International Journal of Industrial Engineering & Production Management (2014)

January 2014, Volume 24, Number 4
pp. 405-412

http://IJIEPM.iust.ac.ir/

The Economic Design of Simple Linear Profiles

A. Saghaei*, S.M.T. Fatemi Ghomi & S. Jaberi

Abbas Saghaei, *Associate Professor, Industrial Engineering Department, Science and Research Branch, Islamic Azad University,a.saghaei@srbiau.ac.ir*
Seyed Mohammad Taghi Fatemi Ghomi, *Professor, Industrial Engineering Department, Amirkabir University of Technology, fatemi@aut.ac.ir*
Saeed Jaberi, *M.Sc. student, Industrial Engineering Department, Amirkabir University ofTechnology, s_jaberi@aut.ac.ir*

Keywords

Simple linear profiles,
Economic design,
Exponentially weighted moving average (EWMA),
Average run length (ARL),
Markov chain method.

ABSTRACT

Control charts are powerful tools to monitor process. Design of control chart is usually performed through two ways, statistical and economical approaches Sometimes, a relationship, commonly called profile, between a response variable and one or more explanatory variables is defined for process monitoring. Various control charts proposed up to now to monitor profiles have not been designed economically. The importance of an economic design of profiles is significant. This is due to difference in some concepts and numerous of parameters. In this paper, for one of the monitoring approaches, which use three exponentially weighted moving average control charts simultaneously, cost function is presented and this approach is redesigned economically. In addition, the average run length calculating model is developed using the Markov chain method. This economic design is applied for a numerical example and solved by Nelder-Mead downhill simplex method and the optimal values of parameters are calculated.

© 2014 IUST Publication, IJIEPM. Vol. 24, No. 4, All Rights Reserved

Archive of SID

* **Corresponding author. Abbas Saghaei**
Email: *a.saghaei@srbiau.ac.ir*

www.SID.ir

نشـــریه بین المللـــی مهنـــدسی صنـــایع و مدیـــریت تولیـــد

شمـــاره ۴، جلـــد ۲۴، زمستـــان ۱۳۹۲
صفحـــه ۴۱۲-۴۰۶

نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید دانشگاه علم و صنعت ایران

ISSN: 2008-4870

http://IJIEPM.iust.ac.ir/

طراحی اقتصادی پروفایل‌های خطی ساده

عباس سقایی*، سیدمحمدتقی فاطمی قمی و سعید جابری

کلمات کلیدی

پروفایل خطی ساده، طراحی اقتصادی، میانگین متحرک موزون نمایی، متوسط طول دنباله، زنجیره مارکوف.

چکیده:

نمودارهای کنترل ابزاری قوی برای پایش فرایندها می‌باشند،طراحی نمودارهای کنترل معمولا از دو طریق آماری و اقتصادی انجام می‌گیرد. گاهی یک رابطه بین یک متغیر پاسخ و یک یا چند متغیر مستقل که پروفایل نامیده می‌شود، برای پایش فرایند تعریف می‌شود. با اینکه روشهای مختلفی برای پایش پروفایل‌ها گفته شده است اما برای طراحی اقتصادی آنها راهکاری ارائه نشده است،طراحی اقتصادی پروفایل ها به دلیل تعدد نمودارهای مورد استفاده در اغلب روش‌های پایش آن ودر نتیجه تعداد زیاد پارامترها و همچنین متفاوت بودن برخی از مفاهیمچشمگیر می‌گردد.در این مقاله برای یکی از روشهای پایش که از سه نمودار کنترل EWMA به صورت همزمان استفاده می‌کند،مبحث طراحی اقتصادی مطرح گردیده و تابع هزینه مدل شده، علاوه برآن متوسط طول دنباله با استفاده از روش زنجیره مارکوف توسعه داده شده است.در انتها یک مثال عددی بررسی شده و پس از حل با روش جست و جوی نلدر-مید ،پارامترهای بهینه محاسبه شده‌اند.

