

TWO-DIMENSIONAL NUMERICAL SIMULATION OF DISCONTINUOUS SALINE DENSITY CURRENTS

Afshin Eghbalzadeh¹, Masoud Montazeri Namin², Sayed Ali Akbar Salehi Neyshabouri¹ and Mitra Javan¹

¹Tarbiat Modares University

²Tehran University, Tehran, Iran, salehi@modares.ac.ir

Abstract: In this paper a two-dimensional numerical model is developed for simulation of discontinuous density currents. The model is based on unsteady Reynolds-averaged Navier-Stokes equations and uses a buoyancy-modified $k - \epsilon$ closure for the turbulence. The governing equations are solved with a finite-volume, fractional step approach. The model is based on a non-iterative direct implicit method. The sigma coordinate system with staggered grid has been deployed. A second order semi-Lagrangian approach has been used for the main advection terms. The model simulation results on discontinuous saline density currents have been compared with the two-dimensional experimental data. It is demonstrated that a two-dimensional model can reliably predict some features of density current. Comparisons with experimental measurement of the evolution of the current, the horizontal velocity components, and the density distributions have shown favorable agreement.

شبیه سازی عددی دو بعدی جریانهای چگالی منقطع ناشی از شوری

افشین اقبالزاده، مسعود منتظری نمین، سید علی اکبر صالحی نیشابوری و میترا جوان

چکیده: در این مقاله توسعه و کاربرد یک مدل عددی دو بعدی به منظور شبیه سازی جریانهای چگالی ارائه شده است. در این مدل معادلات ناور استوکس متوسط گیری شده رینولدز در حالت غیر دائمی حل شده اند. جهت بستن معادلات از مدل آشفتگی $k - \epsilon$ که به منظور در نظر گرفتن اثر شناوری اصلاح شده است استفاده می شود. این معادلات به کمک روش گامهای جزئی و روش عددی حجم محدود بر اساس یک روش حل ضمنی و بصورت مستقیم حل شده اند. معادلات در سیستم مختصات سیگما با شبکه جابجا شده منقطع شده اند. از یک طرح نیمه لاگرانژی مرتبه دوم برای ترمهای جابجایی استفاده شده است. مقایسه نتایج شبیه سازی مدل برای جریانهای چگالی ناشی از شوری با داده های آزمایشگاهی نشان می دهند که مدل دو بعدی حاضر می تواند خصوصیات جریان چگالی را بخوبی پیش بینی نماید. از نقاط قوت مدل حاضر، شبیه سازی مناسب ناپایداریهای ایجاد شده بین جریان چگالی و سیال بالایی با استفاده از مدل آشفتگی دو معادله ای $k - \epsilon$ می باشد.

تاریخ وصول: ۸۶/۳/۲۰

تاریخ تصویب: ۸۷/۲/۲۵

افشین اقبالزاده، دانشجوی دکتری هیدرولیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس، afeghbal@yahoo.com

مسعود منتظری نمین، استادیار، دانشکده فنی، دانشگاه تهران، naminmm@yahoo.com

دکتر علی اکبر صالحی نیشابوری، استاد، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس، salehi@modares.ac.ir

میترا جوان، استادیار، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه رازی کرمانشاه، javanmi@yahoo.ca

کلمات کلیدی: جریان چگالی، شبیه سازی عددی و روش گامهای جزئی

۱. مقدمه

جریان چگالی، جریان یک سیال به داخل سیال دیگر در نتیجه وجود اختلاف در مقدار چگالی آنها می‌باشد. این اختلاف در مقدار چگالی می‌تواند ناشی از وجود مواد محلول یا معلق و یا اختلاف در درجه حرارت بین دو سیال باشد. بر اساس نسبت چگالی، این جریان ممکن است در مجاورت بستر، در سطح و یا در لایه‌های دارای چگالی یکسان با سیال ورودی برقرار باشد. به این دلیل که جریان چگالی در موقعیت‌های متفاوتی در طبیعت و همچنین در محیط‌های ساخته شده توسط بشر ایجاد می‌شود، آشنایی با خصوصیات آن از اهمیت بسیار بالایی برخوردار می‌باشد. طوفان‌ها، زبانه‌های نسیم‌های دریایی، وقوع بهمن ناشی از برف و همچنین جریان ناشی از گدازه‌های آتشفشانی از جمله مثال‌های رخداد جریان چگالی در اتمسفر می‌باشند [۱].

غیر همگنی درجه حرارت و شوری در اقیانوس‌ها و دریاها باعث ایجاد جریان چگالی می‌شوند. همچنین این جریان‌ها ممکن است به دلیل اختلاف چگالی ناشی از ذرات معلق بصورت گل و لای یا رسوبات درشت دانه تر در دریاها و مخازن سدها رخ دهند که به آنها جریان‌های چگالی گل آلود اطلاق می‌شود.

این جریان‌ها می‌توانند بصورت پیوسته یا منقطع بر اساس تأمین سیال سنگین تر از بالادست، رخ دهند. اگر مقدار محدودی از سیال سنگین تر جاری شود این جریان منقطع نامیده شده و در صورتیکه سیال سنگین تر از بالادست بصورت دائمی تأمین شود، جریان چگالی پیوسته برقرار می‌شود.

تحقیقات آزمایشگاهی نسبتاً زیادی در خصوص این جریان توسط محققین مختلفی انجام شده است [۲-۹]. ولی نتایج کار این محققین بسادگی قابل تعمیم به رخداد این پدیده در طبیعت با مقیاس‌های خیلی بزرگتر نمی‌باشند. علاوه بر این اندازه گیری مشخصات این جریان در مراحل اولیه توسعه غیردائمی آن فوق العاده مشکل می‌باشد. در اکثر تحقیقات آزمایشگاهی انجام شده در خصوص جریان چگالی، پارامترهای مختلف این جریان در زمانی که شبه دائمی شده است اندازه گیری شده‌اند. اما مزیت یک مدل عددی اینست که قادر به ارائه مشخصات این جریان در زمان توسعه آن می‌باشد.

شبیه سازی عددی جریان‌های چگالی در حالت‌های دو بعدی و سه بعدی به روش شبیه سازی عددی مستقیم^۲ (DNS) توسط محققین مختلفی انجام شده است [۱۰-۱۴]. این محققین بر نقش ناپایداریهای ایجاد شده در سطح مشترک در انتقال، نفوذ و اختلاط سیال سنگین تر و سیال سبکتر پیرامون آن تأکید نموده‌اند. آنها نشان دادند که مدل دو بعدی می‌تواند خصوصیات کلی جریان

چگالی مانند سرعت پیشروی و همچنین بعضی از جزئیات این جریان از قبیل تراز دماغه و همچنین دینامیک ساختارهای چرخشی کلون هلمهوتز تشکیل شده در مرز بالایی جریان را پیش بینی نماید. روش DNS یک ابزار قوی برای شبیه سازی آشفتگی بوده اما بدلیل وابستگی شدید گامهای زمانی و اندازه شبکه حل به عدد رینولدز، محدود به مسائل با اعداد رینولدز کم شده و در حال حاضر کاربرد آن برای انجام شبیه سازی‌های با مقیاس‌های واقعی عملی نمی‌باشد.

