نشـــریه بین المللـــی مهنـــدسی صنـایع و مدیـــریت تولیـــد تابستـــان ۱۳۸۹- صفحـه ۷۶-۶۳

شمـــاره ۲، جلـــد ۲۱، تابستـــان ۱۳۸۹

نشـــریه بین المللـــی مهنـــدسی صنایـــع و مدیـــریت تولیـــد

نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید دانشگاه علم و صنعت ایران

IJIE

ISSN: 2008-4870

Journal Website: http://IJIEPM.iust.ac.ir/

A Hybrid Effective Genetic Algorithm for Solving the Vehicle Routing Problem

A. Zafari, S.M. Tashakori Hashemi & M. Yousefi Khoshbakht*

A.Zafari, *Lecturer, Payame Noor University (PNU).*
S.M. Hashemi*, Professor, Amirkabir University of Technology.*
M. Yousefi KHoshbakht*, Lecturer, Islamic Azad University Hamedan Branch, Member of Young Researcher Club (YRC).*

Keywords

Genetic Algorithm, Premature Convergence, NP-hard Problems, Vehicle Routing Problem

ABSTRACT

The Vehicle Routing Problem (VRP) is one of the most important combinational optimization problems that has nowadays received much attention of researchers and scientists. In this problem, the objective is to minimize the cost traveled by several vehicles that start to move simultaneously from depot and come back to depot after visiting customers if at first each node is visited only once by one of the vehicles and at second each vehicle does not load more than its capacity during the route.
This paper presents a hybrids meta-heuristic algorithm for solving the classical vehicle routing problem. At the first stage, a modified genetic algorithm for finding a suboptimal solution is applied in which a new crossover method for combination chromosomes is proposed. Then at the second stage, the 3-opt algorithm is used for finding better solutions. Extensive computational tests on standard instances from the literature confirm the effectiveness of the presented approach.

© (نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید) شماره ۲، جلد ۲۱، ۱۳۸۹

الگوریتم ترکیبی موثر ژنتیک برای حل مساله مسیریابی وسیله نقلیه

علی ظفری، سید مهدی تشکری هاشمی و مجید یوسفی خوشبخت

کلمات کلیدی

الگوریتم ژنتیک،
همگرایی زودرس،
مسائل NP–تام،
مساله مسیریابی وسیله نقلیه

چکیده:

مساله مسیریابی وسیله نقلیه یکی از مهمترین مسائل بهینه‌سازی ترکیباتی است که امروزه بسیار مورد توجه محققان و دانشمندان قرار می‌گیرد. در این مساله هدف تعیین کمینه هزینه جابجایی چندین وسیله نقلیه است که بطور همزمان از انبار کالا شروع به حرکت می‌کنند و بعد از ملاقات کردن مشتری‌ها به انبار باز می‌گردند، به شرط آنکه اولا هر گره فقط توسط یکی از این وسایل نقلیه ملاقات شود و ثانیا هر وسیله نقلیه بیشتر از ظرفیت خود در طول مسیر بارگذاری نکند.

تاریخ وصول: ۸۸/۹/۱۲
تاریخ تصویب: ۸۹/۳/۵

علی ظفری، مدرس دانشگاه پیام نور(Payame Noor University (PNU)، zafari_math@yahoo.com
دکتر سید مهدی تشکری هاشمی، دانشیار، دانشکده ریاضی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر تهران، hashemi@aut.ac.ir
مجید یوسفی خوشبخت، مربی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد همدان، عضو باشگاه پژوهشگران جوان، khoshbakht@aut.ac.ir

Archive of SID

www.SID.ir

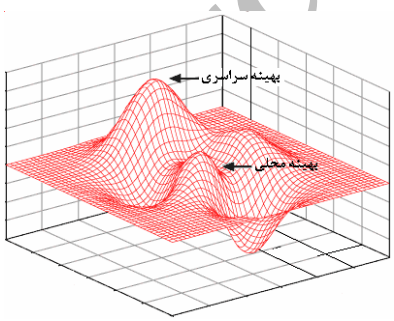
این مقاله نوعی روش فرا ابتکاری ترکیبی برای حل مساله کلاسیک مسیریابی وسیله نقلیه پیشنهاد می‌کند. در فاز اول، روش اصلاحی ژنتیک برای یافتن یک جواب زیر بهین خوب بکار گرفته می‌شود که در آن یک روش جدید تقاطع برای ترکیب کروموزوم‌ها ارائه شده است. سپس در فاز دوم برای یافتن جواب‌های بهتر، از الگوریتم جستجوی محلی بهبود دهنده سه‌گانه استفاده می‌شود. مقایسه این روش با روش‌های دیگر فرابتکاری کارایی روش پیشنهادی را اثبات می‌کند.

۱. مقدمه

مساله مسیریابی وسیله نقلیه یکی از مهمترین و پرکاربردترین مسائل NP–تام[۱] است که بطور وسیع در مسائل بهینه‌سازی کاربرد دارد[۲]. تنوع اینگونه از مسائل آنقدر زیاد است که دسته‌بندی آنها و بیان حالت‌های مختلفی که در آن رخ می‌دهد، بسیار مشکل و زمان گیر است. از زمانی که این مساله در دهه ۶۰ مورد بررسی قرار گرفت، حالت‌های بسیاری از آن براساس کاربردهای متفاوتی که در دنیای واقعی داشتند، از آن مشتق شدند. بطوریکه اکنون نسخه‌های زیادی مانند نوع کلاسیک، دریافت و تحویل همزمان، تحویل و دریافت بازگشتی، نوع باز و ... وجود دارند. بطور کلی برای حل کردن این مساله، همانند مسائل دیگر بهینه‌سازی ترکیباتی، روش‌های زیادی وجود دارند که هر کدام دارای مزایا و معایبی هستند. در حالت کلی می‌توان این روش‌ها را به دو دسته بزرگ الگوریتم‌های دقیق و تخمینی تقسیم‌بندی کرد. البته اهداف دیگر موجود در مساله مانند بدست آوردن جواب دقیق مساله یا بدست آمدن یک جواب خوب در یک زمان قابل قبول سبب می‌گردد که دسته‌بندی الگوریتم‌ها به این دو دسته با اطمینان بیشتری انجام بپذیرد، زیرا همانطور که از اسامی این دو دسته از الگوریتم‌ها پیداست الگوریتم‌های دقیق به جواب بهین مساله دست می‌یابند اما الگوریتم باید زمان بیشتری و در نتیجه هزینه بیشتری را برای رسیدن به این جواب‌ها صرف کند. بعلاوه در این روش‌ها یا تمامی جواب‌های ممکن مورد بررسی قرار گرفته و سعی می‌شود که از میان تمامی آنها بهترین جواب بدست آید و یا اینکه جواب‌ها دسته‌بندی شده و در هر مرحله دسته‌ای از جواب‌ها، بعلت دلایل منطقی، کنار گذاشته می‌شود. برای مثال از این نوع الگوریتم‌ها می‌توان به الگوریتم پیمایش درخت [۳]، روش مینیمم - k درخت[۴] و الگوریتم شاخه و کران[۵]، [۶] اشاره کرد. اما در نقطه مقابل، الگوریتم‌های تخمینی از این قاعده مستثنی بوده و در یک زمان اندک به جواب می‌رسند هر چند که ممکن است جواب مربوطه متناسب به اندازه مساله دارای دقت کمتری نسبت به جواب الگوریتم‌های دقیق باشد.

اینگونه از روش‌ها خود به سه دسته الگوریتم‌های ابتکاری، فرابتکاری و ترکیبی دسته‌بندی می‌شوند. نکته مهمی که وجود دارد این است که در روش‌های ابتکاری که از پیچیدگی‌های زیادی برخوردار نیستند، جواب مساله در یک زمان اندک بدست می‌آید و تکرار کردن الگوریتم در بدست آوردن جواب‌های متفاوت، نقشی ندارد. ولی متاسفانه این نوع از الگوریتم‌ها دارای راهکار موثری برای فرار از نقاط بهینه محلی نیستند و در بیشتر مواقع در بهینه‌های محلی گیر می‌افتند. برای نمونه از این الگوریتم‌ها می‌توان به الگوریتم صرفه‌جو[۷] و الگوریتم اصلاحی صرفه‌جو[۸]، [۹] اشاره کرد.

در روش‌های فرابتکاری که میزان اجرای الگوریتم، برخلاف روش‌های ابتکاری، به تصمیم کاربر وابسته است، جواب‌ها تقریبا در یک زمان بیشتر از الگوریتم‌های ابتکاری و کمتر از روش‌های دقیق بدست می‌آید. اگر چه معمولا جواب‌های این روش‌ها از جواب‌های روش‌های ابتکاری بهتر است و اینگونه از الگوریتم‌ها از راهکارهایی استفاده می‌کنند که تا حد ممکن در بهینه‌های محلی گیر نیفتند، شکل ۱، اما پارامترهای زیادی در این الگوریتم‌ها وجود دارند که باید توسط کاربر و بصورت تجربی بدست آید. این حجم زیاد پارامترها سبب می‌شود که الگوریتم‌ها نتوانند در تکراهای مشابه جواب‌های یکسانی را بدست آورند. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که اینگونه از الگوریتم‌ها دارای یک روال ثابت برای رسیدن به جواب نبوده و پارامترهای تصادفی نقش زیادی را در این الگوریتم‌ها بازی می‌کنند. بطور مثال از این الگوریتم‌ها می‌توان به روش‌های جستجوی ممنوع [۱۰]، شبیه‌سازی آنیلی [۱۱]، الگوریتم ژنتیک [۱۲]، شبکه‌های عصبی [۱۳]، الگوریتم مورچگان[۱۴-۱۵]، الگوریتم پرندگان [۱۶] و الگوریتم ممتیک[۱۷] اشاره کرد.