۱. مقدمه

امروزه کنترل کیفیت آماری کاربردهای گسترده‌ای دارد و استفاده از تکنیک‌های آن در حوزه‌های مختلف رو به رشد است.یکی از این ابزار نمودارهای کنترل هستند که برای پایش فرآیندها نیاز به دو فاز اجرایی دارند. فاز اول شامل اطمینان از تحت کنترل بودن فرایند وتخمین پارامترها در شرایط تحت کنترل و سپس در فاز دوم از نتایج بدست آمده از فاز قبل برای پایش تولیدات آتی و بررسی تحت کنترل بودن فرآیند استفاده می‌شود. در کاربردهای کنترل فرآیند آماری ، معمولاً کیفیت یک فرآیند یا محصول به وسیله توزیع یک یا چند مشخصه کیفی توصیف و به وسیله نمودارهای کنترلی تک متغیره و یا چندمتغیره کنترل می‌شود. گاهی کیفیت محصول یاعملکرد فرآیند به وسیله رابطه بین یک متغیر پاسخ و یک یا چند متغیر مستقل توصیف می‌شود. این رابطه را پروفایل می‌نامند. مستک و همکاران[2] (۱۹۹۴) و استور[3] و بریل (۱۹۹۸) کاربردهای پروفایل خطی در صنعت کالیبراسیون را بررسی نمودند. مفاهیم و کاربردهای دیگر پرفایل توسط نورالسناء و همکاران (۲۰۱۱) بررسی شده است. کنگ‌و آلبین[4] درسال ۲۰۰۰ مفهوم پایش پروفایل‌های خطی ساده را مطرح نمودند پایش پروفایلها نیزهمچون نمودارهای کنترل شامل دو فاز است. آنها دو رویکرد برای پایش پروفایلهای خطی که قابل استفاده در فاز I و II بود ارائه کردند. در یکی از رویکردهااز نمودار کنترل T^2 برای پایش پارامترهای شیب و عرض از مبدا و در رویکرد دیگر ازنمودار ترکیبی EWMA/R برای پایش میانگین و واریانس خطاها استفاده نمودند. کیم[5] و همکاران در سال ۲۰۰۳ رویکردی دیگر برای پایش پروفایلهای خطی در فازII ارائه کردند. آنها با کد کردن متغیرهای مستقل برآوردکننده‌های حداقل مربعات شیب و عرض از مبدا رابرای هر نمونه از یکدیگر مستقل نمودند. سپس از سه نمودار EWMA مجزا برای پایش عرض از مبدا، شیب و واریانس خطاها استفاده کردند. در عمل برای استفاده از نمودارهای کنترل باید پارامترهای آن طراحی گردد،یکی از راه ها

تاریخ وصول: ۹۰/۶/۹
تاریخ تصویب: ۹۰/۱۲/۱

*نویسنده مسئول مقاله: **دکتر عباس سقایی**، دانشیار گروه مهندسی صنایع دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات-a.saghaei@srbiau.ac.ir
دکتر سید محمدتقی فاطمی قمی، استاد دانشکده مهندسی صنایع دانشگاه صنعتی امیرکبیر- fatemi@aut.ac.ir
سعید جابری، دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع دانشگاه امیرکبیر- s_jaberi@aut.ac.ir

[2] *Mestek*
[3] *Stover and Brill*
[4] *Kang and Albin*
[5] *Kim*

Archive of SID

www.SID.ir

طراحی آماری می‌باشد که دراین روش پارامترهای نمودار کنترل به گونه ای انتخاب میشوند که قدرت آزمون برای تشخیص یک تغییر خاص و همچنین، احتمال هشدار اشتباهی برابر مقدار مشخصی باشد. این روشها عواقب اقتصادی متعددی به همراه دارد (لورنزن و وانس[1] ۱۹۸۶)، بنابراین دیدگاه طراحی اقتصادی نمودارهای کنترل مطرح شد، دانکن[2] در سال۱۹۵۶ نخستین مطالعه را در مورد طراحی اقتصادی نمودار $\bar{x}$ انجام داد،در سال ۱۹۸۶ لورنزن و وانس یک تابع هزینه کلی که قابل استفاده برای تمامی نمودارهای کنترل می‌باشد را ارائه کردند. در سال های ۱۹۹۴ و۱۹۹۵ مطالعاتی در مورد طراحی اقتصادی نمودار EWMA توسط هو[3] و مونتگومری[4] انجام شد. تولی[5] و همکاران در سال ۲۰۰۱طراحی اقتصادی دو نمودار EWMA و$\bar{x}$را که به صورت همزمان استفاده می‌شد بررسی نمودند.همچنین سانیگا[6] در سال ۱۹۷۹ ورحیم[7] در سال۱۹۸۹ ورحیم و کاستا[8] در سال۲۰۰۰ وویلیامز[9] در سال ۲۰۰۱ طراحی اقتصادی همزمان دو نمودار $\bar{x}/R$ یا $\bar{x}/S$ را بررسی نمودند.سرل و همکاران[10] در سال ۲۰۰۸ طراحی اقتصادی دو نمودار کنترل EWMA که به صورت همزمان برای پایش میانگین و واریانس استفاده می شد را بررسی نمودند. با توجه به کارهای انجام شده قبلی،پیدا کردن پارامترهای نمودار کنترل از نگاه اقتصادی یکی از ضرورت ها است که تا به حال در تمامی نمودارهای کنترل توصیه شده است.باتوجه به اهمیتی که این موضوع دارد هنوز در پروفایل‌ها این کار انجام نشده است این موضوع در پروفایل‌ها تشدید هم می‌شود وبه دلیل تعدد نمودارهای مورد استفاده در اغلب روش‌های پایش آن و تعداد بیشتر پارامترها از اهمیت دو چندان برخوردار است. همچنین در طراحی اقتصادی پروفایل‌ها متفاوت بودن برخی مفاهیم و تعریف پارامترها همچون پارامتر n که در طراحی اقتصادی نمودارهای کنترل به عنوان اندازه نمونه ودر طراحی اقتصادی پروفایل‌ها به عنوان تعداد متغیرهای مستقل جهت پایش پروفایل توصیف می‌شود، موجب برجسته‌تر شدن اهمیت این طراحی اقتصادی می‌گردد.

