



# A Competitive Multi-Product Supply Chain Model: A Game theory approach

Ali Naimi Sadigh, S. Kamal Chaharsooghi, Isa Nakhai Kamal Abadi

**A. Naimi Sadigh:** PhD Candidate of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

**S. K. Chaharsooghi:** Head of Institute of Information Technology, Associate Professor of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

**I. Nakhai Kamal Abadi:** Professor of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

## Keywords

Supply chain,  
Pricing,  
Stackelberg game  
Cooperative game

## ABSTRACT

*Seller-buyer supply chains have multi-faceted structures focusing on the integration of all the factors involved in the overall process of production and selling finished goods to customers. In this research, several seller-buyer multi-product supply chain models are proposed considering both competition and cooperation between seller and buyer. It is assumed that the demand for each product is affected by changes in its price and advertising cost, whereby an increase in price will lead to fall in demand, and likewise, an increase in advertising expenditure will result in an increase in demand. The proposed models consider the relationships between seller and buyer by means of two cooperative and non-cooperative game models. Based on the concept of Stackelberg solution, two different conditions were considered separately for the non-cooperative game. First, the seller has more power and is the leader (Seller-Stackelberg) and second, the buyer has more power and is the leader (Buyer-Stackelberg). Also, Pareto efficient solutions were presented for the cooperative game model to show cooperative endurance. To compare the results among different models, various numerical examples are presented in this paper*

©2015 IUST Publication, IJIEPM. Vol. 26, No. 1, All Rights Reserved



## ارائه مدل زنجیره تأمین رقابتی چند محصولی با رویکرد نظریه بازی

علی نعیمی صدیق، سیدکمال چهارسوقی و عیسی نخعی کمال آبادی

### کلمات کلیدی

زنجیره تأمین،  
قیمت گذاری،  
بازی استکلبرگ،  
بازی با همکاری

### چکیده:

زنجیره تأمین فروشنده - خریدار دارای ساختار چندوجهی است که بر یکپارچه سازی کلیه عوامل متمرکز می گردد که شامل تولید و فروش محصولات نهایی به مشتریان است. در این تحقیق، مدل های مختلف زنجیره تأمین فروشنده - خریدار بررسی می شوند که در آن علاوه بر رقابت، همکاری نیز در نظر گرفته می شود. در این مقاله تقاضای هر محصول تابعی از قیمت و هزینه تبلیغات آن محصول فرض شده است، به طوری که با افزایش قیمت، تقاضا کاهش می یابد و با افزایش هزینه تبلیغات، تقاضا افزایش می یابد. مدل های ارائه شده روابط بین خریدار و فروشنده را در دو حالت بازی های بدون همکاری و بازی های با همکاری در نظر می گیرند. در حالت نخست دو حالت در نظر گرفته شده است که در حالت اول فروشنده از قدرت بیشتری برخوردار است و به عنوان رهبر فعالیت می کند (استکلبرگ فروشنده) و در حالت دوم خریدار به عنوان رهبر فعالیت می کند (استکلبرگ خریدار). جواب های کارای پارتو نیز برای مدل بازی با همکاری برای نشان دادن پایداری همکاری ارائه گردیده است. در پایان تعدادی مثال نیز برای مقایسه بین مدل های با همکاری و بدون همکاری ارائه شده است.

### ۱. مقدمه

یک زنجیره تأمین شامل شرکت های مستقل است که کلیه فرآیندهای تبدیل مواد خام به محصولات نهایی و تحویل آن ها به مشتری نهایی به صورت یک زنجیره می باشد. امروزه رقابت در طول و یا بین زنجیره ها در بین محققین از اهمیت خاصی برخوردار است [۵-۷]. این مقاله، بر رقابت عمودی بین اعضای زنجیره متمرکز می گردد. با افزایش رقابت و جهانی شدن بازار، انگیزه برای شرکت های متفاوت ایجاد می گردد تا در سطوح مختلف زنجیره تأمین به منظور دستیابی به سود بیشتر با یکدیگر هماهنگ باشند.

تاریخ وصول: ۹۱/۱۰/۱۱

تاریخ تصویب: ۹۲/۳/۸

\* نویسنده مسئول مقاله:

\* سیدکمال چهارسوقی: رئیس پژوهشکده فناوری اطلاعات، دانشیار مهندسی صنایع، بخش مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس  
skch@modares.ac.ir  
علی نعیمی صدیق: دانشجوی دکترای تخصصی مهندسی صنایع، بخش مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس  
a.naimisadigh@modares.ac.ir  
عیسی نخعی کمال آبادی: استاد مهندسی صنایع، بخش مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس  
nakhai@modares.ac.ir

زنجیره تأمین دو رده ای که در این تحقیق مورد بررسی قرار می گیرد یک فروشنده وجود دارد که در آن تعدادی محصول را به خریدار با قیمت عمده فروشی می فروشد و بالطبع خریدار نیز با قیمت خرده فروشی محصولات را به مشتریان نهایی می فروشد [۱۰-۸]. مقالات متعددی ساز و کارهای هماهنگی بین فروشنده و خریدار را از جنبه های مختلف نظیر قیمت گذاری، تبلیغات، تولید و مدیریت موجودی مورد بررسی قرار دادند [۱، ۲، ۱۱ و ۱۲]. برخی نویسندگان هماهنگی بین خریدار و فروشنده را از طریق نظریه بازی مطالعه نمودند، به طوری که هر یک از اعضا تلاش می کند تا سود خود را بیشینه نماید که به آن بازی بدون همکاری می گویند. در یک بازی بدون همکاری از نوع استکلبرگ<sup>۱</sup>، بازیکنی که دارای قدرت بیشتر است به عنوان رهبر عمل می کند و ابتدا استراتژی خود را انتخاب می نماید و در پی آن پیرو استراتژی خود را انتخاب می نماید. در زنجیره تأمین خریدار و فروشنده، به طور معمول فروشنده به عنوان رهبر عمل می نماید، ولی در سال های اخیر قدرت از فروشنده به خریدار منتقل شده است [۱۳ و ۱۴]. در بازی های با همکاری خریدار و فروشنده سعی می کنند تصمیمات خود را با هم اتخاذ نمایند به طوری که هر کدام از آن ها نسبت به حالت بدون

<sup>1</sup>. Stackelberg

وو و همکاران [۱۸] یک زنجیره تأمین یک فروشنده-دو خریدار را تحت پنج سناریوی قدرت مختلف بررسی نمودند: (۱) فروشنده به عنوان رهبر زنجیره ابتدا قیمت خود را اعلام می‌کند و سپس خرده‌فروش‌ها در رقابت با یکدیگر حاشیه سود خود را تعیین می‌کنند، (۲) فروشنده به عنوان اولین رهبر تصمیم‌گیری می‌کند و در عکس‌العمل به قیمت فروشنده ابتدا خرده‌فروش شماره یک و سپس خرده‌فروش شماره دو به صورت پی‌درپی تصمیم خود را اعلام می‌کنند، (۳) ابتدا خرده‌فروش‌ها به صورت همزمان حاشیه سود خود را تعیین می‌کنند و سپس فروشنده به عنوان پیرو تصمیم‌گیری می‌نماید، (۴) خرده‌فروش شماره یک به عنوان اولین رهبر است و پس از آن خرده‌فروش شماره دو و فروشنده به صورت متوالی تصمیمات خود را اتخاذ می‌کنند و (۵) خرده‌فروش شماره یک رهبر است و فروشنده و خرده‌فروش دیگر پس از او به صورت همزمان تصمیم‌گیری می‌کنند. سیداصفهان‌ی و همکاران [۱۹] مسئله قیمت‌گذاری و تبلیغات مشارکتی را در یک زنجیره تأمین دو رده‌ای با تقاضای غیرخطی نسبت به قیمت و هزینه تبلیغات تحت دو سناریوی قدرت متفاوت (فروشنده رهبر و خریدار رهبر) بررسی نموده‌اند.