شکل ۱. مساله بهینه‌سازی ترکیباتی

در الگوریتم‌های ترکیبی که ترکیبی از الگوریتم‌های تخمینی هستند سعی شده است که از مزایای هر کدام از الگوریتم‌ها به نحو خوبی استفاده شود. بطور مثال اگر چه الگوریتم‌های ابتکاری دارای جواب نسبتا خوبی نسبت به روش‌های فرابتکاری نیستند اما این جواب را در یک زمان اندک بدست می‌آیند بنابراین می‌توان در

Archive of SID

www.SID.ir

الگوریتم‌های ترکیبی از این روش‌ها برای یافتن جواب‌های اولیه استفاده کرد که سبب می‌شود برای یافتن این جواب‌های خوب زمان زیادی مصرف نشود. از طرف دیگر روش‌های فراابتکاری اگر چه برای یافتن جواب‌های زیربهین زمان بیشتری را نسبت به روش‌های ابتکاری مصرف می‌کنند اما همانطور که ذکر شد دارای راهکارهای بسیار خوبی برای فرار از نقاط بهینه محلی هستند و می‌توانند به جواب‌های بسیار خوبی دست یابند. باید توجه کرد که در این الگوریتم‌های زمان نسبتا زیادی برای یافتن یک جواب در حد جواب‌های الگوریتم‌های ابتکاری مصرف می‌شود. بنابراین می‌توان در بعضی از الگوریتم‌های ترکیبی از این روش‌ها برای بهبود جواب‌های اولیه استفاده کرد و بدین ترتیب جواب‌های بسیار خوبی در زمان کمتری نسبت به الگوریتم‌های فراابتکاری بدست می‌آید. برای نمونه از این الگوریتم‌ها که امروزه توجه بسیار زیادی را به خود جذب کرده و دانشمندان اینگونه از روش‌ها را در بسیاری از رشته‌ها بکار می‌برند می‌توان به الگوریتم‌های ترکیبی ژنتیک و پرندگان[۱۸]، جاروب و ژنتیک و الگوریتم نزدیکترین جمعی[1] [۱۹]، الگوریتم پراکنده[2] و مورچگان[۲۰]، الگوریتم جستجوی ممنوع و شبیه‌سازی آنیلی[۲۱] و روش پرندگان و شبیه‌سازی آنیلی[۲۲] اشاره کرد.

از طرف دیگر یکی از عواملی که سبب شده است این مساله یکی از مسائل مهم بهینه‌سازی ترکیباتی لقب گیرد و توجه بسیاری از محققان را به خود جلب کند، کاربرد این مساله و تواسیع بسیار زیاد آن در دنیای واقعی است. بطور مثال فرض کنید که یک کارخانه قادر باشد، طول مسیر تحویل کالا به مشتریان و یا تعداد وسایل نقلیه خود و در نتیجه هزینه خود را کاهش دهد. بنابراین با کاهش طول مسیر تحویل یا دریافتا کالا شرکت می‌تواند با افزایش سرعت در تحویل کالای خود خدمات بهتری را به مشتریانش ارائه داده و بر تعداد مشتریان خود بیفزاید. در نتیجه شرکت مربوطه قدرت رقابت خود را در مقابل شرکت‌های مشابه دیگر افزایش داده و بازار کالای خود را گسترش می‌دهد و در نهایت سود بیشتری را کسب خواهد کرد. اگر چه همانطور که گفته شد این مساله دارای تواسیع گوناگونی است، اما در این مقاله ما به نوع کلاسیک مساله می‌پردازیم که بصورت زیر تعریف می‌شود:

فرض کنید که $G(V,A)$ نشان دهنده گرافی باشد که در آن $V=\{0,1,\ldots,n\}$ نشان‌دهنده $n+1$ گره و $A=\{(i,j)|\, i,j\in V \text{ and } i\neq j\}$ نشان دهنده مجموعه یال‌های موجود در گراف G باشد. در این مساله هر یک از گره‌ها به جز گره 0 نمایش دهنده مشتری‌ها بوده و دارای مقدار تقاضای کالای q_i است. همچنین تقاضاهای هر یک از مشتری‌ها فقط باید بوسیله یکی از m سرویس دهنده مساله برآورده شود. نکات قابل توجه دیگری که در این مساله وجود دارد عبارت است از:

- همه وسائل نقلیه در ابتدای الگوریتم باید در نقطه 0 باشند.
- هیچ سرویس دهنده‌ای در هیچ زمان مجاز نیست که بیشتر از ظرفیت معین شده Q بارگذاری کند.
- هیچ تقاضای مشتری‌ها نباید بیشتر از ظرفیت مجاز برای سرویس دهنده‌ها باشد. به عبارت دیگر برای هر i باید داشته باشیم $q_i \le Q$.

اگر ماتریس هزینه برای رفتن هر یک از سرویس دهنده‌ها از گره‌ای به گره دیگر را بطور کلی با ماتریس C نمایش دهیم، هدف مساله عبارت است از یافتن مسیری با کمترین هزینه برای سرویس‌دهنده‌ها بطوریکه شرایط ذکر شده برای مشتری‌ها و سرویس‌دهنده‌ها برقرار بوده و بعد از سرویس‌دهی همه وسائل نقلیه به انبار بازگردند.

همانطور که گفته شد این مساله و نسخه‌های آن امروزه بسیار مورد توجه دانشمندان و محققان قرار گرفته و در بخش‌های زیادی مورد استفاده قرار می‌گیرد که بطور مثال می‌توان به موارد سیستم اتوبوسرانی، حمل مرسولات پستی، جمع‌کردن زباله‌های شهری، مسیریابی کشتی‌ها و هواپیماهای باری، توزیع روزنامه و ... اشاره کرد.

در این مقاله ما ابتدا مدل مساله مسیریابی وسیله نقلیه را در بخش ۲ ارائه می‌کنیم و سپس در بخش ۳ به توضیح روش پیشنهادی می‌پردازیم. در این بخش ابتدا روش الگوریتم ژنتیک را توضیح داده و سپس مفهوم همگرایی زودرس را شرح داده و در انتها روش پیشنهادی خود را مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌دهیم. نتایج محاسباتی که بر روی مثال‌های استاندارد اجرا شده است را در بخش ۴ مورد تجزیه و تحلیل قرار داده و در انتها نتیجه‌گیری و جهت‌گیری‌های آینده در بخش ۵ ارائه می‌گردد.

۲. فرمول‌بندی مساله

علارغم اینکه مساله مسیریابی وسیله نقلیه جزء مسائل سخت محسوب می‌شود، می‌تواند به صورت یک مدل برنامه‌ریزی خطی صحیح نمایش داده شود، علامت‌هایی که در ساخت مدل از آنها استفاده می‌کنیم عبارت‌اند از:

- C، که نشان‌دهنده ماتریس هزینه روی گراف G است، یک ماتریس متقارن است یعنی برای هر $(i=0,1,2,\ldots,n;\ j=0,1,2,\ldots,n)$ داریم $c_{ij}=c_{ji}$.
- اگر برای $(i=0,1,2,\ldots,n;k=1,\ldots,m)$ گره i بوسیله وسیله نقلیه k مورد ملاقات قرار گیرد آنگاه $y_{ik}=1$ و در غیر این صورت $y_{ik}=0$ است.

[1] *nearest addition algorithm*
[2] *Scatter search*

Archive of SID

www.SID.ir

- اگر برای $(i, j = 0,1,2,...,n; i \neq j)$ وسیله نقلیه به طور مستقیم از i به j حرکت کند $x_{ij} = 1$ و در غیر این صورت $x_{ij} = 0$ می‌باشد.

بنابراین مدل مساله مسیریابی وسیله نقلیه، که براساس فرمول‌بندی مساله چندین فروشنده دوره‌گرد [۲۳] می‌باشد، عبارت است از:

$$\min \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} c_{ij} x_{ij} \qquad (۱)$$

$$\sum_{i=0}^{n} x_{ij} = \begin{cases} 1 & j = 1,...,n \\ m & j = 0 \end{cases} \qquad (۲)$$

$$\sum_{j=0}^{n} x_{ij} = \begin{cases} 1 & i = 1,...,n \\ m & i = 0 \end{cases} \qquad (۳)$$

$$\sum_{i,j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1 \quad (S \subset \{1,...,n\}, |S| \geq 2) \qquad (۴)$$

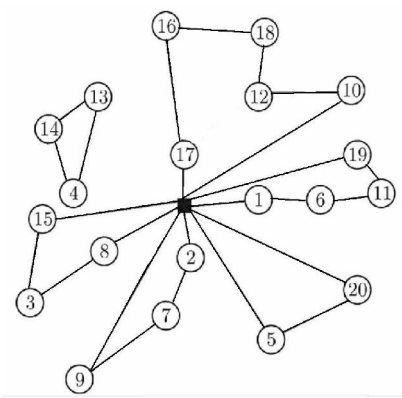
$$\sum_{i=0}^{n} q_i y_{ik} \leq Q \qquad (k = 1,...,m) \qquad (۵)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad (i = 0,...,n; j = 0,...,n) \qquad (۶)$$

$$y_{ik} \in \{0,1\} \quad (i = 0,...,n; k = 1,...,m) \qquad (۷)$$

در این مدل محدودیت اول نشان‌دهنده این است که به هر گره بجز انبار فقط یک یال وارد می‌شود، در حالیکه به گره انبار m یال وارد می‌گردد.

محدودیت دوم نشان‌دهنده این است که از هر گره بجز انبار فقط یک یال خارج می‌شود، در حالیکه از گره انبار m یال خارج می‌گردد.



شکل ۲. نمونه‌ای از یک حل غیر قابل قبول مساله مسیریابی وسیله نقلیه

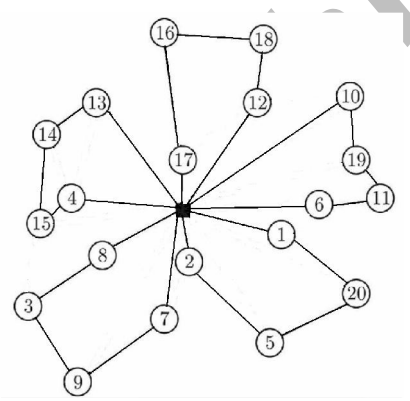
محدودیت سوم محدودیت بسیار مهمی محسوب می‌شود. این محدودیت سبب می‌شود که الگوریتم از ایجاد جوابی که همبند نباشد، جلوگیری کند. به عبارت دیگر همانطور که در شکل ۲ می‌بینید این مثال در شرایط ۱ و ۲ صدق کرده و به هر گره به غیر از انبار یک یال وارد و یک یال خارج می‌گردد و همچنین این تعداد یال ورودی و خروجی برای انبار m است. در حالیکه یک جواب غیر قابل قبول می‌باشد زیرا سه گره ۴، ۱۳ و ۱۴ به انبار کالا دسترسی ندارند. پس این محدودیت همراه ۲ محدودیت بالا سبب می‌شود که گره‌ها از نظر درجه مشکلی نداشته و دقیقا یکبار مورد ملاقات قرار گرفته و به انبار دسترسی داشته باشند. بنابراین این محدودیت از ایجاد زیر تور نامتصل به انبار جلوگیری می‌کند.