در این مقاله برای نخستین بار مدل‌های طراحی اقتصادی برای پروفایل‌ها در نظر گرفته شده است.برای این منظور از بین روش-های مختلف پایش پروفایل روش EWMA3 به دلیل استفاده همزمان از سه نمودار کنترل وهمچنین عملکرد بهتر این روش نسبت به سایر روش‌ها (کیم وهمکاران ۲۰۰۳) و همچنین از بین مدل‌های طراحی اقتصادی مدل هزینه لورنزن و وانس به علت جامعیت این مدل نسبت به سایر مدل‌ها (لورنزن و وانس ۱۹۸۶) انتخاب می‌شود و پس از تعمیم مدل محاسبه متوسط طول دنباله با استفاده از روش زنجیره مارکوف برای این سه نمودار کنترل، طراحی اقتصادی پروفایل‌های خطی ساده به عنوان ساده‌ترین پروفایل که کاربرد بسیاری در صنعت کالیبراسیون دارد مورد بررسی قرار می‌گیرد. سایر قسمت های مقاله به اینصورت طبقه بندی می گردد که بعد از بررسی روش EWMA3 برای پایش پروفایل ها در قسمت دوم،مدل هزینه لورنزن و وانس برای این نمودار کنترل در قسمت سوم ارائه می‌گردد،در قسمت چهار معیار متوسط طول دنباله برای این سه نمودار کنترل بیان می شود. در قسمت پنجم یک مثال عددی برای طراحی اقتصادی EWMA3 بر مبنای مدل هزینه قسمت اول مورد بررسی قرار می گیرد و در قسمت ششم بحث و نتیجه گیری ها ارائه میگردد.

۲. روش EWMA3 برای پایش پروفایل ها

همان طور که گفته شد در یک پروفایل خطی ساده رابطه ی بین یک متغیر وابسته(y)با یک متغیر مستقل(x) مورد پایش قرار می گیرد،در زمانیکه فرایند تحت کنترل آماری قرار دارد رابطه ی خطی ۱ را داریم :

$$y_{ij} = A_0 + A_1 x_i + \varepsilon_{ij} \; i = 1,2,\dots,n \qquad (۱)$$

که در آن ε_{ij} از یکدیگر مستقل بوده و دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس σ^2 می‌باشند،کیم وهمکاران با کد کردن مقادیر x رابطه ۲ را مورد پایش قرار دادند که در آن ضرایب پروفایل از یکدیگر مستقل می‌باشند،در نتیجه این دو متغیر را به طور جداگانه پایش نمود.

$$y_{ij} = B_0 + B_1 x_i' + \varepsilon_{ij} \; i = 1,2,\dots,n \qquad (۲)$$

که در آن $x_i' = x_i - \bar{x}$ و $B_1 = A_1$ و $B_0 = A_0 + A_1\bar{x}$ می‌باشد. در jامین نمونه تصادفی ما مشاهدات (x_i, y_{ij}) را جمع آوری کرده‌ایم.

در این نمونه برآوردکننده های کمترین مربعات B_0 و B_1 به ترتیب $b_{oj} = \bar{y}$ و $b_{1j} = \frac{S_{xy(j)}}{S_{xx}}$ می‌باشند که دارای توزیع نرمال با میانگین B_0 و B_1 واریانس‌های $\frac{\sigma^2}{n}$ و $\frac{\sigma^2}{S_{xx}}$ هستند. در یک پروفایل خطی ساده رخدادهای با دلیل یا ناشی از تغییرات در شیب و عرض از مبدا تابع می‌باشند یا تغییر در واریانس فرایند،

[1] *Lorenzen and Vance*
[2] *Duncan*
[3] *Ho*
[4] *Montgomery*
[5] *Tolley*
[6] *Saniga*
[7] *Rahim*
[8] *Rahim and Costa*
[9] *McWilliams*
[10] *Serel*

Archive of SID
www.SID.ir

لذا از یک نمودار EWMA برای پایش واریانس استفاده کردند. آماره و حدود کنترل نمودار میانگین متحرک موزون نمایی برای پایش عرض از مبدا مطابق رابطه (۳) می‌باشد.

$$EWMA_e(j) = \lambda_e b_{oj} + (1-\lambda_e)EWMA_e(j-1)$$
$$UCL = \mathrm{B}_0 + L_e\sigma\sqrt{\frac{\lambda_e}{(2-\lambda_e)n}} \qquad (۳)$$
$$LCL = \mathrm{B}_0 - L_e\sigma\sqrt{\frac{\lambda_e}{(2-\lambda_e)n}}$$

آماره و حدود کنترل نمودار میانگین متحرک موزون نمایی برای پایش شیب مطابق رابطه (۴) می‌باشد.

$$EWMA_s(j) = \lambda_s b_{1j} + (1-\lambda_s)EWMA_s(j-1)$$
$$UCL = \mathrm{B}_1 + L_s\sigma\sqrt{\frac{\lambda_s}{(2-\lambda_s)S_{xx}}} \qquad (۴)$$
$$LCL = \mathrm{B}_0 - L_e\sigma\sqrt{\frac{\lambda_e}{(2-\lambda_e)S_{xx}}}$$

