Archive of SID

نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید بهار ۱۳۸۸- صفحه ۱۴-۱

شماره ۱، جلد ۲۰، بهار ۱۳۸۸

نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید

نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید دانشگاه علم و صنعت ایران

شاپا: ۷۳۷۵-۱۰۱۸

Journal Website: http://ijiefa.iust.ac.ir/

# A Heuristic and a Lower Bound for the Two-Echelon Location-Routing Problem

**S. H. Zegordi & E. Nikbakhsh**

***S. H. Zegordi,*** *is an associate professor in the Department of Industrial Engineering, Trabiat Modares University*
***E. Nikbakhsh,*** *is a M.Sc. graduate from the Department of Industrial Engineering, Trabiat Modares University,*

## Keywords

Location-Routing;
Location; Routing;
Simulated Annealing;
Minimum Spanning
Forest

## ABSTRACT

*During the last three decades, the integrated optimization approach to logistics systems has become one of the most important aspects of the supply chain optimization. This approach simultaneously considers the interdependence of the location of the facilities, suppliers/customers allocation to the facilities, the structure of transportation routes, and inventory planning and control. Location-routing problem is one of the most important classes of location problems for considering this approach. In this problem, the number and location of facilities, size of the transportation fleet, and the route structures are to be found with respect to the location and characteristics of suppliers and customers. In this study, a mathematical model, an efficient and fast heuristic algorithm, an effective metaheuristic algorithm based on simulated annealing, and a new lower bound for the two-echelon location-routing problem with vehicle fleet capacity and maximum route length constraints are presented. At the end, the computational results show the efficiency of the proposed algorithms using the proposed obtained lower bound.*

© ۱۳۸۸، جلد ۲۰، شماره ۱ (نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید)

# حل ابتکاری و کران پایین برای مسئله مکان‌یابی-مسیریابی دو رده‌ای

**سیّد حسام‌الدّین ذگردی و احسان نیک‌بخش**

**کلمات کلیدی**

مکان‌یابی؛ مسیریابی؛
تبرید شبیه‌سازی شده؛
حداقل جنگل پوشاننده

**چکیده:**

در طول سه دهه اخیر، رویکرد بهینه‌سازی یکپارچه به سیستم‌های لجستیک به یکی از مهم‌ترین جنبه‌های بهینه‌سازی زنجیره تامین تبدیل شده است. این رویکرد به بررسی همزمان وابستگی‌های میان مکان تسهیلات، تخصیص تأمین‌کنندگان/مشتریان به تسهیلات، ساختار مسیرهای حمل و نقل، و برنامه‌ریزی و کنترل موجودی‌ها می‌پردازد. یکی از مهم‌ترین مسایل مکان‌یابی برای در نظرگیری این رویکرد، مسئله مکان‌یابی-مسیریابی است. در این مسئله، تعداد و مکان تهسیلات، اندازه ناوگان حمل و نقل، و ساختار مسیرها با توجه به مکان و خصوصیات تأمین‌کنندگان و مشتریان تعین می‌شود. در این تحقیق، یک مدل ریاضی، روش حل ابتکاری کارا و سریع، روش فراابتکاری کارا مبتنی بر الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده، و کران پایین جدید برای مسایل مکان‌یابی-مسیریابی دو رده‌ای با در نظرگیری محدودیت‌های ظرفیت وسایل نقلیه و حداکثر طول مسیر ارائه شده است. در پایان، نتایج محاسباتی نشان‌دهنده کارایی روش‌های حل پیشنهادی با استفاده از کران پایین پیشنهادی است.

**تاریخ وصول: ۸۶/۱۰/۱۲**

**تاریخ تصویب: ۸۷/۱۰/۱۵**

**دکتر سیّد حسام‌الدّین ذگردی**، دانشیار مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس، zegordi@modares.ac.ir

**احسان نیک‌بخش**، کارشناس ارشد مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس، nikbakhsh@modares.ac.ir

www.SID.ir

Archive of SID

## ۱. مقدمه

در سه دهه اخیر، مفاهیم سیستم‌های لجستیکی یکپارچه و یکپارچگی تصمیم‌گیری در زنجیره تأمین به یکی از مهم‌ترین جنبه‌های مدیریت زنجیره تأمین تبدیل شده‌اند. این مفاهیم به بررسی وابستگی‌های میان مکان تسهیلات، تخصیص تأمین‌کنندگان و مشتریان به تسهیلات، ساختار سیستم حمل و نقل، سیستم کنترل موجودی‌ها، و برنامه‌ریزی و زمان‌بندی تولید می‌پردازند. این رویکرد جامع و حل همزمان مسایل لجستیکی مانع از بهینه‌سازی محلی مسایل وابسته به یکدیگر می‌شود. مسایل یکپارچه لجستیک دارای انواع مختلفی هستند که از آن جمله می‌توان به مسایل مکان‌یابی-مسیریابی، موجودی-مکان‌یابی، و موجودی-مسیریابی اشاره کرد. در این تحقیق، به حل ترکیب دو تصمیم مکان‌یابی و مسیریابی در زنجیره تأمین، مسئله مکان‌یابی-مسیریابی، پرداخته می‌شود.

در سالیان اخیر، مسئله مکان‌یابی-مسیریابی یکی از مهم‌ترین طبقات مسایل مکان‌یابی نزد تحلیل‌گران سیستم‌های لجستیک یکپارچه بوده است. این مسئله با در نظرگیری روابط متقابل بین مکان تسهیلات و مسیرهای ناوگان حمل و نقل، دید قوی‌تری در اختیار تحلیل‌گران گذاشته و از بهینه‌سازی محلی دو مسئله مکان‌یابی و مسیریابی جلوگیری می‌کند. به طور کلی، مدل‌های مکان‌یابی-مسیریابی به حل توأمان و همزمان مسئله تعیین تعداد بهینه، ظرفیت و مکان تسهیلات خدمت‌دهنده به بیش از یک تأمین‌کننده/مشتری و نیز مجموعه بهینه زمان‌بندی و مسیر وسایل نقلیه می‌پردازند [۱]. دو زیرمسئله اصلی مسئله مکان‌یابی-مسیریابی، مسایل مکان‌یابی-تخصیص و مسیریابی وسیله نقلیه هستند. از آنجاکه هر دو زیرمسئله مذکور *NP-Hard* هستند [۲، ۳]، بنابراین مسئله مکان‌یابی-مسیریابی نیز *NP-Hard* است. مسایل مکان‌یابی-مسیریابی دارای کاربرد گسترده‌ای در طراحی سیستم توزیع قبوض آب و برق و مرسولات پستی، پخش محصولات لبنی، جمع‌آوری زباله و مواد مضر، و طراحی شبکه‌های مخابراتی هستند. به کار بردن مدل‌های مکان‌یابی-تخصیص برای مدل‌سازی مسایلی مشابه نمونه کاربردهای فوق به جای مدل مکان‌یابی-مسیریابی، به دلیل نادیده گرفتن دورها در طراحی شبکه، منجر به هزینه‌های بیشتری می‌شود [۴].

اولین قدم‌ها در زمینه ایجاد مدل‌های مکان‌یابی-مسیریابی به دهه ۱۹۶۰ میلادی بازمی‌گردد [۵]. با این حال، مدل‌های ریاضی ایجاد شده در آن زمان را نمی‌توان مدل‌های دقیقی از مدل مکان‌یابی-مسیریابی دانست، چرا که در آن مدل‌ها تورهای حمل و نقل و بازگشت به تسهیل در نظر نگرفته شده نبود. ایجاد اولین مدل‌های واقعی مکان‌یابی-مسیریابی در اواخر دهه ۱۹۷۰ و اوایل دهه ۱۹۸۰ با فعالیت‌های دیگر محققین اتفاق افتاد [۶-۸]. در طول سالیان اخیر، توجه محققین و متخصصین لجستیک بر انواع کاربردی‌تر مسایل مکان‌یابی-مسیریابی و نیز روش‌های حل متنوع‌تر برای این مسایل واقع شده است. برونو و دیگران [۹] با در نظرگیری شبکه حمل و نقل چند وجهی، یک الگوریتم ابتکاری بر پایه مسئله کوتاه‌ترین مسیر ارائه کرده‌اند. توزان و برک [۱۰] ضمن مدل‌سازی مسئله مکان‌یابی-مسیریابی یک رده‌ای با ظرفیت محدود ناوگان حمل و نقل، یک الگوریتم فراابتکاری بر پایه الگوریتم جستجوی ممنوعه[1] دو مرحله‌ای طراحی نموده‌اند. گینی و امپروتا [۱۱] برای مسئله مکان‌یابی-مسیریابی یک رده‌ای با ظرفیت محدود ناوگان حمل و نقل یک مدل ریاضی جدید بر پایه مسئله مسیریابی سویه‌های ظرفیت‌دار[2] ارائه نموده‌اند که برای حل آن روش‌های حل دقیق و ابتکاری کارای متعددی در ادبیات موضوع وجود دارد. چان و دیگران [۱۲] ضمن در نظرگیری فرض محدودیت حداکثر طول مسیر و تقاضای تصادفی، به حل مسئله با روش ابتکاری ذخیره/ورود[3] و تجزیه تصادفی پرداخته‌اند و کران بالا و پایین برای تعداد تسهیلات و نیز تعداد وسایل نقلیه در هر تسهیل ارائه نموده‌اند. وو و دیگران [۱۳] با در نظرگیری محدودیت ظرفیت وسایل نقلیه و وجود ناوگان حمل و نقل متنوع، روشی ابتکاری بر پایه تجزیه و الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده[4] ارائه نموده‌اند. لین و دیگران [۱۴] برای حل مسئله مکان‌یابی-مسیریابی دو رده‌ای با فرض محدودیت ظرفیت وسایل نقلیه و حداکثر طول مسیر، یک روش ابتکاری سه مرحله‌ای بر پایه سه الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده، انشعاب وتحدید، و فروشنده دوره‌گرد ایجاد نموده‌اند. کاپانرا و دیگران [۱۵] به ارائه روش حلی بر مبنای تئوری شبکه، تجزیه مسئله، آزادسازی لاگرانژی، و انشعاب و تحدید برای مسایل تسهیلات و مواد مضر چند هدفه با در نظرگیری تأثیر جریان کالا بر دیگر تسهیلات مستقر در مسیر پرداخته‌اند. واسنر و زپفل [۱۶] برای حل مسئله مکان‌یابی-مسیریابی دو رده‌ای با فرض‌های بارگیری و تحویل، محدودیت حداکثر ظرفیت وسایل نقلیه و حداکثر طول مسیر، یک روش حل دو مرحله‌ای بر پایه روش ابتکاری اول مکان‌یابی-تخصیص، و سپس مسیریابی و بازخورد بین مراحل ارائه کرده‌اند. آلباردا-سامبولا و دیگران [۱۷] ضمن مدل‌سازی مسئله با استفاده از تئوری شبکه، به ارائه حد بالا با استفاده از جستجوی ممنوعه و کران پایین با روش ابتکاری دخیره/ورود پرداخته‌اند. آمبروسینو و اسکوتلا [۱۸] با در نظرگیری تصمیمات کنترل موجودی و سطح سرویس‌دهی به مشتری، ناوگان حمل و نقل متنوع، و حالت پویا، به حل مسئله مکان‌یابی-مسیریابی دو رده‌ای با استفاده از نرم‌افزار CPLEX پرداخته‌اند. لین و کواک [۱۹] ضمن مدل‌سازی مسئله مکان‌یابی-مسیریابی یک رده‌ای چند هدفه با اعمال توازن شدت کار بین ناوگان حمل و نقل، دو روش