محدودیت چهارم به این نکته اشاره می‌کند که هیچ کدام از وسائل نقلیه مجاز نخواهند بود که بیشتر از ظرفیت ثابت Q اقدام به بارگذاری نمایند.

در نهایت محدودیت‌های پنجم و ششم به شرایط دودویی متغیرهای x_{ij} و y_{ik} اشاره می‌کند.

توجه به این نکته ضروری است که که اگر محدودیت‌های ۴ و ۶ را در نظر نگیریم آنگاه مدل به مدل مساله چندین فروشنده دوره‌گرد تبدیل می‌شود.

بطور مثال شکل ۳ یک جواب قابل قبول برای مساله مسیریابی وسیله نقلیه را نمایش می‌دهد. در این مساله، همانند شکل ۲، m=۵ و n=۲۰ در نظر گرفته شده است. همانطوری که در شکل مشاهده می‌کنید هر گره دقیقا یکبار بوسیله یک وسیله نقلیه مورد ملاقات قرار گرفته است.



شکل ۳. نمونه‌ای از حل یک مساله مسیریابی وسیله نقلیه

۳. الگوریتم ارائه شده

در این بخش الگوریتم پیشنهادی مطرح می‌شود. بدین منظور در زیر بخش ۱ ابتدا مقدمه‌ای بر الگوریتم ژنتیک مطرح شده و این الگوریتم مورد توجه قرار می‌گیرد. سپس در زیر بخش ۲ مفهوم همگرایی زودرس معرفی شده و آنرا در مورد الگوریتم ژنتیک توضیح داده و نهایتا در زیربخش سه الگوریتم پیشنهادی را شرح داده و آنرا با جزئیات بیشتر مورد بررسی قرار می‌دهیم.

Archive of SID

www.SID.ir

۱-۳. الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک یکی از مشهورترین روش‌های فراابتکاری است که توسط جان هالند[1] و همکارانش در سال ۱۹۷۵ [۲۴] ابداع شد. بعدها این روش بوسیله دانشمندان دیگری مانند گلدبرگ[2] ۱۹۸۹ [۲۵] و سایرین[۲۶، ۲۷] توسعه پیدا کرده و امروزه به یکی از پرکاربردترین روش‌های تخمینی برای حل مسائل بهینه‌سازی ترکیباتی تبدیل شده است و دانشمندان و محققان زیادی از این روش برای حل مسائل مورد نیاز خود استفاده کرده و توانسته‌اند از انعطاف پذیر بودن این روش در مقایسه با سایر روش‌های فراابتکاری بهره برده و این الگوریتم را برای مسائل مورد نظر خود مورد استفاده قرار دهند.

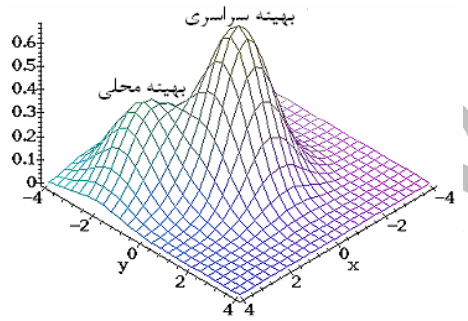
این الگوریتم که یک تکنیک جستجو قوی برای حل مسائل بهینه‌سازی ترکیباتی و یافتن راه حل بهینه محسوب می‌شود، همانند روش‌های مورچگان و پرندگان از طبیعت الهام گرفته شده است و همچون علم زیست شناسی، پارامترهایی مانند وراثت، جهش، انتخاب و ترکیب دارد. با این حال در طول زمان برای ایجاد الگوریتم کاراتر این الگوریتم مورد بررسی قرار گرفته و نسخه‌های قویتری از الگوریتم ایجاد شده است. در نتیجه این روش مکان خویش را در بهینه‌سازی ترکیباتی یافته و امروزه نیز به روشی مناسب، قابل اتکا و انعطاف‌پذیر برای حل مسائل سخت بهینه‌سازی ترکیباتی بدل شده است و جای مناسبی برای خود، در میان دیگر روشها، پیدا کرده است.

همچنین این روش که شبیه روش‌های پرندگان و مورچگان برای رسیدن به جواب از سیستم‌های چند عامله‌ای استفاده می‌کند، از نظر قابلیت تعمیم پذیری در مسائل بسیار موفق بوده و در بسیاری از کاربردها ظاهر می‌شود. در این مسائل با توجه به اینکه الگوریتم هیچ اطلاعاتی در مورد مساله مربوط ندارد، می‌تواند با ایجاد جواب‌های تصادفی در مسیر یافتن جواب‌های بهتر حرکت کرده و در فضای جستجو تا حد امکان به خوبی پیشروی نماید. باید توجه کرد که در این روش استراتژی‌های انتخاب، جهش و ترکیب از اهمیت زیادی برخوردار بوده و نوع هر کدام از آنها در سرعت رسیدن به جواب موردنظر از اهمیت زیادی برخوردار است.

همچنین اگر چه جستجوی تصادفی الگوریتم ژنتیک سبب می‌شود که فضای مساله به خوبی مورد بررسی قرار گیرد و الگوریتم دارای یک راهکار کارا برای رسیدن به جواب‌های باکیفیت‌تر باشد، ولی دارا بودن این ساختار سبب می‌شود که سرعت رسیدن به جواب بهین نسبت به روش‌های ابتکاری کاهش یابد. از طرف دیگر جستجوی تصادفی سبب می‌شود که این الگوریتم از یک پایداری کافی برای رسیدن به جواب بهینه برخوردار نبوده و اجراهای مکرر الگوریتم سبب بدست آمدن جواب‌های متفاوت شود.

علی‌رغم این ضعف‌ها، جستجوی جواب‌ها بصورت تصادفی دارای یک مزیت دیگر نیز می‌باشد. انجام این عمل سبب می‌گردد که الگوریتم دارای راهکار مناسبی برای فرار از نقاط بهینه محلی، شکل ۴، و نزدیک‌شدن به بهینه سراسری شود. الگوریتم کلی روش ژنتیک به این روال است که ابتدا برای تعدادی کروموزوم، جواب‌های شدنی که یا بوسیله تصادف و یا بوسیله روش‌های دیگر بدست آمده است، مقادیر تابع هدف بدست آورده می‌شود.

این مجموعه از جواب‌های شدنی اولیه اصطلاحا جمعیت اولیه نامیده می‌شود. در مرحله دوم بر اساس مقادیر تابع هدف هر کدام از جواب‌های شدنی، تعدادی از آنها را که دارای مقادیر بهتری می‌باشند، انتخاب کرده و براساس حالت‌های گوناگونی که وجود دارد، این والدها با یکدیگر ترکیب می‌شوند و جمعیت‌های جدیدی بوجود می‌آیند. باید توجه کرد که جمعیت‌های اولیه در تکرار بعدی از والدها، فرزندها و در بعضی مواقع از تعدادی جمعیت تصادفی تشکیل شده است. در نهایت این جمعیت‌های جدید جایگزین تعدادی از جمعیت‌های قبلی می‌شوند. این عمل تا جایی ادامه می‌یابد که یکی از معیارهای همگرایی مانند زمان اجرای الگوریتم به مقداری ثابت، تعداد نسلهای از پیش تعیین شده و تکرار شدن بهترین جواب به میزان خاص اتفاق بیفتد [۲۸].



شکل ۴. بهینه محلی و سراسری

۲-۳. همگرایی زودرس

همگرایی زودرس پدیده‌ایست که به واسطه‌ی آن، جستجو بطور زودهنگام به ناحیه خاصی از فضای شدنی همگرا شده و جستجو در اطراف بهینه‌های محلی متمرکز می‌شود. در نتیجه الگوریتم نمی‌تواند به بهینه سراسری دست یابد. به عبارت دیگر همگرایی زودرس سبب می‌شود که الگوریتم بدون اینکه تا حد کافی به جستجوی سراسری بپردازد و بتواند تا حد قابل قبولی کل فضای جواب را مورد بررسی قرار دهد، به سوی یک منطقه از جواب‌ها حرکت کرده و همسایگی‌های این جواب را مورد بررسی قرار دهد. این امر موجب می‌شود که قسمت قابل توجهی از جواب‌های فضای نمونه مورد بررسی قرار نگیرد و رکود زودرس جستجو پدید آید.

بطور مثال در الگوریتم ژنتیک، این رکود ناخواسته سبب می‌شود که الگوریتم جواب‌های مشابهی را مکررا بدست آورد و راه حل‌های

[1] *Holland*
[2] *Goldberg*

Archive of SID

www.SID.ir

مشابهی را برای چندمین بار بسازد. در این صورت الگوریتم کارایی خود را برای یافتن کروموزوم‌های غیر تکراری از دست داده و دیگر نمی‌تواند راه‌حل‌های بهتری تولید کند. به عبارت دیگر الگوریتم در یک بهینه محلی به دام افتاده و چون همسایگی‌های یک بهینه محلی دارای مقادیر بی‌کیفیت‌تری از این مقدار است، الگوریتم آنرا به عنوان بهینه سراسری در نظر گرفته و تلاش برای یافتن جواب‌های جدیدتر، متوقف می‌شود بنابراین الگوریتم به جواب‌های زیربهین قناعت کرده و نمی‌تواند به جواب‌های بهتر دست پیدا کند.

