Archive of SID

نشـــریه بین المللـــی مهنـــدسی صنـــایع و مدیـــریت تولیـــد

شمـــاره ۳، جلـــد ۲۲، پاییـــــز ۱۳۹۰
صفحـــه ۲۹۴-۳۰۲

نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید دانشگاه علم و صنعت ایران

ISSN: 2008-4870

http://IJIEPM.iust.ac.ir/

رویکرد برنامه‌ریزی آرمانی به مسئله مکان‌یابی-تخصیص جذب جریان رقابتی دو هدفه

احسان نیک‌بخش، نسیم نهاوندی* و سید حسام‌الدین ذگردی

کلمات کلیدی

مکان‌یابی-تخصیص،
رقابت،
جذب جریان،
برنامه‌ریزی آرمانی،
بهینه‌سازی.

چکیده:

بخش عظیم پیشینه تحقیق مسایل مکان‌یابی بر پایه مفروضاتی همچون تقاضای نقطه‌ای، عدم حضور رقبا، و انحصار موقعیت مکانی، محصول، و نوع خدمات بنا شده است. در عمل مدل‌های مبتنی بر این مفروضات تناسب چندانی با واقعیت ندارند. در این تحقیق، یک مدل ریاضی برنامه‌ریزی عدد صحیح غیرخطی جدید بر اساس برنامه‌ریزی آرمانی وزن داده شده با اهداف بیشینه‌سازی جریان تقاضای جذب شده و کمینه‌سازی هزینه ثابت تسهیلات بر پایه مدل جاذبه ارائه شده است. برای ساده‌سازی فرایند بهینه‌سازی مدل پیشنهادی، مدل پیشنهادی به وسیله تکنیک‌های مدل‌سازی مناسب، خطی شده است. در پایان، حل یک مثال عددی حاکی از بدست آمدن چند جواب ناچیره برای مسئله مد نظر علی‌رغم عدم تضمین بدست آمدن جواب ناچیره توسط مدل‌های برنامه‌ریزی آرمانی و نیز سرعت بالای روش کلاسیک بهینه‌سازی انشعاب و تحدید در دستیابی به جواب بهینه برای مدل پیشنهادی نسبت به حالت مدل متدوال حالت تک هدفه است.

۱. مقدمه

مدل‌های مکان‌یابی سعی در بهینه‌سازی اهداف یک سیستم از طریق تعیین محل فیزیکی استقرار تعدادی تسهیل به نحوی دارند که مجموعه‌ای از تقاضاها برآورده شود [۱]. به دلیل تأثیر بلندمدت تصمیمات مکان‌یابی بر ساختار و نحوه عملکرد سیستم، انعطاف‌پذیری و کارایی سیستم‌ها ارتباط زیادی با کیفیت تصمیمات مکان‌یابی دارند. یکی از مفروضات محدودکننده و غیر واقعی در پیشینه تحقیق کلاسیک مسایل مکان‌یابی، تقریب تقاضای مشتریان به صورت نقطه‌ای است. در بسیاری از سیستم‌های خدماتی و تجاری امروزی، مشتریان محصولات و خدمات مورد نیاز خود را در طی سفرهای روزانه از پیش تعیین شده (مانند سفر بین محل زندگی و کار و بالعکس) تهیه می‌کنند. از جمله کسب و کارها و سیستم‌هایی که به این گونه تقاضاها خدمت‌رسانی می‌کنند، می‌توان به دستگاه‌های خودپرداز، پمپ بنزین‌ها، و فروشگاه‌های مواد غذایی اشاره کرد. بنابراین، توسعه مدل‌های مکان‌یابی با درنظرگیری تقاضای مشتریان به صورت جریان از اهمیت و کاربرد بالایی برخوردار است.

یکی از مفروضات محدودکننده دیگر در مسایل مکان‌یابی کلاسیک، مشابهت تسهیلات در حال استقرار و ارائه خدمات یکسان توسط آنهاست. همچنین در بسیاری از مدل‌ها، عملکرد تسهیلات متعلق به سازمان‌های رقیب بر نحوه عملکرد سازمان‌های وارد شونده به بازار و میزان جذب مشتری توسط تسهیلات نادیده گرفته می‌شود. در یک محیط رقابتی، بیش از یک تسهیل جهت تصاحب سهم بیشتری از بازار با یکدیگر رقابت می‌کنند؛ در نتیجه بین این تسهیلات روابطی متقابل وجود دارد.

تاریخ وصول: ۹۰/۲/۳۱

تاریخ تصویب: ۹۰/۵/۲۵

احسان نیک‌بخش، دانشگاه تربیت مدرس، دانشکده فنی و مهندسی، بخش مهندسی صنایع، nikbakhsh@modares.ac.ir

*نویسنده مسئول مقاله: **دکتر نسیم نهاوندی**، دانشگاه تربیت مدرس، دانشکده فنی و مهندسی، بخش مهندسی صنایع، n_nahavandi@modares.ac.ir

دکتر سید حسام‌الدین ذگردی، دانشگاه تربیت مدرس، دانشکده فنی و مهندسی، بخش مهندسی صنایع، zegordi@modares.ac.ir

www.SID.ir

Archive of SID

در ادامه مروری بر پیشینه تحقیق مسایل مکان‌یابی جذب جریان انجام می‌شود.

تاکنون تحقیقات اندکی در زمینه مسایل مکان‌یابی با فرض تقاضای مبتنی بر جریان نسبت به تحقیقات مکان‌یابی با فرض تقاضای نقطه‌ای انجام شده است. از جمله این تحقیقات محدود می‌توان به تحقیقات [۵-۲] اشاره کرد. بر اساس تمامی این تحقیقات که با فرض شبکه بودن منطقه جواب انجام شده‌اند، نتیجه گرفته شده است که مکان بهینه تسهیلات بر روی گره‌ها و نه یال‌های شبکه قرار دارند. همچنین در این تحقیقات فرض شده است که مشتریان از مسیرهای روزانه خود عدول نکرده و برای استفاده از خدمات تسهیلات از مسیر خود منحرف نمی‌شوند. با این حال تعداد معدودی از محققین این فرض غیر واقعی را آزاد کرده و امکان انحراف مشتریان از مسیرهای روزانه خود را در نظر گرفته‌اند [۶، ۷].

