴۲ سال) حل می‌شود.

تابع هدف و قیود نیز مانند مسأله کوتاه مدت است اما محدودیتی برای برابر بودن حجم ذخیره ابتدایی و انتهایی وجود ندارد. برای تولید جواب اولیه ابتدا توزیع نرمال حجم مخزن در همه سالها تکرار می‌شود و سپس در ماههایی که مقدار خروجی منفی می‌شود با



شکل ۴. مقایسه حجم ذخیره مخزن در حالت بهینه برای روش‌های GA و SA در سالهای (a) اول و دوم؛ (b) دهم و یازدهم؛ (c) بیستم و بیست و یکم؛ (d) چهارم و پنجم و یکم

مسئله نیز در سرعت همگرایی و بهبود جواب نهایی مؤثر است. همچنین، پراکندگی جوابها در اجراهای مختلف (انحراف معیار) در این روش نسبت به دو روش GA و ACO کمتر است.

مراجع

- [1] Kirkpatrick S., Gelatt C. D., Vecchi M. P., "Optimization by Simulated Annealing", Science, Vol. 220, No. 4598, 1983, pp. 671-680.
- [2] Van Laarhoven, P.J., Aarts, E.H., *Simulated Annealing: Theory & Application*, Philips research laboratories, 1987.
- [3] Aarts, E.H., Korst, J., *Simulated Annealing and Boltzmann Machines*, 3rd Edition, John Wiley & Sons Ltd., 1989.
- [4] Ingber, A.L., "Simulated Annealing: Practice Versus Theory", J. of Mathl. Comput. Modelling, Vol. 18, No. 11, 1993, pp. 29-57.
- [5] Teegavarapu, R.S.V., Simonovic, S.P., "Optimal Operation of Reservoir Systems Using Simulated Annealing", Water Resource Research, Vol. 16, No. 5, 2002, pp. 401-428.
- [6] Cunha, M.D.C., Sousa, J., "Water Distribution Network Design Optimization: Simulated Annealing Approach", Journal of Water Resources Planning and Management ASCE, Vol. 125, No. 4, 1999, pp. 215-221
- [7] Goldman, F.E., Mays, L.W., "The Application of Simulated Annealing to the Optimal Operation of Water Systems", Proceedings of the 2001 International symposium on environmental hydraulics (ISEH), 2001.

۴. جمع بندی

اگرچه نمی‌توان ادعا کرد که روشهای کاوشی قادر به یافتن بهینه مطلق هستند، و همگرایی آنها در صورتی اثبات می‌شود که تعداد تکرارها به بینهایت میل کند، لکن در بسیاری از مسائل از جمله مسئله بهره‌برداری، همیشه یافتن بهینه مطلق مد نظر نیست، بلکه قصد اصلی یافتن پاسخی رضایتبخش با صرف زمان و هزینه‌های محاسباتی معقول است. از بین روش‌های کاوشی که در این تحقیق ارائه شد، در حل مسئله بلند مدت روش SA و GA به خوبی از عهده این هدف بر آمده‌اند، و روش SA کارایی مناسبتری از نظر زمان اجرا و نتیجه نهایی نشان می‌دهد. روش ACO در مسائل با ابعاد کوچک جواب‌های قابل قبولی (اگرچه در زمان نسبتاً طولانی) ارائه می‌دهد اما در مدل بلند مدت کارایی مناسبی ندارد و قابل مقایسه با روش‌های دیگر نیست. در هر دو مدل کوتاه مدت و بلند مدت روش SA به جوابی بهتر از جواب ارائه شده توسط DP می‌رسد، البته در مدل بلند مدت اختلاف بیشتری مشاهده می‌شود که ناشی از ساختار گسسته DP است و باعث می‌شود در مسائل با ابعاد بزرگ عملاً از حل مطلق دور شود. در بین پارامترهای تأثیرگذار در الگوریتم SA، ضریب دمایی نهایی، β ، از اهمیت بیشتری برخوردار است و در صورتی که به حد کافی کوچک اختیار شود، الگوریتم می‌تواند در زمان بسیار مناسب به نتیجه قابل قبولی برسد. از مزیت‌های روش SA می‌توان به سادگی الگوریتم و سرعت همگرایی آن اشاره کرد. همچنین این الگوریتم در مسئله مخزن حساسیت کمی نسبت به تغییر پارامترها نشان می‌دهد (نتایج جداول ۲ و ۳). انتخاب جواب اولیه مناسب و سازگار با شرایط