یکی از روش‌هایی که می‌توان برای حل این مشکل در الگوریتم ژنتیک از آن استفاده کرد، استفاده از کروموزوم‌های تصادفی در هر تکرار است. این ایده سبب می‌شود که تنوع کروموزوم‌ها در هر تکرار الگوریتم به مقدار مناسب بوده و بدین طریق الگوریتم با احتمال کمتری به جواب‌های مشابه برسد. بنابراین الگوریتم دارای راهکارهای بیشتری برای تولید جواب‌های غیر تکراری بوده و می‌تواند با احتمال بیشتری جواب‌های باکیفیت‌تر تولید کند. بعبارت دیگر این عمل باعث افزایش کارایی الگوریتم می‌شود زیرا در هنگامیکه الگوریتم در یک بهینه محلی گیر افتاده است و تلاش‌ها برای یافتن جواب‌هاب بهتر به نتیجه نمی‌رسد، استفاده از این روش سبب می‌شود که روند جستجو تغییر کرده و الگوریتم بتواند به قسمت‌هایی از فضای جواب دسترسی پیدا کند که قبلا به آن دسترسی پیدا نکرده بود. در نتیجه الگوریتم می‌تواند به جواب‌های متفاوت‌تری دست یابد و کیفیت جواب‌ها را افزایش دهد.

۳-۳. روش ارائه شده

الگوریتم ژنتیک به عنوان یکی از مهمترین و پرکاربردترین الگوریتم‌ها در بین الگوریتم‌های فراابتکاری معروف است و با این روش تصادفی می‌توان حرکتی بهتر در فضای شدنی مسائل بهینه‌سازی ترکیباتی داشت و فضای جواب را با دقت بیشتری مورد بررسی قرار داد و در نتیجه جواب‌های بهتری بدست آورد.

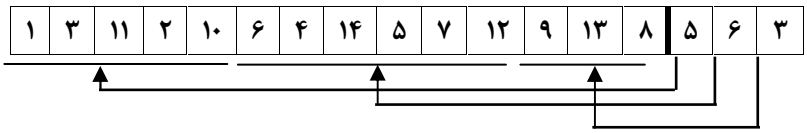
در این بخش، در ابتدا روش نشان دادن هر جواب شدنی برای مساله مسیریابی وسیله نقلیه را نشان داده و سپس نوعی ترکیب جدید که توسیع روش تقاطع تک نقطه‌ای بوده اما نسبت به این الگوریتم کاراتر است برای مساله پیشنهاد می‌شود. برای این منظور ابتدا روش تقاطع یک نقطه‌ای را توصیف کرده و سپس روش ترکیب مورد نظر شرح داده می‌شود. برای نشان‌دادن یک جواب شدنی، از یک کروموزوم دوبخشی که در شکل ۵ نشان داده شده است، استفاده می‌شود. قسمت اول نشان دهنده مشتری‌هایی است که باید بوسیله هر وسیله نقلیه به ترتیب مورد ملاقات قرار گیرند، در صورتی که قسمت دوم نشان دهنده تعداد مشتری‌هایی است که به یک وسیله نقلیه تعلق دارند.

بطور مثال در شکل ۵، یک مساله با $m=3$ و $n=14$ نشان داده شده است. این شکل به این نکته اشاره دارد که پنج مشتری ۱، ۳، ۱۱، ۲ و ۱۰ بوسیله وسیله نقلیه اول، شش مشتری ۶، ۴، ۱۴، ۵، ۷ و ۱۲ بوسیله وسیله نقلیه دوم و سه مشتری ۹، ۱۳ و ۸ بوسیله وسیله نقلیه سوم مورد ملاقات قرار می‌گیرند. از طرف دیگر این جواب در صورتی مورد قبول می‌باشد که بار سه وسیله نقلیه کمتر از Q باشد. در روش پیشنهادی عملیات بر روی بخش اول کروموزوم توصیف شده صورت می‌گیرد و برعکس روش تک نقطه‌ای، شکل ۶، نقطه شکستی وجود ندارد. در این روش m ژن تصادفی از کروموزوم مربوطه انتخاب شده و آنرا براساس ترتیب کروموزوم متناظر بدست آورده و در کروموزوم مورد نظر جایگزین می‌شود. بطور مثال در شکل ۷ این روش توضیح داده شده است. در این شکل اگر در کروموزوم ۱ اعداد ۲، ۱، ۵ و ۴ را به عنوان ۴ ژن تصادفی در نظر گرفته شود، آنگاه باید این چهار عنصر به ترتیبی که در کروموزوم متناظر قرار دارد جایگزین شود که این ترتیب برابر است با ۱، ۴، ۲ و ۵. بنابراین کرموزوم ۴ ۵ ۶ ۱ ۳ ۲ تبدیل به کروموزوم ۵ ۲ ۶ ۴ ۳ ۱ می‌شود. همانطوری که مشاهده می‌کنید ترکیب جدید یک حالت گسترده‌تر از روش قبلی را نشان می‌دهد که دارای مزیت بیشتری نسبت به روش قدیمی بوده که در بخش ۵ با جزئیات بیشتری نشان داده می‌شود. بنابراین این روش سبب می‌شود که فضای جواب با کیفیت بیشتری مورد بررسی قرارگفته شود و جواب‌هایی متمایزتری تولید گردد. در نتیجه جواب‌های بدست آمده در این روش نسبت به روش قبلی دارای مقادیر بهتری می‌باشد. همچنین در این الگوریتم از دو روش جهش، شکل ۸، برای بالا بردن بیشتر کیفیت جواب‌ها استفاده شده است که یکی عبارت است از انتخاب دو ژن و تعویض آن در بخش اول کروموزوم و دیگری انتخاب دو ژن در قسمت دوم کروموزوم و جابجایی آنها. بطور مثال در شکل ۸ اگر ۵ و ۳ را از قسمت دوم در نظر بگیریم آنگاه قسمت دوم کروموزوم به ۶ ۵ ۳ تبدیل می‌شود. باید توجه کرد که در هر تکرار، هر دو این جهش‌ها مورد استفاده قرار نمی‌گیرد بلکه یکی از این دو عمل با استفاده از یک روش تصادفی انتخاب می‌شود. به علاوه متون علمی زیادی درمورد روش‌های تخمینی بیان می‌کنند که یک رهیافت خوب برای دستیابی به راه حل‌های با کیفیت بالا، ترکیب الگوریتم مربوطه با یک مکانیسم جستجوی محلی برای تولید راه حل‌های بهتر است. در حالیکه الگوریتم‌های جستجوی محلی زیادی برای این کار وجود دارند که هر کدام دارای نقاط ضعف و قوتی هستند، برای دستیابی به بهبود هر چه بیشتر در کارایی الگوریتم در پیاده‌سازی، الگوریتم ژنتیک در این مقاله با جستجوی محلی بهبود دهنده سه‌گانه ترکیب شده است. زیرا این الگوریتم بسیار ساده بوده و براحتی بر روی الگوریتم مورد نظر اجرا می‌شود. این روش، همانطور که در شکل ۹ نشان داده شده است، براساس حذف‌کردن سه یال غیر همسایه از تور و دوباره متصل‌کردن آن سه یال از طریقی دیگر، کار می‌کند. باید توجه کرد که برای متصل‌کردن مسیر و ایجادکردن دوباره تور چندین راه وجود دارد اما ما فقط حالتی را می‌پذیریم که در

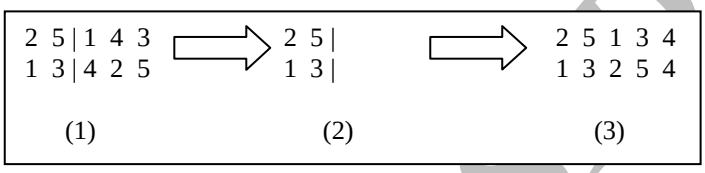
Archive of SID

www.SID.ir

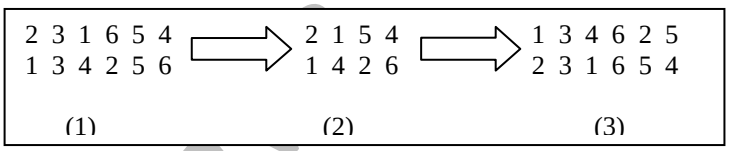
محدودیت‌های مساله، که در بالا به آن اشاره شد، صدق کند. همچنین این تور یکتا فقط در حالتی مورد پذیرش الگوریتم قرار می‌گیرد که تور جدید مقدار بهتری را برای مساله نسبت به جواب قبلی بدست آورد. توجه به این نکته ضروری است که عمل حذف سه کمان و متصل‌کردن دوباره آنها را بطور متوالی تا جایی ادامه پیدا می‌کند که دیگر هیچ حرکت بهبوددهنده جدیدی برای الگوریتم یافت نشود. بنابراین، در انتهای هر تکرار الگوریتم که بهترین مقدار بدست آمد، الگوریتم بهبود دهنده سه‌گانه را روی آن اجرا کرده و بهترین جواب را انتخاب می‌کنیم. توجه به این نکته ضروری است که در هر مرحله این الگوریتم شامل ترکیب، جهش و جستجوی محلی سه گانه، بهترین جواب ذخیره می‌شود تا با مقایسه این جواب‌ها، بهترین جواب الگوریتم بدست آید.



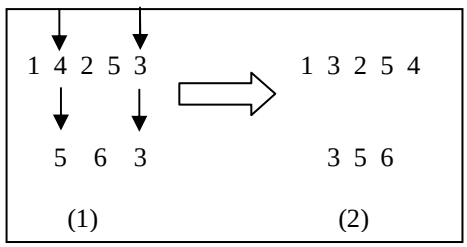
شکل ۵. یک جواب شدنی



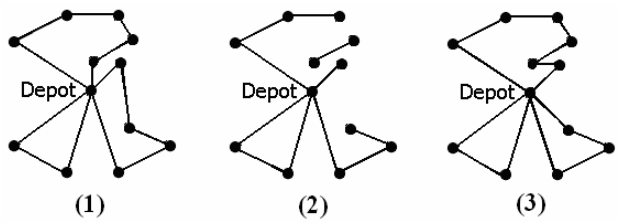
شکل ۶.
۱) انتخاب یک ژن به عنوان نقطه شکست
۲) یافتن ترتیب ژن‌های بعد از نقطه شکست در ژن دیگر
۳) جایگذاری ژن‌ها با ترتیب جدید



شکل ۷.
۱) انتخاب تصادفی تعدادی ژن در هر کروموزوم
۲) یافتن ترتیب این ژن‌ها در کروموزوم دیگر
۳) جایگذاری این ژن‌ها براساس ترتیب جدید



شکل ۸. جهش در یک کرومزوم



شکل ۹. حرکت بهبوددهنده سه‌گانه برای حل مساله *VRP*

Archive of SID

www.SID.ir

۴. تحلیل پارامترها

در این بخش روش پیشنهادی ارائه شده مورد بررسی بیشتری قرار گرفته و با آزمایشات تجربی، مقدار بهین پارامترهای الگوریتم بدست آورده می‌شوند. بدین منظور چندین مساله استاندارد از مسائل مسیریابی وسیله نقلیه را انتخاب کرده و برای مقادیر متفاوت پارامترها مورد آزمایش قرار داده می‌شوند. خصوصیات کامل این مثال‌ها که الگوریتم‌های زیادی تاکنون بر روی آنها اجرا شده‌اند، در بخش بعدی نشان داده شده است.