لنگ و پارلاز [۲۰] بازی استکلبرگ را در یک زنجیره با چند تأمین‌کننده و یک تولیدکننده رهبر را تحت قراردادهای برگشت از خرید و تسهیم هزینه‌های فروش از دست رفته مورد بررسی قرار دادند که در آن ابتدا تولیدکننده پارامترهای قرارداد را تعیین می‌کند و سپس تأمین‌کنندگان در یک بازی نش تصمیم‌گیری می‌کنند. ساسی و همکاران [۲۱] یک زنجیره تأمین شامل یک فروشنده و چند خریدار را که با مساله پسر روزنامه‌فروش مواجه هستند در نظر گرفته‌اند به طوری که خریدارها در فصل فروش سفارش می‌دهند و عدم قطعیت در آن فصل اتفاق می‌افتد. یکی از خریداران به عنوان رهبر می‌تواند زودتر از فصل سفارش بدهد و در مقابل تخفیف بگیرد. دو سناریوی مختلف در نظر گرفته شده است: (۱) خریدار رهبر یک فرصت سفارش دارد و (۲) خریدار رهبر می‌تواند در دو فرصت سفارش دهی کند.

ژانگ و هوانگ [۲۲] زنجیره تأمینی متشکل از یک تولیدکننده و چندین تأمین‌کننده که تشکیل ائتلاف داده‌اند را بررسی نمودند. یک سکوی مشترک برای ساخت خانواده‌ای از محصولات با ماژول‌های مختلف قابل جایگزینی وجود دارد. تولیدکننده به عنوان مشتری و رهبر زنجیره ابتدا در مورد انتخاب تأمین‌کنندگان و آرایش سکو تصمیم‌گیری می‌کند و سپس تأمین‌کنندگان به منظور حداکثر نمودن سود کل ائتلاف بر روی قیمت‌ها و اندازه سفارش تصمیم‌گیری می‌کنند.

## ۲-۲. بازی با همکاری در مدل‌های خریدار - فروشنده

با توجه به آنکه زنجیره‌های تأمین خریدار - فروشنده مکانیسمی برای تعیین قیمت عمده‌فروشی دارند. این مکانیسم به هر جهت

همکاری سود بیشتری نمایند که این مهمترین اصل پایداری همکاری است.

ساختار مقاله حاضر بدین صورت است که در بخش دوم مروری بر پژوهش‌های پیشین صورت می‌گیرد. در بخش سوم مدل‌های ریاضی خریدار و فروشنده ارائه می‌گردد. سپس در بخش چهارم بازی‌های بدون همکاری استکلبرگ فروشنده (فروشنده - رهبر) و استکلبرگ خریدار (خریدار - رهبر) و بازی‌های با همکاری ارائه و حل می‌گردد. در بخش پنجم مثال‌های متعددی ارائه می‌گردد تا بتوان سود خریدار و فروشنده را در بازی‌های مختلف مقایسه نمود. سرانجام در بخش ششم جمع‌بندی، نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای مطالعات آینده در این حوزه معرفی می‌گردند.

## ۲. مروری بر پژوهش‌های پیشین

در ادبیات مدیریت زنجیره تأمین، عبارت‌های یکپارچه‌سازی<sup>۲</sup>، همکاری<sup>۳</sup>، مشارکت<sup>۴</sup> و هماهنگی<sup>۵</sup>، مکمل یکدیگر بوده و اغلب برای توجیه مفهوم هماهنگی در زنجیره تأمین به کار می‌روند. لارسن [۱۵] همکاری را به معنی ارائه کار مشارکتی برای برنامه‌ریزی مشترک، توسعه مشترک محصول، تبادل دوطرفه اطلاعات و سیستم‌های اطلاعاتی یکپارچه، همکاری متقابل در چندین سطح در شبکه، همکاری بلند مدت و تسهیم عادلانه ریسک‌ها و سودها می‌داند. یک زنجیره تأمین مشارکتی، به آن معنی است که دو یا چند شرکت مستقل برای برنامه‌ریزی جهت اجرای فعالیت‌های زنجیره تأمین با هم کار کنند و در نهایت موفقیت بیشتری حاصل شود نسبت به حالتی که تک تک فعالیت می‌کردند [۱۶ و ۳]. در این قسمت مدل‌های ارائه شده در زنجیره تأمین‌های دو رده‌ای رقابتی که بین خریدار و فروشنده وجود دارد بر مبنای مفروضاتی نظیر تعداد محصول، هزینه کمبود، نوع بازی با همکاری و بدون همکاری، نوع متغیرها و نوع مدل یک فروشنده / یک خریدار، یک فروشنده / دو خریدار و یک فروشنده /  $n$  خریدار آورده شده است.

## ۲-۱. بازی استکلبرگ در مدل‌های خریدار - فروشنده

ونگ و همکاران [۱۷] مسئله تبلیغات مشارکتی را در یک زنجیره تأمین دو رده‌ای متشکل از یک تولیدکننده رهبر که ابتدا تصمیمات خود را اعلام می‌کند و دو خرده‌فروش رقیب که هر یک برای حداکثر نمودن سود خود به صورت همزمان تصمیم‌گیری می‌کنند، مورد بررسی قرار داده‌اند. علاوه‌براین آنها حالتی را که در آن دو خرده‌فروش در نقش پیرو به منظور حداکثرسازی مجموع سودشان در یک ائتلاف شرکت می‌کنند، در نظر گرفته‌اند.

<sup>2</sup>Integration

<sup>3</sup>Collaboration

<sup>4</sup>Cooperation

<sup>5</sup>Coordination

قرار می‌گیرد. در ضمن تمامی مدل‌های ارائه‌شده در زمان معقول به‌طور دقیق قابل حل هستند که به‌طور مبسوط توضیح داده خواهد شد.

### ۳. فرمول‌بندی ریاضی مساله

در این قسمت به شرح مفروضات، پارامترها، متغیرهای تصمیم و مدل‌های ریاضی خریدار و فروشنده ارائه شده می‌پردازیم:

#### ۳-۱. متغیرهای تصمیم

$\omega_i$	قیمت هر واحد از محصول نام از جانب فروشنده به خریدار
$T$	سیکل تولید که توسط مشتری تعیین می‌گردد.
$P_i$	قیمت ارائه هر واحد محصول نام توسط خریدار به مشتریان
$M_i$	هزینه تبلیغات هر واحد محصول نام که خریدار می‌پردازد.
$k_i$	ضریب ثابت برای تابع تقاضای محصول نام
$u_i$	ضریب ثابت تابع تولید فروشنده محصول نام $u_i \geq 1$
$j$	درصد هزینه نگهداری موجودی برای هر محصول در سال
$\alpha_i$	ضریب الاستیته قیمت برای تابع تقاضا برای محصول نام $\alpha_i > 1$
$\beta_i$	ضریب الاستیته هزینه تبلیغات تابع تقاضا برای محصول نام $0 < \beta_i < 1, \beta_i + 1 < \alpha_i$
$A_{B_i}$	هزینه سفارش‌دهی خریدار برای محصول نام
$A_{S_i}$	هزینه سفارش‌دهی (آماده سازی) فروشنده برای محصول نام
$C_{S_i}$	هزینه تولید محصول نام که شامل هزینه خرید نیز است.
$r_i$	نرخ تولید روزانه فروشنده برای محصول نام (روز/تعداد تولید)
$D_i$	تقاضای سالانه محصول نام

#### ۳-۲. مفروضات مساله

فرض بر این است هزینه سفارش‌دهی خریدار از هزینه راه‌اندازی فروشنده بزرگتر است. همچنین تقاضای هر محصول به صورت تابعی از  $P_i$  و  $M_i$  می‌باشد و به صورت زیر می‌باشد (بر گرفته از مدل لی و کیم [۲۶] است):

$$D(P_i, M_i) = k_i \cdot P_i^{-\alpha_i} \cdot M_i^{\beta_i} \quad (1)$$

در این مدل تقاضا ثابت نمی‌باشد، در حالی که می‌توان از مدل‌های موجودی استاندارد استفاده نمود که در آن تقاضا ثابت است. از آنجا که مدل فروشنده چند محصولی تولیدی است از سیاست سیکل تولید مشترک استفاده گردیده است به طوری که زمان سیکل تولید کلیه محصولات مشترک بوده و یک سیکل زمانی تولید برای تولید تمامی محصولات وجود خواهد داشت. به عبارت دیگر)

می‌تواند منجر به تضاد در تصمیمات خریداران و فروشندگان گردد. به علت مشخص نبودن تقاضای بازار خرده‌فروشان ترجیح می‌دهند تا اندازه انباشته را به‌صورت انعطاف‌پذیر انتخاب نمایند تا نه تنها هزینه موجودی کمتری متحمل گردند بلکه بتوانند نیازهای مشتری را نیز پاسخ دهند. تولیدکنندگان از سوی دیگر ترجیح می‌دهند خرده‌فروشان به‌صورت یکجا محصولات را بخرند. بنابراین چنین تضادهای منجر به ناکارایی زنجیره‌های تأمین می‌شود. از این‌رو ژاو و همکاران [۲۳] رویکرد نظریه بازی با همکاری را ارائه دادند تا هماهنگی بین خرده‌فروش و تولیدکننده را از طریق قراردادهای اختیاری برقرار نمایند. مطالعات آن‌ها نشان داد که از این طریق سود بیشتری نصیب خریدار و فروشنده می‌گردد. همچنین سناریوهایی نیز انتخاب گردیدند که اولویت‌های ریسک و قدرت مذاکره و چانه‌زنی را در بر می‌گیرد. اسماعیلی و زیفونگسکول [۲۴] مدل بازی با همکاری که در آن خریدار و فروشنده تسهیم هزینه بازاریابی دارند را مورد مطالعه قرار دادند که در آن خریدار و فروشنده نسبت به حالت بدون همکاری عاندی بیشتری دریافت می‌نمایند.