- [19] Dorigo, M., Maniezzo, V., Colomi, A., "The Ant System: Optimization by a Colony of Cooperating Agents", IEEE Trans. Sys. Mancybern., Vol.26, 1996, pp. 29-42.
- [20] Dorigo, M., Gambardella, L.M., "Ant Colony System: A Cooperative Learning Approach to the Traveling Salesman Problem", IEEE Trans. Evolut. Comput., Vol.1, No. 1, 1997, pp. 53-66.
- [21] Olarte, R.E., Obregon, N., "Comparison Between a Simple GA and an ant System for the Calibration of a Rainfall-Rinoff Model", 6th International conference on hydroinformatics, 2004.
- [22] Maier, H., Simpson, A.R., Cozeczchin, A., Foong, W., Phang, K., Seah, H., Tan, C., "Ant Colony Optimization for Design of Water Distribution Systems", Journal of Water Resource Planning and Management ASCE, Vol. 129, No. 3, 2003, pp. 200-209.
- [23] Jalali, M.R., Afshar, A., Marino M.A., "Reservoir Operation by Ant Colony Optimization Algorithms", Iranian Journal of Science and Technology (IJST), October 2003.
- [24] Vidal, R.V.V., *Applied Simulated Annealing*, Springer-Verlag, 1993.
- [25] Rayward-Smith, V.J., Osman, I.H., Reeves, C.R., Smith, G.D., *Modern Heuristic Search Methods*, John Wiley & Sons Ltd., 1996.
- [۲۶] محسنی موحد، اسدالله، «تهیه مدل ریاضی بهینه‌سازی عملکرد هیدرولیکی کانالهای آبیاری با استفاده از SA»، رساله دکتری کشاورزی، دانشگاه تربیت مدرس، ۱۳۸۲.
- [۲۷] ذگردی، حسام‌الدین، و برزین پور، فرناز، «روش حل SA جهت تشکیل سلول‌های تولیدی با تقاضای فازی»، مجله امیر کبیر، سال یازدهم، شماره ۴۴، صفحه ۵۳۹-۵۵۳، ۱۳۷۹.
- [۲۸] مرتضوی‌نابینی، محمد، «کاربرد روشهای جدید استوکاستیک-کاوشی در بهره برداری بهینه از منابع آب»، پایان نامه کارشناسی ارشد مدیریت منابع آب به راهنمایی علیرضا برهانی داریان، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، ۱۳۸۴.
- [8] Cunha, M.D.C., "On Solving Aquifer Management Problems with Simulated Annealing Algorithms", Water Resources Research, Vol. 13, No. 3, 1999, pp. 153-170.
- [9] Skaggs, R.L., Mays, L.W., Vali, L.W., "Application of Enhanced Annealing to Ground Water Remediation Design", Journal of the American water resource association, Vol. 37, No. 4, 2001, pp. 867-875.
- [10] Bardossy, A., "Generating Precipitation Time Series using Simulated Annealing", Water Resources Research, Vol. 34, No. 7, 1998, pp. 1737-1744.
- [11] Wang, Q.J., "The Genetic Algorithm and Its Application to Calibrating Conceptual Rainfall-Runoff Models", Water Resources Research, Vol. 27, No. 9, 1991, pp. 2467-2471.
- [12] McKinney, D.C., Line, M.D., "Genetic Algorithm Solution of Groundwater Management Models", Water Resources Research, Vol. 30, No. 6, 1994, pp. 1897-1906.
- [13] Cieniawski, S.E., Eheart, J.W., Ranjithan, S., "Using Genetic Algorithms to Solve a Multiobjective Groundwater Monitoring Problem", Water Resources Research, Vol. 31, No. 2, 1995, pp. 399-409.
- [14] Esat, V., Hall, M.J., "Water Resources System Optimisation Using Genetic Algorithms", Hydroinformatics, Vol. 94, 1994, pp. 225-231.
- [15] Oliveria, R., Loucks D. P., "Operating Rules for Multireservoir Systems", Water Resources Research, Vol. 33, No. 4, 1994, pp. 839-852.
- [16] Wardlaw, R., Sharif, M., "Evaluation of Genetic Algorithms for Optimal Reservoir System Operation", Journal of Water Resource Planning and Management ASCE, Vol. 125, No. 1, 1999, pp. 25-33.
- [17] Whitley, D., "The GENITOR Algorithm and Selection Pressure: Why Rank-Based Allocation of Reproductive Trials is Best", Proc. 3rd Int. conf. on Genetic Algorithms schaffer, ed. Morgan Kaufman publisher, losAltos, calif, 1989, pp. 10-19.
- [18] Wright A., "Genetic Algorithms for Real Parameter Optimization", In G.J.E. rawlins(ed.), Foundation of Genetic Algorithms. San Mateo, CA: morgan kaufman, 1991, pp. 205-218.

پیوست

مختصات x و y مسأله فروشنده دوره‌گرد ۳۰ شهری Oliver30 [۲۸]

ID	x	y	ID	x	y
1	54	67	16	41	26
2	54	62	17	45	21
3	37	84	18	58	35
4	41	94	19	62	32
5	2	99	20	82	7
6	7	64	21	91	38
7	25	62	22	83	46
8	22	60	23	71	44
9	18	54	24	64	60
10	4	50	25	68	58
11	13	40	26	83	69
12	18	40	27	87	76
13	24	42	28	74	78
14	25	38	29	71	71
15	44	35	30	58	69