از دیگر تحقیقات در زمینه مسایل مکان‌یابی جذب جریان در سالیان اخیر می‌توان به تحقیق ژون و مین [۸] اشاره نمود که در آن مسئله مکان‌یابی-تخصیص جذب جریان را با فرض رابطه قطعه-قطعه خطی[1] حجم سفر مشتریان با زمان سفر به وسیله الگوریتم کلونی مورچگان حل نموده‌اند.

در تحقیقی دیگر، یانگ و دیگران [۹] حجم سفرهای روزانه افراد را به صورت متغیری تصادفی فرض نموده و یک مدل ریاضی برنامه‌ریزی شانس محدود[2] برای مسئله مد نظر ارائه نموده‌اند. آنگاه، محققین، با استفاده از یک الگوریتم ترکیبی شبیه‌سازی تصادفی، جستجوی حریصانه، و الگوریتم ژنتیک مسئله مد نظر را حل نموده‌اند.

کاربرد مسئله مکان‌یابی جذب جریان برای یافتن مکان بهینه استقرار پمپ‌های بنزین خودروهای دارای سوخت جایگزین توسط کوبی و لیم [۱۰] و کوبی و دیگران [۱۱] با فرض نیاز هر مسیر به بیش از یک تسهیل برای برآورده‌سازی تقاضای مسیر مورد بررسی قرار گرفته است و برای این مسئله یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط و الگوریتم جستجوی حریصانه[3] [۱۱] و یک سیستم پشتیبان تصمیم‌گیری بر پایه سیستم اطلاعات جغرافیایی و الگوریتم‌های ابتکاری برای تحلیل سناریوهای موجود و مقایسه گزینه‌ها [۱۱] ارائه شده است.

در تحقیقی دیگر، اردمیر و دیگران [۱۲] مسئله مکان‌یابی پوششی را با فرض تقاضای نقطه‌ای و مبتنی بر جریان برای مدل‌سازی شبکه ارتباطات سلولی در نظر گرفته‌اند. نویسندگان مسئله فوق را به صورت یک مسئله پوشش حداکثر درجه ۲ مدل نموده و آن را با یک روش ابتکاری حریصانه مبتنی بر تبرید شبیه‌سازی شده حل نموده‌اند. همچنین، برسانی و دیگران [۱۳] مسئله فوق را برای طراحی شبکه رقابتی توزیع سوخت هیدروژنی در شمال ایتالیا به کار گرفته و مدل بدست آمده را به وسیله نرم‌افزار لینگو نسخه ۱۰ حل نموده‌اند. سرانجام، یانگ و دیگران [۱۴] به بررسی مسئله مکان‌یابی جذب جریان در حالت جریان تقاضای احتمالی و هزینه‌های سفر فازی پرداخته و مدل برنامه‌ریزی ۲ سطحی ارائه شده را به وسیله یک الگوریتم ترکیبی متشکل از الگوریتم سیمپلکس، الگوریتم ژنتیک، شبیه‌سازی تصادفی و شبیه‌سازی فازی حل نموده‌اند.

بر اساس مرور پیشینه تحقیق انجام شده، مفروض توابع هدف چندگانه تاکنون مورد توجه محققین قرار نگرفته است و اکثر تحقیقات موجود با ثابت فرض نمودن تعداد تسهیلات جدید، سعی در بیشینه‌سازی جریان تقاضای جذب شده نموده‌اند.

با این حال فرض ثابت بودن تعداد تسهیلات جدید در هنگام طراحی سیستم‌های پرهزینه همچون فروشگاه‌های زنجیره‌ای چندان واقعی نبوده و باید موازنه‌ای بین اهداف بیشینه‌سازی جریان تقاضای جذب شده و کمینه‌سازی هزینه ثابت تسهیلات به وجود آید.

از طرف دیگر، در میان تحقیقات موجود تنها دو تحقیق [۷، ۱۳] به بررسی مسئله مکان‌یابی جذب جریان در حالت رقابتی پرداخته و بررسی ابعاد مختلف این مسئله در حالت رقابتی چندان مورد توجه محققین قرار نگرفته است. به این ترتیب دو خلاء تحقیقاتی اصلی مسایل مکان‌یابی جذب جریان را می‌توان در ارائه مدل‌های بهینه‌سازی چند هدفه و رقابتی خلاصه نمود.

در این مقاله، یک مدل ریاضی برنامه‌ریزی آرمانی وزن داده شده جدید برای مسئله مکان‌یابی-تخصیص جذب جریان رقابتی چند هدفه با اهداف بیشینه‌سازی مقدار جریان تقاضای جذب شده و کمینه‌سازی هزینه ثابت تسهیلات ارائه می‌گردد. در ادامه این مقاله، در ابتدا در بخش ۲، مدل‌سازی مسئله مکان‌یابی-تخصیص جذب جریان رقابتی چند هدفه با رویکرد برنامه‌ریزی آرمانی وزن داده شده تشریح می‌شود. سپس در بخش ۳، با استفاده از یک مثال عددی نحوه عملکرد مدل پیشنهادی تشریح می‌گردد. سرانجام در بخش ۴، به نتیجه‌گیری از تحقیق پرداخته شده و زمینه‌های تحقیقات آتی ارائه می‌شود.