در جدول ۱ نتایج الگوریتم پیشنهادی برای چندین جمعیت اولیه متفاوت از کروموزوم‌ها نشان داده شده است. در این جدول برای اینکه بتوان مقدار پارامتر P را با دقت کافی بدست آورد، با ثابت نگهداشتن میزان تکرار الگوریتم به میزان ۱۰n، n تعداد گره هر مثال است، مقدار جمعیت اولیه از مقدار ۲n تا ۱۰n تغییر می‌یابد. علی‌رغم آنکه به نظر می‌رسد که هر چه تعداد جمعیت اولیه بیشتر شود، باید مقدار جواب بدست آمده برای هر مساله نیز بهبود یابد ولی این انتظار در اینجا اتفاق نمی‌افتد. به عبارت دیگر روال منظمی بین مقدار کیفیت جواب‌ها و تعداد جمعیت اولیه الگوریتم وجود ندارد. بطور نمونه در مثال E-n76-k10 با اینکه تعداد جمعیت اولیه از ۴n به ۶n افزایش یافته اما مقدار جواب نیز افزایش پیدا کرده و در نتیجه کیفیت آن کاهش یافته است. از طرف دیگر از پنج مثال مربوطه در چهار تا از آنها بهترین مقادیر برای جمعیت اولیه ۸n بدست آمده است در نتیجه بهتر است که برای آزمایشات بعدی مقدار جمعیت اولیه برابر ۸n در نظر گرفته شود.

جدول ۱. نتایج آزمایشات برای چندین نوع جمعیت اولیه

(بهترین مقدار در ۱۰ بار ازمایش مستقل در نظر گرفته شده است)

نمونه	P=2n	P=4n	P=6n	P=8n	P=10n
E-n51-k5	۵۲۳.۴	۵۲۴	۵۲۴.۸۱	۵۲۲.۱۵	۵۲۴.۶۱
E-n76-k10	۸۴۹.۷۷	۸۴۴	۸۴۴.۶۱	۸۴۳	۸۴۴
E-n101-k8	۸۷۸.۷۰	۸۵۵.۴۲	۸۴۴.۷۱	۸۴۲.۱۵	۸۴۴.۷۱
E-n101-k10	۸۵۱.۲۵	۸۴۴.۷۱	۸۴۰.۱۲	۸۴۰	۸۴۱.۸۳
E-n121-k7	۱۰۷۱.۰۷	۱۰۷۵.۶	۱۰۶۰.۲۴	۱۰۴۹.۴۳	۱۰۴۷.۱۹

جدول ۲. نتایج آزمایشات برای شرط همگرایی الگوریتم

(بهترین مقدار در ۱۰ بار ازمایش مستقل در نظر گرفته شده است)

نمونه	l=3n	l=6n	l=9n	l=12n	l=15n
E-n51-k5	۵۳۲.۴۵	۵۲۹.۱۴	۵۲۵.۱۶	۵۲۴.۸۱	۵۲۱
E-n76-k10	۸۵۵.۵۶	۸۴۸.۱۵	۸۴۷.۵۳	۸۴۵.۱۲	۸۴۲
E-n101-k8	۸۸۰.۴۳	۸۴۲.۱۵	۸۴۴.۷۱	۸۴۴.۲۳	۸۴۲.۱۵
E-n101-k10	۸۴۹.۱۵	۸۴۲.۱۲	۸۴۲.۱۲	۸۳۶	۸۳۸
E-n121-k7	۱۰۷۲.۰۷	۱۰۷۲.۱۲	۱۰۴۹.۴۱	۱۰۵۱.۳۵	۱۰۴۷.۱۹

در جدول ۲ میزان تحلیل حساسیت برای تعداد اجرای الگوریتم نشان داده شده است. باید توجه کرد که این تعداد به عنوان شرط پایانی الگوریتم در نظر گرفته شده است. در این جدول نیز مانند جدول ۱ این تعداد برحسب مضربی از تعداد گره‌های هر مثال در می‌باشد. باید توجه کرد که در جدول ۲ نیز جواب‌ها دارای یک روال منطقی نبوده و در بعضی از مواقع با تعداد تکرار بیشتر حلقه برای الگوریتم، جواب‌ها با کیفیت کمتری بدست می‌آید. اما بطور کلی با مقایسه جواب‌ها می‌توان نتیجه گرفت که مقادیری بدست آمده برای تعداد ۱۵n نسبت به بقیه پارامترها دارای مقادیر بهتری است. البته باید توجه کرد که الگوریتم فقط در مثال E-n101-k10 نتوانسته است که جوابی بهتر نسبت به بقیه مقادیر بدست آورد اما در چهار مثال باقیمانده توانسته است که بهترین مقادیر را بدست آورد. بنابراین با توجه به مقادیر بدست آمده در جداول ۱ و ۲ می‌توان نتیجه گرفت که برای مقایسه الگوریتم با الگوریتم‌های دیگر فراابتکاری بهتر است که تعداد جمعیت اولیه و همچنین تعداد تکرار الگوریتم به ترتیب برابر 8n و 15n در نظر گرفته شود.

۵. محاسبات عددی

در این قسمت برخی نتایج محاسباتی از مقایسه این الگوریتم با سایر الگوریتم‌ها ارائه شده است. این الگوریتم‌ها بر روی دو دسته از مسائل VRP [۲۹] اجرا شده است. دسته اول مثال‌های E-n51-k5, E-n76-k10, E-n101-k8, E-n101-k10, E-n121-k7, M-n151-k12, M-n200-k17 می‌باشند که خصوصیات آنها در جدول ۳ نشان داده شده است. باید توجه کرد که این دسته از مثال‌ها به این علت استفاده شده است که اولا دارای یک دامنه خوب از تعداد مشتری‌ها و وسائل نقلیه بوده و مسائل مابین ۵۰ تا ۱۹۹ مشتری و ۵ تا ۱۷ وسیله نقلیه را مورد بررسی قرار می‌دهد. همچنین توجه به این نکته ضروری است که اولا این الگوریتم برای هر مساله فقط ۱۰ بار مورد آزمایش قرار گرفته است و بهترین جواب نشان داده شده است و ثانیا محدودیت زمان سرویس‌دهی به مشتریان وجود ندارد. بنابراین هر وسیله نقلیه درای ظرفیت در هر زمانی می‌تواند هر گره‌ای را مورد ملاقات قرار دهد. در جدول ۴ الگوریتم پیشنهادی با الگوریتم‌های ابتکاری و فراابتکاری مورد مقایسه قرار گرفته شده است. از الگوریتم‌های ابتکاری دو الگوریتم صرفه‌جو و الگوریتم ترکیبی آن با روش 3-opt و از الگوریتم‌های فراابتکاری سه الگوریتم ترکیبی ژنتیک، جستجوی ممنوع و الگوریتم مورچگان نشان داده شده است. نتایج به این نکته اشاره دارد که روش پیشنهادی در همه مثال‌ها نسبت به روش‌های ابتکاری دارای جواب‌های باکیفیت‌تر است و رقابتی نزدیک با اینگونه از الگوریتم‌ها ندارد ولی این الگوریتم نسبت به روش‌های فراابتکاری دارای رقابت نزدیکی است. از طرف دیگر این روش توانسته است که رقابت خوبی با روش ترکیبی ژنتیک داشته باشد. با مقایسه این دو روش می‌توان نتیجه گرفت که الگوریتم پیشنهادی دارای کارایی بالاتری نسبت به این الگوریتم است زیرا فقط در مثال E-n101-k8 نتوانسته است که جواب بهتری را تولید کند اما در ۶ مثال دیگر توانسته است که کیفیت جواب‌ها را به مقدار قابل قبولی افزایش دهد. بعلاوه الگوریتم دیگر فراابتکاری که در اینجا نتایج آن آورده شده است الگوریتم

Archive of SID

www.SID.ir

مورچگان است که بجز در دو مثال، الگوریتم پیشنهادی دارای جواب‌های بهتری نسبت به این الگوریتم است. از طرف دیگر مقایسه این الگوریتم با روش جستجوی ممنوع که به عنوان یکی از قویترین الگوریتم‌های فراابتکاری محسوب می‌شود بدین نکته تاکید دارد که این الگوریتم در تعداد کمتر از ۱۰۰ گره دارای جواب‌های بهتری نسبت به این الگوریتم است اما هنگامیکه اندازه مساله بزرگتر شده و بیشتر از ۱۰۰ گره می‌شود، متاسفانه الگوریتم نمی‌تواند کارایی خود را حفظ کند و در این هنگام جواب‌ها با کیفیت کمتری تولید می‌شوند. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که این الگوریتم دارای کارایی بهتری برای مثال‌های با اندازه کوچک نسبت به این الگوریتم است.

چون این روش یک روش ترکیبی فراابتکاری محسوب می‌شود بهتر است که این الگوریتم با جزئیات بیشتری نسبت به الگوریتم‌های فراابتکاری مقایسه شود. بدین منظور از مفهوم میانگین درصد انحراف نسبت به بهترین جواب‌های بدست آمده در جدول ۵ استفاده می‌شود. درصد انحراف نسبت به بهترین جواب شناخته‌شده برابر است با $100.[c(s^*)-c(s^{**})]/c(s^{**})$ بطوریکه s^* بهترین جواب پیداشده بوسیله الگوریتم مورد نظر برای مثال داده شده و s^{**} بهترین جواب شناخته‌شده برای همان مثال است. نتایج بر این نکته اشاره دارد که روش پیشنهادی دارای میانگین درصد انحراف ۳،۱۱ است که نسبت به میانگین درصد انحراف ۸،۱۶ برای الگوریتم مورچگان و ۶،۴۶ برای الگوریتم ترکیبی ژنتیک برای هفت مثال داده شده، دارای فاصله بسیار زیادی با این دو الگوریتم فراابتکاری است ولی این روش نسبتا رقابت نزدیکتری با روش الگوریتم جستجوی ممنوع دارد که میانگین درصد انحراف آن ۱،۶۷ می‌باشد.