Patterson و همکاران (۲۰۰۵ و ۲۰۰۶) جریان چگالی را با استفاده از مدل‌های دو بعدی و سه بعدی به کمک یک روش شبیه سازی گردابه‌های بزرگ^۳ (LES) شبیه سازی نمودند [۸ و ۱۵]. در روش LES تا حدی هزینه‌های محاسباتی کاهش یافته و بنابراین با این روش امکان شبیه سازی جریان‌های با عدد رینولدز بالاتر نسبت به روش DNS وجود دارد ولی در حال حاضر حل کامل در نزدیکی جداره با روش LES برای جریانهای چگالی دارای اعداد رینولدز کاربردی خارج از توان امکانات کامپیوتری موجود می‌باشد. بعنوان مثال در تحقیقی که اخیراً توسط Ooi و همکاران (۲۰۰۶) با استفاده از روش LES انجام شده از شبکه محاسباتی با تقریباً ۳۵ میلیون گره برای حل سه بعدی جریان چگالی رها شده از مانع استفاده شده است [۱۶]. حتی در این شبیه سازیها جداره‌های جانبی کانال لحاظ نشده اند (از شرط مرزی متناوب^۴ در جهت عرضی استفاده شده) و شکستن امواج در ناحیه دنباله سر جریان بخوبی شبیه سازی نشده است.

روش‌های DNS و LES علی‌رغم وجود محدودیت نیاز به تعداد گره‌های فوق العاده زیاد به منظور شبیه سازی صحیح، نقش مهمی در دانش بدست آمده در خصوص چنین جریان‌هایی داشته‌اند و اولین مدلسازیهای انجام شده از دینامیک ساختارهای چرخشی واقع در سطح مشترک جریان چگالی و سیال اطراف به کمک این روشها صورت گرفته است. بر اساس مرور صورت گرفته در خصوص تحقیقات انجام شده در زمینه شبیه سازی عددی جریانهای چگالی، روش‌های محاسباتی که بعنوان یک ابزار شبیه سازی مهندسی و کاربردی قادر به پیش بینی دینامیک ساختارهای مربوط به جریانهای چگالی واقعی یعنی در هندسه‌های پیچیده و دارای اعداد رینولدز بالا باشند در حال حاضر وجود ندارند.

مدلهایی که بر اساس معادلات ناویر استوکس متوسط گیری شده در حالت غیر دائمی^۵ (URANS) تهیه شده اند گزینه مناسبی برای شبیه سازی مهندسی جریان‌های چگالی با اعداد رینولدز کاربردی می‌باشند و در تحقیقات قبلی چندین نمونه از آنها گزارش شده

³ Large eddy simulation

⁴ Periodic boundary condition

⁵ Unsteady Reynolds-averaged Navier-Stokes equations

² Direct numerical simulation

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_k}{\partial x_i} = - \frac{(\rho - \rho_0)}{\rho_0} g \delta_{2i} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P^*}{\partial x_i} \quad (2)$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x_j} \left((v + v_i) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right)$$

که در آن $u_i = u, w$ بترتیب برای $i = 1, 2$ مؤلفه های سرعت متوسط گیری شده رینولدز بترتیب در جهات x و z ، ρ_0 و g بترتیب چگالی سیال پیرامون و شتاب ثقل، U و U_i بترتیب لزجت سینماتیکی و گردابه ای، $\rho = \rho$ چگالی موضعی با لحاظ نمودن اثر شوری، $\delta_{2i} = 0, 1$ بترتیب برای $i = 1, 2$ و t زمان می باشند. $P^* = P - \rho gh$ ناشی از ترکیب ترمهای فشار کل و ثقل که در آن P فشار کل و h فاصله در جهت قائم از سطح آب تعریف می شوند.

لزجت گردابه ای با استفاده از مدل آشفتگی دو معادله ای $k - \varepsilon$ و بر اساس رابطه زیر محاسبه می شود.

$$v_i = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3)$$

که در آن k انرژی جنبشی آشفته، ε نرخ اتلاف آشفتگی و C_μ یک عدد ثابت می باشد. مقادیر k و ε از حل معادلات زیر بدست می آیند.

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial u_i k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\left(v + \frac{v_i}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) \quad (4)$$

$$+ P_r + B - \varepsilon$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial u_i \varepsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\left(v + \frac{v_i}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right) \quad (5)$$

$$+ C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (P_r + C_{3\varepsilon} B) - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k}$$

که در آن σ_k ، σ_ε اعداد پراوتل آشفته بترتیب برای k ، ε و $C_{1\varepsilon}$ ، $C_{2\varepsilon}$ و $C_{3\varepsilon}$ ثابتهای مربوط به مدل آشفتگی می باشند. مقادیر زیر برای ثابتهای مربوط به مدل آشفتگی استفاده شده اند [۲۹].

$$\sigma_\varepsilon = 1.3, \sigma_k = 1.0, C_{2\varepsilon} = 1.92, \quad (6)$$

$$C_{1\varepsilon} = 1.44, C_\mu = 0.09$$

ضریب $C_{3\varepsilon}$ که مربوط به ترم شناوری می باشد توسط محققین مختلفی کالیبره شده است. Rodi (۱۹۸۷) مقدار صفر را برای جریانهای برشی افقی و مقدار ۱ را برای جریانهای برشی قائم تحت تأثیر نیروی شناوری پیشنهاد نمود [۳۰]. محققین دیگری محدوده

است. مدل آشفتگی دو معادله ای $k - \varepsilon$ توسط محققین زیادی برای شبیه سازی جریانهای چگالی پذیرفته شده است [۱۷-۲۷]. نتایجی که بر اساس این مطالعات ارائه شده اند در تطابق مناسبی با اندازه گیریهای انجام شده در خصوص خواص اساسی جریان مانند نرخ اختلاط آن و مقادیر جریان در حالت شبه دائمی بوده اند ولی شبیه سازی دینامیک ساختارهای چرخشی از قبیل ناپایداریهای کلون هلمهولتز که در آزمایشات و شبیه سازیهای DNS و LES مشاهده شده در آنها وجود ندارد.

هدف از انجام این تحقیق بررسی توانایی مدل‌های URANS در پیش بینی ساختارهای چرخشی بین جریان چگالی و سیال بالای آن از قبیل ناپایداریهای کلون هلمهولتز می باشد. بر اساس مرور انجام شده در تحقیقات قبلی، این مسئله مورد بررسی و مطالعه قرار نگرفته است. در مقاله حاضر، یک مدل عددی دو بعدی در صفحه قائم به منظور شبیه سازی جریانهای چگالی منقطع، که در آنها مقدار معینی از سیال سنگین تر (آب شور واقع در پشت یک مانع) با برداشتن مانع بصورت یک زبانه شوری در زیر آب شیرین واقع در طرف دیگر مانع جریان می یابد، تهیه شده است. در این مدل معادلات حاکم، معادلات URANS می باشند که برای بستن آنها از مدل آشفتگی دو معادله ای $k - \varepsilon$ استاندارد استفاده شده است. معادلات حاکم به کمک روش عددی حجم محدود در یک سیستم مختصات سیگما و در شبکه جابجا شده منفصل شده اند. در مدل تهیه شده روش گامهای جزئی بصورت ضمنی، غیر تکراری و مستقیم بکار گرفته شده است. برای صحت سنجی مدل، نتایج حاصل از آن با نتایج آزمایشگاهی مربوط به جریان چگالی ناشی از مقدار مشخصی از آب شور در زیر آب شیرین که در روی بسترهای افقی و شیبدار انجام شده اند [۳]، [۸] و [۲۸]، مقایسه شده است.