---

[1] *Tabu Search*
[2] *Capacitated Arc Routing Problem*
[3] *Saving/Insertion*
[4] *Simulated Annealing*

www.SID.ir

Archive of SID

فراابتکاری برپایه الگوریتم‌های جستجوی ممنوعه و تبرید شبیه‌سازی شده پرداخته‌اند. همچنین لشاین و دیگران [۲۰] برای مسئله مکان‌یابی-مسیریابی دو رده‌ای با فرض محدودیت ظرفیت وسایل نقلیه، یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط و روش حل بر مبنای آزادسازی لاگرانژی، روش جستجوی جزءگرادیان[1] و مسئله فروشنده دوره‌گرد ارائه نموده‌اند. ازیورت و آسکن [۲۱] برای مسئله مکان‌یابی-مسیریابی یک رده‌ای روش ابتکاری بر پایه جستجوی ممنوعه، انشعاب و تحدید، آزادسازی لاگرانژی، و حداقل جنگل پوشاننده[2] ایجاد نموده‌اند. آلومر و کرا [۲۲] برای مسئله مکان‌یابی-مسیریابی تسهیلات و مواد مضر با فرض ریسک حمل و نقل مواد مضر و تسهیلات چند گونه‌ای، یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط چند هدفه ارائه نموده و آن را به وسیله نرم‌افزار CPLEX حل نموده‌اند. سرانجام آلباردا-سامبولا و دیگران [۲۳] به ارائه روش حل ابتکاری بر پایه جستجوی همسایگی‌ها و کران پایین بر پایه تجزیه بر مسئله مکان‌یابی-مسیریابی یک رده‌ای با حضور مشتریان تصادفی و جریمه عدم برآوردن تقاضا پرداخته‌اند.

خلاصه‌ای از تحقیقات مرور شده در جدول ۱ بر اساس طبقه‌بندی مین و دیگران [۱] ارائه شده است. خواننده جهت آشنایی بیشتر با آخرین روند تحقیقاتی در زمینه مسایل مکان‌یابی-مسیریابی به [۱، ۲۴] ارجاع داده می‌شود.

در این مسئله، ظرفیت ناوگان حمل و نقل محدود فرض شده است و بنا به دلایل مختلفی همچون نوع کالای در حال تحویل و نیز قوانین کار، حداکثر طول یک مسیر به میزان مشخصی محدود است. همچنین فرض می‌شود که ضمن لزوم کمینه‌سازی هزینه ناوگان حمل و نقل، به هر مرکز توزیع جزئی می‌توان حداکثر تعداد مشخصی وسیله نقلیه تخصیص داد.

هدف از این تحقیق، حل یک حالت خاص از مسئله مکان‌یابی-مسیریابی دو رده‌ای است. با توجه به لزوم مدیریت و اعمال کنترل بر تسهیلات و ناوگان حمل و نقل آنها، اعمال این فرض که برای اولین بار به صورت یکپارچه با هدف کمینه‌سازی هزینه ناوگان حمل و نقل اعمال می‌گردد، از اهمیت بالایی در کنترل و مدیریت سیستم‌های توزیع برخوردار است.

**جدول ۱. تعریف مسئله مقالات مکان‌یابی-مسیریابی طی سال‌های ۲۰۰۷-۱۹۹۸**

| نویسنده/نویسندگان | سال | چند طبقه‌ای | تقاضای تصادفی | چند کالایی | تسهیلات با ظرفیت محدود | چند تسهیلاتی | تسهیلات چند گونه‌ای | چندین وسیله نقلیه | وسیله نقلیه با ظرفیت محدود | محدودیت زمانی مسیر/وسیله نقلیه | تابع هدف چندگانه | سطح تسهیل | دوره برنامه‌ریزی |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| برونو و دیگران [۹] | ۱۹۹۸ | | | | | | | ✓ | | | ✓ | اولیه | یک |
| توزان و برک [۱۰] | ۱۹۹۹ | | | | ✓ | ✓ | | ✓ | ✓ | | | اولیه | یک |
| گینی و امپروتا [۱۱] | ۲۰۰۰ | | | | | ✓ | | ✓ | ✓ | | | اولیه | یک |
| چان و دیگران [۱۲] | ۲۰۰۱ | | ✓ | | | ✓ | | ✓ | | ✓ | | اولیه | یک |
| وو و دیگران [۱۳] | ۲۰۰۲ | | | | | ✓ | | ✓ | ✓ | | | اولیه | یک |
| لین و دیگران [۱۴] | ۲۰۰۲ | ✓ | | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | | ثانویه | یک |
| کاپانرا و دیگران [۱۵] | ۲۰۰۴ | | | | ✓ | ✓ | | ✓ | | | ✓ | اولیه | یک |
| واسنر و زپفل [۱۶] | ۲۰۰۴ | ✓ | | | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | | ثانویه | یک |
| آلباردا-سامبولا و دیگران [۱۷] | ۲۰۰۵ | | | | ✓ | ✓ | | ✓ | ✓ | | | اولیه | یک |
| آمبروسینو و اسکوتلا [۱۸] | ۲۰۰۵ | ✓ | | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | | | ثانویه | یک |
| لین و کواک [۱۹] | ۲۰۰۶ | | | | ✓ | | ✓ | | ✓ | ✓ | ✓ | اولیه | یک |
| لشاین و دیگران [۲۰] | ۲۰۰۶ | ✓ | | ✓ | ✓ | ✓ | | ✓ | ✓ | | | ثانویه | یک |
| ازیورت و آسکن [۲۱] | ۲۰۰۷ | | | | ✓ | ✓ | | ✓ | ✓ | | | اولیه | یک |
| آلومر و کرا [۲۲] | ۲۰۰۷ | ✓ | | ✓ | | ✓ | ✓ | ✓ | | | ✓ | ثانویه | یک |
| آلباردا-سامبولا و دیگران [۲۳] | ۲۰۰۷ | | ✓ | | ✓ | ✓ | | ✓ | ✓ | | | اولیه | پویا |

[1] *Subgradient Search Method*
[2] *Minimum Spanning Forest*

www.SID.ir

Archive of SID

برای مسئله فوق یک مدل ریاضی عدد صحیح مختلط در بخش ۲، یک راه حل ابتکاری دو مرحله‌ای بر مبنای روش اول مکان‌یابی-سپس مسیریابی جهت ایجاد جواب اولیه، و روش جستجوی همسایگی‌ها و تعویض *Or-opt* جهت بهبود جواب اولیه در بخش ۳، و یک روش فراابتکاری دو مرحله‌ای بر پایه الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده در بخش ۴ ارائه می‌شود. سپس در بخش ۵، کران پایین مسئله با استفاده از تجزیه به دو زیرمسئله مکان‌یابی و مسیریابی محاسبه می‌شود. برای محاسبه کران پایین زیرمسئله مسیریابی، روش‌های موجود در ادبیات برای استفاده از مسئله حداقل جنگل پوشاننده با استفاده از یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح صفر و یک جدید بهبود داده می‌شود. آنگاه اعتبار مدل مسئله و روش‌های حل پیشنهادی با استفاده از نتایج محاسباتی در بخش ۶، نشان داده می‌شود. در پایان نتایج تحقیق و زمینه‌های تحقیقاتی آتی در بخش ۷ ارائه می‌شود.

## ۲. مدل ریاضی پیشنهادی

سیستم لجستیک دو رده‌ای مسئله مورد نظر بر روی گراف بدون جهت $G=(N,E)$ تعریف می‌شود. مجموعه گره‌های این گراف ($N$) متشکل از گره‌های مراکز توزیع اصلی ($CDC$)، مراکز توزیع جزئی ($RDC$)، و مشتریان ($C$) است. مجموعه کلیه یال‌های (راه‌های ارتباطی) موجود در گراف شبکه توزیع ($E$) شامل یال‌های بدون جهت، اتصال دهنده مراکز توزیع اصلی به مراکز توزیع جزئی، مراکز توزیع جزئی به مشتریان، و مشتریان به یکدیگر است. در مورد طول یال‌های اتصال‌دهنده مراکز توزیع جزئی به مشتریان، و مشتریان به یکدیگر اصل نامساوی مثلثی صدق می‌کند ($d_{ij} \le d_{ik}+d_{kj}$). فرض می‌شود که ظرفیت مراکز توزیع اصلی، مراکز توزیع جزئی، و ناوگان حمل و نقل مقادیری قطعی و محدود هستند. همچنین تقاضای مشتریان قطعی و معین است و شکستن آن بین چند مرکز توزیع جزئی مجاز نیست. پارامترهای این مسئله عبارتند از:

$CDC$: مجموعه گره‌های مراکز توزیع اصلی،

$RDC$: مجموعه گره‌های مراکز توزیع جزئی،

$C$: مجموعه گره‌های مشتریان،

$L$: مجموعه کلیه وسایل نقلیه بالقوه موجود،

$N_1$: مجموعه کلیه گره‌های عضو $RDC \cup C$ ،

$F_i'$: ظرفیت عرضه CDC $i$ام،

$CR_{ij}$: هزینه انتقال واحد محصول از CDC $i$ام به RDC $j$ام،

$FC_j$: هزینه ثابت گشایش RDC $j$ام،

$VC_j$: هزینه متغیر فعالیت RDC $j$ام به ازای واحد محصول

$F_j$: ظرفیت RDC $j$ام،

$CV$: هزینه ثابت واحد وسیله نقلیه،

$nv_j$: حداکثر تعداد وسایل نقلیه قابل تخصیص به RDC $j$ام (در اینجا برابر با $nv_j=\lceil F_j/\sigma \rceil$)،

$\sigma$: ظرفیت وسایل نقلیه ناوگان حمل و نقل،

$\tau$: حداکثر مسافت قابل طی توسط هر وسیله نقلیه،

$D_k$: مقدار تقاضای مشتری $k$ام بر حسب واحد محصول،

$\alpha$: هزینه ثابت حمل و نقل مابین گره‌های RDCها و مشتریان به ازای واحد مسافت،

$d_{km}$: مسافت مابین گره $k$ام و گره $m$ام، $k \,\&\, m \in N_1$، و

$\alpha_{km}$: هزینه حمل و نقل از گره $k$ام به گره $m$ام، $k \,\&\, m \in N_1$، ($\alpha_{km}=\alpha d_{km}$).