سیداصفهان‌ی و همکاران [۱۹] مسئله قیمت‌گذاری و تبلیغات مشارکتی را در یک زنجیره تأمین متمرکز مطالعه نمودند و به منظور تخصیص درآمد مازاد حاصل از همکاری از مفهوم چانه‌زنی نش استفاده کردند. بین و همکاران [۲۵] زنجیره تأمینی با یک تولیدکننده را مورد بررسی قرار داده‌اند که محصولات خود را از طریق دو خرده‌فروش آنلاین به بازار عرضه می‌نماید. سطح دسترسی اطلاعات تقاضا در دو کانال فروش یکسان نیست و بازی در دو حالت متمرکز و غیرمتمرکز با استفاده از قراردادهای آنالیز شده است. نتایج نشان می‌دهند زمانی که عدم قطعیت بالا است تولیدکننده سببی از قراردادهای را ترجیح می‌دهد در حالی که در شرایط عدم قطعیت پایین تنها یک قرارداد را انتخاب می‌کند.

همان‌طوری که در بالا مرور شد، در هیچ یک از مقالات مدل خریدار و فروشنده در حالت چند محصولی و در حالی که تقاضای هر محصول متغیر باشد و تابعی از قیمت فروش خریدار و مقدار هزینه تبلیغات هر محصول باشد بررسی نگردیده است و با توجه به اینکه در دنیای واقعی و رقابتی امروز در اکثر موارد خصوصاً در صنایع سنگین نظیر خودروسازی، ماشین‌آلات و صنعت هواپیماسازی بیش از یک محصول وجود دارد خلأ چنین مساله‌ای وجود دارد که در این مقاله مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد.

در این تحقیق یک مدل ریاضی چند محصولی برای خریدار و فروشنده ارائه می‌گردد و همچنین فروشنده دارای محدودیت تولید و خریدار نیز برای تبلیغات محدودیت بودجه دارد که در سه سناریوی بازی استکلبرگ فروشنده، استکلبرگ خریدار و بازی با همکاری ارائه می‌گردد. همچنین شرایط پایداری همکاری نیز برای خریدار و فروشنده به‌منظور دستیابی به سود بیشتر مورد تحلیل

هزینه بازاریابی تخصیص دهد. بنابراین مدل دارای محدودیتی به شکل ذیل خواهد بود:

$$\sum_{i=1}^n M_i \cdot D_i \leq B_b \Rightarrow \sum_{i=1}^n P_i^{-\alpha_i} M_i^{\beta_i+1} \leq B_b \quad (4)$$

#### ۳-۴. فرمول سازی مدل فروشنده

هدف فروشنده تعیین میزان بهینه اندازه انباشته (Q) و مقدار بهینه قیمت فروش (ψ) به خریدار می باشد به طوری که سود خالص آن را بیشینه نماید. بر خلاف مدل های پیشنهاد شده توسط آباد [۲۶] که در آن میزان اندازه انباشته را خریدار تعیین می نماید، در مدل پیشنهادی، تعیین اندازه انباشته (Q) یکی از متغیرهای تصمیم فروشنده می باشد. در اینجا مدل به صورت چند محصولی و با محدودیت میزان تولید در نظر گرفته شده به طوری که حتی اگر تقاضای بازار کشش نیز داشته باشد، فروشنده نمی تواند از هر محصول به هر اندازه تولید نماید. به عبارت دیگر فروشنده دارای محدودیت ظرفیت تولید است. بنابراین سود سالیانه فروشنده به شکل زیر می باشد:

$$\begin{aligned} \Pi_s(\psi_i, Q_i) &= \sum_{i=1}^n \psi_i \cdot D_i - \sum_{i=1}^n C_{s_i} \cdot D_i - \\ &\sum_{i=1}^n \frac{A_{s_i} \cdot D_i}{Q_i} - \sum_{i=1}^n 0.5 j C_{s_i} \cdot Q_i \cdot u_i^{-1} \\ &= \sum_{i=1}^n \psi_i \cdot D_i - \sum_{i=1}^n C_{s_i} \cdot D_i - \frac{\sum_{i=1}^n A_{s_i}}{T} \\ &- 0.5 j T \sum_{i=1}^n C_{s_i} \cdot D_i \cdot \frac{d_i}{r_i} \end{aligned} \quad (5)$$

همچنین فروشنده دارای یک محدودیت بودجه تولید به شکل زیر می باشد:

$$\sum_{i=1}^n C_{s_i} \cdot Q_i \leq B_s \Rightarrow T \cdot \sum_{i=1}^n C_{s_i} \cdot D_i \leq B_s \quad (6)$$

همان گونه که در تابع هدف ملاحظه می شود، هزینه نگهداری تابعی از نرخ تولید است که در آن متوسط موجودی در ضریبی از هزینه نگهداری (j) ضرب می گردد. هنگامی که  $d=r$  باشد، متوسط موجودی برابر صفر خواهد بود و در صورتی که  $d < r$  باشد یا به عبارت دیگر  $u > 1$  باشد میزان موجودی که در انبار نگهداری می شود از مقدار موجودی EOQ کمتر خواهد شد.

#### ۴. بازی های استکلبرگ و با همکاری

در این بخش تقابل بین خریدار و فروشنده را از نوع بازی استکلبرگ در نظر می گیریم، در جایی که یکی از طرفین نقش رهبر را ایفا می کند و می تواند استراتژی مورد نظر خود را به طرف دیگر (پیرو) تحمیل نماید. به عبارت دیگر در یک بازی استکلبرگ،

$(T = T_i \quad \forall i)$  فاصله زمانی بین دو رانش تولیدی برای تمام محصولات برابر بوده و لذا انباشته تولیدی هر محصول در هر تولید به صورت  $Q_i = D_i * T$  خواهد بود. در این حالت هدف یافتن زمان بهینه سیکل مشترک تولید ( $T^*$ ) است. بنابراین متغیر تصمیم فروشنده زمان سیکل (T) خواهد بود.