۲. مدل ریاضی پیشنهادی مسئله مکان‌یابی-تخصیص جذب جریان رقابتی

در این بخش، مدل ریاضی چند هدفه مسئله مکان‌یابی-تخصیص جذب جریان رقابتی با اهداف بیشینه‌سازی جریان تقاضای جذب شده و کمینه‌سازی هزینه ثابت تسهیلات با رویکرد برنامه‌ریزی آرمانی وزن داده شده بر پایه توسعه مدل جاذبه درزنر و درزنر [۱۵] برای حالت گسسته توسط وو و لین [۷] ارائه می‌شود. بدین منظور، ابتدا مدل چند هدفه ارائه شده و آنگاه با استفاده از

[1] *Piece-Wise Linear*
[2] *Chance-Constrained Programming*
[3] *Greedy Search Algorithm*

www.SID.ir

Archive of SID

رویکرد برنامه‌ریزی آرمانی وزن داده شده، یک مدل برنامه‌ریزی غیر خطی عدد صحیح آرمانی برای مسئله تحقیق ارائه می‌شود. سرانجام شیوه خطی‌سازی مدل پیشنهادی بر پایه قضیه پیشنهادی وو [۱۶] برای خطی‌سازی مسایل عبارات چند جمله‌ای صفر و یک، ارائه می‌شود.

گراف بدون جهت $G(N,A)$ را شامل مجموعه گره‌های N با اندازه n و مجموعه یال‌های A در نظر بگیرید. مشتریان سیستم در مجموعه مسیرهایی از پیش تعیین شده مانند $\underline{P}$ با مبداء و مقصد مشخص متعلق به مجموعه N حرکت می‌کنند. فرض می‌شود تنها مجموعه‌ای از گره‌ها مانند N_p ($N_p \subseteq N$) توانایی جذب جریان بر روی مسیر p را داشته باشند. به این ترتیب هدف از حل مسئله، تعیین تسهیلاتی برای گشایش است که ضمن حداکثر نمودن میزان تقاضای جذب شده، هزینه ثابت تسهیلات را کمینه نماید.

محاسبه جاذبه هر تسهیل بر مبنای مدل جاذبه پیشنهادی هاف [۱۷، ۱۸] انجام می‌شود؛ بنابراین فرض می‌شود میزان جاذبه هر تسهیل به طور مستقیم با کارایی تسهیل و به طور معکوس با مجذور فاصله تسهیل از مشتریان رابطه دارد. همچنین فرض می‌شود تمامی تسهیلاتی که باید مکان‌یابی شوند، متعلق به یک سازمان بوده، و امکان خارج شدن مشتری از مسیر خود به سمت نزدیک‌ترین تسهیل بر اساس کوتاه‌ترین مسیر ممکن وجود داشته باشد.

۲-۱. مدل ریاضی چند هدفه پیشنهادی

پارامترها و متغیرهای ذیل را در نظر بگیرید:

f_p: حجم سفرهای روزانه در مسیر pام،

K: مجموعه تسهیلات موجود در حال رقابت، $|K| = k$،

E_j: میزان مطلوبیت تسهیل موجود jام، $j= 1, 2, \ldots, k$،

A_t: میزان مطلوبیت تسهیل جدید tام، $t = 1, 2, \ldots, M$،

λ: مقداری که فاصله باید به توان آن برسد،

C_{ti}: هزینه احداث تسهیل tام بر روی گره iام،

sp_p: کوتاه‌ترین مسیر موجود بین نقاط ابتدایی و انتهایی مسیر pام،

x_{pti}: متغیر صفر و یک بازدید مشتری بر روی مسیر pام از تسهیل tام مستقر در گره iام، و

Y_{ti}: متغیر صفر و یک تأسیس تسهیل tام بر روی گره iام.

پیش از ارائه نحوه ایجاد مدل ریاضی، ابتدا نحوه محاسبه مسافت انحراف از مسیر اصلی توضیح داده می‌شود. فرض کنید که $D(p,j)$ نشان‌دهنده مسافت انحراف از مسیر pام به گره jام و $d(i,j)$ کوتاه‌ترین مسیر بین گره‌های iام و jام باشد. همچنین s و e نمایانگر گره‌های ابتدایی و انتهایی مسیر pام باشد. با فرض انتخاب کوتاه‌ترین مسیر بین مبداء و مقصد توسط مشتریان، مسافت ناشی از انحراف از مسیر pام برای بازدید از گره x، برابر خواهد بود با:

$$D(p,x) = d(s,x) + d(x,e) - d(s,e) \qquad (۱)$$

به دلیل خصوصیات محاسباتی مسافت‌ها درمسایل مکان‌یابی-تخصیص جذب جریان، امکان صفر شدن مقدار مسافت‌ها وجود دارد (مانند حالتی‌که یک تسهیل بر روی یک مسیر با جریان مثبت قرار بگیرد).

برای رفع این مشکل، به جای پارامتر $D(p,j)$ از پارامتر جدید $DD(p,j) = c + D(p,j)$ استفاده می‌شود، که در آن c یک عدد مثبت است و برای سادگی در محاسبات برابر یک فرض شده است [۷].

با توجه به توضیحات ارائه شده، مدل ریاضی پیشنهادی برای مسئله مکان‌یابی-تخصیص جذب جریان رقابتی چند هدفه عبارت است از:

$$Maximize \qquad z_1 = \sum_{p \in \underline{P}} f_p \frac{\sum_{t=1}^{M} \sum_{i \in N-K} \frac{A_t}{DD^{\lambda}(p,i)} x_{pti}}{\sum_{t=1}^{M} \sum_{i \in N-K} \frac{A_t}{DD^{\lambda}(p,i)} x_{pti} + \sum_{j \in K} \frac{E_j}{DD^{\lambda}(p,j)}} \qquad (۲)$$

$$Minimize \qquad z_2 = \sum_{t=1}^{M} \sum_{i \in N-K} C_{ti} Y_{ti} \qquad (۳)$$