متغیرهای تصمیم مدل ریاضی پیشنهادی عبارتند از:

$x_{ij}$: متغیر مقدار واحد محصول حمل شده از CDC $i$ام به RDC $j$ام،

$y_j$: متغیر صفر و یک عدم احداث یا احداث یک RDC در مکان بالقوه RDC $j$ام،

$u_{jl}$: متغیر صفر و یک عدم تخصیص یا تخصیص وسیله نقلیه $l$ام به RDC $j$ام،

$v_{kml}$: متغیر صفر و یک نگذشتن یا گذشتن مسیر وسیله نقلیه $l$ام از گره $k$ام به گره $m$ام، $k \,\&\, m \in N_1$، و

$z_{kj}$: متغیر صفر و یک عدم تخصیص یا تخصیص مشتری $k$ام به RDC $j$ام.

مدل ریاضی مسئله مکان‌یابی-مسیریابی دو رده‌ای با در نظرگیری محدودیت‌های ظرفیت ناوگان حمل و نقل و حداکثر طول مسیر عبارت است از:

$$Min. \sum_{j\in RDC} FC_j y_j + \sum_{i\in CDC}\sum_{j\in RDC} CR_{ij}x_{ij} + \sum_{j\in RDC} VC_j \sum_{k\in C} D_k z_{kj} + CV \sum_{j\in RDC}\sum_{l\in L} u_{jl} + \sum_{l\in L}\sum_{m\in N_1}\sum_{k\in N_1} \alpha_{km} v_{kml} \quad (۱)$$

مقید به محدودیت‌های:

$$\sum_{j\in RDC} x_{ij} \le F_i' \quad \forall i \in CDC \quad (۲)$$

$$\sum_{i\in CDC} x_{ij} \le F_j y_j \quad \forall j \in RDC \quad (۳)$$

$$\sum_{k\in C} D_k z_{kj} - \sum_{i\in CDC} x_{ij} = 0 \quad \forall j \in RDC \quad (۴)$$

$$\sum_{l\in L}\sum_{m\in N_1} v_{kml} = 1 \quad \forall k \in C \quad (۵)$$

$$\sum_{m\in N_1}\sum_{k\in N_1} d_{km} v_{kml} \le \tau \quad \forall l \in L \quad (۶)$$

$$\sum_{k\in V}\sum_{m\in V}\sum_{l\in L} v_{kml} \le |V| - \left\lceil \sum_{k\in V} D_k / \sigma \right\rceil \quad 2 \le |V| \le |C|, \forall V \subseteq C \quad (۷)$$

www.SID.ir

Archive of SID

$$\sum_{m\in N_1} v_{mkl} - \sum_{m\in N_1} v_{mkl} = 0 \quad \forall k \in N_1, \forall l \in L \qquad (۸)$$
$$\sum_{m\in N_1} v_{kml} + \sum_{h\in N_1} v_{jhl} - z_{kj} \le 1$$

$$\forall k \in C, \forall j \in RDC, \forall l \in L \qquad (۹)$$

$$\sum_{k\in C} v_{kjl} = u_{jl} \qquad \forall j \in RDC, \forall l \in L \qquad (۱۰)$$

$$\sum_{k\in C} v_{jkl} = u_{jl} \qquad \forall j \in RDC, \forall l \in L \qquad (۱۱)$$

$$\sum_{l\in L} u_{jl} \le nv_j y_j \qquad \forall j \in RDC \qquad (۱۲)$$

$$x_{ij} \ge 0 \quad \forall i \in CDC, \forall j \in RDC \qquad (۱۳)$$

$$y_j \in \{0,1\} \quad \forall j \in RDC \qquad (۱۴)$$

$$u_{jl} \in \{0,1\} \quad \forall j \in RDC, \forall l \in L \qquad (۱۵)$$

$$v_{kml} \in \{0,1\} \quad \forall k \in N_1, \forall m \in N_1, \forall l \in L \qquad (۱۶)$$

$$z_{kj} \in \{0,1\} \quad \forall k \in C, \forall j \in RDC \qquad (۱۷)$$

در مدل فوق، رابطه ۱ نشان‌دهنده تابع هدف است که به ترتیب شامل هزینه ثابت گشایش RDCها، هزینه انتقال کالا از CDCها به RDCها، هزینه متغیر فعالیت RDCها، هزینه ثابت استفاده از ناوگان حمل و نقل، و هزینه حمل و نقل از RDCها به مشتریان است. رابطه ۲ ظرفیت کالای خروجی از CDCها را محدود می‌سازد. رابطه ۳ نشان‌دهنده محدودیت جریان ورودی به RDCها است، و رابطه ۴ تعادل جریان در RDCها (برابر بودن جریان ورودی و خروجی) را بر قرار می‌سازد. رابطه ۵ باعث می‌شود که هر مشتری تنها به یک وسیله نقلیه مشخص (مسیر) تعلق داشته باشد. رابطه ۶ نیز حداکثر طول مسیر هر وسیله نقلیه را محدود می‌سازند. رابطه ۷، مشهور به محدودیت حذف زیرتور[1]، از ایجاد مسیرهایی که به یک RDC متصل نیستند، جلوگیری می‌کنند. همچنین این محدودیت، حداکثر تقاضای تخصیص داده شده به هر وسیله نقلیه را به ظرفیت آن وسیله نقلیه محدود می‌سازد. رابطه ۸ یا محدودیت حفظ روند، هر وسیله نقلیه را ملزم می‌کند تا از همان گره‌ای که به آن وارد شده است، خارج شود. رابطه ۹ باعث تخصیص مشتری به یک RDC در صورت قرار گرفتن آن مشتری در مسیر وسیله نقلیه متعلق به همان RDC می‌شود. رابطه‌های ۱۰ و ۱۱ باعث می‌شوند تا در صورت تخصیص یک وسیله نقلیه به یک RDC حتماً یک یال به آن RDC وارد و یک یال نیز از آن خارج شود. رابطه ۱۲ تعداد وسایل نقلیه تخصیص یافته به یک RDC را به حداکثر تعداد وسایل نقلیه قابل تخصیص به آن RDC محدود می‌کند. سرانجام رابطه‌های (۱۷-۱۳) نوع متغیرهای تصمیم را مشخص می‌کنند.

در مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط فوق، محدودیت حذف زیرتورها به دلیل ماهیت ترکیبی، حل دقیق مسئله را مشکل می‌سازد. با توجه به مورد مذکور و نیز *NP-Hard* بودن مسئله مکان‌یابی-مسیریابی، حل بهینه این مسئله در ابعاد متوسط و بزرگ با استفاده از روش‌های دقیق در زمان چند جمله‌ای امکان‌پذیر نیست.

## ۳. روش حل ابتکاری

در این بخش، یک الگوریتم ابتکاری دو مرحله‌ای بر پایه روش جستجوی همسایگی‌های پیشنهادی آلباردا-سامبولا و دیگران [۲۳] و نیز روش ابتکاری تعویض *Or-opt* [۲۵] برای حل مسئله تحقیق ارائه می‌گردد (نمودار ۱). در مرحله اول (مرحله ایجاد)، با استفاده از یک الگوریتم اول مکان‌یابی-دوم تخصیص-مسیریابی[2] یک جواب اولیه ایجاد شده و به صورت ابتدایی توسط الگوریتم تعویض *Or-opt* بهبود داده می‌شود. سپس، در مرحله بهبود با استفاده از جستجو بر روی پنج همسایگی مختلف از جواب اولیه و روش ابتکاری تعویض *Or-opt*، جواب نهایی با توجه به شرط توقف بدست می‌آید.

**مرحله ایجاد** {
۱. مشخص کردن مجموعه RDCهایی که باید ایجاد شوند.
۲. تخصیص مشتریان به RDC گشایش یافته و ساختن مسیرهای اولیه.
۳. بهبود مسیرهای اولیه بر اساس تعویض *Or-opt*.}

**مرحله بهبود** {
۱. به روزرسانی شرط توقف.
۲. تا هنگامی که شرط توقف بر آورده نشده است:
۲-۱. تا هنگامی هیچ حرکتی برای بهبود پیدا نشود، تکرار شود:
۲-۱-۱. جستجو بر روی $N_2(x)$ و به روزرسانی $x$
۲-۱-۲. جستجو بر روی $N_1(x)$ و به روزرسانی $x$ و
۲-۱-۳. جستجو بر روی $N_5(x)$ و به روزرسانی $x$.
۲-۲. تا هنگامی هیچ حرکتی برای بهبود پیدا نشود، تکرار شود:
بهبود مسیرها توسط روش تعویض *Or-opt* و به روزرسانی $x$
۲-۳. جستجو بر روی $N_3(x)$ و به روزرسانی $x$
۲-۴. جستجو بر روی $N_4(x)$ و به روزرسانی $x$
۲-۵. بهبود مسیرها توسط روش تعویض *Or-opt* و به روزرسانی $x$.}

**نمودار ۱. نمای کلی روش حل ابتکاری پیشنهادی**

### ۳-۱. مرحله ایجاد روش حل ابتکاری

**۱) مکان‌یابی:** در این گام مراکز توزیع جزئی (RDCها) که باید ایجاد گشایش یابند به نحوی انتخاب می‌شوند که هزینه گشایش

[1] *Subtour Elimination Constraint*

[2] *Location First-Allocation-Routing Second*

www.SID.ir

Archive of SID

آنها، تخصیص جریان حمل مواد بین CDCها و آنها، و هزینه متغیر فعالیت آنها کمینه شود. این گام معادل حل مسئله ذیل است:

$$Min. \sum_{j\in RDC} FC_j y_j + \sum_{i\in CDC}\sum_{j\in RDC} CR_{ij} x_{ij} + \sum_{j\in RDC} VC_j \sum_{i\in CDC} x_{ij} \quad (۱۸)$$

مقید به محدودیت‌های:

$$\sum_{j\in RDC} x_{ij} \le F_i' \quad \forall i \in CDC \quad (۱۹)$$

$$\sum_{i\in CDC} x_{ij} \le F_j y_j \quad \forall j \in RDC \quad (۲۰)$$

$$\sum_{i\in CDC}\sum_{j\in RDC} x_{ij} = \sum_{k\in C} D_k \quad (۲۱)$$

در این مسئله، روابط (۲۰-۱۹) همانند روابط (۳-۲) هستند، و رابطه ۲۱ باعث می‌شود که مجموع کالای حمل شده از CDCها به RDCها برابر تقاضای کل باشد. مسئله برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط فوق توسط نرم‌افزارهای بهینه‌سازی حل می‌گردد.