مدل ارائه شده در این مقاله بر اساس مفروضات زیر است:

- ✓ افق برنامه ریزی نامحدود است.
- ✓ پارامترها قطعی و از پیش تعیین شده می باشند.
- ✓ اگرچه در مدل های مرسوم زنجیره تأمین، اندازه انباشته را خریدار تعیین می نماید، در این مقاله فرض می شود که در رابطه بین خریدار - فروشنده، فروشنده اندازه انباشته را مشخص می کند.
- ✓ کمبود وجود ندارد و از آنجا که نرخ تولید هر محصول  $T_i$  از نرخ تقاضای هر محصول  $d_i$  بیشتر می باشد، بدون کاستن از جامعیت موضوع، فرض می شود که بنا بر مدل ذیل نرخ تقاضا و نرخ تولید دارای رابطه خطی می باشند:

$$r_i = u_i \cdot d_i, \quad \sum u_i^{-1} \leq 1 \quad (2)$$

#### ۳-۳. فرمول سازی مدل خریدار

هدف خریدار تعیین قیمت فروش و هزینه تبلیغات است، به طوری که سود خالص خود را بیشینه نماید. قیمت فروش و هزینه تبلیغات بر روی تقاضا و در نتیجه بر روی اندازه انباشته فروشنده تأثیر می گذارد. در این مقاله، مدل خریداری که توسط اسماعیلی و همکاران [۲۷] و نعیمی صدیق و همکاران [۲۸] هزینه تبلیغات را نیز به عنوان متغیر تصمیم به آن افزوده اند، مورد بررسی قرار می گیرد با این تفاوت که در اینجا تعداد محصولات بیشتر از یک محصول است و میزان بودجه تخصیص داده شده برای هزینه بازاریابی، که به میزان تقاضا بستگی دارد، محدود بوده و به عنوان محدودیت برای خریدار وجود دارد. بنابراین تابع سود سالانه خریدار به صورت ذیل می باشد:

$$\begin{aligned} \Pi_b(P_i, M_i) &= \sum_{i=1}^n P_i \cdot D_i - \sum_{i=1}^n \psi_i \cdot D_i \\ &- \sum_{i=1}^n M_i \cdot D_i - \sum_{i=1}^n \frac{A_{b_i} \cdot D_i}{Q_i} - \sum_{i=1}^n 0.5 j \psi_i \cdot Q_i \\ &= \sum_{i=1}^n P_i \cdot D_i - \sum_{i=1}^n \psi_i \cdot D_i - \sum_{i=1}^n M_i \cdot D_i \\ &- \frac{\sum_{i=1}^n A_{b_i}}{T} - 0.5 j T \sum_{i=1}^n \psi_i \cdot D_i \end{aligned} \quad (3)$$

معادله (۳) بیانگر تابع سود خریدار است، که مجموع درآمد حاصل از فروش از هزینه های خرید، تبلیغات، سفارش و نگهداری کم می گردد. خریدار تنها قادر است تا بودجه محدود و معینی برای کل

میزان تابع هدف به مدل فروشنده ارائه می‌شود و این امر تا زمانی ادامه می‌یابد که فروشنده به مقدار بهینه تابع هدف خود دست یابد.

حال معادلات لاگرانژ و شرایط مرتبه‌ی اول برای مدل خریدار به صورت زیر می‌باشد که در آن مقدار  $\lambda_1$  باید مقداری بزرگتر یا مساوی صفر باشد.

$$L(P_i, M_i, \lambda_1) = \Pi_b(P_i, M_i) - \lambda_1 \cdot g_1(P_i, M_i)$$

$$\nabla L(P_i, M_i, \lambda_1) = 0 \Rightarrow \nabla \Pi_b(P_i, M_i) - \lambda_1 \cdot \nabla g_1(P_i, M_i) = 0$$

$$\lambda_1 \cdot g_1(P_i, M_i) = 0$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \Pi_b(P_i, M_i)}{\partial P_i} \\ \frac{\partial \Pi_b(P_i, M_i)}{\partial M_i} \end{bmatrix} - \lambda_1 \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1(P_i, M_i)}{\partial P_i} \\ \frac{\partial g_1(P_i, M_i)}{\partial M_i} \end{bmatrix} = 0 \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} k_i P_i^{-\alpha_i - 1} M_i^{\beta_i} ((1 - \alpha_i) P_i + \alpha_i \psi_i + \alpha_i (1 + \lambda_1) M_i + \alpha_i 0.5 j T \psi_i) \\ k_i P_i^{-\alpha_i} M_i^{\beta_i - 1} (\beta_i (P_i - \psi_i - 0.5 j T \psi_i) - (1 + \beta_i)(1 + \lambda_1) M_i) \end{bmatrix} = 0$$

در نتیجه میزان بهینه قیمت فروش محصول نام خریدار ( $P_i$ ) و میزان هزینه تبلیغات محصول نام ( $M_i$ ) به صورت زیر حاصل می‌شوند:

$$P_i^* = \frac{\alpha_i (\psi_i + (1 + \lambda_1) M_i + 0.5 j T \psi_i)}{\alpha_i - 1} \quad (9)$$

$$M_i^* = \frac{\beta_i (P_i - \psi_i - 0.5 j T \psi_i)}{(1 + \lambda_1)(1 + \beta_i)} \quad (10)$$

حال با در نظر گرفتن مقادیر بهینه فوق و جایگذاری میزان  $M_i$  از معادله (۱۰) در معادله (۹) می‌توان میزان  $P_i$  را مستقل از محدودیت خریدار (مقدار  $\lambda_1$ ) به دست آورد و پس از تعیین مقدار  $\lambda_1$  که در ادامه توضیح داده خواهد شد، میزان  $M_i$  بدست می‌آید.

$$P_i^* = \frac{\alpha_i (\psi_i + 0.5 j T \psi_i)}{\alpha_i - \beta_i - 1} \quad (11)$$

ابتدا رهبر استراتژی خود را تعیین نموده، سپس پیرو عکس‌العمل خود را در قالب بهترین استراتژی با اطلاعات موجود انجام می‌دهد. هدف رهبر ارائه بهترین استراتژی به طریقی است که درآمد خود را، بعد از در نظر گرفتن همه استراتژی‌های منطقی بیشینه نماید که پیرو می‌تواند انجام دهد. همچنین همکاری بین خریدار و فروشنده را که در واقع می‌تواند منجر به سود بیشتر هر یک از آن‌ها گردد در قالب بازی‌های با همکاری ارائه می‌شود.

#### ۴.۱- مدل استکلبرگ فروشنده

مدلی که در آن فروشنده به عنوان رهبر و خریدار به عنوان پیرو در نظر گرفته می‌شود را مدل استکلبرگ فروشنده (فروشنده رهبر) می‌نامیم که به صورت گسترده‌ای در ادبیات مورد بررسی قرار گرفته است. برای یک استراتژی داده شده فروشنده، که به ترتیب با بردارهای  $\psi$  و  $T$  نشان داده می‌شود، خریدار بهترین استراتژی و خود را که به ترتیب با  $M^*$  و  $P^*$  نشان داده می‌شود، با توجه به مدل خریدار که در بخش (۳.۲) عنوان شد، به دست می‌آورد. سپس فروشنده مقدار سود خود را بر اساس مقادیر به دست آمده از خریدار یعنی  $M^*$  و  $P^*$  محاسبه می‌نماید. بنابراین مدل مساله استکلبرگ فروشنده به شکل زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \Pi_s(\psi_i, T) = \sum_{i=1}^n \psi_i \cdot D_i - \\ & \sum_{i=1}^n \frac{A_{s_i}}{T} \cdot D_i - \sum_{i=1}^n C_{s_i} \cdot D_i - \frac{1}{T} \\ & - 0.5 j T \sum_{i=1}^n C_{s_i} \cdot D_i \cdot u_i^{-1} \\ \text{St} : \quad & T \cdot \sum_{i=1}^n C_{s_i} \cdot D_i \leq B_s \end{aligned} \quad (7)$$

$$(P_i, M_i) \in \arg \text{Max} \Pi_b(P_i, M_i) = \sum_{i=1}^n P_i \cdot D_i -$$

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n \psi_i \cdot D_i - \sum_{i=1}^n M_i \cdot D_i - \\ & \sum_{i=1}^n \frac{A_{b_i}}{T} - 0.5 j T \sum_{i=1}^n \psi_i \cdot D_i \\ & \sum_{i=1}^n M_i \cdot D_i \leq B_b \end{aligned}$$

مساله فوق یک مساله برنامه‌ریزی دوسطحی است. در این قسمت، با توجه به اینکه تابع هدف شبه مقعر قوی بوده و محدودیت هزینه تبلیغات محدب است (نعیمی صدیق و همکاران [۳۰])، نقطه بهینه یکتای تابع هدف سطح پایین‌تر (خریدار) را بر اساس مقادیر داده شده از فروشنده (به عنوان رهبر) و با استفاده از شرایط KKT محاسبه می‌نماییم. سپس مقدار بهینه مدل خریدار برای محاسبه

مساله فوق نیز همانند مساله قبل یک مساله برنامه‌ریزی دوسطحی است. به منظور حل مدل، سطح پایین‌تر (سود فروشنده) بر اساس مقادیری که از مدل سطح بالاتر (سود خریدار) می‌گیرد، مقادیر بهینه خود را به طور دقیق محاسبه می‌کند و این مقادیر بهینه را به خریدار ارائه می‌نماید. سپس خریدار میزان سود خود را بر اساس این مقادیر ارزیابی می‌نماید و این فرایند ادامه می‌یابد تا زمانی که خریدار به مقدار بیشینه تابع هدف خود دست یابد.