آماره و حدود کنترل نمودار میانگین متحرک موزون نمایی برای پایش واریانس مطابق رابطه (۵) می‌باشد.

$$EWMA_v(j) = \max\{\lambda_v \ln(MSE_j) + (1-\lambda_v)EWMA_v(j-1), \ln(\sigma_0{}^2)\}$$
$$UCL = L_v\sqrt{\frac{\lambda_e}{2-\lambda_e}Var(\ln(MSE_j))} \qquad (۵)$$
$$Var(\ln(MSE_j)) = \frac{2}{n-2} + \frac{2}{(n-2)^2} + \frac{4}{3(n-2)^3} - \frac{16}{15(n-2)^5}$$
$$EWMA_e(0) = B_0 \text{ ،} EWMA_s(0) = B_1 \text{ و } EWMA_v(0) = \ln(\sigma_0{}^2)$$

همچنین مقادیر L_e و L_s و L_v برای بدست آوردن یک مقدار متوسط طول دنباله تحت کنترل خاص انتخاب می‌گردد.

۳. مدل هزینه لورنزن و وانس

لورنزن و وانس یک مدل ریاضی برای هزینه نمودارهای کنترل ارئه دادند،این مدل مبنای مدلسازی تابع هزینه روش EWMA3 در این مقاله می‌باشددر این مدل ابتدا یک سیکل کیفیت تعریف می‌شودومجموع هزینه ها در طول این سیکل محاسبه می-گردد؛سپس هزینه‌ها در واحد زمان بر حسب پارامتر های مسئله حداقل می‌گردد.یک سیکل کیفیت فاصله‌ی بین دو حالت تحت کنترل تعریف می‌شود که شامل اجزای ذیل است:

جزI. از شروع فرآیند تارخ دادن یک انحراف با دلیل در شیب،عرض از مبدا یا واریانس(که فرض می‌شود از توزیع نمایی با میانگین $\frac{1}{\theta}$ پیروی می‌شود)

جزII. از رخ دادن انحراف با دلیل تا گرفتن نمونه بعدی

جزIII .زمان گرفتن نمونه وتحلیل و اندازه‌گیری نمونه

جزIV. زمان تارفتن فرایند به حالت خارج کنترل توسط نمودار کنترل

جزV. زمان برای کشف علت انحراف و حذف آنها

هزینه ها در طول یک سیکل وقتی فرایند در حالت تحت کنترل می‌باشدشامل هزینه های نمونه‌گیری،جست و جوی هشدارهای اشتباهی وهزینه تولید قطعات نا منطبق وباانتقال فرایند به حالت خارج کنترل علاوه بر هزینه‌های مذکور،هزینه جست‌وجو وتعمیر فرایند نیز اضافه می‌گردد. در این مقاله فرض می‌شود هزینه اصلاح فرایند در صورت بروز تغییر در عرض از مبدا ،شیب یا واریانس با یکدیگر متفاوت می‌باشد لذا مدل تعمیم یافته لورنزن و همکاران با تقسیم متوسط هزینه های کل یک سیکل به متوسط طول سیکل به صورت ۶ می‌باشد.

$$C = \{\frac{c_0}{\theta} + c_1(h-\tau+nE+h(ARL_1-1)+\gamma_1T_1+\gamma_2T_2) + \frac{sF}{ARL_0} + \alpha_0W_0 + \alpha_1W_1 + \alpha_2W_2\} / \{\frac{1}{\theta} +$$
$$(1-\gamma_1)\frac{sT_0}{ARL_0} + h - \tau + nE + h(ARL_1-1) + T_1 + T_2\} + \{[(a+bn)/h][\frac{1}{\theta} + h - \tau + nE \qquad (۶)$$
$$+h(ARL_1-1)+\gamma_1T_1+\gamma_2T_2]\} / \{\frac{1}{\theta} + (1-\gamma_1)\frac{sT_0}{ARL_0} + h - \tau + nE + h(ARL_1-1) + T_1 + T_2\}$$

C : هزینه کل پایش پروفایل در واحد زمان

c_0 : هزینه قطعات معیوب در واحد زمان در حالت تحت کنترل

c_1 : هزینه قطعات معیوب در واحد زمان در حالت خارج کنترل

τ : متوسط زمان رخ دادن یک رخداد با دلیل از زمان گرفتن آخرین نمونه با مقدار

$$\frac{1-(1+\theta h)\exp(-\theta h)}{\theta(1-\exp(-\theta h))}$$

Archive of SID

www.SID.ir

E: زمان گرفتن نمونه برای هر قلم کالا در هر سطح متغیر مستقل

n : تعداد متغیرهای مستقل برای پایش پروفایل

T_0 : متوسط زمان جست‌وجو برای یک هشدار اشتباهی

T_1 : متوسط زمان جست‌وجو برای یک انحراف با دلیل

T_2 : متوسط زمان لازم برای اصلاح یک فرایند

ARL_0 : متوسط طول دنباله در حالت تحت کنترل

ARL_1 : متوسط طول دنباله در حالت خارج کنترل

F : هزینه جست‌وجو برای یک هشدار اشتباهی

W_0 : هزینه اصلاح فرایند در صورت تغییر در عرض از مبدا خط

W_1: هزینه اصلاح فرایند در صورت تغییر در شیب خط

W_2: هزینه اصلاح فرایند در صورت تغییر درواریانس

α_0:اگر عرض از مبدا پروفایل به حالت خارج از کنترل برود.