**۲) تخصیص-مسیریابی:** در این گام RDCها بر اساس کمترین نسبت هزینه ایجاد به ظرفیت به ترتیب گشایش می‌یابند. مشتریان نیز بر اساس نزدیک‌ترین همسایه با شرط عدم نقض محدودیت‌های حداکثر ظرفیت RDC، حداکثر طول مسیر، و حداکثر ظرفیت وسیله نقلیه به RDCها تخصیص داده شده و وارد مسیرها می‌شوند.

**۳) بهبود مسیرهای اولیه:** در این گام مسیرهای اولیه ایجاد شده توسط گام ۲ به وسیله روش ابتکاری *Or-opt* بهبود داده می‌شوند.

### ۲-۳. مرحله بهبود روش حل ابتکاری

در این مرحله، جواب اولیه بدست آمده از فاز ایجاد توسط جستجوی محلی بر روی پنج همسایگی از جواب اصلی بهبود می‌یابد. تمامی حرکات با توجه به میزان صرفه‌جویی کل ناشی از تغییرات هزینه‌های ثابت گشایش/بستن RDCها، هزینه حمل و نقل بین CDCها و RDCها، هزینه متغیر فعالیت RDCها، هزینه وسایل نقلیه، و هزینه مسیرها، صورت می‌گیرد. پنج همسایگی مرحله بهبود، توسعه روش پیشنهادی آلباردا-سامبولا و دیگران [۲۳] برای مسئله مکان‌یابی-مسیریابی دو رده‌ای است که در آن چهار همسایگی $N_1(x)$، $N_2(x)$، $N_3(x)$، و $N_4(x)$ برای حل ابتکاری مسئله مکان‌یابی-مسیریابی تک رده‌ای در حضور مشتریان تصادفی پیشنهاد شده بود. جستجو بر روی چهار همسایگی گام ۲-۱ الگوریتم پیشنهادی باعث بهبود جواب موجود با توجه به RDCهای گشایش یافته می‌شود، و جستجو بر روی همسایگی‌های گام‌های ۲-۳ و ۲-۴ باعث ایجاد تنوع در جواب‌ها و گسترش محدوده جستجو به وسیله گشایش RDCهای جدید می‌شود.

همسایگی جدید $N_5(x)$ شامل تعویض RDC مبداء دو مسیر است. در هر جواب این همسایگی، مبداء مسیری از RDC *i*ام و مبداء مسیری از RDC *j*ام جواب فعلی، به ترتیب برابر با RDC *j*ام و RDC *i*ام قرار می‌گیرند. این همسایگی جدید می‌تواند به دلیل تعویض تسهیل مبداء دو مسیر به جستجوی وسیع‌تر منطقه جواب مسئله تحقیق کمک شایانی نماید.

**شرط توقف:** الگوریتم در صورتیکه در هیچ حرکتی در هر یک از دو همسایگی $N_3(x)$ و $N_4(x)$ انجام نشود، خاتمه می‌یابد. همچنین اگر مقدار صرفه‌جویی بین دو تکرار اصلی الگوریتم کمتر از مقدار مشخصی مانند $\varepsilon$ باشد، آنگاه الگوریتم خاتمه می‌یابد.

## ۴. روش حل فراابتکاری

الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده [۲۶] یک الگوریتم فراابتکاری تصادفی برای حل مسایل بهینه‌سازی ترکیبی است. ایده اصلی این الگوریتم، انتخاب تصادفی یک جواب از همسایگی جواب فعلی در هر مرحله است. جواب همسایه انتخاب شده در صورتیکه تابع هدف بهتری نسبت به جواب فعلی داشته باشد، جایگزین جواب فعلی می‌گردد. در غیر این صورت، به صورت تصادفی با احتمالی بین صفر تا یک جایگزین جواب فعلی می‌گردد. در الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده، احتمال انتخاب جوابی با تابع هدف بدتر متناسب با میزان تفاوت توابع هدف دو جواب است. جواب‌های با اختلاف کمتر تابع هدف از مقدار تابع هدف فعلی با احتمال بیشتر و جواب‌های با اختلاف زیادتر به ندرت انتخاب می‌شوند [۲۷]. بنابراین با افزایش تعداد تکرارهای این الگوریتم، احتمال خارج شدن از جواب‌های بهینه محلی افزایش می‌یابد. از طرف دیگر همراه با کاهش احتمال پذیرش جواب‌های با توابع هدف بدتر در طول زمان به دلیل کاهش درجه حرارت سیستم، الگوریتم در نهایت به یک جواب بهینه محلی خوب همگرا می‌شود [۲۸]. در این بخش، یک روش حل فراابتکاری بر پایه الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده ارائه می‌گردد (نمودارهای ۲ و ۳). در ابتدا، با استفاده از یک الگوریتم اول مکان‌یابی-دوم تخصیص-مسیریابی یک جواب اولیه ایجاد شده و مسیرهای آن به صورت محلی توسط الگوریتم *Or-opt* بهبود داده می‌شوند. سپس، با استفاده از ساختار عمومی الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده، بر روی پنج همسایگی جواب اولیه (بخش ۱-۳) طی دو مرحله جستجو انجام می‌گردد.

### ۱-۴. ایجاد جواب اولیه

**۱) تخصیص-مسیریابی:** در این گام باید مراکز توزیع جزئی (RDCها) گشایش یافته و مشتریان بر اساس اصل نزدیک‌ترین همسایگی با شرط عدم نقض محدودیت‌های حداکثر ظرفیت RDC، حداکثر طول مسیر، و حداکثر ظرفیت وسیله نقلیه به RDCها تخصیص داده شده و وارد مسیرها شوند. انتخاب اولین RDC بر

www.SID.ir

Archive of SID

اساس کمترین نسبت هزینه ایجاد به ظرفیت انجام پذیرد و در طول زمان پس از عدم امکان تخصیص مشتری بیشتری به یک RDC، RDC بعدی بر اساس معیار ذکر شده گشایش می‌یابد.

**۲) بهبود مسیرهای اولیه:** این گام همانند گام متناظر روش حل ابتکاری (بخش ۱-۳) بر اساس روش *Or-opt* انجام می‌شود.

### ۲-۴. مرحله بهبود روش حل فراابتکاری

در مرحله بهبود روش حل فراابتکاری پیشنهادی، جستجو بر روی پنج همسایگی استفاده شده در روش حل ابتکاری در دو بخش بر اساس ساختار الگوریتم تبرید شبیه‌سازی انجام می‌شود. ایده اصلی به کار گرفته شده در این مرحله، یافتن ترکیبی مناسب از RDCهایی که باید در هر تکرار گشایش یابند و نیز یافتن بهترین ترکیب مسیرها با توجه به ترکیب RDCهای انتخابی، است. روال کلی الگوریتم پیشنهادی (نمودار ۲) به این ترتیب است که در ابتدا، با اجرای زیرروال مسیریابی (نمودار ۳) بر روی جواب اولیه بدست آمده، جواب اولیه بهبود محلی داده می‌شود. نحوه انجام زیرروال مسیریابی به صورت جستجو بر روی جواب‌های عضو اشتراک همسایگی‌های $N_1(x)$، $N_2(x)$، و $N_5(x)$ (گام ۲-۱ نمودار ۳) با هدف بهبود جواب فعلی با توجه به RDCهای گشایش یافته اولیه، است. سپس در ادامه زیرروال اصلی جستجوی الگوریتم، جستجو بر روی جواب‌های متعلق به اشتراک همسایگی‌های $N_3(x)$ و $N_4(x)$ را با هدف ایجاد تنوع در جواب و گسترش محدوده جستجو به وسیله گشایش/بستن RDCها انجام می‌دهد. در پایان هر تکرار زیرروال اصلی جستجو (گام ۳-۱ نمودار ۲)، دمای الگوریتم جستجوی همسایگی‌های مربوط کاهش یافته و مسیرهای بدست آمده توسط روش تعویض *Or-opt* بهبود داده می‌شوند. آنگاه زیرروال مسیریابی برای بهبود محلی مسیرهای فعلی با توجه به RDCهای گشایش یافته فعلی، اجرا می‌شود. این فرایند تا زمان برآورده شدن شرایط انجماد در زیرروال اصلی جستجوی الگوریتم ادامه می‌یابد.

**شرط انجماد:** شرط انجماد هر یک از دو جستجوی انجامی در گام ۳ نمودار ۲ و/یا گام ۲ نمودار ۳ رسیدن به حد بالای تعداد تکرارهای اصلی ($K$) است. همچنین، اگر مقدار صرفه‌جویی بین سه تکرار اصلی جستجوی گام ۳ نمودار ۲ و/یا گام ۲ نمودار ۳ کمتر از مقدار از مشخصی مانند $\varepsilon$ باشد، آنگاه جستجوی مربوط به آن گام خاتمه می‌یابد.