۲. معادلات حاکم

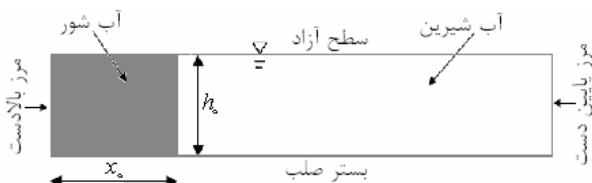
در این تحقیق فرض می شود که جریانهای چگالی داری اختلاف چگالی نسبتاً کمی با سیال پیرامون می باشند. در اینصورت می توان تقریب بوزینسک را که طبق آن از تغییرات چگالی بجز در ترم شناوری معادله مومنتم صرف نظر می شود، پذیرفت. با انتگرال گیری از معادلات ناویر استوکس متوسط گیری شده رینولدز در عرض واحد می توان معادلات حاکم بر جریانهای دو بعدی در جهت قائم را استخراج نمود. اگر در این معادلات ترمهای گرادیان فشار و ثقل ترکیب شوند و همچنین از فرضیه بوزینسک برای تنشهای آشفته رینولدز استفاده نمود، می توان شکل نهایی معادلات را بصورت زیر ارائه کرد.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

⁶ Fractional step

۳. شرایط مرزی

میدان محاسباتی در نظر گرفته شده دارای دو مرز قائم در بالادست و پایین دست، سطح آزاد در بالا و بستر صلب در کف می باشد (شکل ۱).



شکل ۱. توضیح شماتیک مرزهای دامنه محاسباتی

در سطح آزاد، در غیاب تنش برشی سطحی ناشی از باد، شار خالص مؤلفه افقی سرعت و انرژی جنبشی آشفته صفر در نظر گرفته می شود. سرعت عمود بر سطح صفر و مقدار فشار معادل فشار اتمسفر می باشد. نرخ اتلاف آشفتهگی ε بر اساس رابطه زیر محاسبه می شود [۳۶].

$$\varepsilon = k^{3/2} / (0.43D) \quad \text{at} \quad z = z_s \quad (11)$$

که در آن D = عمق موضعی جریان و z_s مختصات سطح آزاد می باشد.

در مرز بستر صلب، در صورتیکه اولین گره (مرکز حجم کنترل مجاور جداره) خارج از ناحیه زیر لایه لزوج ($z_2^+ > 11.6$) قرار گیرد از روش تابع جداره استفاده می شود. در روش تابع جداره، بردار تنش برشی در امتداد جداره τ_w با بردار سرعت در اولین گره مجاور آن V_2 توسط قانون لگاریتمی ارتباط دارد.

$$\tau_w = -\lambda_w V_2 \quad (12)$$

که در آن $\lambda_w = \rho c_\mu^{1/4} k_2^{1/2} \kappa / \ln(Ez_2^+)$ و $z_2^+ = u_* z_2' / \nu$ می باشند.

اندیس ۲ به اولین گره واقع در حجم کنترل مجاور جداره اشاره می کند، فاصله این نقطه از جداره در جهت عمود بر آن، $u_* = \sqrt{\tau_w / \rho}$ سرعت برشی بستر، K ثابت ون کارمان (۰/۴۱) و E پارامتر زبری که برای بسترهای صاف معادل ۸/۴۳ می باشد [۳۷]. در روش تابع جداره، مقادیر انرژی جنبشی آشفته k و نرخ اتلاف آن ε بر اساس روابط زیر محاسبه می شوند.

$$k_2 = \frac{u_*^2}{c_\mu^{1/2}} \quad ; \quad \varepsilon_2 = \frac{u_*^3}{\kappa z_2'} \quad (13)$$

در صورتیکه اولین گره مجاور جداره در داخل ناحیه زیر لایه لزوج واقع شود ($z_2^+ < 11.6$)، $\lambda_w = \rho \nu / z_2'$ ، در نظر گرفته شده و در

مقادیر ۰ تا ۰/۴ را برای این ضریب به منظور بدست آوردن نتایج دارای تطابق مناسب با نتایج آزمایشگاهی برای جریانهای چگالی پیشنهاد نموده اند [۲۴ و ۳۱-۳۳]. از آنجا که در تحقیق حاضر جریانهای چگالی شبیه سازی شده بغیر از مراحل اولیه تشکیل، نزدیک به جریانهای برشی افقی بوده بر اساس توصیه Rodi (۱۹۸۷) انتخاب مقدار ثابت کوچکی نزدیک به صفر قابل قبول می باشد. بنابراین بر اساس این توصیه ها و همچنین بررسی های اولیه، در تحقیق حاضر این مقدار معادل $C_{3e} = 0.2$ انتخاب شد.

P_r و B بترتیب تولید انرژی جنبشی آشفته ناشی از گردابان سرعت و اثر شناوری می باشند که بر اساس روابط زیر تخمین زده می شوند [۲۴].

$$P_r = \nu_t \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] \quad (7)$$

$$B = \frac{\nu_t g \partial \rho}{\rho_0 \sigma_t \partial z} \quad (8)$$

معادله زیر نیز بطور همزمان برای انتقال شوری حل می شود.

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial u_i S}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial S}{\partial x_i} \right) \quad (9)$$

که در آن σ_t عدد پرائنتل آشفته برای غلظت ناشی از شوری و S غلظت حجمی متوسط گیری شده در زمان برای شوری می باشد. در مراجع [۳۰] و [۳۴] اشاره شده که در جریانهای لایه بندی شده عدد پرائنتل مربوط به غلظت حجمی بزرگتر از ۱ بوده و یک عدد ثابت نمی باشد و به نوع لایه بندی جریان بستگی دارد.

مقدار $\sigma_t = 0.8$ با یک روش کالیبراسیون بر اساس انتقال قائم حرارت در یک جریان کانال محاسبه شده است [۳۵]. Farrell و Stefan در سال ۱۹۸۸ تأثیر σ_t را در یک آزمایش حساسیت بررسی نمودند [۱۷]. آنها دریافتند که پخش عددی از تأثیر تغییرات σ_t می کاهد و مقدار ثابت ۰/۹ را برای σ_t انتخاب نمودند. معمولاً برای استفاده از مدل آشفتهگی $k - \varepsilon$ استاندارد در شرایط جریانهای شناور، ضرایب σ_t و C_{3e} نیاز به توجه ویژه ای دارند و مقادیر مناسب آنها نیاز به کالیبراسیون در شرایط مختلف دارد.

آخرین معادله مورد نیاز برای شبیه سازی جریان چگالی معادله حالت می باشد که بر اساس آن چگالی به مقدار غلظت حجمی متوسط مربوط می شود.

$$\rho = \rho_0 (1.0 + mS) \quad (10)$$

که در آن m یک مقدار ثابت بوده و مقدار آن در تحقیق حاضر معادل ۰/۷ در نظر گرفته شده است.