α_1:اگر شیب پروفایل به حالت خارج از کنترل برود.

α_2::اگر واریانس مشاهدات به حالت خارج کنترل برود.

a : هزینه ثابت نمونه‌گیری

b : هزینه نمونه‌گیری در هر سطح متغیر مستقل

s : متوسط تعداد نمونه‌های گرفته شده در حالات تحت کنترل با مقدار

$$\frac{\exp(-\theta h)}{1-\exp(-\theta h)}$$

h : فاصله زمانی بین دو نمونه گیری

$\gamma_1 = 1$ اگر در طول جست‌وجو، فرایند ادامه پیدا کند درغیر اینصورت $\gamma_1 = 0$.

$\gamma_2 = 1$ اگر در طول اصلاح ، فرایند ادامه پیدا کند در غیر اینصورت $\gamma_2 = 0$

۴. متوسط طول دنباله برای نمودار EWMA3

از آنجایی که ما از سه نمودار کنترل به صورت همزمان برای پایش پروفایل استفاده می‌کنیم؛جست‌وجو برای رخداد با دلیل زمانی شروع می‌شود که حداقل یکی از نمودارهای کنترل موجب هشدار خارج از کنترل گردند.بنابراین متوسط طول دنباله برایند، در تابع هزینه استفاده می‌گردد. برای محاسبه متوسط طول دنباله در نمودار کنترل EWMA از روش زنجیره مارکوف استفاده میشود.

$$\begin{aligned} P(RL_e > r) &= e_i^T[P]^{r-1}1 \quad i = \frac{k+1}{2} \\ P(RL_s > r) &= e_i^T[Q]^{r-1}1 \quad i = \frac{k+1}{2} \\ P(RL_v > r) &= e_i^T[R]^{r-1}1 \quad i = 1 \end{aligned} \tag{۷}$$

از آنجایی که هر سه نمودار از هم مستقل می‌باشند داریم:

$$\begin{aligned} &P(RL < r) = P(RL_e > r) \times P(RL_s > r) \times \\ &P(RL_v > r) \\ &ARL = \sum_{r=1}^{\infty}(RL < r) \end{aligned} \tag{۸}$$

که در آنها داریم:

RL_e:طول دنباله برای نمودار عرض از مبدا

RL_s: طول دنباله برای نمودار شیب

RL_v: طول دنباله برای نمودار واریانس

e_i:یک بردار ستونی که عنصر iام آن ۱ وبقیه عناصر ۰ میباشند

1:یک بردار سطری که تمامی عناصر آن ۱ می‌باشد.

k:تعداد تقسیمات نمودار کنترل

وقوع یک رخداد با دلیل می‌تواند موجب تغییر در هر یک پارامترهای توزیع متغیر پاسخ میگردد به طوریکه داریم:

$(\mu_0, {\sigma_0}^2)$:میانگین و واریانس متغیر پاسخ در حالت تحت کنترل میباشد.$(\mu_0 = B_0 + B_1 {x_i}')$

$(\mu_1, {\sigma_1}^2)$: میانگین و واریانس متغیر پاسخ در حالت خارج از کنترل میباشد.$({\sigma_1}^2 = \rho {\sigma_0}^2 و \mu_1 = {B_0}' + {B_1}' {x_i}')$

$({B_0}', {B_1}')$: عرض از مبدا و شیب پروفایل در حالت خارج از کنترل میباشد$({B_0}' = B_0 + \delta\sigma$ و $ {B_1}' = B_1 + \psi\sigma)$

۵. مثال عددی

در مثال زیر فرض می‌شود فرایند در هنگام جست‌وجو برای یک رخداد با دلیل متوقف نمی‌گردد اما هنگام تعمیر و بازگرداندن فرایند به حالت تحت کنترل تولید متوقف می‌گردد، یعنی$\gamma_1 = 1$ و $\gamma_2 = 0$همچنین از مقادیر پارامترهای زیر استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} &F = 500, W_0 = 100, W_1 = 300 : \\ &W_2 = 200, a = 5, b = 1, E = 0.5 \\ &T_0 = 5, T_1 = 20, T_2 = 30, \theta \in \{0.01, 0.05\}, \\ &c_0 = 20, c_1 = 50, k = 51, \sigma_0 = 1, \delta, \psi \\ &\in \{0.5, 1, 1.5, 2\}, \rho \in \{1, 1.5, 2\} \end{aligned}$$

برای بهینه سازی تابع هزینه (۶) در فضای جست و جوی $L < 4, h < 20, \lambda < 0.99$ از الگوریتم‌های جست‌وجوی عددی نظیر Nelder-Mead برای محاسبه نقطه نزدیک به بهینه استفاده نمودیم.