**مرحله ایجاد جواب اولیه** {
۱. تخصیص مشتریان به RDCهای با حداقل نسبت هزینه احداث به ظرفیت، و ساختن مسیرهای اولیه.
۲. بهبود مسیرهای اولیه بر اساس تعویض *Or-opt*.}

**مرحله بهبود** {
۱. اجرای زیرروال مسیریابی
۲. تعیین مقدار دمای اولیه ($T_{01}$) و ضریب کاهش ($r_1$).
۳. تا هنگامی که شرط انجماد برآورده نشده است:
۳-۱. تکرار حلقه ذیل برای $L_1$ مرتبه:
۳-۱-۱. انتخاب یک جواب تصادفی مانند $x'$ از همسایگی $N_3(x) \cup N_4(x)$.
۳-۱-۲. $\Delta = f(x') - f(x)$.
۳-۱-۳. اگر $\Delta \le 0$ آنگاه $x = x'$.
۳-۱-۴. اگر $\Delta \ge 0$ آنگاه $x = x'$ با احتمال $e^{-\Delta/T_1}$.
۳-۲. کاهش دما $T_1 \leftarrow r_1 T_1$.
۳-۳. بهبود مسیرها توسط روش تعویض *Or-opt* و به روزرسانی $x$.
۳-۴. اجرای زیرروال مسیریابی.}

**نمودار ۲. نمای کلی روش حل فراابتکاری پیشنهادی**

**زیرروال مسیریابی** {
۱. تعیین مقدار دمای اولیه ($T_{02}$) و ضریب کاهش ($r_2$).
۲. تا هنگامی که شرط انجماد برآورده نشده است:
۲-۱. تکرار حلقه ذیل برای $L_2$ مرتبه:
۲-۱-۱. انتخاب یک جواب تصادفی مانند $x'$ از همسایگی $N_1(x) \cup N_2(x) \cup N_5(x)$.
۲-۱-۲. $\Delta = f(x') - f(x)$.
۲-۱-۳. اگر $\Delta \le 0$ آنگاه $x = x'$
۲-۱-۴. اگر $\Delta \ge 0$ آنگاه $x = x'$ با احتمال $e^{-\Delta/T_2}$.
۲-۲. کاهش دما $T_2 \leftarrow r_2 T_2$.
۲-۳. بهبود مسیرها توسط روش تعویض *Or-opt* و به روزرسانی $x$}

**نمودار ۳. نمای کلی زیر روال مسیریابی روش حل فراابتکاری پیشنهادی**

www.SID.ir

Archive of SID

## ۵. محاسبه کران پایین

برای محاسبه کران پایین تابع هدف مسئله (۱۷-۱)، پس از آزاد کردن محدودیت ارتباط دهنده دو زیرمسئله مکان‌یابی و مسیریابی (رابطه ۹) و حذف متغیر تخصیص مشتریان به مراکز توزیع جزئی، $z_{kj}$، دو زیرتابع اصلی تابع هدف یعنی مسایل مکان‌یابی و مسیریابی کمینه‌سازی می‌شوند. زیرمسئله اول تابع هدف مسئله (۱۷-۱) شامل هزینه‌های مرتبط با RDCها شامل هزینه گشایش، هزینه انتقال مواد از CDCها به RDCها، و هزینه متغیر فعالیت RDCهاست. همچنین زیرمسئله دوم شامل هزینه ثابت استفاده از ناوگان حمل و نقل، و هزینه حمل و نقل از مراکز توزیع جزئی به مشتریان است. زیرمسئله اول یک مسئله مکان‌یابی و زیرمسئله دوم با ایجاد تغیرات لازم در محدودیت‌ها یک شبه مسئله حداقل جنگل پوشاننده ظرفیت محدود با محدودیت درجات و محدودیت طول مسیر است.

### ۵-۱. زیرمسئله مکان‌یابی کران پایین

پیش از حل زیرمسئله اول، ایجاد تغییر ذیل ضروری است. به دلیل آنکه شبه مسئله جنگل پوشاننده ظرفیت محدود با محدودیت درجات، یال‌های اتصال‌دهنده آخرین مشتری به مرکز توزیع جزئی را در نظر نمی‌گیرد، در زیرمسئله اول مقدار هزینه ثابت گشایش هر RDC، $FC_j$، با $FC'_j = FC_j + \underset{m\in C}{\text{Min}}\{\alpha_{mj}\}.nv_j$ به عنوان مقدار مجموع هزینه گشایش RDC و تقریب هزینه بازگشت به RDC جایگزین می‌شود. به این ترتیب تابع هدف و محدودیت‌های این مسئله به قرار زیر است:

$$Min.\quad Z_1 = \sum_{j\in RDC} FC'_j y_j + \sum_{i\in CDC}\sum_{j\in RDC} CR_{ij}x_{ij} + \sum_{j\in RDC} VC_j \sum_{i\in CDC} x_{ij} \qquad (۲۲)$$

مقید به محدودیت‌های:

$$\sum_{j\in RDC} x_{ij} \le F'_i \quad \forall i \in CDC \qquad (۲۳)$$

$$\sum_{i\in CDC} x_{ij} \le F_j y_j \quad \forall j \in RDC \qquad (۲۴)$$

$$\sum_{i\in CDC}\sum_{j\in RDC} x_{ij} = \sum_{k\in C} D_k \qquad (۲۵)$$

این مسئله همانند مسئله مکان‌یابی مرحله ایجاد روش ابتکاری پیشنهادی بخش ۳ است.

### ۵-۲. زیرمسئله مسیریابی کران پایین

کاربرد مسئله حداقل جنگل پوشاننده با محدودیت‌های درجه، طول مسیر، و ظرفیت وسیله نقلیه در حل مسئله مکان‌یابی-مسیریابی و حل آن از طریق الگوریتم پریم [۲۹] پیش از این نیز مورد توجه محققین بوده است [۲۱]. این مسئله در ساده‌ترین حالت خود یعنی حداقل درخت پوشاننده با درجات محدود یک مسئله *NP-Complete* است [۳۰]؛ بنابراین حل بهینه این مسئله به دلیل پیچیدگی بالای آن در زمان چند جمله‌ای امکان‌پذیر نیست. تابع هدف زیرمسئله دوم به قرار زیر است:

$$Z_2 = CV \sum_{j\in RDC}\sum_{l\in L} u_{jl} + \sum_{l\in L}\sum_{m\in N_1}\sum_{k\in N_1} \alpha_{km} v_{kml} \qquad (۲۶)$$

برای تبدیل زیرمسئله دوم تابع هدف به یک شبه مسئله حداقل جنگل پوشاننده ظرفیت محدود با محدودیت درجات، طول مسیر، باید قسمت اول رابطه ۲۶ حذف شود. برای این کار هزینه ثابت واحد وسیله نقلیه (*CV*) به تمام یال‌هایی خروجی از RDCها اضافه می‌شود. به کارگیری هزینه واحد وسیله نقلیه در هزینه این یال‌ها باعث جلوگیری از خروج بی‌رویه یال‌ها از RDCها و خدمت‌دهی غیر واقعی به مشتریان می‌شود. سپس محدودیت‌های باقیمانده را به نحوی تغییر داد که محدودیت‌های مسئله مطلوب بدست آید. تابع هدف و محدودیت‌های تغیریافته جهت تبدیل زیرمسئله دوم به یک شبه مسئله حداقل جنگل پوشاننده ظرفیت محدود با محدودیت درجات و طول مسیر عبارتند از:

$$Min.\ Z'_2 = \sum_{l\in L}\sum_{j\in RDC}\sum_{k\in C}(\alpha_{jk} + CV)v_{jkl} + \sum_{l\in L}\sum_{m\in C}\sum_{k\in C}\alpha_{mk} vv_{mkl} \qquad (۲۷)$$

مقید به محدودیت‌های:

$$\sum_{l\in L}\sum_{m\in N_1} v_{mkl} = 1 \quad \forall k \in C \qquad (۲۸)$$

$$\sum_{l\in L}\sum_{k\in C} v_{jkl} \le nv_j \quad \forall j \in RDC \qquad (۲۹)$$

$$\sum_{l\in L}\sum_{j\in RDC}\sum_{m\in C} v_{jml} + \sum_{l\in L}\sum_{k\in C}\sum_{m\in C} v_{kml} = |C| \qquad (۳۰)$$

$$\sum_{l\in L}\sum_{j\in RDC}\sum_{m\in C} v_{jml} \ge \left\lceil \sum_{k\in C} D_k \Big/ \sigma \right\rceil \qquad (۳۱)$$

$$\sum_{l\in L}\sum_{m\in C} v_{kml} \le 1 \quad \forall k \in C \qquad (۳۲)$$

$$\sum_{m\in N_1}\sum_{k\in N_1} d_{km} v_{kml} \le \tau \quad \forall l \in L \qquad (۳۳)$$

$$\sum_{k\in C} D_k \sum_{m\in N_1} v_{kml} \le \sigma \quad \forall l \in L \qquad (۳۴)$$

در مسئله فوق، رابطه ۲۸ باعث می‌شود که به هر گره مشتری دقیقاً یک یال وارد شود. رابطه ۲۹ تعداد وسایل نقلیه خروجی از یک RDC را به حداکثر تعداد وسایل نقلیه قابل تخصیص به آن RDC محدود می‌سازد. رابطه ۳۰ مجموع تعداد کل یال‌های موجود در

www.SID.ir

Archive of SID

جواب را برابر تعداد مشتریان قرار می‌دهد. رابطه ۳۱ انتخاب حداقل تعداد یال خروجی مورد نیاز از RDCها (وسیله نقلیه) مورد نیاز را تضمین می‌نماید. رابطه ۳۲ باعث می‌شود که حداکثر یک یال از هر گره مشتری خارج شود. بقیه محدودیت‌ها مشابه محدودیت‌های متناظر مسئله اصلی (۱۷-۱) هستند. از آنجایی که روش‌های متداول حل مسئله حداقل درخت پوشاننده، همچون الگوریتم‌های پریم [۲۹] و کروسکال [۳۱]، توانایی در نظرگیری محدودیت‌های حداکثر طول مسیر و حداکثر ظرفیت وسیله نقلیه را ندارند، ابتدا باید روابط ۳۳ و ۳۴ را آزادسازی لاگرانژی [۳۲] کرد. برای این کار، سمت راست این محدودیت‌ها از سمت چپ آنها کسر و تفاضل‌های بدست آمده در ضرایب لاگرانژی نامنفی $\lambda$ و $\mu$ ضرب می‌شوند. سپس، جملات فوق به تابع هدف اضافه شده تا تابع هدف جدید ($Z_2'(\lambda,\mu)$) بدست آید.

$$\begin{aligned} Min.\ Z_2'(\lambda,\mu) = & \sum_{j\in RDC}\sum_{l\in L}\sum_{k\in C}(\alpha_{jk}+CV)v_{jkl} \\ & +\sum_{l\in L}\sum_{m\in C}\sum_{k\in C}\alpha_{mk}vv_{mkl} \\ & +\sum_{l\in L}\lambda_l\Big(\sum_{m\in N_{1j}}\sum_{k\in C}D_k v_{mkj}-\sigma\Big) \\ & +\sum_{l\in L}\mu_l\Big(\sum_{m\in N_1}\sum_{k\in C}d_{mk}v_{mkj}-\tau_j\Big) \end{aligned} \qquad (۳۵)$$

می‌توان نشان داد بیشینه‌سازی رابطه ۳۵ مقید به روابط (۳۲-۲۸) و شرط نامنفی بودن متغیرهای $\lambda_l$ و $\mu_l$ ($l\in L$)، یک کران پایین برای رابطه ۲۷ است [۳۳]. برای این کار، از روش جستجوی جزءگرادیان [۳۴] برای جستجوی ضرایب لاگرانژی بیشینه‌کننده تابع هدف $Z_2'(\lambda,\mu)$ (نمودار ۴) و از الگوریتم کروسکال توسعه یافته جهت حل مسئله $Z_2'(\lambda,\mu)$ (نمودار ۵) استفاده می‌شود. در روش جستجوی جزءگرادیان، با توجه به مقادیر ضرایب لاگرانژی در هر مرحله، یک گام در جهت جزءگرادیان تابع لاگرانژی برداشته می‌شود. فرض می‌شود بردار ضرایب لاگرانژی رابطه ۳۵ شامل دو بردار $\lambda$ و $\mu$ را با بردار $\eta$، ماتریس ضرایب دو سری محدودیت آزاد شده با ماتریس $A$، و بردار مقادیر سمت راست این دو سری محدودیت با بردار $\theta$، نشان داده شوند. مقادیر ضرایب لاگرانژی و مقدار گام تصحیح ضرایب لاگرانژی در هر مرحله از روابط (۳۷-۳۶) بدست می‌آید.

$$\eta^{(k+1)} = \max\{0, \eta^{(k)} + t_k.(AV^{(k)} - \theta)\} \qquad (۳۶)$$

$$t_k = u\,(Z_2'^{*}(\lambda,\mu) - Z_2'^{(k)}(\lambda^{(k)},\mu^{(k)}))\big/\|AV^{(k)}-\theta\|^2 \qquad (۳۷)$$

**گام ۱.** $\lambda^{(0)} \leftarrow 0$، $\mu^{(0)} \leftarrow 0$، $u \leftarrow 2$، $Z_2'^{(best\,1)} \leftarrow -\infty$، و $Z_2'^{(best\,2)} \leftarrow 0$.