همچنین برای اینکه کارایی الگوریتم برای مثال‌های کوچک، متوسط و بزرگ با دقت بیشتری مورد بررسی قرار گیرد، الگوریتم پیشنهادی بر روی دسته دوم از مثال‌ها مورد آزمایش قرار گرفته است. این مثال‌ها، نشان داده شده در جدول ۶، خود به شش دسته تقسیم‌بندی می‌شوند. دسته اول مثال‌های پیشنهادی آیگرایت است که خود به سه گروه A, B و P دسته‌بندی می‌شوند و از مثال ۱ تا ۷۳ را شامل می‌شوند. دسته دوم مثال‌های پیشنهادی کریستوفیدز و ابلون است که از مثال ۷۴ تا ۸۱ را شامل می‌شوند. دسته سوم مثال‌های پیشنهادی فیشر هستند که فقط شامل ۳ مثال می‌باشد. دسته چهارم مثال پیشنهادی کریستوفیدز، مینگوزی و توث می‌باشد که فقط شامل مثال M-n101-k10.vrp می‌باشد. مثال‌های ۸۶ تا ۹۸ مثال‌های تبدیل شده از مثال‌های مساله فروشنده دوره‌گرد است که دسته پنجم مثال‌ها را تشکیل می‌دهد. نهایتا دسته ششم از مثال‌ها از شماره ۹۹ تا ۱۱۰ مثال‌های پیشنهاد شده بوسیله تایلارد است.

خصوصیات کامل این مثال‌ها شامل تعداد مشتری، تعداد وسیله نقلیه، ظرفیت هر وسیله نقلیه، بهترین جواب تاکنون یافت شده برای مساله و همچنین جواب الگوریتم پیشنهادی برای هر کدام از آنها در جدول ۶ نشان داده شده است. توجه به این نکته ضروری است که می‌توان این مثال‌ها را از آدرس اینترنتی [۲۹] دانلود نمود.

جدول۳. مشخصات مسائل استانداردVRP

مثال	تعداد مشتری	تعداد وسیله نقلیه	تعداد تکرار الگوریتم	ظرفیت وسیله نقلیه	حداکثر زمان خدمت‌دهی
E-n51-k5	۵۰	۵	۱۰	۱۶۰	∞
E-n76-k10	۷۵	۱۰	۱۰	۲۰۰	∞
E-n101-k8	۱۰۰	۸	۱۰	۲۰۰	∞
E-n101-k10	۱۰۰	۱۰	۱۰	۲۰۰	∞
E-n121-k7	۱۲۰	۷	۱۰	۲۰۰	∞
M-n151-k12	۱۵۰	۱۲	۱۰	۲۰۰	∞
M-n200-k17	۱۹۹	۱۷	۱۰	۲۰۰	∞

جدول۴. مقایسه الگوریتم‌ها برای مسائل استانداردVRP

مثال	الگوریتم صرفه‌جو+-3 opt[۳۰]	الگوریتم صرفه‌جو[۷]	الگوریتم ترکیبی ژنتیک[۳۲]	روش پیشنهادی	روش الگوریتم مورچگان [۳۱]	روش جستجوی ممنوع [۱۱]	بهترین جواب
E-n51-k5	۵۷۸.۵۶	۵۸۴.۶۴	۵۲۴.۸۱	۵۲۱	۵۲۱	۵۲۴.۶۱	۵۲۱
E-n76-k10	۸۸۸.۰۴	۹۰۰.۲۶	۸۴۹.۷۷	۸۴۲	۸۷۷	۸۴۴	۸۳۲
E-n101-k8	۸۷۸.۷۰	۸۸۶.۸۳	۸۴۰.۷۲	۸۴۲.۱۵	۸۴۵	۸۳۵	۸۱۵
E-n101-k10	۸۲۴.۴۲	۸۳۳.۵۱	۸۷۷.۸	۸۳۸	۸۳۸	۸۲۰	۸۲۰
E-n121-k7	۱۰۴۹.۴۳	۱۰۷۱.۰۷	۱۰۶۰.۲۴	۱۰۴۷.۱۹	۱۱۸۹	۱۰۴۲.۱۱	۱۰۴۲.۱۱
M-n151-k12	۱۱۲۸.۲۴	۱۱۳۳.۴۳	۱۱۹۳.۰۵	۱۱۱۲.۵۱	۱۱۰۵	۱۰۵۲	۱۰۲۸.۴۲
M-n200-k17	۱۳۸۶.۸۴	۱۳۹۵.۷۴	۱۴۸۳.۰۶	۱۳۷۴.۹۶	۱۶۰۶	۱۳۵۴	۱۲۹۱.۴۵

Archive of SID

www.SID.ir

جدول۵. مقایسه الگوریتم پیشنهادی با روش‌های ژنتیک، مورچگان و جستجوی ممنوع

مثال	الگوریتم مورچگان [۳۱]	جستجوی ممنوع [۱۱]	الگوریتم ژنتیک]۳۲[	روش پیشنهادی
E-n51-k5	۰،۰۰	۰،۶۹	۰،۷۳	۰،۰۰
E-n76-k10	۵،۴	۱،۴۴	۲،۱۴	۱،۲۰
E-n101-k8	۳،۶	۲،۴۵	۲،۹۸	۳،۳۳
E-n101-k10	۲،۲	۰،۰۰	۶،۸۰	۲،۱۰
E-n121-k7	۱۴،۱	۰،۰۰	۱،۷۴	۰،۴۸
M-n151-k12	۷،۴۵	۲،۲۹	۱۶،۰۱	۸،۱۷
M-n200-k17	۲۴،۴	۴،۸۴	۱۴،۸۴	۶،۴۶
میانگین	۸،۱۶	۱،۶۷	۶،۴۶	۳،۱۱

جدول۶. نتایج الگوریتم پیشنهادی بر روی مثال‌های گوناگون

شماره	مثال	تعداد مشتری	تعداد وسیله نقلیه	ظرفیت وسیله نقلیه	الگوریتم پیشنهادی	بهترین جواب تاکنون پیدا شده
۱	A-n32-k5.vrp	۳۱	۵	۱۰۰	۷۸۴	۷۸۴
۲	A-n33-k5.vrp	۳۲	۵	۱۰۰	۶۶۱	۶۶۱
۳	A-n33-k6.vrp	۳۲	۶	۱۰۰	۷۴۲	۷۴۲
۴	A-n34-k5.vrp	۳۳	۵	۱۰۰	۷۷۸	۷۷۸
۵	A-n36-k5.vrp	۳۵	۵	۱۰۰	۷۹۹	۷۹۹
۶	A-n37-k5.vrp	۳۶	۵	۱۰۰	۶۶۹	۶۶۹
۷	A-n37-k6.vrp	۳۶	۶	۱۰۰	۹۴۹	۹۴۹
۸	A-n38-k5.vrp	۳۷	۵	۱۰۰	۷۳۰	۷۳۰
۹	A-n39-k5.vrp	۳۸	۵	۱۰۰	۸۲۲	۸۲۲
۱۰	A-n39-k6.vrp	۳۸	۶	۱۰۰	۸۳۱	۸۳۱
۱۱	A-n44-k6.vrp	۴۳	۶	۱۰۰	۹۳۷	۹۳۷
۱۲	A-n45-k6.vrp	۴۴	۶	۱۰۰	۹۴۴	۹۴۴
۱۳	A-n45-k7.vrp	۴۴	۷	۱۰۰	۱۱۴۶	۱۱۴۶
۱۴	A-n46-k7.vrp	۴۵	۷	۱۰۰	۹۱۴	۹۱۴
۱۵	A-n48-k7.vrp	۴۷	۷	۱۰۰	۱۰۷۳	۱۰۷۳
۱۶	A-n53-k7.vrp	۵۲	۷	۱۰۰	۱۰۱۸.۷۵	۱۰۱۰
۱۷	A-n54-k7.vrp	۵۳	۷	۱۰۰	۱۱۶۷	۱۱۶۷
۱۸	A-n55-k9.vrp	۵۴	۹	۱۰۰	۱۰۷۳	۱۰۷۳
۱۹	A-n60-k9.vrp	۵۹	۹	۱۰۰	۱۳۵۴	۱۳۵۴
۲۰	A-n61-k9.vrp	۶۰	۹	۱۰۰	۱۰۴۴.۴۵	۱۰۳۴
۲۱	A-n62-k8.vrp	۶۱	۸	۱۰۰	۱۲۸۸	۱۲۸۸
۲۲	A-n63-k9.vrp	۶۲	۹	۱۰۰	۱۶۱۶	۱۶۱۶
۲۳	A-n63-k10.vrp	۶۲	۱۰	۱۰۰	۱۳۱۴	۱۳۱۴
۲۴	A-n64-k9.vrp	۶۳	۹	۱۰۰	۱۴۰۱	۱۴۰۱
۲۵	A-n65-k9.vrp	۶۴	۹	۱۰۰	۱۱۷۴	۱۱۷۴
۲۶	A-n69-k9.vrp	۶۸	۹	۱۰۰	۱۱۶۵.۷۱	۱۱۵۹
۲۷	A-n80-k10.vrp	۷۹	۱۰	۱۰۰	۱۷۶۸.۶۵	۱۷۶۳
۲۸	B-n31-k5.vrp	۳۰	۵	۱۰۰	۶۷۲	۶۷۲
۲۹	B-n34-k5.vrp	۳۳	۵	۱۰۰	۷۸۸	۷۸۸
۳۰	B-n35-k5.vrp	۳۴	۵	۱۰۰	۹۵۵	۹۵۵
۳۱	B-n38-k6.vrp	۳۷	۶	۱۰۰	۸۰۵	۸۰۵
۳۲	B-n39-k5.vrp	۳۸	۵	۱۰۰	۵۴۹	۵۴۹
۳۳	B-n41-k6.vrp	۴۰	۶	۱۰۰	۸۲۹	۸۲۹
۳۴	B-n43-k6.vrp	۴۲	۶	۱۰۰	۷۴۲	۷۴۲
۳۵	B-n44-k7.vrp	۴۳	۷	۱۰۰	۹۰۹	۹۰۹
۳۶	B-n45-k5.vrp	۴۴	۵	۱۰۰	۷۵۱	۷۵۱
۳۷	B-n45-k6.vrp	۴۴	۶	۱۰۰	۶۷۸	۶۷۸
۳۸	B-n50-k7.vrp	۴۹	۷	۱۰۰	۷۴۸.۴۳	۷۴۱
۳۹	B-n50-k8.vrp	۴۹	۸	۱۰۰	۱۳۲۲.۶۱	۱۳۱۲
۴۰	B-n51-k7.vrp	۵۰	۷	۱۰۰	۱۰۳۲	۱۰۳۲
۴۱	B-n52-k7.vrp	۵۱	۷	۱۰۰	۷۴۷	۷۴۷
۴۲	B-n56-k7.vrp	۵۵	۷	۱۰۰	۷۱۸.۴۲	۷۰۷