زمانی n طبق معادلات یک بعدی زیر جایجا شده تا مقادیر میدان سرعت میانی U_i^* بدست آیند. به منظور اختصار از نمادهای $U_i = u, w$ بترتیب برای $i = 1, 2$ استفاده می شود.

$$\frac{U_i^{(1)} - U_i^n}{\Delta t} = \left[-\frac{\partial}{\partial x} (uU_i) \right]^n \quad (15)$$

$$\frac{U_i^* - U_i^{(1)}}{\Delta t} = \left[-\frac{\partial}{\partial z} (wU_i) \right]^{(1)} \quad (16)$$

که در آن

$$d_i = U_i^{**} - \frac{\Delta t (\rho - \rho_0)}{\rho_0} g \delta_{2i} \quad (i = 1, 2) \quad (17)$$

پس از حل معادله پواسون فشار به روش ماتریسهای بلوکی سه قطری [۴۰]، میدان سرعت در گام زمانی جدید بصورت زیر محاسبه می شود.

$$U_i^{n+1} = \Delta t \left(-\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial P^*}{\partial x_i} \right)^{n+1} \right) + d_i \quad (18)$$

بعد از تعیین مؤلفه‌های سرعت در گام زمانی جدید، معادلات انتقال مقادیر اسکالر شامل پارمترهای آشفستگی (انرژی جنبشی آشفته، نرخ اتلاف آن) و غلظت ناشی از شوری به ترتیب حل می شوند.

برای حل این معادلات از مراحل جایجایی و پخش استفاده شده در حل معادلات مومنتم یعنی معادلات (۱۵) و (۱۶) برای مرحله جایجایی و معادلات (۱۷) و (۱۸) برای مرحله پخش استفاده می شوند. در این حالت U_i با مقادیر اسکالر جایگزین شده و $a = b = 1$ می باشد. در حل معادلات انتقال پارمترهای آشفستگی، گام دیگری طی شده که در آن اثر ترم چشمه بصورت صریح لحاظ می شود.

در نهایت به کمک معادله حالت (معادله ۱۰)، مقدار چگالی در نقاط مختلف میدان حل تعیین می شود.

۵. صحت سنجی و کاربرد مدل عددی

به منظور بررسی دقت و کارآمدی مدل عددی حاضر، جریان چگالی ناشی از رها شدن مقدار معینی از آب شور به داخل آب شیرین بر روی بسترهای افقی و شیبدار که برای آنها داده های آزمایشگاهی وجود دارد، شبیه سازی می شود [۳]، [۸] و [۲۸]. شکل ۲ هندسه فلوم مربوط به آزمایش بر روی بستر شیبدار را نشان می دهد که در سال ۱۹۸۶ توسط Garcia در دانشگاه مینه سوتا آمریکا انجام گرفته و نتایج آن در مرجع [۲۸] ارائه شده است.

این حالت مقادیر k و ε در نزدیکی جداره با استفاده از روابط زیر تخمین زده می شوند [۳۸].

$$k = \frac{(z'_2)^2 u_*^4}{(11.6\nu)^2 c_\mu^{1/2}} \quad ; \quad \varepsilon = \frac{2\nu k}{(z'_2)^2} \quad (14)$$

در مرز بالادست، که جداره جامد وجود دارد از شرط مرزی مربوط به بستر صلب برای همه متغیرها استفاده می شود. در مرز واقع در پایین دست از شرط توسعه یافته بودن جریان که طبق آن گرادیان عمود بر مرز متغیرهای وابسته معادل صفر است، استفاده می شود.

در تمام مرزهای اطراف شار صفر برای غلظت در نظر گرفته می شود یعنی گرادیان عمود بر مرز غلظت معادل صفر بکار می رود. برای جریانهای چگالی رها شده از مانع، سیالهای غلیظ و اطراف در زمان $t = 0$ در نقطه $x = x_0$ کاملاً از هم جدا شده اند (شکل ۱). بنابراین برای همه متغیرها بجز غلظت در کل میدان حل از مقدار صفر بعنوان شرایط اولیه استفاده می شود. شرط اولیه برای غلظت در سمت راست مانع که آب شیرین وجود دارد مقدار صفر و در سمت چپ آن مقدار غلظت مربوط به آب شور لحاظ می شود.

۴. روش محاسباتی

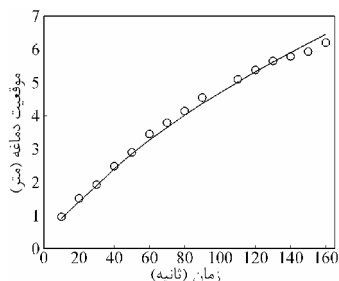
در تحقیق حاضر یک مدل عددی دو بعدی در صفحه قائم با روش حجم محدود تهیه شده است. در این مدل از سیستم مختصات سیگما که یک سیستم منحنی الخط غیر متعامد منطبق بر مرز می باشد به همراه شبکه جایجا شده استفاده شده است. در این مدل معادلات در فضای فیزیکی منفصل شده اند. بنابراین هر ترم منفصل شده دارای مفهوم فیزیکی می باشد و در نتیجه تحلیل آن راحتتر از روشهایی می باشد که در آنها معادلات به فضای محاسباتی منتقل می شوند. در این مدل از روش محاسباتی گامهای جزئی که توسط Yanenko در سال ۱۹۷۱ ارائه شده [۳۹]، بر اساس روش ضمنی و مستقیم استفاده می شود. این روش از دو گام اصلی تشکیل شده است.

در اولین گام معادلات مومنتم (۲) بدون ترم گرادیان فشار حل می شوند. این گام می تواند به دو مرحله، یعنی مراحل جایجایی و پخش تجزیه شود. این تجزیه به ما اجازه می دهد که پیشروی معادلات حاکم در زمان با حل یکسری معادلات یک بعدی انجام شود. با انجام اینکار صرفه جویی قابل توجهی در زمان محاسبات صورت می گیرد.

براساس تجربیات بدست آمده اینکار از دقت حل نخواهد کاست. حتی در حالت دو بعدی این روش حل در تکنیک گامهای جزئی منجر به بدست آوردن جوابهای با دقت بالاتری خواهد شد [۴۰]. در مرحله اول، مؤلفه های سرعت با استفاده از میدان جریان در گام

کل شبیه سازی ۱۶۰ ثانیه و گام زمانی معادل ۰/۰۵ ثانیه انتخاب شده است.

در شکل ۴ نتایج مدل عددی مربوط به موقعیت دماغه جریان چگالی در زمانهای مختلف با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است و نشان می دهد که تطابق مناسبی بین آنها وجود دارد.



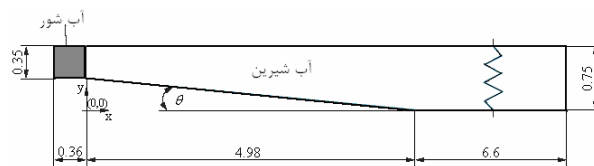
شکل ۴. مقایسه موقعیت دماغه جریان چگالی در زمانهای مختلف بین نتایج عددی حاضر (خط پر رنگ) و نتایج آزمایشگاهی (نقاط) Huppert و همکاران (۱۹۸۰) [۳]

در ادامه یکی دیگر از آزمایشات مرجع [۳] با مشخصات $\rho_0 = 1011.4 \text{ kg/m}^3$ ، $x_0 = 30 \text{ cm}$ ، $h_0 = 10 \text{ cm}$ شبیه سازی شد که برای آن تصویر جریان در چند زمان مشخص، در مقاله آنها ارائه شده است.