مقید به محدودیت‌های:

$$\sum_{t=1}^{M} x_{pti} \le 1 \qquad \forall p \in \underline{P}, \forall i \in N-K \qquad (۴)$$

www.SID.ir

Archive of SID

$$\sum_{t=1}^{M}\sum_{i\in N-K} x_{pti} = 1 \qquad \forall p \in \underline{P} \qquad (۵)$$

$$Y_{ti} - x_{pti} \geq 0 \qquad \forall p \in \underline{P}, \forall i \in N-K, t = 1,2,...,M \qquad (۶)$$

$$\sum_{i\in N-K} Y_{ti} \leq 1 \qquad t = 1,2,...,M \qquad (۷)$$

$$\sum_{t=1}^{M} Y_{ti} \leq 1 \qquad \forall i \in N-K \qquad (۸)$$

$$x_{pti} \in \{0,1\} \qquad \forall p \in \underline{P}, \forall i \in N-K, t = 1,2,...,M \qquad (۹)$$

$$Y_{ti} \in \{0,1\} \qquad \forall i \in N-K, t = 1,2,...,M \qquad (۱۰)$$

توابع هدف (۲) و (۳) به ترتیب به بیشینه‌سازی مقدار جریان جذب شده توسط تسهیلات، و کمینه‌سازی هزینه کل گشایش تسهیلات می‌پردازند. محدودیت (۴) تضمین می‌نماید که در هر گره حداکثر یک تسهیل مستقر شود. محدودیت (۵) باعث می‌شود که هر مسیر دقیقاً به یک تسهیل جدید مستقر شده بر روی یکی از گره‌ها تخصیص یابد. محدودیت (۶) تضمین می‌نماید که جریان بر روی مسیر pام تنها در صورتی جذب شود که تسهیل مربوطه استقرار یافته باشد.

محدودیت (۷) باعث می‌شود که هر تسهیل جدید حداکثر به یک گره تخصیص یابد. همچنین، محدودیت (۸) باعث می‌شود که به گره حداکثر یک تسهیل جدید تخصیص یابد. سرانجام، محدودیت‌های (۹) و (۱۰) نوع متغیرهای تصمیم را مشخص می‌سازند. با توجه به ماهیت *NP-Hard* مسئله تحقیق در حالت تک هدفی بیشینه‌سازی جریان جذب شده [۷]، این مسئله نیز یک مسئله *NP-Hard* خواهد بود و برای حل آن در ابعاد بزرگ و در زمانی معقول نیاز به الگوریتم‌های ابتکاری و فراابتکاری است.

۲-۲. مدل برنامه‌ریزی آرمانی وزن داده شده پیشنهادی

با در نظرگیری fc به عنوان آرمان تابع بیشینه‌سازی جریان تقاضای جذب شده (رابطه ۲) و متغیرهای نامنفی و وابسته خطی z_1^+ و z_1^- به عنوان مقادیر انحراف مثبت و منفی از مقدار آرمان، خواهیم داشت:

$$\sum_{p\in\underline{P}} f_p \frac{\sum_{t=1}^{M}\sum_{i\in N-K} \frac{A_t}{DD^{\lambda}(p,i)} x_{pti}}{\sum_{t=1}^{M}\sum_{i\in N-K} \frac{A_t}{DD^{\lambda}(p,i)} x_{pti} + \sum_{j\in K} \frac{E_j}{DD^{\lambda}(p,j)}} - fc = z_1^+ - z_1^- \qquad (۱۱)$$

همچنین با در نظرگیری FTC به عنوان آرمان تابع هدف (۳) و متغیرهای نامنفی و وابسته خطی z_2^+ و z_2^- به عنوان مقادیر انحراف مثبت و منفی از مقدار آرمان، خواهیم داشت:

$$\sum_{t=1}^{M}\sum_{i\in N-K} C_{ti} Y_{ti} - FTC = z_2^+ - z_2^- \qquad (۱۲)$$

۲-۳. مدل ریاضی برنامه‌ریزی آرمانی وزن داده شده مسئله مکان‌یابی-تخصیص جذب جریان رقابتی چند هدفه

با توجه به اهداف مدیریت معمول سازمان‌ها، می‌توان متصور بود که مطلوبیت هر یک از دو هدف معرفی شده در بخش‌های ۲-۲-۱ و ۲-۲-۲ به ترتیب در بیشینه شدن تقاضای جذب شده توسط تسهیلات و کمینه شدن هزینه کل احداث تسهیلات است. بنابراین برای بهینه‌سازی دو هدف مذکور باید تنها متغیرهای z_1^- و z_2^+ را در تابع هدف در نظر گرفت. با توجه به تفاوت مقیاسی بین مقادیر آرمان‌های دو تابع هدف، هر یک متغیرهای z_1^- و z_2^+ برابر با نسبت آن متغیر به آرمان متناظرش قرار داده می‌شود. بنابراین با توجه به توضیحات در بخش‌های قبلی و نیز در نظرگیری w_1 و w_2 به عنوان وزن متناظر توابع هدف اول و دوم، می‌توان مدل ریاضی مدل صحیح غیرخطی برنامه‌ریزی آرمانی وزن داده شده مسئله مکان‌یابی-تخصیص جذب جریان رقابتی به نحو ذیل ارائه نمود.

$$Minimize \quad w_1 \frac{z_1^-}{fc} + w_2 \frac{z_2^+}{FTC} \qquad (۱۳)$$

مقید به محدودیت‌های:

www.SID.ir

Archive of SID

$$\sum_{p\in \underline{P}} f_p \frac{\sum_{t=1}^{M}\sum_{i\in N-K}\frac{A_t}{DD^{\lambda}(p,i)}x_{pti}}{\sum_{t=1}^{M}\sum_{i\in N-K}\frac{A_t}{DD^{\lambda}(p,i)}x_{pti}+\sum_{j\in K}\frac{E_j}{DD^{\lambda}(p,j)}} - fc = z_1^+ - z_1^- \quad (۱۴)$$

$$\sum_{t=1}^{M}\sum_{i\in N-K} C_{ti}Y_{ti} - FTC = z_2^+ - z_2^- \quad (۱۵)$$

$$\sum_{t=1}^{M} x_{pti} \le 1 \qquad \forall p\in \underline{P}, \forall i \in N-K \quad (۱۶)$$

$$\sum_{t=1}^{M}\sum_{i\in N-K} x_{pti} = 1 \qquad \forall p\in \underline{P} \quad (۱۷)$$

$$Y_{ti} - x_{pti} \ge 0 \qquad \forall p\in \underline{P}, \forall i \in N-K, t=1,2,...,M \quad (۱۸)$$