در این قسمت با استفاده از شرایط KKT و با توجه به اینکه تابع هدف مقعر و محدودیت فروشنده محدب می‌باشد، نقطه‌ی بهینه یکتای تابع هدف سطح پایین‌تر (فروشنده) را بر اساس مقادیر داده شده از خریدار (به عنوان رهبر) تعیین می‌نماییم که این مقادیر در مرحله بعد برای محاسبه میزان سود به مدل خریدار ارائه می‌گردند. اکنون همانگونه که در بخش قبل عنوان گردید مدل فروشنده یک مدل چند محصولی تولیدی است که از سیاست سیکل تولید مشترک استفاده می‌شود. به طوری که زمان سیکل تولید کلیه محصولات مشترک بوده و یک سیکل زمانی تولید برای تولید تمامی محصولات وجود خواهد داشت. به عبارت دیگر  $(T = T_i \quad \forall i)$  فاصله زمانی بین دو رانش تولیدی برای تمام محصولات برابر بوده و لذا انباشته تولیدی هر محصول در هر تولید به صورت  $Q_i = D_i * T$  خواهد بود. در این حالت هدف یافتن زمان بهینه سیکل مشترک تولید  $(T^*)$  است.

با جایگذاری مقدار  $Q_i = D_i * T$  در تابع  $\Pi_s(\psi_i, Q_i)$  معادله لاگرانژ و شرایط مرتبه اول به صورت زیر حاصل می‌گردد که مقدار  $\lambda_2$  در آن می‌بایست بزرگتر و یا مساوی صفر باشد.

$$T, \lambda_2 = \Pi_s(\psi_i, T) - \lambda_2 \cdot g_2(T)$$

$$D_i(\psi_i - C_{S_i} - A_{S_i} T D_i^{-1}) - 0.5 j C_{S_i} D_i T u_i^{-1} - \lambda_2 \cdot g(T)$$

$$\frac{Q_i}{D_i}$$

$$D_i(\psi_i - C_{S_i} - A_{S_i} \frac{T}{D_i}) - 0.5 j C_{S_i} D_i T u_i^{-1}$$

$$(\sum_{i=1}^n (C_{S_i} D_i T) - B_S)$$

$$\nu_i, T, \lambda_2 = 0 \Rightarrow \nabla \Pi_s(\psi_i, T) - \lambda_2 \cdot \nabla g_2(T) = 0$$

$$z_2(T) = 0$$

پس از تعیین مقدار  $P_i$  و با توجه به اینکه مقدار  $\lambda_1$  می‌بایست بزرگتر و یا مساوی صفر باشد، می‌توان از طریق معادله زیر مقدار  $\lambda_1$  را به دست آورد. با قرار دادن مقدار  $\lambda_1$  در معادله (۱۰) میزان بهینه  $M_i$  مشخص می‌گردد.

$$\lambda_1 \left[ \sum_{i=1}^n (P_i)^*^{-\alpha_i} \left( \frac{\beta_i (P_i - \psi_i - 0.5 j T \psi_i)}{(1 + \lambda_1)(\alpha_i - \beta_i - 1)} \right)^{\beta_i + 1} - B_b \right] = 0 \quad (12)$$

شایان ذکر است برای تعیین میزان بهینه  $\lambda_1$  ابتدا میزان  $\lambda_1$  را برابر با صفر قرار می‌دهیم، اگر در محدودیت هزینه تبلیغات صدق نماید مقدار  $\lambda_1$  برابر صفر خواهد بود. در غیر این صورت معادله (۱۲) حل می‌شود و میزان بهینه  $\lambda_1$  حاصل می‌گردد.

#### ۴.۲- مدل استکلبرگ خریدار

اکثر تحقیقات در ادبیات زنجیره تأمین به مدل مرسوم استکلبرگ فروشنده توجه داشته‌اند. با این وجود تغییر قدرت از فروشنده به خریدار غیر قابل درک نمی‌باشد. در این بخش مدل استکلبرگ خریدار که در آن خریدار به عنوان رهبر و فروشنده به عنوان پیرو در نظر گرفته شده است، مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای یک استراتژی خریدار، فروشنده استراتژی بهینه خود را  $T^*$  و  $\psi^*$  با توجه به مدل (۵) به دست می‌آورد. پس از آن خریدار میزان درآمد خود را بر اساس استراتژی بهینه‌ی فروشنده محاسبه می‌نماید. به طور کلی مدل ریاضی مساله استکلبرگ خریدار به شکل زیر خواهد بود:

$$\text{Max} \quad \Pi_b(P_i, M_i) = \sum_{i=1}^n P_i \cdot D_i -$$

$$\sum_{i=1}^n \psi_i \cdot D_i - \sum_{i=1}^n M_i \cdot D_i$$

$$- \frac{\sum_{i=1}^n A_{b_i}}{T} - 0.5 j T \sum_{i=1}^n \psi_i \cdot D_i$$

$$\text{St} : \quad \sum_{i=1}^n M_i \cdot D_i \leq B_b$$

$$(\psi_i, T) \in \arg \text{Max} \Pi_s(\psi_i, T) = \sum_{i=1}^n \psi_i \cdot D_i - \quad (13)$$

$$\sum_{i=1}^n C_{S_i} \cdot D_i - \frac{\sum_{i=1}^n A_{S_i}}{T} - 0.5 j T \sum_{i=1}^n C_{S_i} \cdot D_i \cdot u_i^{-1}$$

$$T \cdot \sum_{i=1}^n C_{S_i} \cdot D_i \leq B_S$$

## ۳-۴. بازی با همکاری

موضوع بازی‌های با همکاری اولین بار در یک مطالعه بنیادی توسط ون‌نیومن و منگسترن [۳۱] مطرح شد. اگرچه برای مدت زمان طولانی بازی‌های با همکاری نسبت به بازی‌های بدون همکاری از توجه کمتری در ادبیات برخوردار بودند اما امروزه بسیار مورد توجه قرار گرفته‌اند. این روند به دلیل گسترش چانه‌زنی و مذاکرات در روابط بین شرکت‌ها برای دستیابی به سود بیشتر اتفاق افتاده است. نظریه بازی با همکاری از حیث ساختار تغییر اساسی با نظریه بازی بدون همکاری دارد. نظریه بازی با همکاری، بر خروجی بازی به عنوان ارزش ایجاد شده از همکاری مجموعه‌ای از بازیکنان و تخصیص عایدی بین اعضا، تمرکز دارد. در حالی که نظریه بازی بدون همکاری بیشتر به اقدامات خاص اتخاذ شده از جانب بازیکنان می‌پردازد (کچون و نتسین [۳۲]).

در بازی با همکاری، مسئله تخصیص عایدی بین اعضای شرکت کننده در همکاری، از اهمیت شایانی برخوردار است، زیرا یک تخصیص سود مناسب پایداری همکاری را تضمین می‌نماید. به عبارت دیگر، تخصیص سود باید به گونه‌ای باشد که هیچ‌یک از اعضا پس از پیوستن به همکاری، تمایلی برای جدایی نداشته باشند. بنابراین اگر همکاری شکل بگیرد و برای مدتی پایدار بماند اعضای همکاری باید به سطحی از تعادل و پایداری دست یافته باشند (اون [۳۳]).

در این بخش، رویکرد بازی با همکاری را در یک مساله زنجیره تأمین خریدار-فروشنده، با نظر به اینکه در صورت همکاری طرفین سود بیشتری را کسب می‌کنند، مورد بررسی قرار می‌دهیم. با استفاده از این رویکرد، خریدار و فروشنده برای تعیین  $P$ ،  $T$ ،  $\psi$  و  $M$  با یکدیگر همکاری می‌نمایند. همکاری از طریق بهینه‌سازی توأم مجموع وزنی توابع سود خریدار و فروشنده بررسی می‌گردد، به عبارت دیگر مجموعه جواب کارآی پارتو از طریق این بیشینه سازی حاصل می‌شود. به منظور حل این مساله از رویکرد جواب کارآی پارتو استفاده می‌شود. جواب کارآی پارتو به صورت میزان سودی که در آن جواب دیگری نتوان یافت که هم سود خریدار و هم سود فروشنده از حالت بدون همکاری بیشتر گردد، تعریف می‌شود.