در این مثال در دامنه محاسباتی که طول آن ۱/۲ متر می باشد از شبکه یکنواخت با سه نوع اندازه شبکه متفاوت درشت با تعداد 20×60 ، ریز با تعداد 75×350 و ریزتر با تعداد 150×700 بترتیب در جهات افقی و قائم استفاده شده است. زمان کل شبیه سازی ۱۷/۵ ثانیه و گام زمانی مربوط به شبکه های درشت، ریز و ریزتر به ترتیب معادل ۰/۰۵، ۰/۰۰۴ و ۰/۰۰۵ ثانیه انتخاب شده اند. در شکل ۵ تصاویر حاصله از توزیع چگالی حاصله از نتایج عددی برای شبکه های مختلف درشت، ریز و ریزتر همراه با تصاویر آزمایشگاهی در زمانهای ۴/۴، ۶/۸، ۹/۷ و ۱۷/۵ ثانیه پس از برداشتن مانع ارائه شده اند.

مشخص است که با ریز شدن شبکه جزئیات بیشتری از جریان شبیه سازی می شود. هر چند که در شبکه درشت طول پیشروی جریان بخوبی پیش بینی می شود.

بر اساس نتایج آزمایشگاهی بدست آمده از رها کردن حجم محدودی از یک سیال همگن به داخل سیال دارای چگالی کمتر، فرآیند توسعه این جریان به سه مرحله تقسیم شده است [۳]. اولین مرحله، مرحله افت می باشد که در آن بعد از ایجاد جریان چگالی در زمان کوتاهی، پیشانی آن تقریباً با سرعت ثابتی پیشروی می نماید. شکلهای ۵ (الف) و ۵ (ب) جریان انتقالی اولیه را بعد از رها شدن سیال غلیظ تر نشان می دهند که در این زمان ارتفاع جریان چگالی نسبتاً یکنواخت می شود.



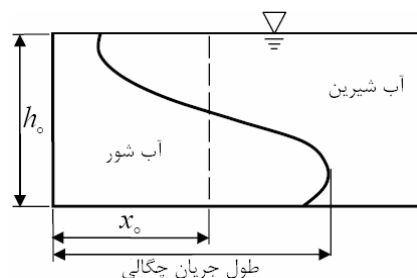
شکل ۲. هندسه فلوم مورد استفاده توسط Garcia (۱۹۸۶) (فلوم دارای عرض ۰/۳ متر در جهت Z می باشد).

در ادامه قبل از ارائه جزئیات ساختار جریان چگالی در حالت های مختلف بسترهای افقی و شیبدار، در هر مورد ابتدا نتایج مدل عددی حاضر با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده و پس از حصول اطمینان از پیش بینی مناسب مدل حاضر در خصوص نتایج حاصله بحث خواهد شد.

۶. نتایج و بحث

۶-۱. بستر افقی

روش معمول برای ایجاد جریان چگالی در آزمایشگاه برداشت ناگهانی یک دریچه جدا کننده آب شور و شیرین می باشد که در شکل ۳ توصیف شده است. جریان ایجاد شده به این طریق اصطلاحاً جریان چگالی رها شده از مانع نامیده می شود که ساختار دینامیکی بزرگ مقیاس آن اساساً دارای مشخصه دو بعدی می باشد.

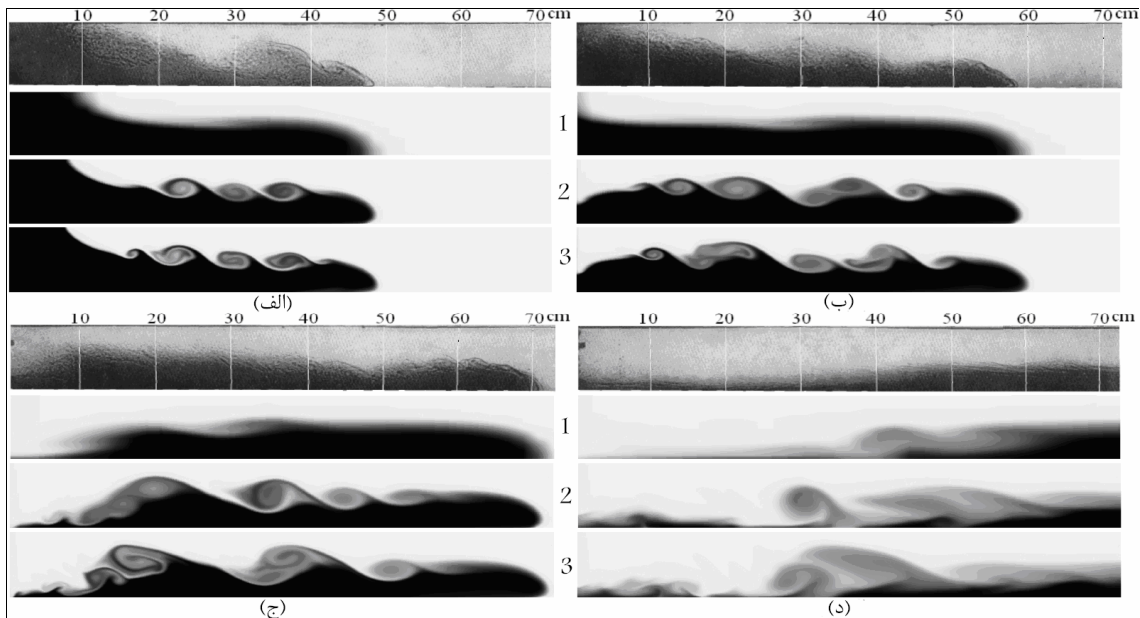


شکل ۳. تشکیل جریان چگالی رها شده از مانع

در آزمایشات انجام شده توسط Huppert و همکاران در سال ۱۹۸۰ یک فلوم دارای جداره های از جنس پلکسی گلاس از آب شیرین تا عمق مشخص h_0 پر می شد [۳]. سپس در فاصله x_0 از انتهای سمت چپ فلوم یک دریچه چوبی قرار داده می شد. با حل نمودن نمک طعام در آب شیرین سمت چپ دریچه، آب شور دارای مقدار چگالی مشخصی حاصل می شد. سپس برای شروع آزمایش دریچه بطور ناگهانی بر داشته می شد.

در ابتدا برای اطمینان از عملکرد صحیح مدل، یکی از آزمایشاتی که برای آن نتیجه موقعیت دماغه جریان چگالی با زمان ارائه شده است شبیه سازی شد. در این آزمایش $h_0 = 14.9 \text{ cm}$ ، $x_0 = 39 \text{ cm}$ و $\rho_0 = 1009.3 \text{ kg/m}^3$ می باشند.

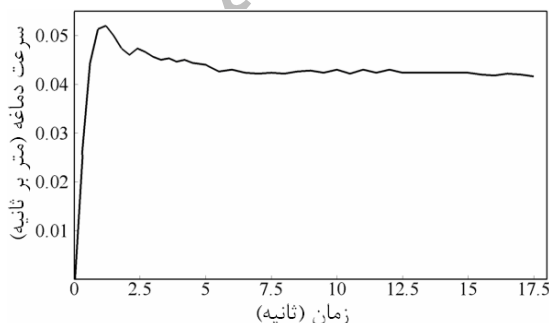
دامنه محاسباتی که طول آن ۸ متر است به ۲۰ و ۳۰۰ سلول محاسباتی بترتیب در جهات قائم و افقی تقسیم شده است. زمان



شکل ۵. مقایسه تصاویر آزمایشگاهی (شکل بالایی) با تصاویر توزیع چگالی حاصله از نتایج عددی (شکلهای پایینی) در زمانهای (الف) ۴/۴، (ب) ۶/۸، (ج) ۹/۷ و (د) ۱۷/۵ ثانیه پس از برداشتن مانع. شماره های ۱، ۲ و ۳ بترتیب نشاندهنده شبکه درشت (۶۰×۲۰)، ریز (۳۵۰×۷۵) و ریزتر (۷۰۰×۱۵) می باشند.