مقادیر بهینه پارامترها به ازای مقادیر مختلف تغییر در شیب،عرض از مبدا و واریانس در جداول ۱تا ۳ آورده شده است.

Archive of SID

www.SID.ir

جدول۱. مقادیر بهینه پارامترها برای $\rho = 1$

δ	ψ	θ	C	n	h	λ_s	L_s	λ_e	L_e	λ_v	L_v
0.5	0.5	0.01	25.58	19	20	0.83	2.21	0.83	2.21	0.61	3.63
		0.05	28.05	13	20	0.83	1.55	0.83	1.55	0.96	3.44
	1	0.01	23.48	12	20	0.94	3.17	0.91	2.31	0.61	3.62
		0.05	25.82	9	20	0.95	2.46	0.91	1.62	0.97	3.99
	1.5	0.01	22.45	8	20	0.98	4	0.95	2.54	0.93	2.96
		0.05	24.58	6	20	0.98	3.37	0.95	1.85	0.99	2.56
	2	0.05	21.95	5	20	0.98	4	0.97	2.71	0.47	3.01
		0.05	23.93	4	20	0.99	4	0.97	2.05	0.99	2.59
1	0.5	0.01	23.5	12	20	0.9	2.29	0.14	4	0.11	3.9
		0.05	25.87	9	20	0.9	1.57	0.07	3.99	0.99	2.94
	1	0.01	23.01	10	20	0.94	2.6	0.94	2.6	0.98	3.38
		0.05	25.2	7	20	0.95	1.96	0.95	1.96	0.98	2.57
	1.5	0.01	22.38	7	20	0.96	3.02	0.96	2.62	0.11	3.9
		0.05	24.45	6	20	0.97	2.39	0.96	1.98	0.97	2.8
	2	0.01	21.94	5	20	0.98	3.48	0.97	2.73	0.99	2.59
		0.05	24.58	6	20	0.95	1.85	0.98	3.37	0.93	2.77
1.5	0.5	0.01	22.45	7	20	0.95	2.54	0.98	4	0.91	3.84
		0.05	24.45	6	20	0.96	1.98	0.97	2.39	0.92	2.86
	1	0.01	22.38	7	20	0.96	2.62	0.96	3.02	0.59	3.11
		0.05	24.45	6	20	0.96	1.98	0.97	2.39	0.92	2.86
	1.5	0.01	22.14	6	20	0.97	2.83	0.97	2.83	0.5	2.7
		0.05	24.45	6	20	0.96	1.98	0.97	2.39	0.92	2.86
	2	0.01	21.87	5	20	0.98	3.09	0.98	2.84	0.98	2.34
		0.05	23.79	4	20	0.98	2.49	0.98	2.22	0.97	2.95
2	0.5	0.01	21.95	5	20	0.97	2.71	0.98	4	0.98	2.34
		0.05	23.93	4	20	0.97	2.05	0.97	4	0.97	3.03
	1	0.01	21.94	5	20	0.97	2.73	0.98	3.48	0.98	2.34
		0.05	24.15	6	20	0.99	2.7	0.97	3.21	0.98	2.39
	1.5	0.01	21.87	5	20	0.97	2.84	0.98	3.09	0.98	2.34
		0.05	23.93	5	20	0.95	2.73	0.98	3.11	0.97	2.73
	2	0.01	21.78	4	20	0.98	2.99	0.98	2.99	0.98	2.34
		0.05	23.61	4	20	0.98	2.4	0.98	2.4	0.95	1.93

جدول۲. مقادیر بهینه پارامترها برای $\rho = 1.5$

δ	ψ	θ	C	n	h	λ_s	L_s	λ_e	L_e	λ_v	L_v
0.5	0.5	0.01	25.71	13	20	0.89	2.65	0.89	2.65	0.99	1.59
		0.05	29.63	9	20	0.93	2.08	0.93	2.08	0.99	0.94
	1	0.01	24.85	11	20	0.94	2.95	0.9	2.5	0.99	1.8
		0.05	28.8	8	20	0.96	2.35	0.92	1.92	0.99	1.19
	1.5	0.01	24.09	8	20	0.96	3.28	0.93	2.59	0.99	1.92
		0.05	28.05	7	20	0.05	4	0.94	1.95	0.99	1.37
	2	0.05	23.59	6	20	0.98	3.57	0.95	2.72	0.99	1.9
		0.05	27.4	5	20	0.98	2.95	0.96	2.1	0.99	1.4
1	0.5	0.01	24.85	11	20	0.9	2.5	0.94	2.95	0.99	1.8
		0.05	28.8	8	20	0.92	1.92	0.96	2.35	0.99	1.19
	1	0.01	24.44	10	20	0.93	2.69	0.93	2.69	0.99	1.88
		0.05	28.34	7	20	0.94	2.11	0.94	2.11	0.99	1.31
	1.5	0.01	23.93	7	20	0.95	2.94	0.94	2.69	0.99	1.93
		0.05	27.78	6	20	0.96	2.36	0.95	2.09	0.99	1.39
	2	0.01	23.54	6	20	0.97	3.18	0.96	2.75	0.99	3.43
		0.05	27.3	5	20	0.98	2.62	0.96	2.16	9.99	1.38
1.5	0.5	0.01	24.09	8	20	0.93	2.59	0.96	3.29	0.99	1.92
		0.05	27.99	7	20	0.94	1.98	0.97	2.67	0.99	1.37
	1	0.01	23.93	8	20	0.94	2.69	0.95	2.94	0.99	1.93
		0.05	27.78	6	20	0.95	2.09	0.96	2.36	0.99	1.39
	1.5	0.01	23.68	6	20	0.96	2.85	0.96	2.85	0.99	1.91
		0.05	27.46	5	20	0.96	2.27	0.97	2.27	0.99	1.4