برای حل این مساله جواب کارآی پارتو را که به صورت میزان سودی که در آن جواب دیگری را نمی‌توان یافت که سود هم خریدار و هم فروشنده از حالت استکلبرگ فروشنده و استکلبرگ خریدار بیشتر گردد، تعریف می‌شود. به عبارت دیگر به ازای مقادیری از  $\lambda$  که در آن سود فروشنده و سود خریدار از حالت بدون همکاری بیشتر گردد. بنابراین  $\lambda$  می‌معتبر است که در آن فروشنده و خریدار از حالت بدون همکاریشان بیشتر سود کنند تا حاضر به همکاری گردند. اینچنین همکاری از طریق بهینه‌سازی توأم

$$\left[ \frac{\partial \Pi_s(\psi_i, T)}{\partial \psi_i} \right] - \lambda_2 \cdot \left[ \frac{\partial g_2(T)}{\partial \psi_i} \right] = 0$$

$$\left[ \begin{array}{c} D_i \\ \frac{\sum A_{S_i}}{T^2} - 0.5j \sum C_{S_i} D_i u_i^{-1} - \lambda_2 \sum C_{S_i} D_i \end{array} \right] = 0 \quad (14)$$

پس از تعیین مقدار  $\lambda_2$  که در ادامه توضیح داده خواهد شد، با حل معادله (۱۵) می‌توان زمان سیکل تولید بهینه را به صورت زیر به دست آورد:

$$T^* = \sqrt{\frac{\sum A_{S_i}}{0.5j \sum C_{S_i} D_i u_i^{-1} + \lambda_2 \sum C_{S_i} D_i}} \quad (15)$$

از طریق معادله (۱۶) و با توجه به اینکه  $\lambda_2 \geq 0$ ، مقدار  $\lambda_2$  به دست می‌آید. پس از مشخص شدن مقدار  $\lambda_2$  و قرار دادن آن در معادله (۱۵) میزان بهینه  $T^*$  قابل حصول است.

$$\lambda_2 \left[ \frac{\sum A_{S_i}}{0.5j \sum C_{S_i} D_i u_i^{-1} + \lambda_2 \sum C_{S_i} D_i} - B_S \right] = 0 \quad (16)$$

شایان ذکر است برای تعیین میزان بهینه  $\lambda_2$ ، ابتدا میزان  $\lambda_2$  را برابر با صفر قرار داده اگر در محدودیت فروشنده صدق نماید مقدار  $\lambda_2$  برابر صفر است. در غیر این صورت مقدار  $\lambda_2$  از طریق معادله (۱۶) محاسبه می‌گردد و سپس مقدار بهینه  $Q_i^* = D_i \times T^*$  تعیین می‌گردد.

از آنجا که میزان قیمت فروش به خریدار  $(\psi_i)$  را نمی‌توان تعیین نمود، با حل معادله  $\Pi_s(\psi_i) = 0$  و به دست آوردن میزان بهینه سیکل تولید از طریق حل معادله (۱۷) میزان  $\psi_i$  در حالی که میزان سود صفر می‌گردد، به دست می‌آید. بنابراین خواهیم داشت:

$$\psi_i^0 = C_{S_i} + \frac{A_{S_i}}{TD_i} + 0.5jTC_{S_i}u_i^{-1} \quad (17)$$

معادله (۱۷) یک تابع خطی افزایشی می‌باشد، بنابراین مقدار بهینه قیمت فروش بیشترین مقدار آن می‌باشد که آن را به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$\psi_i^* = R_i \psi_i^0 = R_i \left( C_{S_i} + \frac{A_{S_i}}{TD_i} + 0.5jTC_{S_i}u_i^{-1} \right) \quad (18)$$

فروشنده می‌تواند میزان  $(R_i > 1)$  برای هر محصول را بطور جداگانه تعیین نماید (به عبارت دیگر میزان سود مورد انتظار خود برای هر محصول را مشخص نماید) و با توجه به میزان  $M_i$  و  $P_i$  از خریدار که میزان تقاضا را مشخص می‌سازند می‌تواند مقدار بهینه  $\psi_i$  و  $T$  را تعیین نماید.

<sup>6</sup> Stability/sustainability



نرم‌افزار تحقیق در عملیات GAMS استفاده گردیده است که در قسمت بعد نتایج محاسباتی آن برای مقایسه با مدل‌های بدون همکاری آورده شده است.

با توجه به مفروضات مساله  $(A_{s_i} > A_{b_i})$  و  $(\psi_i > C_{s_i})$  سیکل بهینه تولید در حالت بدون همکاری از با همکاری بیشتر است. در نتیجه مقدار اندازه انباشته هر محصول نیز در حالت بدون همکاری از با همکاری بیشتر است. شایان ذکر است در بازی بدون همکاری سیاست بهینه برای فروشنده داشتن اندازه انباشته بزرگتر است، در حالی که با سیاست خریدار کاملاً در تضاد است. اگرچه در بازی با همکاری هزینه آماده‌سازی فروشنده بیشتر می‌گردد، اما اندازه انباشته کمتر خواهد بود.

### ۵. نتایج محاسباتی

در این قسمت ابتدا به بررسی نتایج حاصل از حل مدل‌های بدون همکاری از نوع رهبر-پیرو در مسائل نمونه می‌پردازیم. در قسمت نهایی، نتایج حاصل از حل دقیق مدل با همکاری در نرم‌افزار GAMS 29.9.2 آورده شده و با مقایسه نتایج بدست آمده حاصل از حل مدل‌های بدون همکاری در ازای مقادیر مختلف وزنی بازه

مجموع وزنی توابع سود خریدار و فروشنده انجام می‌گیرد، به عبارت دیگر مجموعه‌ی جواب کارآی پارتو را می‌توان از طریق پیشینه‌سازی مدل فوق به دست آورد.

به همین منظور برای حل مدل، با توجه به نوع تابع نسبت به متغیر  $\lambda$  اگر میزان  $\lambda$  کمتر از ۰.۵ باشد مقادیر متغیر قیمت فروش هر محصول به خریدار صفر می‌گردد و اگر مقدار  $\lambda$  بیشتر از ۰.۵ باشد متغیر قیمت فروش هر محصول نامحدود می‌شود که در نتیجه مقدار تابع هدف مدل همکاری نامتناهی می‌گردد فلذا برای جلوگیری از این مشکل خریدار و فروشنده می‌بایستی با مذاکره بر روی مقادیر قیمت فروش هر محصول به توافق برسند که در این حالت می‌توان مقادیر  $\lambda$  را به دست آورد که در آن هم سود فروشنده و هم سود خریدار از حالت بدون همکاری بیشتر گردد (نعیمی‌صدیق و همکاران [۳۰ و ۴]). با توجه به موارد فوق متغیرهای مدل قیمت فروش هر محصول به مشتری  $(P_i)$ ، مقدار هزینه‌ی بازاریابی هر محصول  $(M_i)$  و میزان سیکل تولیدی فروشنده  $(T)$  می‌باشد

اکنون برای مدل فوق می‌بایستی شرایط KKT را بررسی نمود، در نتیجه تابع لاگرانژ مساله فوق به شکل ذیل خواهد بود:

اکنون از آنجا که حل معادلات فوق به صورت همزمان برای یافتن

$$L(P_i, M_i, T, \lambda_1, \lambda_2) = \lambda \Pi_s(T) + (1 - \lambda) \Pi_b(P_i, M_i) - \lambda_1 \cdot g_1(P_i, M_i) - \lambda_2 \cdot g_2(P_i, M_i, T)$$

$$\nabla L(P_i, M_i, T, \lambda_1, \lambda_2) = 0 \Rightarrow$$

$$\lambda \nabla \Pi_s(T) + (1 - \lambda) \nabla \Pi_b(P_i, M_i) - \lambda_1 \cdot \nabla g_1(P_i, M_i) - \lambda_2 \cdot \nabla g_2(P_i, M_i, T) = 0$$

$$\begin{cases} \lambda_1 \cdot g_1(P_i, M_i) = 0 \\ \lambda_2 \cdot g_2(P_i, M_i, T) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial Z}{\partial P_i} \\ \frac{\partial Z}{\partial M_i} \\ \frac{\partial Z}{\partial T} \end{bmatrix} - \lambda_1 \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1(P_i, M_i)}{\partial P_i} \\ \frac{\partial g_1(P_i, M_i)}{\partial M_i} \\ 0 \end{bmatrix} - \lambda_2 \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial g_2(P_i, M_i, T)}{\partial P_i} \\ \frac{\partial g_2(P_i, M_i, T)}{\partial M_i} \\ \frac{\partial g_2(P_i, M_i, T)}{\partial T} \end{bmatrix} = 0$$

$$P_i^* = \frac{\alpha_i [(1 - \lambda)(\psi_i + 0.5 jTC_{s_i}) - \lambda(\psi_i - C_{s_i} - 0.5 jTC_{s_i}) + \lambda_2 TC_{s_i}]}{(1 - \lambda)(\alpha_i - \beta_i - 1)} \quad (19)$$