در شکلهای ۵ (ج) و ۵ (د) پیشانی تقریباً با سرعت ثابتی پیشروی می نماید. پس از این مرحله زمانیکه نسبت عمق جریان به عمق اولیه سیال سنگین تر به حدود ۰/۰۷۵ برسد مرحله اینرسی اتفاق می افتد که در آن مقدار نیروی شناوری با نیروی اینرسی در تعادل قرار می گیرند. بعد از این مراحل مرحله لزجت رخ می دهد که در آن نیروی شناوری در تعادل با نیروی لزجت می باشد.

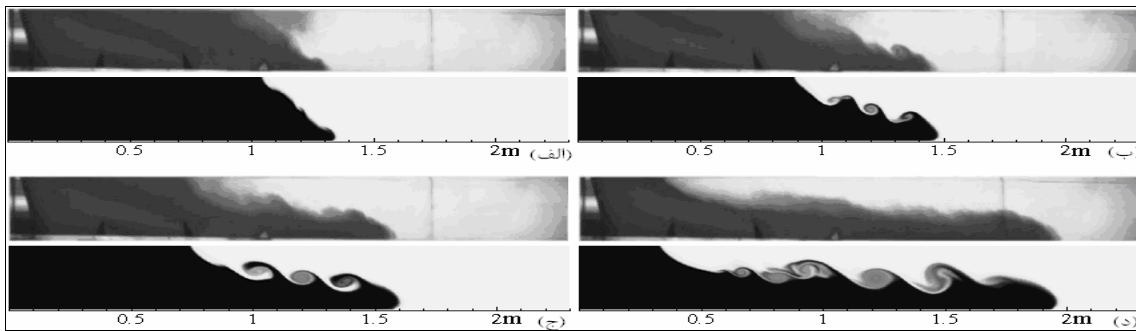
همانطور که در شکل ۵ مشاهده می شود دماغه جریان چگالی در روی لایه نازکی از آب شیرین حرکت می کند. این لایه نازک بین قسمت جلویی جریان چگالی و بستر فلوم بدلیل وجود شرط عدم لغزش بر روی جداره تشکیل می شود. جریان چگالی، جریان پیچیده ای می باشد که در حین حرکت آن ناپایداریهای مختلف و گردابه ها باعث نفوذ سیال سبکتر بالایی به داخل آن می شوند. این نفوذ با کاهش نیروی شناوری، دینامیک جریان چگالی را تحت تأثیر قرار می دهد. در شکل ۵ ناپایداریهای کلون هلمهولتز که بدلیل وجود اختلاف چگالی بین این جریان و سیال بالایی ایجاد می شوند نمایش داده شده اند. در شکل ۶ سرعت پیشروی دماغه جریان چگالی بر اساس زمان رسم شده است. برای محاسبه این سرعت از نسبت مسافت طی شده بر اساس موقعیت دماغه و فاصله زمانی مربوط به آن استفاده شده است. همانطور که در این شکل نشان داده شده، سرعت پیشروی دماغه به سرعت در مدت ۱/۵ ثانیه اول به مقدار ماکزیمم خودش می رسد. بعد از این زمان، ابتدا کاهش سریعی در مقدار این سرعت اتفاق افتاده و سپس مرحله کاهش تدریجی تر آنرا تا زمان حدود $t = 4 \text{ sec}$ در شروع مرحله افت خواهیم داشت. بعد از دوره کوتاه



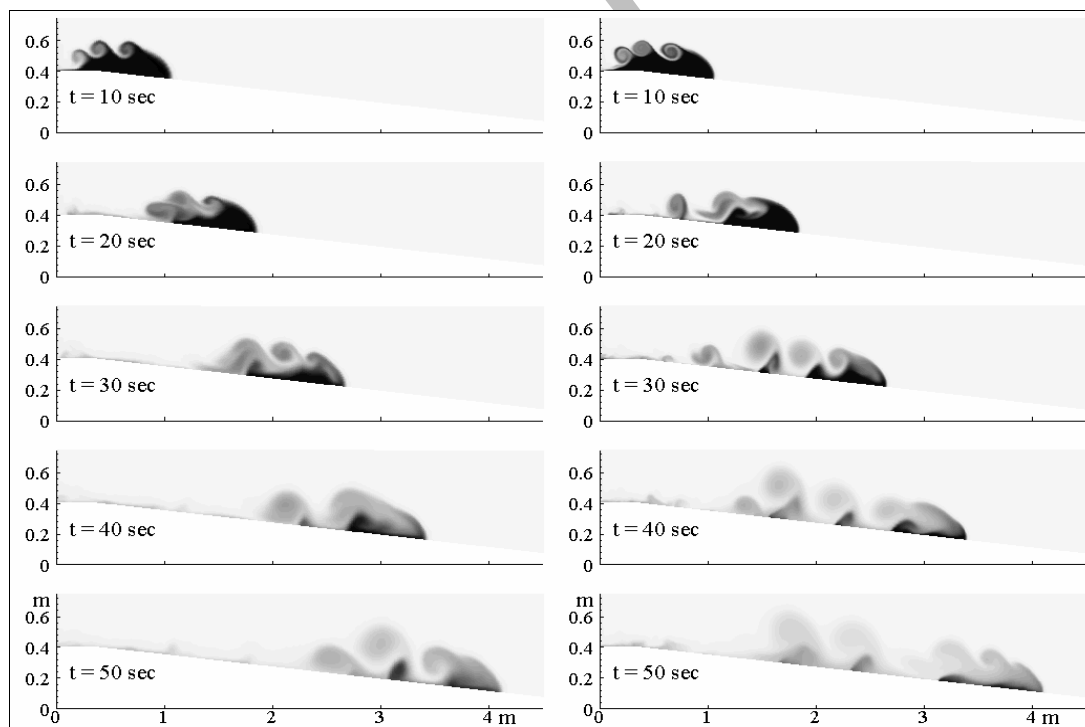
شکل ۶. تغییرات سرعت پیشروی دماغه جریان نسبت به زمان بر اساس نتایج عددی

جزئیاتی که ماهیت آنها سه بعدی می‌باشد سایر مشخصات جریان چگالی را بخوبی پیش بینی نماید. Patterson و همکاران همچنین به کمک روش ضمنی گردابه های بزرگ (LES) این آزمایش را بصورت دو بعدی شبیه سازی نمودند [۸]. بر اساس نتایج ارائه شده، موقعیت پیشانی جریان نسبت به نتایج آزمایشگاهی مقداری عقب تر بود. در صورتیکه در مدل حاضر این موقعیت بخوبی پیش بینی می‌شود.