**گام ۲.** مسئله $Z'_{2LR}(\lambda^{(k)},\mu^{(k)})$ را حل نمایید.

**گام ۳.** اگر $Z_2'^{(k)} > Z_2'^{(best\,1)}$، آنگاه $Z_2'^{(best\,1)} \leftarrow Z_2'^{(best\,2)}$ و $Z_2'^{(best\,2)} \leftarrow Z_2'^{(k)}$.

**گام ۴.** اگر برای پنج تکرار متوالی، فاصله دو آخرین جواب بیشینه بدست آمده، $\Delta Z_2'^{(best)} = Z_2'^{(best\,1)} - Z_2'^{(best\,2)}$، از مقدار از پیش تعیین شده‌ای مانند $\varepsilon = 0.001$ کمتر بود، و یا $u \le 0.00003$، آنگاه متوقف شوید و مقدار $Z_2'^{(best\,1)}$ را گزارش نمایید.

**گام ۵.** اگر $m = 5$ تکرار از آخرین زمانی که $Z_2'^{(best\,1)}$ بهبود یافته بود، گذشته است، $u \leftarrow u/2$.

**گام ۶.** ضرایب لاگرانژی را توسط رابطه‌های (۳۶) و (۳۷) به‌روزرسانی کنید.

**گام ۷.** به گام ۲ بروید.

**نمودار ۴. الگوریتم جستجوی ضرایب لاگرانژی بیشینه‌کننده تابع هدف $Z_2'(\lambda,\mu)$**

**گام ۱.** یک مجموعه تهی، مانند $F$، ایجاد کنید.

**گام ۲.** یال‌های اولیه، به تعداد حداقل وسیله نقلیه مورد نیاز ($n$)، که مراکز توزیع جزئی را به مشتریان متصل می‌کنند، با حداقل هزینه وارد مجموعه $F$ نمایید. برای پیدا کردن این یال‌ها مسئله زیر را حل نمایید.

$$Min.\ \sum_{j\in RDC}\sum_{k\in C} t_{kj} z_{kj} \qquad (۳۸)$$

مقید به محدودیت‌های:

$$\sum_{j\in RDC}\sum_{k\in C} z_{kj} = \left\lceil \sum_{k\in C} D_k \Big/ \sigma \right\rceil \qquad (۳۹)$$

$$\sum_{k\in C} z_{kj} \le n v_j \quad \forall j \in RDC \qquad (۴۰)$$

$$\sum_{j\in RDC} z_{kj} \le 1 \quad \forall k \in C \qquad (۴۱)$$

$$z_{kj} \in \{0,1\} \quad \forall k \in C, \forall j \in RDC \qquad (۴۲)$$

**گام ۳.** بقیه یال‌های وارد نشده به مجموعه $F$ را به ترتیب صعودی بر اساس هزینه سفر بین گره‌ها مرتب کنید.

**گام ۴.** بقیه یال‌ها ($n$ - $|C|$) را به ترتیب، در صورتیکه هیچ یک از محدودیت‌های مسئله (عدم تشکیل زیرتور و حداکثر درجه یک گره) نقض نشود، وارد مجموعه $F$ نمایید.

**نمودار ۵. الگوریتم کروسکال توسعه یافته**

www.SID.ir

Archive of SID

در رابطه ۳۷، عبارت $Z_2'^{*}(\lambda,\mu)$، حد بالای تابع لاگرانژی، توسط مقدار تابع هدف قسمت مسیریابی روش ابتکاری پیشنهادی تخمین زده می‌شود. کاربرد ضریب تصحیح‌کننده گام، $u$، در رابطه ۳۷، تصحیح خطای ناشی از تخمین نادرست حد بالای $Z_2'^{*}(\lambda,\mu)$ است. مسئله یافتن یال‌های اولیه مطرح شده در گام ۲ الگوریتم کروسکال توسعه یافته (نمودار ۵)، سعی در کمینه‌سازی مجموع وزن یال‌های انتخاب شده (رابطه ۳۸) دارد. رابطه ۳۹ باعث می‌شود که دقیقاً به میزان حداقل تعداد وسیله نقلیه مورد نیاز یال انتخاب شود. همچنین رابطه ۴۰ موجب می‌گردد که از هر RDC حداکثر به میزان حداکثر وسیله نقلیه قابل تخصیص به آن RDC، یال خارج شود. رابطه ۴۱ باعث می‌شود که هر مشتری حداکثر به یک مرکز توزیع جزئی اختصاص یابد. رابطه ۴۲ نیز نوع عدم ارتباط یا ارتباط متغیر مشتری $k$ام با RDC $j$ام را از نوع صفر و یک تعیین می‌کند.

حل مسئله فوق که یک بهبود نسبت به روش پیشنهادی موجود در ادبیات [۲۱] است، باعث می‌شود که یال‌های کوتاه‌تر در مراحل بعدی به دلیل محدودیت درجه گره‌ها حذف نشوند و جواب بهتری بدست بیاید. مسئله برنامه‌ریزی صفر و یک فوق توسط نرم‌افزارهای بهینه‌سازی حل بهینه می‌گردد. برای تطبیق دادن تابع هدف (۳۵) با تابع هدف استاندارد الگوریتم کروسکال، باید ضرایب بخش‌های سوم و چهارم تابع هدف را بسط داده و با ضریب هزینه هر مسیر در بخش اول و دوم تابع هدف یکپارچه نمود. خواهیم داشت:

$$Z_2'(\lambda,\mu)=\sum_{l\in L}\sum_{j\in RDC}\sum_{k\in C}(\alpha_{jk}+CV+\lambda_l.D_k+\mu_l.d_{jk})v_{jkl}+\sum_{l\in L}\sum_{m\in C}\sum_{k\in C}(\alpha_{mk}+\lambda_l.D_k+\mu_l.d_{mk})v_{mkl}-\sum_{l\in L}(\lambda_l\sigma+\mu_l\tau_j) \quad (۴۳)$$

## ۶. نتایج محاسباتی

### ۶-۱. مسایل نمونه و پیاده‌سازی الگوریتم‌های پیشنهادی

برای ارزیابی کارایی روش حل پیشنهادی از ۱۸ مسئله نمونه تصادفی تولید شده در پنج کلاس شامل ۶ مسئله کوچک (گروه ۱)، ۶ مسئله متوسط (گروه ۲)، و ۶ مسئله بزرگ (گروه‌های ۳ تا ۵، هر یک ۲ عدد) استفاده می‌شود. گره‌های گراف مسایل نمونه مورد استفاده به صورت تصادفی از یک فضای ۱۰۰۰×۱۰۰۰ انتخاب شده‌اند. جدول ۲ حاوی اطلاعات ابعاد مسایل نمونه تولید شده است.

**جدول ۲. ابعاد مسئله‌های نمونه**

| ابعاد مسئله | گروه | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ |
| تعداد CDC | ۵ | ۵ | ۵ | ۵ | ۱۰ |
| تعداد RDC | ۱۰ | ۲۵ | ۲۵ | ۵۰ | ۵۰ |
| تعداد مشتریان | ۲۵ | ۵۰ | ۱۰۰ | ۱۰۰ | ۱۰۰ |

تقاضای مشتریان، ظرفیت RDCها و CDCها به ترتیب دارای توابع توزیع $U[7,30]$، $U[30,140]$، و $U[100,600]$ هستند. هزینه ثابت وسایل نقلیه برابر ۲۵۰ و توابع توزیع هزینه ثابت و متغیر RDCها به ترتیب برابر $U[20,80]+U[100,110].F_j^2$ و $U[1.5,3]+U[0.01,0.03]*F_j$ قرار داده شده‌اند. هزینه حمل و نقل بین CDCها و RDCها، و بین RDCها و مشتریان به ترتیب برابر ۰/۰۰۱ و ۰/۵ واحد فاصله اقلیدسی بین گره‌ها قرار داده شده است. نسبت ظرفیت کل RDCها به تقاضای کل برابر اعداد ۲ و ۵ تنظیم شده است. همچنین ظرفیت وسایل نقلیه و حداکثر طول مسیر برای دو حالت کوچک و بزرگ طوری طراحی شده‌اند که هر مسیر به طور متوسط به ترتیب ۵ یا ۱۰ مشتری داشته باشد. تمامی الگوریتم‌های پیشنهادی و حل مسایل بهینه‌سازی کلاسیک موجود در الگوریتم‌ها، توسط زبان برنامه‌نویسی سی‌شارپ ۲ و نرم‌افزار لینگوی ۸ پیاده‌سازی شده‌اند. این برنامه‌ها بر روی یک کامپیوتر شخصی با پردازنده مرکزی ۲۱۳۰ مگاهرتزی همراه با یک گیگابایت حافظه اجرا شده‌اند. سرانجام با توجه به آزمایشات اولیه انجام شده، مقادیر پارامترهای روش فراابتکاری پیشنهادی مطابق جدول ۳ تنظیم شده است.