$$\sum_{i\in N-K} Y_{ti} \le 1 \qquad t=1,2,...,M \quad (۱۹)$$

$$\sum_{t=1}^{M} Y_{ti} \le 1 \qquad \forall i \in N-K \quad (۲۰)$$

$$x_{pti} \in \{0,1\} \qquad \forall p\in \underline{P}, \forall i \in N-K, t=1,2,...,M \quad (۲۱)$$

$$Y_{ti} \in \{0,1\} \qquad \forall i \in N-K, t=1,2,...,M \quad (۲۲)$$

$$z_1^+, z_1^-, z_2^+, z_2^- \ge 0 \quad (۲۳)$$

۲-۴. خطی‌سازی مدل ریاضی پیشنهادی

با توجه به حضور محدودیت (۱۴) در مدل پیشنهادی بخش ۲-۳، مدل مذکور یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح غیرخطی محسوب می‌گردد. بنابراین حل این مدل نسبت به مدل‌های برنامه‌ریزی عدد صحیح خطی نیازمند پردازش محاسباتی بیشتری برای یافتن جواب بهینه است. در این بخش یک رویکرد برای خطی‌سازی محدودیت فوق، بر اساس قضیه پیشنهادی وو [۱۶] برای خطی‌سازی مسایل عبارات چند جمله‌ای صفر و یک، ارائه می‌شود. بدین منظور، ابتدا مشابه [۷] متغیر نامنفی W_p به صورت $1\Big/\left(\sum_{t=1}^{M}\sum_{i\in N-K}\frac{A_t}{DD^{\lambda}(p,i)}x_{pti}+\sum_{j\in K}\frac{E_j}{DD^{\lambda}(p,j)}\right)$ تعریف می‌شود. آنگاه محدودیت (۱۴) قابل جایگزینی با دو محدودیت زیر خواهد بود:

$$\sum_{p\in \underline{P}} f_p \sum_{t=1}^{M}\sum_{i\in N-K}\frac{A_t}{DD^{\lambda}(p,i)}x_{pti}W_p - fc = z_1^+ - z_1^- \quad (۲۴)$$

$$\sum_{t=1}^{M}\sum_{i\in N-K}\frac{A_t}{DD^{\lambda}(p,i)}x_{pti}W_p + \sum_{j\in K}\frac{E_j}{DD^{\lambda}(p,j)}W_p = 1 \qquad \forall p\in \underline{P} \quad (۲۵)$$

حال عبارت $x_{pti}W_p$ را برابر با Z_{pti} در نظر بگیرید. به این ترتیب می‌توان محدودیت‌های (۲۴) و (۲۵) را به صورت زیر بازنویسی نمود.

www.SID.ir

Archive of SID

$$\sum_{p\in \underline{P}} f_p \sum_{t=1}^{M} \sum_{i\in N-K} \frac{A_t}{DD^{\lambda}(p,i)} Z_{pti} - fc = z_1^+ - z_1^- \qquad (۲۶)$$

$$\sum_{t=1}^{M} \sum_{i\in N-K} \frac{A_t}{DD^{\lambda}(p,i)} Z_{pti} + \sum_{j\in K} \frac{E_j}{DD^{\lambda}(p,j)} W_p = 1 \qquad \forall p \in \underline{P} \qquad (۲۷)$$

بر اساس قضیه پیشنهادی وو [۱۶] برای خطی‌سازی عبارات چند جمله‌ای صفر و یک، اضافه نمودن محدودیت‌های:

$$W_p - Z_{pti} \le V - Vx_{pti} \qquad \forall p \in \underline{P}, \forall i \in N-K, t = 1,2,...,M \qquad (۲۸)$$

$$Z_{pti} \le W_p \qquad \forall p \in \underline{P}, \forall i \in N-K, t = 1,2,...,M \qquad (۲۹)$$

$$Z_{pti} \le Vx_{pti} \qquad \forall p \in \underline{P}, \forall i \in N-K, t = 1,2,...,M \qquad (۳۰)$$

$$Z_{pti} \ge 0 \qquad \forall p \in \underline{P}, \forall i \in N-K, t = 1,2,...,M \qquad (۳۱)$$

که در محدودیت‌های (۲۸) و (۲۹)، V یک عدد مثبت بزرگ است، به مسئله شامل تابع هدف (۱۳) مقید به محدودیت‌های (۲۳-۱۵ و ۲۷-۲۶) باعث خطی شدن مدل پیشنهادی در بخش ۲-۳ می‌گردد. بهینه‌سازی تابع هدف (۱۳) مقید به محدودیت‌های (۲۳-۱۵ و ۳۱-۲۶) به وسیله روش‌های حل دقیق متداول بهینه‌سازی ترکیبی ساده‌تر از حل مدل (۲۳-۱۳) است. با این حال به دلیل معرفی متغیرهای جدید و اضافه نمودن محدودیت‌های جدید، کارایی حل مدل پیشنهادی توسط روش‌های حل دقیق در ابعاد بزرگ محدود خواهد بود و حل مدل پیشنهادی برای ابعاد بزرگ در زمان معقول نیازمند الگوریتم‌های ابتکاری و فراابتکاری قدرتمند خواهد بود.

۳. مثال عددی

در این بخش، با استفاده از یک مثال عددی موجود در پیشینه تحقیق مسایل مکان‌یابی جذب جریان [۱۹]، نحوه عملکرد مدل پیشنهادی تشریح می‌گردد. شبکه انتخاب شده یک شبکه بدون جهت و دارای ۷ گره است که اعداد بر روی یال‌ها، نشان‌دهنده مسافت بین گره‌ها هستند (نمودار ۱). در این شبکه، مابین گره‌ها ۱۹ مسیر با طول و حجم سفر مشخص وجود دارد (جدول ۱) [۷]. در مثال عددی مد نظر، فرض می‌شود امکان گشایش ۴ تسهیل جدید با اندازه میزان جذابیت ۲۲/۵، ۲۱/۴، ۱۹، و ۲۳/۴ وجود دارد [۷]. همچنین فرض می‌شود در حال حاضر یک تسهیل رقیب روی گره ۲ با میزان مطلوبیت ۲۰ وجود داشته باشد. هزینه ایجاد هر تسهیل در هر گره نیز به صورت عدد صحیح تصادفی بر اساس دو تابع هزینه ثابت وابسته به گره، $U[250,350]$، و هزینه ثابت وابسته به نوع تسهیل، $A_j U[1,2]$، تولید شده است. همچنین مقدار λ برابر با ۱ در نظر گرفته شده است. سرانجام، حداکثر میزان انحراف مشتریان از مسیرهایشان برابر با مقدار ۶ در نظر گرفته شده است.