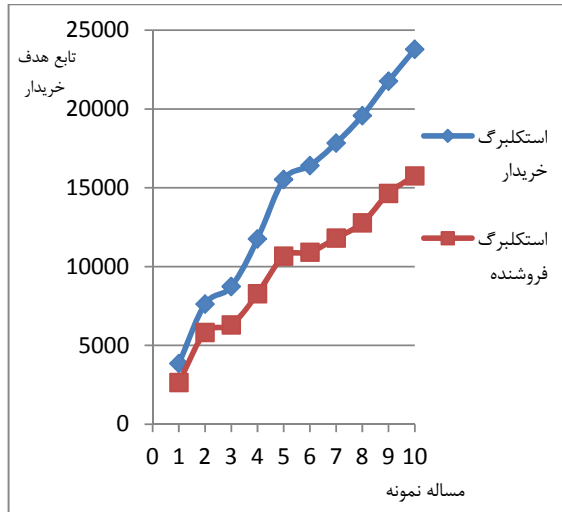
$$M_i^* = \frac{\beta_i [(1 - \lambda)(P_i - \psi_i - 0.5 jTC_{s_i}) - \lambda(\psi_i - C_{s_i} - 0.5 jTC_{s_i}) + \lambda_2 TC_{s_i}]}{(1 + \beta_i)[\lambda_1 + (1 - \lambda)]}$$

$$T^* = \sqrt{\frac{\lambda \sum A_{s_i} + (1 - \lambda) \sum A_{b_i}}{0.5 j[\lambda \sum C_{s_i} D_i u_i^{-1} + (1 - \lambda) \sum \psi_i D_i] + \lambda_2 \sum C_{s_i} D_i}}$$

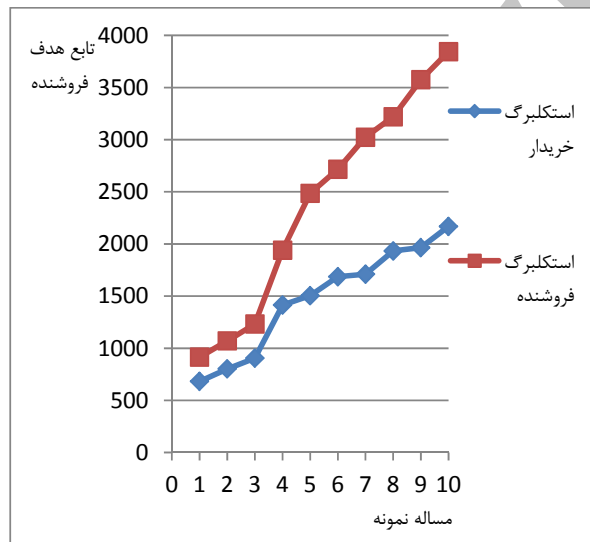
پایداری همکاری برای خریدار و فروشنده تعیین می‌گردد.

مقادیر بهینه  $(P_i^*, M_i^*, T^*)$  مشکل می‌باشد، برای حل مدل، از

که مشاهده می‌گردد، بیشترین میزان عائدی برای خریدار در حالتی حاصل می‌شود که او به عنوان رهبر تصمیم‌گیری می‌نماید. به عبارت دیگر، بیشینه سود خریدار در مدل استکلبرگ خریدار رخ می‌دهد. شکل ۲، میزان عائدی فروشنده در مدل‌های بدون همکاری را با یکدیگر مقایسه می‌نماید. همانطور که مشاهده می‌گردد، بیشترین میزان سود فروشنده نیز در مدل استکلبرگ فروشنده رخ می‌دهد که فروشنده به عنوان رهبر تصمیمات خود را اتخاذ می‌نماید.



شکل ۱. مقایسه سود خریدار در بازی‌های استکلبرگ



شکل ۲. مقایسه سود فروشنده در بازی‌های استکلبرگ

#### ۲-۵. بررسی پایداری همکاری بین خریدار و فروشنده

در بازی باهمکاری هدف تعیین سهم سود هر یک از اعضای شرکت کننده در همکاری است در صورتی که همکاری شرایط پایداری

مشخصات ده نمونه مساله از مقاله نعیمی صدیق و همکاران [۲۸] اخذ شده است.

همانطور که از نوع تابع هدف مشخص است هرچه مقدار  $\alpha$  بیشتر باشد بیانگر رقابتی‌تر بودن بازار است و هرچه مقدار  $\beta$  افزایش یابد تأثیر هزینه تبلیغات بر تقاضا بیشتر خواهد بود. به منظور تحلیل حساسیت دقیق‌تر می‌توان به پژوهش اسماعیلی و همکاران [۲۷] مراجعه نمود. در مورد چند محصولی بودن به علت وجود محدودیت برای خریدار و فروشنده هر محصول حتی اگر در بازار نیز کشش داشته باشد نمی‌تواند تولید گردد و محصولاتی که به طور بالقوه سوددهی بیشتری دارند ( $\alpha$  کمتر،  $\beta$  بیشتر و  $k$  بزرگتر، البته پارامترهای دیگری نظیر هزینه‌های سفارش و نگهداری تأثیرگذار است) برای تولید در اولویت قرار می‌گیرند.

#### ۵-۱. مقایسه سود خریدار و فروشنده در بازی‌های استکلبرگ

در این بخش مقدار بهینه تابع هدف خریدار و فروشنده برای حل مدل‌های بدون همکاری استکلبرگ (جدول ۱) از نرم‌افزار GAMS 29.9.2 استفاده شده و در واقع جواب دقیق مساله بدست آمده است.

جدول ۱. مقایسه سود خریدار و فروشنده در بازی

ردیف	استکلبرگ			
	مقدار تابع هدف خریدار	مقدار تابع هدف فروشنده	استکلبرگ خریدار	استکلبرگ فروشنده
۱	۳۸۴۰.۲	۲۶۳۸.۳	۶۸۲.۴	۹۱۵.۳
۲	۷۶۱۸.۱	۵۸۱۹.۹	۸۰۲.۰	۱۰۷۰.۶
۳	۸۷۲۸.۸	۶۳۰۱.۵	۹۰۴.۱	۱۲۳۱.۷
۴	۱۱۷۴۸.۸	۸۲۷۳.۵	۱۴۱۴.۲	۱۹۴۰.۱
۵	۱۵۵۲۱.۹	۱۰۶۵۸.۲	۱۵۰۴.۱	۲۴۸۵.۷
۶	۱۶۴۰۶.۲	۱۰۹۰۶.۳	۱۶۸۵.۹	۲۷۱۶.۹
۷	۱۷۸۳۵.۵	۱۱۸۰۵.۳	۱۷۰۹.۸	۳۰۲۴.۰
۸	۱۹۵۷۳.۲	۱۲۷۷۷.۵	۱۹۳۲.۵	۳۲۱۹.۸
۹	۲۱۹۴۲.۴	۱۴۳۷۳.۲	۱۹۴۵.۷	۳۶۰۵.۲
۱۰	۲۴۰۴۹.۶۰	۱۵۵۷۳.۰	۲۰۵۶.۴	۳۸۷۹.۱

شکل ۱ میزان عائدی خریدار را در مدل‌های بدون همکاری استکلبرگ خریدار و استکلبرگ فروشنده نشان می‌دهد. همانطور

ردیف	مقدار تابع هدف		مقدار تابع هدف		مقادیر $\lambda$
	خریدار		فروشنده		
	حداقل	حداکثر	حداقل	حداکثر	
۸	-	-	-	-	-
۹	-	-	-	-	-
۱۰	-	-	-	-	-

در جدول ۳ مساله همکاری خریدار و فروشنده نسبت به مدل استکلبرگ فروشنده مورد بررسی قرار گرفته است و مقادیری از  $\lambda$  که سود خریدار و فروشنده نسبت به میزان سود آن‌ها در مدل استکلبرگ فروشنده بیشتر بوده است، گزارش شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌گردد در تمامی ده نمونه مساله، همکاری بین خریدار و فروشنده پایدار خواهد بود. به عبارت دیگر اگر فروشنده به عنوان رهبر انتخاب گردد ترجیح می‌دهد با خریدار همکاری نماید تا اینکه به عنوان رهبر تصمیمات خود را انتخاب نماید.