Archive of SID

www.SID.ir

ادامه جدول۶. نتایج الگوریتم پیشنهادی بر روی مثال‌های گوناگون

شماره	مثال	تعداد مشتری	تعداد وسیله نقلیه	ظرفیت وسیله نقلیه	الگوریتم پیشنهادی	بهترین جواب تاکنون پیدا شده
۴۳	B-n57-k7.vrp	۵۶	۷	۱۰۰	۱۱۵۳	۱۱۵۳
۴۴	B-n57-k9.vrp	۵۶	۹	۱۰۰	۱۶۱۲.۵۶	۱۵۹۸
۴۵	B-n63-k10.vrp	۶۲	۱۰	۱۰۰	۱۴۹۶	۱۴۹۶
۴۶	B-n64-k9.vrp	۶۳	۹	۱۰۰	۸۶۱	۸۶۱
۴۷	B-n66-k9.vrp	۶۵	۹	۱۰۰	۱۳۱۶	۱۳۱۶
۴۸	B-n67-k10.vrp	۶۶	۱۰	۱۰۰	۱۰۳۲	۱۰۳۲
۴۹	B-n68-k9.vrp	۶۷	۹	۱۰۰	۱۲۸۰.۴۵	۱۲۷۲
۵۰	B-n78-k10.vrp	۷۷	۱۰	۱۰۰	۱۲۳۱.۸۷	۱۲۲۱
۵۱	P-n16-k8.vrp	۱۵	۸	۳۵	۴۵۰	۴۵۰
۵۲	P-n19-k2.vrp	۱۸	۲	۱۶۰	۲۱۲	۲۱۲
۵۳	P-n20-k2.vrp	۱۹	۲	۱۶۰	۲۱۶	۲۱۶
۵۴	P-n21-k2.vrp	۲۰	۲	۱۶۰	۲۱۱	۲۱۱
۵۵	P-n22-k2.vrp	۲۱	۲	۱۶۰	۲۱۶	۲۱۶
۵۶	P-n22-k8.vrp	۲۱	۸	۳۰۰۰	۶۰۳	۶۰۳
۵۷	P-n23-k8.vrp	۲۲	۸	۴۰	۵۲۹	۵۲۹
۵۸	P-n40-k5.vrp	۳۹	۵	۱۴۰	۴۵۸	۴۵۸
۵۹	P-n50-k7.vrp	۴۹	۷	۱۵۰	۵۵۴	۵۵۴
۶۰	P-n50-k8.vrp	۴۹	۸	۱۲۰	۶۳۹.۲۱	۶۳۱
۶۱	P-n50-k10.vrp	۴۹	۱۰	۱۰۰	۶۹۶	۶۹۶
۶۲	P-n51-k10.vrp	۵۰	۱۰	۸۰	۷۴۱	۷۴۱
۶۳	P-n55-k7.vrp	۵۴	۷	۱۷۰	۵۶۸	۵۶۸
۶۴	P-n55-k8.vrp	۵۴	۸	۱۶۰	۵۸۸	۵۸۸
۶۵	P-n55-k10.vrp	۵۴	۱۰	۱۱۵	۶۹۴	۶۹۴
۶۶	P-n55-k15.vrp	۵۴	۱۵	۷۰	۹۸۹	۹۸۹
۶۷	P-n60-k10.vrp	۵۹	۱۰	۱۲۰	۷۴۴	۷۴۴
۶۸	P-n60-k15.vrp	۵۹	۱۵	۸۰	۹۶۸	۹۶۸
۶۹	P-n65-k10.vrp	۶۴	۱۰	۱۳۰	۷۹۵.۳۹	۷۹۲
۷۰	P-n70-k10.vrp	۶۹	۱۰	۱۳۵	۸۴۳.۷۶	۸۲۷
۷۱	P-n76-k4.vrp	۷۵	۴	۳۵۰	۵۹۳	۵۹۳
۷۲	P-n76-k5.vrp	۷۵	۵	۲۸۰	۶۲۹.۴۳	۶۲۷
۷۳	P-n101-k4.vrp	۱۰۰	۴	۴۰۰	۶۸۹.۳۲	۶۸۱
۷۴	E-n13-k4.vrp	۱۲	۴	۶۰۰۰	۲۴۷	۲۴۷
۷۵	E-n22-k4.vrp	۲۱	۴	۶۰۰۰	۳۷۵	۳۷۵
۷۶	E-n23-k3.vrp	۲۲	۳	۴۵۰۰	۵۶۹	۵۶۹
۷۷	E-n30-k3.vrp	۲۹	۳	۴۵۰۰	۵۳۴	۵۳۴
۷۸	E-n31-k7.vrp	۳۰	۷	۱۴۰	۳۷۹	۳۷۹
۷۹	E-n33-k4.vrp	۳۲	۴	۸۰۰۰	۸۳۵	۸۳۵
۸۰	E-n76-k7.vrp	۷۵	۷	۱۶۰	۶۸۲	۶۸۲
۸۱	E-n76-k14.vrp	۷۵	۱۴	۱۰۰	۱۰۴۲.۱۷	۱۰۲۱
۸۲	F-n45-k4.vrp	۴۴	۴	۲۰۱۰	۷۲۴	۷۲۴
۸۳	F-n72-k4.vrp	۷۱	۴	۳۰۰۰۰	۲۳۷	۲۳۷
۸۴	F-n135-k7.vrp	۱۳۴	۷	۲۲۱۰	۱۱۷۱.۶۹	۱۱۶۲
۸۵	M-n101-k10.vrp	۱۰۰	۱۰	۲۰۰	۸۲۰	۸۲۰
۸۶	att-n48-k4.vrp	۴۷	۴	۱۵	۴۰۰۰۲	۴۰۰۰۲
۸۷	bayg-n29-k4.vrp	۲۸	۴	۸	۲۰۵۰	۲۰۵۰
۸۸	bays-n29-k5.vrp	۲۸	۵	۶	۲۹۶۳	۲۹۶۳
۸۹	dantzig-n42-k4.vrp	۴۱	۴	۱۱	۱۱۴۲	۱۱۴۲
۹۰	fri-n26-k3.vrp	۲۵	۳	۱۰	۱۳۵۳	۱۳۵۳
۹۱	gr-n17-k3.vrp	۱۶	۳	۶	۲۶۸۵	۲۶۸۵
۹۲	gr-n21-k3.vrp	۲۰	۳	۷	۳۷۰۴	۳۷۰۴
۹۳	gr-n24-k4.vrp	۲۳	۴	۷	۲۰۵۳	۲۰۵۳
۹۴	gr-n48-k3.vrp	۴۷	۳	۱۶	۵۹۸۵	۵۹۸۵

Archive of SID

www.SID.ir

ادامه جدول۶. نتایج الگوریتم پیشنهادی بر روی مثال‌های گوناگون

شماره	مثال	تعداد مشتری	تعداد وسیله نقلیه	ظرفیت وسیله نقلیه	الگوریتم پیشنهادی	بهترین جواب تاکنون پیدا شده
۹۵	hk-n48-k4.vrp	۴۷	۴	۱۵	۱۴۷۴۹	۱۴۷۴۹
۹۶	swiss-n42-k5.vrp	۴۱	۵	۹	۱۶۶۸	۱۶۶۸
۹۷	ulysses-n16-k3.vrp	۱۵	۳	۵	۳۰۴۹۲	۳۰۴۹۲
۹۸	ulysses-n22-k4.vrp	۲۱	۴	۶	۴۰۱۵۳	۴۰۱۵۳
۹۹	Tai75a	۷۴	۹ یا ۱۰	۱۴۴۵	۱۶۲۷.۱۴	۱۶۱۸
۱۰۰	Tai75b	۷۴	۹ یا ۱۰	۱۶۷۹	۱۳۴۴	۱۳۴۴
۱۰۱	Tai75c	۷۴	۹ یا ۱۰	۱۱۲۲	۱۲۹۱	۱۲۹۱
۱۰۲	Tai75d	۷۴	۹ یا ۱۰	۱۶۹۹	۱۳۷۱	۱۳۶۵
۱۰۳	Tai100a	۹۹	۱۱ یا ۱۲	۱۴۰۹	۲۰۵۲.۹۳	۲۰۴۱
۱۰۴	Tai100b	۹۹	۱۱ یا ۱۲	۱۸۴۲	۱۹۴۳	۱۹۴۰
۱۰۵	Tai100c	۹۹	۱۱ یا ۱۲	۲۰۴۳	۱۴۱۵	۱۴۰۶
۱۰۶	Tai100d	۹۹	۱۱ یا ۱۲	۱۲۹۷	۱۵۸۱	۱۵۸۱
۱۰۷	Tai150a	۱۴۹	۱۴ یا ۱۵	۱۵۴۴	۳۰۶۲	۳۰۵۵
۱۰۸	Tai150b	۱۴۹	۱۴ یا ۱۵	۱۹۱۸	۲۷۲۷	۲۷۲۷
۱۰۹	Tai150c	۱۴۹	۱۴ یا ۱۵	۲۰۲۱	۲۳۵۵	۲۳۴۱
۱۱۰	Tai150d	۱۴۹	۱۴ یا ۱۵	۱۸۷۴	۲۶۷۴	۲۶۴۵

با بررسی جواب‌های بدست آمده از جدول ۶ می‌توان به این نتایج رسید که الگوریتم از کارایی بسیار خوبی برای حل مسائل برخوردار است و از ۱۱۰ مثال توانسته است که در ۸۵ مثال به بهترین جوابی که تاکنون بدست آمده است، دست پیدا کند. باید توجه کرد که مثال‌های نشان داده شده در جدول ۶ را می‌توان از نظر تعداد مشتری به سه دسته کمتر از ۵۰، مابین ۵۰ تا ۱۰۰ و بالاتر از ۱۰۰ گره تقسیم‌بندی نمود. بنابراین می‌توان نتایج الگوریتم را روی این سه دسته بطور مجزا مورد بررسی قرار داد. در دسته اول الگوریتم دارای موفقیت کامل بوده و توانسته است که در تمامی مثال‌ها به بهترین جواب‌های تاکنون یافت شده دست پیدا کند. این نشان می‌دهد که الگوریتم در مثال‌های کوچک از کارایی بسیار خوبی برخوردار است.