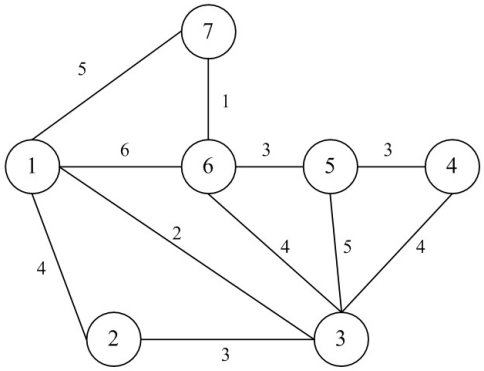
برای بهینه‌سازی تابع هدف (۱۳) مقید به محدودیت‌های (۲۳-۱۵ و ۲۷-۲۶) توسط نرم‌افزار بهینه‌سازی لینگو نسخه ۹ از یک کامپیوتر شخصی با پردازنده مرکزی ۲/۲ مگاهرتزی و دو گیگابایت حافظه استفاده شده است. به منظور تعیین مقدار آرمانی توابع هدف، ابتدا مسایل تک هدفه حل شده (جدول ۲)، سپس مقادیر نقاط ایده‌آل به عنوان مقدار آرمانی برای حل حالت دو هدفه مسئله تحقیق مورد استفاده واقع شده‌اند. به این ترتیب، مقادیر ۳۲۹/۷۰۴ و ۶۳۳ به عنوان مقادیر آرمانی توابع هدف بیشینه‌سازی جریان تقاضای جذب شده و کمینه‌سازی هزینه ثابت تسهیلات قرار داده شده‌اند. در جواب بدست آمده برای بیشینه‌سازی جریان تقاضای جذب شده، تسهیلات اول تا چهارم به ترتیب در گره‌های اول، ششم، هفتم، و سوم استقرار یافته‌اند. همچنین در جواب بدست آمده برای کمینه‌سازی هزینه ثابت تسهیلات، تسهیل دوم در گره سوم و تسهیل چهارم در گره پنجم استقرار یافته‌اند.

بهینه‌سازی تابع هدف (۱۳) مقید به محدودیت‌های (۲۳-۱۵ و ۲۷-۲۶) توسط نرم‌افزار لینگو با در نظرگیری وزن مساوی برای دو تابع هدف مسئله، در مدت زمان ۱۵ ثانیه به مقدار تابع هدف ۰/۰۱۳۴ می‌رسد. در جواب بدست آمده، تسهیل اول و چهارم به ترتیب در گره‌های سوم و پنجم استقرار یافته‌اند و هزینه‌ای معادل ۶۳۶ برای گشایش تسهیلات به سیستم تحمیل می‌نمایند که در فاصله ۰/۴۷٪ از نقطه ایده‌آل تابع هدف دوم قرار دارد. همچنین مقدار جریان جذب شده برابر با ۳۲۲/۴۱۶۵ است

www.SID.ir

Archive of SID

که در فاصله ۲/۲۱٪ از نقطه ایده‌آل تابع هدف اول قرار دارد. با توجه به جدول ۲، مشاهده می‌شود که جواب بدست آمده یک جواب ناچیره برای مسئله تحقیق نسیت به نقاط ایده‌آل مسئله است.



شکل ۱. شبکه مثال عددی [۱۹]

جدول ۱. داده‌های ابتدا، انتها، طول و حجم سفر مسیرها [۷]

مسیر	ابتدا	انتها	طول مسیر	حجم سفر
۱	۱	۲	۴	۲۰
۲	۱	۵	۷	۱۰
۳	۱	۶	۶	۴۰
۴	۱	۳	۲	۳۰
۵	۲	۱	۴	۲۰
۶	۲	۴	۷	۲۵
۷	۳	۴	۴	۳۰
۸	۳	۶	۴	۱۰
۹	۳	۷	۵	۱۰
۱۰	۳	۵	۵	۱۰
۱۱	۶	۴	۶	۲۰
۱۲	۵	۳	۵	۳۰
۱۳	۴	۳	۴	۱۰
۱۴	۵	۶	۳	۲۰
۱۵	۶	۱	۶	۲۰
۱۶	۷	۵	۴	۳۰
۱۷	۷	۲	۸	۲۵
۱۸	۵	۱	۷	۲۰
۱۹	۷	۶	۶	۲۵

جدول ۲. نتایج حل مدل تک هدفه

تابع هدف	Z_1	Z_2	تعداد تسهیلات گشایش یافته	زمان حل (ثانیه)
بیشینه‌سازی جریان تقاضای جذب شده	۳۲۹/۷۰۴	۱۳۰۳	۴	*۳۶۰۰
کمینه‌سازی هزینه ثابت تسهیلات	۳۰۴/۸۸۰۳	۶۳۳	۲	۱

* نرم‌افزار پس از مدت ۳۶۰۰ ثانیه به جواب مذکور (با فاصله ۴/۶٪ از کران بالای محاسبه شده) رسید.

یک از نقاط ضعف روش برنامه‌ریزی آرمانی را می‌توان ضعف در ارائه جواب‌های ناچیره نسبت به سایر روش‌های بهینه‌سازی چند هدفه دانست [۲۰].