**جدول ۳. پارامترهای روش فراابتکاری**

| زیرروال | پارامتر | | | |
|---|---|---|---|---|
| | $T_0$ | $r$ | $L$ | $K$ |
| اصلی | ۲۰۰ | ۰/۹۸ | ۳۵ | ۳۵ |
| مسیریابی | ۲۰۰ | ۰/۹۳ | ۱۵ | ۱۰ |

### ۶-۲. نتایج آزمایشات

با توجه به نتایج محاسباتی روش ابتکاری پیشنهادی (جداول ۶-۴)، این روش عملکرد مطلوبی را از خود نشان می‌دهد. میانگین درصد فاصله جواب نهایی روش ابتکاری پیشنهادی از کران پایین برای مسایل ابعاد کوچک، متوسط، و بزرگ به ترتیب برابر با ۳/۸۹، ۵/۶۵، و ۷/۱۰ درصد است. دلیل کاهش کارایی روش ابتکاری همراه با افزایش ابعاد مسئله را می‌توان به افزایش تعداد مشتریان مسایل نمونه از ۲۵ مشتری به ۱۰۰ مشتری نسبت داد. همراه با افزایش تعداد مشتریان، فضای جستجوی مرحله جستجوی همسایگی‌های الگوریتم ابتکاری پیشنهادی بزرگ‌تر می‌شود، و در نتیجه کارایی روش پیشنهادی دچار افت نسبی می‌گردد. از دید زمان حل، روش ابتکاری عملکرد بسیار خوبی دارد، و در مدت زمان نسبتاً کوتاهی مسایل ابعاد کوچک (کمتر از ۱ دقیقه) و در مدت زمان معقول مسایل ابعاد متوسط و بزرگ (به ترتیب حدود ۲ و ۳ دقیقه) را حل می‌نماید. می‌توان مشاهده نمود که زمان حل روش پیشنهادی ارتباط مستقیمی با ابعاد مسئله دارد؛ و همراه با افزایش تعداد RDCها و مشتریان مسئله نمونه، زمان حل نیز افزایش می‌یابد.

www.SID.ir

Archive of SID

**جدول ۴. نتایج محاسباتی مسایل نمونه در ابعاد کوچک**

| شماره مسئله | کران پایین | زمان محاسبه (ثانیه) | جواب نهایی روش ابتکاری | زمان محاسبه (ثانیه) | درصد فاصله از کران پایین | زمان محاسبه (ثانیه) | جواب نهایی روش فراابتکاری | درصد فاصله از کران پایین | برتری روش فراابتکاری |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **101** | 10189.93 | 22 | 10510.91 | 51 | 3.15% | 266 | 10476.58 | 2.81% | * |
| **102** | 10808.39 | 14 | 11207.22 | 41 | 3.69% | 196 | 11207.07 | 3.69% | - |
| **103** | 9800.13 | 12 | 10195.08 | 49 | 4.03% | 270 | 10195.08 | 4.03% | - |
| **104** | 11170.91 | 16 | 11580.88 | 36 | 3.67% | 202 | 11476.88 | 2.74% | * |
| **105** | 11241.17 | 20 | 11605.38 | 38 | 3.24% | 182 | 11571.88 | 2.94% | * |
| **106** | 12349.53 | 18 | 12876.85 | 56 | 4.27% | 261 | 12876.85 | 4.27% | - |
| **107** | 12421.54 | 17 | 12987.96 | 53 | 4.56% | 248 | 12916.40 | 3.98% | * |
| **108** | 10128.27 | 16 | 10518.21 | 42 | 3.85% | 218 | 10377.43 | 2.46% | * |
| **109** | 10664.31 | 21 | 11102.08 | 37 | 4.11% | 169 | 11102.61 | 4.11% | - |
| **110** | 13554.97 | 24 | 14147.32 | 61 | 4.37% | 324 | 13972.51 | 3.08% | * |
| **میانگین** | 11232.92 | 18.00 | 11673.19 | 46.40 | 3.89% | 233.58 | 11617.33 | 3.41% | 6/10 |

**جدول ۵. نتایج محاسباتی مسایل نمونه در ابعاد متوسط**

| شماره مسئله | کران پایین | زمان محاسبه (ثانیه) | جواب نهایی روش ابتکاری | زمان محاسبه (ثانیه) | درصد فاصله از کران پایین | زمان محاسبه (ثانیه) | جواب نهایی روش فراابتکاری | درصد فاصله از کران پایین | برتری روش فراابتکاری |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **201** | 15050.86 | 33 | 15883.17 | 116 | 5.53% | 1029 | 15682.52 | 4.20% | * |
| **202** | 13320.93 | 37 | 14130.84 | 109 | 6.08% | 956 | 13916.00 | 4.47% | * |
| **203** | 14102.9 | 36 | 14795.35 | 123 | 4.91% | 893 | 14443.26 | 2.41% | * |
| **204** | 15865.42 | 33 | 16742.78 | 127 | 5.53% | 1108 | 16292.52 | 2.69% | * |
| **205** | 9404.94 | 29 | 9864.84 | 135 | 4.89% | 944 | 9864.84 | 4.89% | - |
| **206** | 12924.33 | 25 | 13730.81 | 114 | 6.24% | 1011 | 13589.33 | 5.15% | * |
| **207** | 17587.61 | 42 | 18711.46 | 131 | 6.39% | 1229 | 18331.71 | 4.23% | * |
| **208** | 16612.09 | 32 | 17582.24 | 134 | 5.84% | 1020 | 17199.97 | 3.54% | * |
| **209** | 13893.9 | 34 | 14585.82 | 118 | 4.98% | 1039 | 14450.99 | 4.01% | * |
| **210** | 15943.63 | 38 | 16920.97 | 122 | 6.13% | 996 | 16569.19 | 3.92% | * |
| **میانگین** | 14470.66 | 33.90 | 15294.83 | 122.90 | 5.65% | 1022.52 | 15034.03 | 3.95% | 9/10 |

در طرف مقابل، روش فراابتکاری پیشنهادی از عملکرد محاسباتی بهتری نسبت به روش ابتکاری پیشنهادی برخوردار است. میانگین درصد فاصله جواب نهایی روش فراابتکاری پیشنهادی از کران پایین برای مسایل ابعاد کوچک، متوسط، و بزرگ به ترتیب برابر با ۳/۴۱، ۳/۹۵، و ۴/۳۹ درصد است که نسبت به روش ابتکاری پیشنهادی کاهشی برابر ۰/۴۸، ۱/۷۰، و ۴/۳۹ درصدی را در مقدار تابع هدف نشان می‌دهد (جداول ۶-۴). از دید زمان حل، روش فراابتکاری پیشنهادی عملکرد مناسبی دارد. این روش جواب مسایل ابعاد کوچک، متوسط و بزرگ را به ترتیب در مدت زمان حدود ۴، ۱۷، و ۴۰ دقیقه بدست می‌آورد. می‌توان مشاهده نمود که زمان حل در این روش نیز ارتباط مستقیمی با ابعاد مسئله دارد، و همراه با افزایش تعداد RDCها و مشتریان مسئله نمونه، افزایش می‌یابد. شایان ذکر است که مقدار بیشتر زمان‌های حل روش فراابتکاری پیشنهادی نسبت به زمان حل روش ابتکاری پیشنهادی با توجه به ماهیت استراتژیک مسئله مکان‌یابی مسیریابی قابل توجیه است.

www.SID.ir

Archive of SID

**جدول ۶. نتایج محاسباتی مسایل نمونه در ابعاد بزرگ**

| شماره مسئله | کران پایین | زمان محاسبه (ثانیه) | جواب نهایی روش ابتکاری | زمان محاسبه (ثانیه) | درصد فاصله از کران پایین | جواب نهایی روش فراابتکاری | زمان محاسبه (ثانیه) | درصد فاصله از کران پایین | برتری روش فراابتکاری |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **301** | 30035.06 | 62 | 32095.47 | 179 | 6.86% | 31442.16 | 2262 | 4.68% | * |
| **302** | 17547.34 | 53 | 18714.24 | 171 | 6.65% | 18312.49 | 1987 | 4.36% | * |
| **303** | 26467.75 | 59 | 28328.43 | 187 | 7.03% | 27775.81 | 2300 | 4.94% | * |
| **304** | 32984.86 | 63 | 35191.55 | 176 | 6.69% | 34749.13 | 2234 | 5.35% | * |
| **305** | 23870.75 | 57 | 25477.25 | 182 | 6.73% | 24679.07 | 2246 | 3.39% | * |
| **401** | 25616.79 | 54 | 27514.99 | 196 | 7.41% | 26445.71 | 2151 | 3.24% | * |
| **402** | 17618.53 | 52 | 18786.64 | 184 | 6.63% | 18346.01 | 2187 | 4.13% | * |
| **403** | 23797.56 | 59 | 25660.91 | 189 | 7.83% | 25198.33 | 2269 | 5.89% | * |
| **404** | 19583.39 | 65 | 20803.44 | 193 | 6.23% | 20186.97 | 2143 | 3.08% | * |
| **405** | 24901.87 | 69 | 26784.45 | 206 | 7.56% | 26337.89 | 2560 | 5.77% | * |
| **501** | 24505.00 | 57 | 26274.26 | 221 | 7.22% | 25684.62 | 2517 | 4.81% | * |
| **502** | 27036.53 | 68 | 28872.31 | 209 | 6.79% | 27846.25 | 2516 | 2.99% | * |
| **503** | 29414.63 | 64 | 31508.95 | 233 | 7.12% | 30506.13 | 2875 | 3.71% | * |
| **504** | 33828.15 | 73 | 36639.27 | 224 | 8.31% | 35691.47 | 2777 | 5.51% | * |
| **505** | 25456.41 | 61 | 27335.09 | 219 | 7.38% | 26480.03 | 2568 | 4.02% | * |
| **میانگین** | 25510.97 | 61.07 | 27332.48 | 197.93 | 7.10% | 26645.47 | 2372.78 | 4.39% | 15/15 |

مقایسه مقادیر تابع هدف دو روش با یکدیگر، نشان‌دهنده برتری روش فراابتکاری در اکثریت مطلق مسایل با ابعاد متوسط و بزرگ است (۹ مسئله از ۱۰ مسئله حل شده در ابعاد متوسط و ۱۵ مسئله از ۱۵ مسئله حل شده در ابعاد بزرگ). دلیل افزایش کارایی روش فراابتکاری نسبت به روش ابتکاری را می‌توان به تکنیک جستجوی تصادفی مبتنی بر پذیرش احتمالی جواب‌های با تابع هدف بدتر مورد استفاده در الگوریتم شبیه‌سازی شده برای خروج از جواب‌های بهینه محلی نسبت داد. همچنین با توجه جدول ۳، روش ابتکاری پیشنهادی عملکرد مناسبی از خود نسبت به روش فراابتکاری پیشنهادی در مسایل با ابعاد کوچک نشان داده و در ۴ مسئله از ۱۰ مسئله تصادفی تولید شده در زمان کمتری نسبت به روش فراابتکاری جواب نهایی یکسانی بدست آورده است.