در دسته دوم الگوریتم از کارایی خوبی برخوردار است اما مانند دسته اول نتوانسته است که به جواب‌های مورد نظر دست پیدا کند و در ۱۶ مثال به بهترین جواب‌ها دست نیافته است. باید توجه کرد که اگر چه الگوریتم در این دسته از مثال‌ها نسبت به دسته اول نتوانسته است که به جواب‌های بسیار خوب دست پیدا کند اما توانسته است که این جواب‌ها را فقط با ۲ درصد متوسط خطای نسبی تخمین بزند. نهایتا در دسته سوم الگوریتم مانند دسته دوم عمل کرده است و در ۹ مثال نتوانسته است که به جواب‌های مورد نظر دست پیدا کند. البته دقت الگوریتم در اینجا نیز بسیار خوب بوده است و همانند دسته دوم جواب‌ها را با ۲ درصد متوسط خطای نسبی تخمین زده است. باید توجه کرد که علت اینکه الگوریتم در دسته‌های دوم و سوم همانند دسته اول عمل نکرده است در این است که وقتی تعداد گره‌ها افزایش می‌یابد، تعداد جواب‌های شدنی برای مساله بطور نمایی رشد می‌کند و سختی مساله به مقدار قابل توجهی رشد می‌کند به همین علت یافتن جواب‌ها از سختی بیشتری برخوردار می‌شود. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که بطور کلی الگوریتم از کارایی خوبی برای همه مثال‌ها برخوردار است اگر چه که برای مثال‌های کوچک این کارایی از مقدار بیشتری برخوردار است.

۶. نتیجه‌گیری

در این مقاله یک روش ترکیبی فرا ابتکاری برای حل مساله مسیریابی چندین وسیله نقلیه ارائه شد. این روش ترکیبی از دو فاز تشکیل شده است که در فاز اول الگوریتم اصلاحی ژنتیک برای حل مساله مورد استفاده قرار می‌گیرد که در قسمت تقاطع با روش‌های قدیمی تفاوت داشته و در نتیجه بعلت کارایی این روش، الگوریتم به جواب‌های باکیفیت‌تری دست می‌یابد. سپس در فاز دوم و برای یافتن جواب‌های باکیفیت‌تر از الگوریتم بهبود دهنده سه‌گانه استفاده می‌شود که سبب می‌شود نواحی با دقت بیشتری مورد بررسی قرار گیرند.

بدین ترتیب الگوریتم جدید توانست جواب‌های باکیفیت‌تری نسبت به الگوریتم‌های مورچگان و ترکیبی ژنتیک تولید کند. به نظر می‌رسد که استفاده از روش‌های ترکیبی فراابتکاری مانند ترکیب این روش با روش‌های الگوریتم مورچگان، جستجوی ممنوع و شبیه‌سازی آنیلی و ... و یا استفاده از الگوریتم‌های قوی محلی دیگر برای بدست آوردن جواب‌های بهتر می‌تواند راهکارهای مناسب دیگری برای بهبود بیشتر الگوریتم باشد. استفاده از این الگوریتم‌ها و کاربردی کردن آنها و همچنین گسترش این روش به تواسیع دیگر این مساله به مقاله‌های بعدی موکول می‌شود.

Archive of SID

www.SID.ir

مراجع

[1] Garey, M.R., Johnson, D.S., *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP Completeness*, W.H. Freeman & Co., New York, 1979.

[2] Christofides, N, Mingozzi, A., Toth, P., *The Vehicle Routing Problem*. In: Christofides N, Mingozzi A, Toth P, Sandi C, editors. Combinatorial Optimization. Chichester: Wiley; 1979, pp. 315–38.

[3] Christofides, N., Mingozzi, A., Toth, P., "*Exact Algorithms for the Vehicle Routing Problem Based on Spanning Tree and Shortest Path Relaxations*", Mathematical Programming 20, 1981, pp. 255–282.

[4] Fisher, M., "*Optimal Solution of Vehicle Routing Problems Using Minimum K-Trees*", Operations Research 42 (4), 1994, pp. 626–642.

[5] Yano, C., Chan, T., Richter, L., Cutler, T., Murty, K., McGettigan, D., "*Vehicle Routing at Quality Stores*". Interfaces 17, 1987, pp. 52–63.

[6] Toth, P., Vigo, D., "*An Exact Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Backhauls*", Transportation Science 31, 1997, 372–385.

[7] Clark, G., Wright, J.W., "*Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points*", Oper Res 12, 1964, pp. 568–81.

[8] Gaskell, T.J., "*Basis for Vehicle Fleet Scheduling*", Oper Res Q, 1967, pp. 18:281.

[9] Yellow, P., "*A Computational Modification to the Saving Method of Vehicle Scheduling*", Oper Res Q, 1970, pp. 21:281.

[10] Kelly, J.P, XU, J., "*A Set-Partitioning Based Heuristic for the Vehicle Routing Problem*:, INFORMS J Comput 11(2), 1999, pp. 161–72.

[11] Osman, L.H., "*Metastrategy Simulated Annealing and Tabu Search Algorithms for the Vehicle Routing Problem*", Ann Oper Res 41, 1993, pp. 421–51.

[12] Jaszkiewicz, A., Kominek., P., "*Genetic Local Search with Distance Preserving Recombination Operator for a Vehicle Routing Problem*", European Journal of Operational Research, 151, 2003, pp. 352-364.

[13] Su, C.T., Chen, H.H., "*Vehicle Routing Design of Physical Distribution Center*", Journal of the Chinese Institute of Industrial Engineers, 16(3), 1999, pp. 405-417.

[14] Bella, J.E., McMullen, P.R., "*Ant Colony Optimization Techniques for the Vehicle Routing Problem*", Advanced Engineering Informatics 18, 2004, pp. 41–48.

[15] Bin, Y., Zhong-Zhen, Y., Baozhen, Y., "*An Improved ant Colony Optimization for Vehicle Routing Problem*", European Journal of Operational Research 196, 2009, pp. 171–176.

[16] Ai, T.J., Kachitvichyanukul, V., "*Particle Swarm Optimization and Two Solution Representations for Solving the Capacitated Vehicle Routing Problem*", Computers & Industrial Engineering 56, 2009, pp. 380–387.

[17] Prins, C., "*Two Memetic Algorithms for Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problems*", Engineering Applications of Artificial Intelligence 22, 2009, pp. 916–928.

[18] Marinakis, Y., Marinaki, M., "*A Hybrid Genetic – Particle Swarm Optimization Algorithm for the Vehicle Routing Problem*", Expert Systems with Applications, 2009.

[19] Wang, C.H., Lu, J.Z., "*A Hybrid Genetic Algorithm that Optimizes Capacitated Vehicle Routing Problems*", Expert Systems with Applications 36, 2009, pp. 2921–2936.

[20] Zhang, X., Tang, L., "*A New Hybrid Ant Colony Optimization Algorithm for the Vehicle Routing Problem*", Pattern Recognition Letters 30, 2009, pp. 848–855.

[21] Lin, S.W., Lee, Z.J., Ying, K.C., Lee, C.Y., "*Applying Hybrid Meta-Heuristics for Capacitated Vehicle Routing Problem*", Expert Systems with Applications 36, 2009, pp. 1505–1512.

[22] Ai-ling, C., Gen-ke, Y., Zhi-ming, WU., "*Hybrid Discrete Particle Swarm Optimization Algorithm for Capacitated Vehicle Routing Problem*", Journal of Zhejiang University SCIENCE A ISSN 1009-3095, 7(4), 2006, pp. 607-614.

[23] Hashemi, S.M, Yousefi Khoshbakht, M., Zafari, A., "*Solving Multiple Traveling Salesman Problem by Modified Elite Ant Colony*", 40th Annual Iranian Mathematics Conference (AIMC), 2009.

[24] Mitchell, M., *An Introduction to Genetic Algorithm*, MIT press , Cambridge , Massachusetts , 1997.

[25] Goldberg, D.E., *Genetic Algorithms in Search*, Optimization and Machine earning. Addison Welsey Publishing Company, 1989.

[26] Back. T., Fogel. D.B., Michalewicz. Z., *Evolutionary Computation 1*: Basic Algorithms and Operators. IOP Press, 2000.

[27] Back, T., Fogel, D.B., Michalewicz, Z., *Evolutionary Computation 2*: Advanced Algorithms and Operators. IOP Press, 2000.

[28] Haupt, R.L., Haupt, S.E., *Practical Genetic Algorithms*. John Wiley & Sons., New York, 1998.

[29] http://branchandcut.org/VRP/data/

[30] Toth, P., Vigo(eds), D., "*The Vehicle Routing Problem*", SIAM monographs on discrete mathematics and applications, 2002.

[31] Mazzeo, S., Loiseau, I., "*An Ant Colony Algorithm for the Capacitated Vehicle Routing*", Elestronic Notes in Discrete Mathematics, 18, 2004, pp. 181–186.

[32] Berger, J., Barkaoui, M., "*A Hybrid Genetic Algorithm for the Capacitated Vehicle Routing Problem"*, in:

Archive of SID

www.SID.ir

Proceedings of the International Genetic and Evolutionary Computation Conference – GECCO03, LNCS 2723, 2003, pp. 646–656.

Archive of SID

www.SID.ir