از این‌رو دومین مطلبی که در این بخش مورد بررسی قرار می‌گیرد، قابلیت یافتن جواب‌های ناچیره برای مسئله تحقیق توسط مدل برنامه‌ریزی آرمانی وزن داده شده پیشنهادی است. به این منظور، مدل پیشنهادی در بخش ۲ برای ۱۱ الگوی وزن‌دهی مختلف بین صفر و یک حل شده است. نتایج مربوط به این آزمایش در جدول ۳ آمده است.

همچنین، جواب‌های ناچیره بدست آمده برای دو تابع هدف مسئله تحقیق در شکل ۲ رسم شده‌اند. با توجه به جدول ۳ و شکل ۲ مشاهده می‌شود که مطابق انتظار قبلی، وزن‌دهی‌های مختلف به توابع هدف مسئله کارایی زیادی در ایجاد جواب‌های ناچیره نداشته و به جزء جواب حاصل از نقاط ایده‌ال تابع هدف اول و دوم مسئله تحقیق، تنها سه جواب ناچیره بدست آمده است.

این امر را می‌توان به فاصله کم مقدار تابع هدف دوم جواب‌های بدست آمده از آرمان تابع هدف دوم و در نتیجه عدم بدست آمدن گزینه‌های مناسبی برای افزایش تقاضای جذب شده در مقابل افزایش هزینه ثابت تسهیلات نسبت داد.

در پایان با توجه به زمان حل مدل پیشنهادی، مزیت اصلی این مدل نسبت به مدل تک هدفه متداول در پیشینه تحقیق مسایل مکان‌یابی جذب جریان رقابتی (بیشینه‌سازی سود جریان تقاضای جذب شده) را می‌توان در زمان حل بسیار پایین‌تر این مدل دانست.

۴. نتیجه‌گیری و زمینه‌های تحقیقات آتی

در بسیاری از سیستم‌های خدماتی و تجاری امروزی، مشتریان محصولات و خدمات مورد نیاز خود را در طی سفرهای روزانه از پیش تعیین شده تهیه می‌کنند. از جمله چنین کسب و کارها و سیستم‌ها می‌توان به دستگاه‌های خودپرداز، پمپ بنزین‌ها، و فروشگاه‌های مواد غذایی اشاره کرد.

بر طبق بررسی‌های انجام شده، یکی از مفروضات محدودکننده در مسایل مکان‌یابی کلاسیک، در نظر گرفتن تقاضای مشتریان به صورت نقطه‌ای، مشابهت تسهیلات در حال استقرار و ارائه خدمات یکسان توسط آنها، و سرانجام عدم وجود رقابت بین تسهیلات متعلق به سازمان‌های مختلف است. در این تحقیق، یک مدل ریاضی برنامه‌ریزی آرمانی وزن داده شده جدید برای مسئله مکان‌یابی-تخصیص جذب جریان رقابتی با اهداف بیشینه‌سازی جریان تقاضای جذب شده و کمینه‌سازی هزینه ثابت تسهیلات بر پایه مدل جاذبه ارائه گردید.

www.SID.ir

Archive of SID

جدول ۳. حل مدل برنامه‌ریزی آرمانی پیشنهادی

w_1	w_2	z_1	z_2	تعداد تسهیلات گشایش یافته	زمان حل (ثانیه)
۰/۰	۱/۰	۳۱۹/۸۴۸۳	۶۳۳	۲	۲
۰/۱	۰/۹	۳۲۰/۵۰۹۷	۶۳۳	۲	۳
۰/۲	۰/۸	۳۲۰/۵۰۹۷	۶۳۳	۲	۷
۰/۳	۰/۷	۳۲۰/۵۰۹۷	۶۳۳	۲	۵
۰/۴	۰/۶	۳۲۰/۵۰۹۷	۶۳۳	۲	۱۱
۰/۵	۰/۵	۳۲۲/۴۱۶۵	۶۳۶	۲	۱۵
۰/۶	۰/۴	۳۲۲/۴۱۶۵	۶۳۶	۲	۱۶
۰/۷	۰/۳	۳۲۲/۴۱۶۵	۶۳۶	۲	۱۴
۰/۸	۰/۲	۳۲۳/۲۹۱۲	۶۴۲	۲	۴۸
۰/۹	۰/۱	۳۲۳/۲۹۱۲	۶۴۲	۲	۳۵
۱/۰	۰/۰	۳۲۹/۷۰۴	۱۳۰۳	۴	*۳۶۰۰

* نرم‌افزار پس از مدت ۳۶۰۰ ثانیه به جواب مذکور (با فاصله ۳/۷۱٪ از کران پایین محاسبه شده) رسید.

نمودار ۲. جواب‌های ناچیره مدل برنامه‌ریزی آرمانی وزن داده شده پیشنهادی

در این تحقیق ابتدا مروری مختصر بر پیشینه تحقیق مسایل مکان‌یابی جذب جریان و رقابتی ارائه شد. آنگاه، روش مدل‌سازی مسئله مکان‌یابی-تخصیص جذب جریان رقابتی چند هدفه بر پایه رویکرد برنامه‌ریزی آرمانی وزن داده شده تشریح گردید. مدل چند هدفه ارائه شده می‌تواند در بهینه‌سازی همزمان اهداف بیشینه‌سازی جریان تقاضای جذب شده و کمینه‌سازی هزینه ثابت تسهیلات کاربرد داشته باشد. در ادامه، برای ساده‌سازی فرایند بهینه‌سازی مدل پیشنهادی غیرخطی، تغییرات لازم برای خطی‌سازی مدل پیشنهادی بر مبنای تکنیک‌های مدل‌سازی عدد صحیح ارائه شد. آنگاه، یک مثال عددی مستخرج از پیشینه تحقیق به وسیله نرم‌افزار لینگو حل شد که نتایج آن حاکی از بدست آمدن یک جواب ناچیره برای مسئله تحقیق در حالت تساوی اوزان دو تابع هدف مسئله تحقیق و نیز فاصله کم مقادیر توابع هدف بدست آمده از مقادیر ایده‌آل است. همچنین، حل مدل برنامه‌ریزی آرمانی پیشنهادی به ازای اوزان مختلف تابع هدف حاکی از توانایی روش برنامه‌ریزی آرمانی در بدست آوردن نقاط ناچیره برای مسئله تحقیق است. با این حال لازم به ذکر است نقاط بدست آمده متعلق به محدوده بسیار کوچکی از مرز کارایی جواب‌های مسئله تحقیق هستند. سرانجام مدت زمان حل بسیار کمتر مدل پیشنهادی نسبت به زمان حل مدل تک هدفه متداول در پیشینه تحقیق مسایل مکان‌یابی جذب جریان رقابتی (بیشینه‌سازی جریان تقاضای جذب شده) را می‌توان یکی دیگر از مزایای مدل پیشنهادی دانست. در پایان، می‌توان استفاده از روش‌های ناچیره‌سازی جواب مدل‌های برنامه‌ریزی آرمانی، استفاده از دیگر رویکردهای بهینه‌سازی چند هدفه مانند روش معیار جامع، استفاده از روش‌های فراابتکاری برای حل این مسئله در ابعاد بزرگ به دلیل ماهیت *NP-Hard* مسئله تحقیق، در نظرگیری مکان‌های بالقوه رقبای آتی، و در نظرگیری ظرفیت تسهیلات به عنوان متغیر تصمیم و ایجاد امکان تصمیم‌گیری در مورد نحوه تأسیس تسهیلات جدید در طول یک بازه زمانی (مسایل پویا) را به عنوان زمینه‌های تحقیقاتی آتی این تحقیق عنوان کرد.