شکل ۷ (الف) توسعه دماغه جریان را در مراحل اولیه آن نمایش می‌دهد که تطابق مناسبی با نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد. تشکیل ناپایداریهای کلوین هلمهولتز در محل سطح مشترک جریان با سیال بالایی در شکل ۷ (ب) و ۷ (ج) بخوبی مشاهده می‌شود. همچنین شکست بعدی این ناپایداریها توسط مدل قابل شبیه سازی است که این پدیده در شکل ۷ (د) مشخص است. بر اساس مقایسه نتایج عددی و آزمایشگاهی موقعیت پیشانی جریان یکسان می‌باشد. لذا می‌توان اظهار نمود مدل عددی دو بعدی حاضر می‌تواند بغیر از



شکل ۷. توزیع چگالی مربوط به زمانهای الف) ۳/۱۳، ب) ۵/۶۷، ج) ۸/۱۴ و د) ۱۵/۴۵ ثانیه پس از برداشتن مانع در آزمایش Patterson و همکاران (۲۰۰۵) (شکل بالایی) و مقایسه آن با نتایج عددی حاضر (شکل پایینی)



شکل ۹. ارائه جزئیات ساختار جریان در زمانهای مختلف به کمک توزیع چگالی بدست آمده از نتایج شبکه با تعداد گره های ۵۰×۲۵۰ (تصاویر سمت چپ) و شبکه با تعداد گره های ۱۰۰×۵۰۰ (تصاویر سمت راست)

آزمایش در فلوم شکل ۲ با آب شور دارای چگالی ۱۰۰۷ کیلوگرم بر متر مکعب انجام شده است. دامنه محاسباتی به طول ۵ متر به ۲۵۰ و ۵۰ سلول بترتیب در جهت‌های افقی و قائم تقسیم شده است. زمان کل شبیه سازی و گام زمانی بترتیب معادل ۵۰ و ۰/۰۱

۲-۶. بستر شیبدار

در این قسمت نتایج مدل عددی در خصوص شبیه سازی حرکت جریان چگالی روی بستر شیبدار ارائه می‌شود. در ابتدا جهت صحت سنجی مدل عددی از نتایج آزمایشگاهی استفاده می‌شود [۲۸]. این

بینی دینامیک ساختارهای چرخشی بین جریان چگالی و سیال بالایی و همچنین خصوصیات کلی جریان چگالی مانند توسعه جریان با زمان، سرعت پیشروی و بعضی از جزئیات این جریان از قبیل تراز دماغه می باشد. سرعت پیشروی دماغه جریان چگالی حتی بر روی شبکه های درشت در هر دو بسترهای افقی و شیبدار با دقت مناسبی شبیه سازی می شود. با شبیه سازی جریان چگالی بر روی شبکه ریز می توان بطور مناسبی خصوصیات غیردائمی شامل ساختارهای چرخشی بین جریان چگالی و سیال بالای آن از قبیل ناپایداریهای کلونین هلمهولتز را پیش بینی نمود.

مراجع

[۱] فیروزآبادی، بهار، «بررسی تجربی و تئوری جریانهای مطبق و تهیه مدل ریاضی از جریانهای چگالی حاوی ذرات»، رساله دکتری، دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۷۸.

[۲] فرهانیه، بیژن، راد، منوچهر، فیروزآبادی، بهار، «بررسی عددی رفتار و نحوه گسترش عرضی جریان چگالی سه بعدی»، مجله دانشکده فنی دانشگاه تبریز، شماره ۲۱، صفحه ۷۸-۸۹، ۱۳۷۸.

[3] Simpson, J.E., "Gravity Currents in the Laboratory, Atmosphere, and Ocean", Annual Review of Fluid Mechanics, Vol. 14, 1982, pp. 213-234.

[4] Simpson J.E., Britter R.E., "The Dynamics of the Head of a Gravity Current Advancing Over a Horizontal Surface", Journal of Fluid Mechanics, Vol. 94, 1979, pp. 477-495.

[5] Huppert H. E., Simpson J. E., "The Slumping of Gravity Currents", Journal of Fluid Mechanics, Vol. 99, 1980, pp. 785-799.

[6] Rottman, J.W., Simpson, J.E., "Gravity Currents Produced by Instantaneous Releases of a Heavy Fluid in a Rectangular Channel", Journal of Fluid Mechanics, Vol. 135, 1983, pp. 95-110.

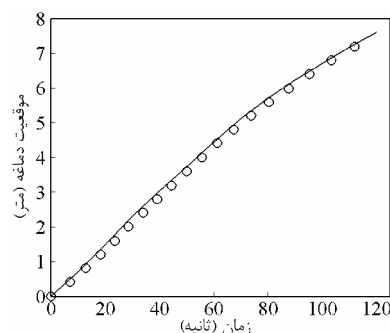
[7] Garcia, M.H., "Hydraulic Jumps in Sediment-Driven Bottom Currents", Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 119, No. 10, 1993, pp. 1094-1117.

[8] Hacker, J.N., Linden, P.F., Dalziel, S.B., "Mixing in Lock-Release Gravity Currents", Dynamics of Atmospheres and Oceans, Vol. 24, 1996, pp. 183-195.

[9] Marino, B.M., Thomas, L.P., Linden, P.F., "The Front Condition for Gravity Currents", Journal of Fluid Mechanics, Vol. 536, 2005, pp. 49-78.

[10] Patterson, M.D., Simpson, J.E., Dalziel, S.B., Nikiforakis, N., "Numerical Modelling of Two-Dimensional and Axisymmetric Gravity Currents", International Journal for Numerical Methods in Fluids., Vol. 47, 2005, pp. 1221-1227.

ثانیه لحاظ شده اند. شکل ۸ مقایسه موقعیت پیشانی پیش بینی شده توسط مدل حاضر را با نتایج آزمایشگاهی نشان می دهد. مشاهده می شود که نتایج حاضر تطابق مناسبی با نتایج آزمایشگاهی دارند.



شکل ۸. مقایسه موقعیت دماغه جریان چگالی در زمانهای مختلف بین نتایج عددی حاضر (خط پر رنگ) و نتایج آزمایشگاهی Garcia (۱۹۸۶) (نقاط)

با توجه به حصول اطمینان از پیش بینی مناسب مدل حاضر، جزئیات ساختار جریان در زمانهای مختلف با استفاده از شبیه سازی عددی در شبکه ریزتر با تعداد گره های 100×500 به ترتیب در جهات افقی و قائم و گام زمانی 0.005 ثانیه در شکل ۹ ارائه شده است. در شکل ۹ همچنین نتایج دو شبیه سازی انجام شده با شبکه های متفاوت مقایسه شده است. در این شکل بخوبی حساسیت ساختارهای چرخشی تشکیل شده در قسمت پشت سر جریان نسبت به اندازه شبکه، نمایش داده شده است. با مقایسه شبیه سازیهای مختلف مشاهده می شود که در شبکه ریزتر جزئیات بیشتری از جریان چگالی بخصوص با گذشت زمان که این جریان به قسمت های عمیق تر می رسد قابل ارائه است. با شبیه سازی بر روی شبکه ریز ساختارهای چرخشی کلونین هلمهولتز بیشتری تولید شده اند. اما همانطور که در شکل های ۸ و ۹ مشخص است با استفاده از هر دو شبکه مقدار پیشروی پیشانی جریان چگالی بخوبی پیش بینی می شود.