Archive of SID

www.SID.ir

	2	0.01	23.41	5	20	0.97	3.04	0.96	2.86	0.99	1.83
		0.05	27.15	5	20	0.97	2.47	0.97	2.28	0.99	1.34
	0.5	0.01	23.59	6	20	0.95	2.72	0.98	3.57	0.99	1.9
		0.05	27.4	5	20	0.96	2.1	0.99	2.95	0.99	1.4
	1	0.01	23.53	6	20	0.96	2.76	0.97	3.2	0.99	1.88
		0.05	27.31	5	20	0.96	2.16	0.98	2.62	0.99	1.38
	1.5	0.01	23.32	5	20	0.97	3.07	0.97	3.07	0.99	1.57
2		0.05	27.15	5	20	0.97	2.28	0.97	2.47	0.99	1.34
	2	0.01	23.26	5	20	0.97	2.99	0.97	2.99	0.99	1.72
		0.05	26.96	4	20	0.98	2.42	0.98	2.42	0.99	1.24

جدول۳. مقادیر بهینه پارامترها برای $\rho = 2$

δ	ψ	θ	C	n	h	λ_s	L_s	λ_e	L_e	λ_v	L_v
	0.5	0.01	24.46	9	20	0.97	3.02	0.97	3.02	0.99	1.6
		0.05	28.39	7	20	0.98	2.4	0.98	2.4	0.99	1.01
	1	0.01	24.23	9	20	0.97	3.1	0.94	2.86	0.99	1.63
		0.05	28.13	7	20	0.98	2.49	0.96	2.28	0.99	1.07
	1.5	0.01	23.92	7	20	0.98	3.23	0.95	2.82	0.99	1.66
0.5		0.05	27.78	6	20	0.99	2.62	0.96	2.24	0.99	1.13
	2	0.05	23.62	6	20	0.98	3.37	0.95	2.84	0.99	1.64
		0.05	27.44	5	20	0.99	2.76	0.96	2.26	0.99	1.16
	0.5	0.01	24.23	9	20	0.95	2.86	0.97	3.1	0.99	1.63
		0.05	28.13	7	20	0.96	2.28	0.98	2.49	0.99	1.07
	1	0.01	24.05	8	20	0.95	2.94	0.95	2.94	0.99	1.65
		0.05	27.93	6	20	0.97	2.36	0.97	2.36	0.99	1.11
	1.5	0.01	23.8	7	20	0.96	3.05	0.95	2.87	0.99	1.65
1		0.05	27.64	5	20	0.97	2.48	0.96	2.3	0.99	1.15
	2	0.01	23.56	6	20	0.97	3.19	0.96	2.88	0.99	1.62
		0.05	27.35	4	20	0.98	2.62	0.97	2.31	0.99	1.15
	0.5	0.01	23.92	7	20	0.95	2.82	0.98	3.23	0.99	1.66
		0.05	27.78	6	20	0.96	2.24	0.99	2.62	0.99	1.13
	1	0.01	23.8	7	20	0.95	2.87	0.97	3.05	0.99	1.65
		0.05	27.78	6	20	0.96	2.24	0.99	2.62	0.99	1.13
	1.5	0.01	23.64	6	20	0.96	2.97	0.96	2.97	0.99	1.64
1.5		0.05	27.44	5	20	0.97	2.4	0.97	2.4	0.99	1.15
	2	0.01	23.45	5	20	0.97	3.08	0.96	2.54	0.99	1.59
		0.05	27.21	5	20	0.98	2.52	0.97	2.38	0.99	1.13
	0.5	0.01	23.62	6	20	0.95	2.84	0.98	3.37	0.99	1.64
		0.05	27.21	5	20	0.98	2.52	0.97	2.38	0.99	1.13
	1	0.01	23.56	6	20	0.96	2.88	0.97	3.19	0.99	1.62
		0.05	27.35	5	20	0.97	2.31	0.98	2.62	0.99	1.15
	1.5	0.01	23.45	5	20	0.96	2.95	0.97	3.08	0.99	1.59
2		0.05	27.21	4	20	0.95	2.38	0.98	2.52	0.99	1.13
	2	0.01	23.32	5	20	0.97	3.04	0.97	3.04	0.99	1.52
		0.05	27.05	4	20	0.98	2.48	0.98	2.48	0.99	1.08