www.SID.ir

Archive of SID

مراجع

[1] Hale, T.S., Moberg, C.R., *"Location Science Research: a Review"*, Annals of Operations Research, Vol. 123, 2003, pp. 21-35.

[2] Berman, O., Krass, D., *"Flow Intercepting Spatial Interaction Model: A New Approach to Optimal Location of Competitive Facilities*", Location Science, Vol. 6, 1998, pp. 41-65.

[3] Berman, O., Larson, R.C., Fouska, N., *"Optimal Location of Discretionary Service Facilities*", Transportation Science, Vol. 26, 1992, pp. 201-211.

[4] Fouska, N., "*Optimal Location of Discretionary Service Facilities"*, in Operation Research Center, MSc Thesis, MIT, Cambridge, MA, 1988.

[5] Hodgson, M.J., Rosing, K.E., "*A Network Location-Allocation Model Trading Off Flow Capturing and P-Median Objectives"*, Annals of Operations Research , Vol. 40, No. 1, 1992, pp. 247-260.

[6] Berman, O., Bertsimas, D., Larson, R.C., *"Locating Fiscretionary Dervice Facilities II: Maximizing Market, Minimizing Inconvenience*", Operations Research, Vol. 43, 1995, pp. 623-632.

[7] Wu, T.-H., Lin, J.-N., *"Solving the Competitive Discretionary Service Facility Location Problem*", European Journal of Operational Research, Vol. 144, No. 2, 2003, pp. 366-378.

[8] Jun, Y., Min, Z., "*Flow Capturing Location-allocation Problem with Piecewise Linear Value-Time Function Based on Max-min Ant Colony Optimization*", Proceedings of International Conference on Computational Intelligence and Security, Guangzhou, China. 2006, pp. 1172-1175.

[9] Yang, J., Xiong, J., Liu, S., Yang, C., "*Flow Capturing Location-Allocation Problem with Stochastic Demand under Hurwicz Rule*", Proceedings of Fourth International Conference on Natural Computation, Jinan, China. 2008, pp. 169-173.

[10] Kuby, M., Lim, S., "*The Flow-Refueling Location Problem for Alternative-Fuel Vehicles*", Socio-Economic Planning Sciences, Vol. 39, No. 2, 2005, pp. 125-145.

[11] Kuby, M., Lines, L., Schultz, R., Xie, Z., Kim, J.-G., Lim, S., *"Optimization of hydrogen stations in Florida using the Flow-Refueling Location Model"*, International Journal of Hydrogen Energy, Vol. 34, No. 15, 2009, pp. 6045-6064.

[12] Erdemir, E.T., Batta, R., Spielman, S., Rogerson, P.A., Blatt, A., Flanigan, M., *"Location Coverage Models with Demand Originating from Nodes and Paths: Application to Cellular Network Design*", European Journal of Operational Research, Vol. 190, No. 3, 2008, pp. 610-632.

[13] Bersani, C., Minciardi, R. Sacile, R., Trasforini, E., "*Network Planning of Fuelling Service Stations in a Near-Term competitive Scenario of the Hydrogen Economy"*, Socio-Economic Planning Sciences, Vol. 43, No. 1, 2009, pp. 55-71.

[14] Yang, J., Zhang, M., He, B., Yang, C., "*Bi-Level Programming Model and Hybrid Genetic Algorithm for Flow Interception Problem with Customer Choice*", Computers & Mathematics with Applications, Vol. 57, No. 11-12, 2009, pp. 1985-1994.

[15] Drezner, T., Drezner, Z., *"Competitive Facilities: Market Share and Location with Random Utility*", Journal of Regional Science, Vol. 36, 1996, pp. 1-6.

[16] Wu, T.-H., "*A Note on a Gobal Approach for General 0-1 Fractional Programming*", European Journal of Operational Research, Vol. 101, 1997, pp. 220-223.

[17] Huff, D.L., *"Defining and Estimating a Trade Area*", Journal of Marketing, Vol. 28, 1964, pp. 34-38.

[18] Huff, D.L., "*A Programmed Solution for Approximating an Optimum Retail Location*", Land Economics, Vol. 42, 1966, pp. 293-303.

[19] Berman, O., Hodgson, J., Krass, D., "*Flow-Interception Problems*", in Facility Location: A Survey of Applications and Methods, Z. Drezner (ed.), Springer: New York, NY. 1995, pp. 389-426.

[20] Tamiz, M., Mirrazavi, S.K., Jones, D.F., *"Extensions of Pareto Efficiency Analysis to Integer Goal Programming*", Omega, Vol. 27, 1999, pp. 179-188.

www.SID.ir