از آنجا که کران پایین مسئله در حالت بزرگ‌ترین مسئله از نظر ابعادی در کمتر از ۱/۵ دقیقه قابل محاسبه است، می‌توان به سرعت جواب‌های بدست آمده از روش‌های مختلف را با کران پایین مربوط مقایسه نمود. در مجموع، الگوریتم ابتکاری پیشنهادی دارای میانگین خطای ۵/۷۷ درصدی و میانگین زمان حل ۱۳۳/۲ ثانیه‌ای است که با توجه به سرعت عملکرد و ماهیت ابتکاری روش، از خطای قابل قبولی برخوردار است. همچنین، الگوریتم فراابتکاری پیشنهادی دارای میانگین خطای ۳/۹۹ درصدی و میانگین زمان حل ۱۳۷۶ ثانیه‌ای است، که در مجموع از کیفیت جواب بهتری نسبت به روش ابتکاری پیشنهادی برخوردار است.

## ۷. نتیجه‌گیری

در این تحقیق، حالت خاصی از مسایل لجستیک یکپارچه، مسئله مکان‌یابی-مسیریابی دو رده‌ای با در نظرگیری محدودیت‌های حداکثر ظرفیت ناوگان حمل و نقل، حداکثر طول مسیر، و حداکثر تعداد وسیله نقلیه قابل تخصیص به هر تسهیل بررسی شد. این مسئله به دلیل در نظرگیری وابستگی‌های میان مکان تسهیلات، نحوه تخصیص مشتریان، ساختار مسیرها، و حل همزمان مسئله مانع از بهینه‌سازی محلی تصمیمات مکان‌یابی و مسیریابی می‌گردد. برای این مسئله، یک مدل ریاضی عدد صحیح مختلط و یک روش حل ابتکاری کارا و سریع دو مرحله‌ای بر مبنای اول مکان‌یابی-سپس مسیریابی جهت ایجاد جواب و جستجوی همسایگی‌ها جهت بهبود جواب ارائه شد. همچنین یک روش فراابتکاری کارا بر اساس الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده ارائه شد. سرانجام یک کران پایین جدید برای مسئله مورد نظر بر اساس تجزیه تابع هدف به مسایل مکان‌یابی و مسیریابی ارائه شد. برای قسمت مسیریابی کران پایین

www.SID.ir

Archive of SID

از مسئله حداقل درخت پوشاننده و آزادسازی لاگرانژی برای محاسبه مقدار کمینه قسمت مسیریابی استفاده شد. در پایان با استفاده از کران پایین پیشنهادی، کارایی روش‌های حل ابتکاری و فراابتکاری پیشنهادی نشان داده شد. بر طبق نتایج محاسباتی، علی‌رغم برتری کیفیت جواب‌های حاصل از روش فراابتکاری، روش ابتکاری پیشنهادی سرعت بالاتری نسبت به روش دیگر دارد.

زمینه‌های تحقیقاتی آتی این تحقیق را می‌توان به کارگیری روش‌های فراابتکاری همچون الگوریتم ژنتیک و جستجوی ممنوعه، بهبود جواب نهایی الگوریتم ابتکاری و فراابتکاری پیشنهادی با استفاده از گسترش همسایگی‌های تحت جستجو، ارائه کران‌های پایین جدید بر اساس انواع دیگر زیر مسئله‌های میسریابی، و نیز بررسی انواع دیگر مسئله مکان‌یابی-مسیریابی همچون مسایل مکان‌یابی-مسیریابی با فرض محدودیت‌های پنجره‌های زمانی و بارگیری و تحویل و نیز مسایل یکپارچه با دیگر تصمیمات لجستیک مانند موجودی دانست.

## مراجع

[1] Min, H., Jayaraman, V., Srivastava, R., "*Combined Location-Routing Problems: A Research Directions Synthesis and Future*", European Journal of Operational Research, Vol. 108, 1998, pp. 1-15.

[2] Cordeau, J.F., Laporte, G., Savelsbergh, M.W.P., Vigo, D., "*Vehicle Routing*", in *Handbook of Operations Research and Management Science - Transportation*, C. Barnhart and G. Laporte, Editors, Elsevier: Amsterdam, 2006, pp. 367-428.

[3] Megiddo, N., Supowit, K.J., "*On the Complexity of Some Common Geometric Location Problems*", SIAM Journal on Computing, Vol. 13, 1984, pp. 182-196.

[4] Salhi, S., Rand, G.K., "*The Effect of Ignoring Routes when Locating Depots*", European Journal of Operational Research, Vol. 39, 1989, pp. 150-156.

[5] Maranzana, F.E., "*On the Location of Supply Points to Minimise Transport Costs*", Operational Research Quarterly, Vol. 15, 1964, pp. 261-270.

[6] Harrison, H., "*A Planning System for Facilities and Resources in Distribution Networks*", Interfaces, Vol. 9, No. 2, 1979, pp. 6-22.

[7] Laporte, G., Nobert, Y., "*An Exact Algorithm for Minimizing Routing and Operating Costs in Depot Location*", European Journal of Operational Research, Vol. 6, 1981, pp. 224-226.

[8] Or, I., Pierskalla, W.P., "*A Transportation, Location-Allocation Model for Regional Blood Banking*". AIIE Transactions, Vol. 11, No. 2, 1979, pp. 86-95.

[9] Bruno, G., Ghiani, G., Improta, G., "*A Multi-Modal Approach to the Location of a Rapid Transit Line*", European Journal of Operational Research, Vol. 104, 1998, pp. 321-332.

[10] Tuzun, D., Burke, L.I., "*A Two-Phase Tabu Search Approach to the Location Routing Problem*", European Journal of Operational Research, Vol. 116, 1999, pp. 87-99.

[11] Ghiani, G., Improta, G., "*An Efficient Transformation of the Generalized Vehicle Routing Problem*", European Journal of Operational Research, Vol. 122, 2000, pp. 11-17.

[12] Chan, Y., Carter, W.B., Burnes, M.D., "*A Multiple-Depot, Multiple-Vehicle, Location-Routing Problem with Stochastically Processed Demands*", Computers & Operations Research, Vol. 23, 2001, pp. 803-826.

[13] Wu, T.H., Low, C., Bai, J.W., "*Heuristic Solutions to Multi-Depot Location-Routing Problems*", Computers & Operations Research, Vol. 29, 2002, pp. 1393-1415.

[14] Lin, C.K.Y., Chow, C.K., Chen, A., "*A Location-Routing-Loading Problem for Bill Delivery Services*", Computers & Industrial Engineering, Vol. 43, 2002, pp. 5-25.

[15] Cappanera, P., Galloa, G., Maffioli, F., "*Discrete Facility Location and Routing of Obnoxious Activities*", Discrete Applied Mathematics, Vol. 133, 2004, pp. 3-28.

[16] Wasner, M., Zäpfel, G., "*An Integrated Multi-Depot Hub-Location Vehicle Routing Model for Network Planning of Parcel Service*", International Journal of Production Economics, Vol. 90, 2004, pp. 403-419.

[17] Albareda-Sambola, M., Díaz, J.A., Fernández, E., "*A Compact Model and Tight Bounds for a Combined Location-Routing Problem*", Computers & Operations Research, Vol. 32, 2005, pp. 407-428.

[18] Ambrosino, D., Scutella, M.G., "*Distribution Network Design: New Problems and Related Models*", European Journal of Operational Research, Vol. 165, 2005, pp. 610-624.

[19] Lin, C.K.Y., Kwok, R.C.W., "*Multi-Objective Metaheuristics for a Location-Routing Problem with Multiple Use of Vehicles on Real Data and Simulated Data*", European Journal of Operational Research, Vol. 175, 2006, pp. 1833-1849.

[20] Lashine, S.H., Fattouh, M., Issa, A., "*Location/Allocation and Routing Decisions in Supply Chain Network Design*", Journal of Modelling in Management, Vol. 1, No. 6, 2006, pp. 173-183.

[21] Özyurt, Z., Aksen, D., "*Solving the Multi-Depot Location-Routing Problem with Lagrangian Relaxation*", in *Extending the Horizons: Advances in Computing, Optimization, and Decision Technologies*, K. Baker, et al., Editors, Springer: New York, NY, 2007.

[22] Alumur, S., Kara, B.Y., "*A New Model for the Hazardous Waste Location-Routing Problem*", Computers & Operations Research, Vol. 34, No. 5, 2007, pp. 1406-1423.

[23] Albareda-Sambola, M., Fernández, E., Laporte, G., "*Heuristics and Lower Bound for a Stochastic Location-Routing Problem*", European Journal of Operational Research, Vol. 179, 2007, pp. 940-955.

www.SID.ir

Archive of SID

[24] Nagy, G., Salhi, S., "*Location-Routing: Issues, Models and Methods"*, European Journal of Operational Research, Vol. 177, No. 2, 2007, pp. 649-672.

[25] Or, I., "*Traveling Salesman-Type Combinatorial Problems and Their Relation to the Logistics of Blood Banking"*, in Department of Industrial Engineering and Management Sciences, Northwestern University: Evanston, Illinois, 1976.

[26] Kirkpatrick, S., Gelatt, C.D., Vecchi, M.P., "*Optimization by Simulated Annealing"*, Science, Vol. 220, No. 4598, 1983, pp. 671-680.

[27] Henderson, D., Jacobson, S.H., Johnson, A.W., "*The Theory and Practice of Simulated Annealing"*, in *Handbook of Metaheuristics*, F. Glover and G.A. Kochenberger, Editors, Kluwer: New York, NY, 2003, pp. 287-319.

[28] Wolsey, L.A., *Integer Programming*, New York, NY: John Wiley & Sons, 1998.

[29] Prim, R.C., "*Shortest Connection Networks and Some Generalisations"*, Bell System Technical Journal, Vol. 36, 1957, pp. 1389-1401.

[30] Garey, M.R., Johnson, D.S., *Computers and Intractability: a Guide to the Theory of NP-Completeness*, New York: W. H. Freeman, 1979.

[31] Kruskal, J., "*On the Shortest Spanning Subtree of a Graph and the Travelling Salesman Problem"*, Proceedings of the American Mathematics Society, Vol. 7, No. 1, 1956, pp. 48-50.

[32] Fisher, M.L., "*The Lagrangian Relaxation Method for Solving Integer Programming Problems"*, Management Science, Vol. 27, No. 1, 1981, pp. 1-18.

[33] Geoffrion, A.M., "*Lagrangian Relaxation and Its Uses in Integer Programming"*, Mathematical Programming Study, Vol. 2, 1974, pp. 82-114.

[34] Held, M., Karp, R.M., "*The Traveling Salesman Problem and Minimum Spanning Trees: Part II"*, Mathematical Programming, Vol. 1, 1971, pp. 6-25.

www.SID.ir