۶. بحث و نتیجه گیری

همانطورکه از نتایج مشخص است با افزایش اندازه تغییرات (ρ, δ, ψ) تعداد متغیر های مستقل لازم (n) جهت پایش پروفایل کاهش می‌یابد،کاهـــش در این متغیر به این علت است که نمودارهای کنترل شیفت‌های بزرگ را به راحتی تشخیص می-دهند ونیازی به استفاده از تعداد متغیرهای مستقل زیادی جهت کشف حالت خارج کنترل نمی‌باشد،در حالی که در شیفت‌های کوچک نیاز به گرفتن نمونه در سطوح بیشتری از متغیر پاسخ داریم، از طرفی از آنجایی که نمودارها به شیفت‌های بزرگ حساس هستند می‌توان فاصله بین دو نمونه‌گیری را افزایش داد ،که این دیدگاه در این مساله به علت عدم وابستگی هزینه خرابی به میزان تغییرات ،با دیدگاه طراحی اقتصادی هیچ تعارضی ایجاد نمی‌کند.همچنین نتایج نشان می‌دهند که با افزایش نرخ خرابی (θ) هزینه کل افزایش می‌یابد و این افزایش به دلیل کوتاه شدن زمان تحت کنترل بودن فرایند امری منطقی می‌باشد،همچنین مشاهده می‌گردد که با افزایش نرخ خرابی به تعداد متغیر مستقل کمتری نیاز است. در این مقاله ما طراحی اقتصادی سه نمودار کنترل را که برای پایش همزمان پارامترهای یک رابطه پروفایل استفاده می‌شد را بررسی کردیم.در این طراحی ما مقادیر مربوط به هشت پارامتر این نمودارها را جهت دستیابی به کمترین هزینه

Archive of SID

www.SID.ir

برای یک مثال عددی تعیین نمودیم. در این مقاله طراحی اقتصادی سه نمودار کنترل EWMA که یکی از روش‌های پایش پروفایل‌های خطی ساده بود بررسی کردیم،در تحقیقات آتی می‌توان این طراحی اقتصادی را برای سایر روش‌های پایش پروفایل‌ها به کار برد.

مراجع

[1] Mestek, O., Pavlík, J., Suchánek. M., "*Multivariate Control Charts: Control Charts for Calibration Curves.*" Fresenius' journal of analytical chemistry. Vol. 350, No. 6, 1994. PP. 344-351.

[2] Stover, F.S., Brill, R.V., "*Statistical Quality Control Applied to Ion Chromatography Calibrations.*" Journal of Chromatography A. Vol. 804, No. 1, 1998. PP. 37-43.

[3] Noorossana, R., Saghaei, A., Amiri. A., "*Statistical Analysis of Profile Monitoring*." Wiley, 2011.

[4] Kang, L., Albin. S., "*On-Line Monitoring When the Process Yields a Linear.*" Journal of Quality Technology. Vol. 32, No. 4, 2000. pp.418-426.

[5] Kim, K., Mahmoud, M.A., Woodall. W.H., "*On the Monitoring of Linear Profiles.*" Journal of Quality Technology. Vol. 35, No. 3, 2003, pp. 317-317.

[6] Lorenzen, T.J., Vance. L.C., "*The Economic Design of Control Charts: a Unified Approach.*" Technometrics. 1986. pp. 3-10.

[7] Duncan, A.J., "*The Economic Design of x-Bar Charts Used to Maintain Current Control of a Process.*" Journal of the American Statistical Association. Vol. 51, 1956. pp. 228-242.

[8] Ho, C., Case. K., "*The Economically-Based EWMA Control Chart.*" International Journal of Production Research. Vol. 32, No. 9, 1994. pp. 2179-2186.

[9] Montgomery, D.C., et al. "*Statistically Constrained Economic Design of the EWMA Control Chart.*" Journal of Quality Technology. Vol. 27, No. 3, 1995. pp. 250-256.

[10] Tolley, G.O., English. J.R., "*Economic Designs of Constrained EWMA and Combined EWMA-X Control Schemes.*" IIE Transactions. Vol. 33, No. 6, 2001. pp. 429-436.

[11] Saniga, E.M., "*Economic Statistical Control Chart Swith an Application to X-bar and R Charts.*" Technometrics. Vol. 31, 1989. pp. 313-320.

[12] Rahim, M.A., "*Determination of Optimal Design Parameters of Joint x-Bar and R Charts.*" Journal of Quality Technology. Vol. 21, 1989. pp. 56-70.

[13] Rahim , M.A., Costa. A.F.B., "*Joint Economic Design of x-Bar and R Charts Under Weibull Shock Models.*" International Journal of Production Research. Vol. 38, 2000. pp. 2871-2889.

[14] McWilliams, T.P., Saniga, E.M., Davis. D.J., "*Economic Statistical Design of x-Bar and R or x-Bar and S Charts.*" Journal of Quality Technology. Vol. 33, 2001. pp. 234-241.

[15] Serel, D.A., Moskowitz. H., "*Joint Economic Design of EWMA Control Charts for Mean and Variance.*" European Journal of Operational Research. Vol. 184, No. 1, 2008. pp. 157-168.

Archive of SID

www.SID.ir