۷. نتیجه گیری

در تحقیق حاضر یک مدل عددی دو بعدی در صفحه قائم برای شبیه سازی جریان چگالی ناشی از نفوذ مقدار معینی از آب شور به داخل آب شیرین بر اساس حل معادلات ناویر استوکس متوسط گیری شده رینولدز (URANS) تهیه شده است. معادلات حاکم با استفاده از مدل آشفتگی دو معادله ای $k - \epsilon$ استاندارد اصلاح شده برای در نظر گرفتن تأثیرات ناشی از شناوری بسته شده اند. مقایسه نتایج عددی بدست آمده و نتایج آزمایشگاهی موجود به این نتیجه منجر می شود که شبیه سازی عددی با استفاده از معادلات URANS که با مدل آشفتگی $k - \epsilon$ بسته شده اند قادر به پیش

- Slope*”, Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 128, No. 1, 2002, pp. 55–63.
- [23] Imran, J., Kassem, A., Khan, S. M., ”Three-Dimensional Modeling of Density Current. I. Flow in Straight Confined and Unconfined Channels”, Journal of Hydraulic Research, Vol. 42, No. 6, 2004, pp. 578–590.
- [24] Kassem, A., Imran, J., ”Three-Dimensional Modeling of Density Current. II. Flow in Sinuous Confined and Unconfined Channels”, Journal of Hydraulic Research, Vol. 42, No. 6, 2004, pp. 591–602.
- [25] Huang, H., Imran, J., Pirmez, C., ”Numerical Model of Turbidity Currents with a Deforming Bottom Boundary”, Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 131, No. 4, 2005, pp. 283–293.
- [26] Cantero, M.I., Garcia, M.H., Buscaglia, G.C., Bombardelli, F.A., Dari, E.A., ”Multidimensional CFD Simulation of a Discontinuous Density Current”, Proc., 30th IAHR Cong., Thessaloniki, Greece, 2003.
- [27] Launder, B.E., Spalding, D.B., ”The Numerical Computation of Turbulent Flows”, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 3, 1974, pp. 269–289.
- [28] Rodi, W., ”Examples of Calculation Methods for Flow And Mixing in Stratified Fluids”, Journal of Geophysical Research, Vol. 92, 1987, pp. 5305–5328.
- [29] Hossain, M.S., Rodi, W., *Turbulent Buoyant Jets and Plumes*, Pergamon press, Oxford, England, 1982.
- [30] Fukushima, Y., Hayakawa, N., ”Analysis of Inclined Wall Plume by the $k - \varepsilon$ Turbulence Model”, Journal of Applied Mechanics, Vol. 57, 1990, pp. 455–465.
- [31] Fukushima, Y., Watanabe, M., ”Numerical Simulation of Density Underflow by the $k - \varepsilon$ Turbulence Model”, Journal of Hydroscience and Hydraulic Engineering, Vol. 8, 1990, pp. 31–40.
- [32] Fischer, H.B., List, E.J., Koh, R.C.Y., Imberger, J., Brooks, N.H., *Mixing in Inland and Coastal Waters*, Academic, New York, 1979.
- [33] Petersen, O., *Lecture Notes in Turbulence*, Department of Civil Engineering, Aalborg University, Denmark, 1994.
- [34] Rodi, W., *Turbulence Models and Their Applications in Hydraulics*, 3rd Ed., IAHR Monograph, Balkema, Rotterdam, The Netherlands, 1993.
- [35] Wu, W., Rodi, W., Wenka, T., ”3D Numerical Modeling of Flow and Sediment Transport in Open Channels”, Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 126, No. 1, 2000, pp. 4–15.
- [36] Durbin, P.A., Pettersson Reif, B.A., *Statistical Theory and Modeling for Turbulent Flows*, Wiley, 2001.
- [37] Yanenko, N.N., *The Method of Fractional Steps*, Springer-Verlag, Berlin, 1971.
- [11] Zhu, J.B., Lee, C.B., Chen, G.Q., Lee, J.H.W., ”PIV Observation of Instantaneous Velocity Structure of Lock Release Gravity Currents in the Slumping Phase”, Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, Vol. 11, 2006, pp. 262–270.
- [12] Hartel, C., Meiburg, E., Necker, F., ”Analysis and Direct Numerical Simulation of the Flow at a Gravity-Current Head. Part I. Flow Topology and Front Speed for Slip and No-Slip Boundaries”, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 418, 2000, pp. 189–212.
- [13] Necker, F., Härtel, C., Kleiser, L., Meiburg, E., ”High-Resolution Simulations of Particle-Driven Gravity Currents”, International Journal of Multiphase Flow, Vol. 28, 2002, pp. 279–300.
- [14] Necker, F., Härtel, C., Kleiser, L., Meiburg, E., ”Mixing and Dissipation in Particle-Driven Gravity Currents”, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 308, 2005, pp. 289–311.
- [15] Birman, V.K., Martin, J.E., Meiburg, E., ”The Non-Boussinesq Lock-Exchange Problem. Part 2. High-Resolution Simulations”, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 537, 2005, pp. 125–144.
- [16] Cantero, M.I., Balachandar, S., Garcia, M.H., Ferry, J.P., ”Direct Numerical Simulations of Planar and Cylindrical Density Currents”, Journal of Applied Mechanics, Vol. 73, No. 6, 2006, pp. 923–930.
- [15] Patterson, M.D., Simpson, J.E., Dalziel, S.B., van Heijst, G.J.F., ”Vortical Motion in the Head of an Axisymmetric Gravity Current”, Physics of Fluids, Vol. 18, 2006, art. 046601.
- [16] Ooi, S.K., Constantinescu, S.G. Weber, L.J., ”Numerical Simulation of Lock-Exchange Gravity Driven Flows”, IAHR Technical Report, No. 450, 2006, University of Iowa, Iowa City, Iowa.
- [17] Farrel, G.J., Stefan, H.G., ”Mathematical Modeling of Plunging Reservoir Flows”, Journal of Hydraulic Research, Vol. 26, No. 5, 1988, pp. 525–537.
- [18] Eidsvik, K.J., Brors, B., ”Self-Accelerated Turbidity Current Prediction Based Upon $k - \varepsilon$ Model Turbulence”, Cont. Shelf Research, Vol. 9, No. 7, 1989, pp. 617–627.
- [19] Hurzeler, B.E., Ivey, G.N., Imberger, J., ”Spreading Model for a Turbidity Current with Reversing Buoyancy from a Constant-Volume Release”, Marine and Freshwater Research, Vol. 46, 1995, pp. 393–408.
- [20] Bournet, P.E., Dartus, D., Tassin, B., Vincon-Leite, B., ”Numerical Investigation of Plunging Density Current”, Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 125, No. 6, 1999, pp. 584–594.
- [21] Kassem, A., Imran, J., ”Simulation of Turbid Underflows Generated by the Plunging of a River”, Geology, Vol. 29, No. 7, 2001, pp. 655–658.
- [22] Choi, S., Garcia, M.H., ” $k - \varepsilon$ Turbulence Modeling of Density Currents Developing Two Dimensionally on a

- [38] Namin, M.M., *A Fully Three-Dimensional Non-Hydrostatic Free Surface Flow Model for Hydro-Environmental Predictions*, PhD thesis, Cardiff School of Engineering, Cardiff University, Cardiff, U.K, 2003.
- [39] Fromm, J.E., "A Method of Reducing Dispersion in Convective Difference Schemes", *Journal of Computational Physics*, Vol. 3, 1968, pp. 176–189.

Archive of SID