جدول ۳. بررسی پایداری همکاری خریدار و فروشنده در بازی استکلبرگ فروشنده

ردیف	مقدار تابع هدف		مقدار تابع هدف		مقادیر $\lambda$
	خریدار		فروشنده		
	حداقل	حداکثر	حداقل	حداکثر	
۱	۲۶۴۳	۳۵۶۷	۹۱۸	۱۳۳۵	(۰.۷۱ و ۰.۶۵۹)
۲	۵۷۸۰	۶۹۷۷	۱۰۷۵	۱۵۴۷	(۰.۷۳۱ و ۰.۶۹۰۷)
۳	۶۳۶۶	۸۱۱۷	۱۲۳۷	۲۰۱۷	(۰.۷۰۹ و ۰.۶۶۵)
۴	۸۳۴۲	۱۰۸۴۱	۱۹۴۰	۳۰۶۳	(۰.۷۰۷ و ۰.۶۶۴)
۵	۱۰۶۹۹	۱۴۱۳۷	۲۴۹۶	۳۹۶۹	(۰.۷۱۶ و ۰.۵۷۰۷)
۶	۱۱۰۴۱	۱۴۸۰۹	۲۷۳۳	۴۳۴۵	(۰.۷۱۶ و ۰.۶۷۶)
۷	۱۱۸۵۹	۱۵۶۵۰	۳۰۴۹	۴۶۵۱	(۰.۷۱۷ و ۰.۶۸۲)
۸	۱۲۹۸۰	۱۷۰۷۷	۳۲۴۵	۴۹۵۳	(۰.۷۲۰ و ۰.۶۸۵)
۹	۱۴۶۵۵	۱۸۷۰۴	۳۶۰۸	۵۳۵۱	(۰.۷۱۳ و ۰.۶۷۳)
۱۰	۱۵۸۵۹	۲۰۴۴۵	۳۹۱۷	۵۷۰۶	(۰.۷۲۷ و ۰.۶۹۵)

داشته باشد، همکاری بین خریدار و فروشنده ادامه خواهد یافت، در غیر این صورت ائتلاف شکل نخواهد گرفت و طرفین ترجیح می‌دهند که به صورت فردی به فعالیت خود در بازار ادامه دهند. به عنوان مثال نمونه مساله شماره یک را در نظر بگیرید، فرض می‌گردد سود تضمین شده برای خریدار و فروشنده در حالت بدون همکاری استکلبرگ خریدار به ترتیب برابر با ۳۸۴۲ و ۶۸۲ واحد پولی سود باشد. در این حالت هنگامی خریدار و فروشنده توافق به همکاری می‌نمایند که سود دریافتی هریک از آن‌ها حداقل به همین میزان باشد، در غیر اینصورت همکاری آن‌ها ناپایدار خواهد بود. به عبارت دیگر اگر  $\lambda \in (۰.۵۹۰ و ۰.۶۲۱)$  خریدار و فروشنده عائدی بیشتری نسبت به مدل استکلبرگ خریدار خواهند داشت و همکاری آن‌ها پایدار خواهد بود.

جدول ۲ نتایج حاصل از حل مدل همکاری را در مقایسه با بازی استکلبرگ خریدار نشان می‌دهد. همان‌طور که ملاحظه می‌گردد در برخی از نمونه مسائل نمی‌توان  $\lambda$  ای به دست آورد که در آن هم خریدار و هم فروشنده نسبت به مدل استکلبرگ خریدار سود بیشتری نمایند، بنابراین در این موارد همکاری خریدار و فروشنده ناپایدار خواهد بود. به عبارت دیگر در این موارد خریدار که به عنوان رهبر فعالیت می‌کند چون در حالت همکاری سود کمتری عائدش می‌گردد تمایل به همکاری نشان نمی‌دهد و ترجیح می‌دهد که به عنوان رهبر به فعالیت خود ادامه دهد.

جدول ۲. بررسی پایداری همکاری خریدار و فروشنده در بازی استکلبرگ خریدار

ردیف	مقدار تابع هدف		مقدار تابع هدف		مقادیر $\lambda$
	خریدار		فروشنده		
	حداقل	حداکثر	حداقل	حداکثر	
۱	۳۸۴۲	۳۹۶۹	۶۸۲	۷۶۵	(۰.۶۲۱ و ۰.۵۹۰)
۲	-	-	-	-	-
۳	-	-	-	-	-
۴	۱۱۷۴۹	۱۱۷۷۸	۱۴۱۶	۱۴۳۵	(۰.۶۱۲ و ۰.۶۰۹)
۵	۱۵۵۳۲	۱۵۸۸۰	۱۵۰۶	۱۷۴۳	(۰.۶۱۲ و ۰.۵۷۰۷)
۶	-	-	-	-	-
۷	۱۷۸۴۹	۱۸۲۰۷	۱۷۱۱	۱۸۶۵	(۰.۶۰۱ و ۰.۵۶۸)

## ۶. جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این تحقیق مدل‌های بدون همکاری استکلبرگ فروشنده و استکلبرگ خریدار توسعه داده شده است که در آن‌ها به ترتیب فروشنده قدرت بیشتری را در زنجیره دارد و خریدار قدرت بیشتری را در زنجیره دارد. همچنین مدل با همکاری مورد بررسی قرار گرفته است که در آن اعضای زنجیره خریدار و فروشنده برای به دست آوردن سود بیشتر با یکدیگر همکاری می‌کنند در مورد مدل‌های بدون همکاری استکلبرگ فروشنده و خریدار با توجه به ویژگی‌های مساله حل مدل‌ها به صورت دقیق صورت گرفت. در انتها، مدل با همکاری که در آن خریدار و فروشنده به منظور سود بیشتر با یکدیگر همکاری می‌کنند، مورد بررسی قرار گرفته است و برای محاسبه‌ی تابع هدف و مقدار سود هر یک از اعضای زنجیره از نرم‌افزار GAMS استفاده شده است.

نتایج محاسباتی با مقایسه نتایج حاصل از حل مسائل استکلبرگ خریدار و فروشنده مورد مقایسه قرار گرفته است. در انتها، پایداری همکاری و میزان حداقل و حداکثر سود فروشنده و خریدار در حالت همکاری نسبت به حالت‌های استکلبرگ در تمامی مسائل نمونه مورد بررسی قرار گرفته است.

در تمامی تحقیقات انجام شده در ادبیات، در هیچ‌یک از مدل‌ها وابستگی بین تقاضای محصولات را در نظر نگرفته‌اند و تقاضای محصولات از یکدیگر مستقل می‌باشند که می‌تواند به‌عنوان پیشنهادی برای تحقیقات آتی باشد. همچنین در این مقاله خریدار و فروشنده از هزینه‌های یکدیگر و میزان قیمت به مشتری آگاه هستند، چنین فرضی در واقعیت می‌تواند وجود داشته باشد که خریدار و فروشنده نخواهند اطلاعات خود را در اختیار یکدیگر قرار دهند که در این صورت قسمتی از دانش طرفین غیر کامل می‌گردد که منجر به استفاده از مدل‌های چانه‌زنی<sup>۷</sup> اطلاعات ناکامل می‌گردد.

## مراجع

- [۴] نعیمی صدیق، علی، چهارسوقی، سیدکمال، شیخ محمدی، مجید، طراحی مدل هماهنگی در زنجیره تأمین رقابتی با استفاده از رویکرد نظریه بازی با همکاری و بدون همکاری. مدل سازی در مهندسی، ۱۰ (۲۹) (۱۳۹۱): ۳۴-۲۱.
- [5] Edward JA, Yong B. Price competition with integrated and decentralized supplychains. *European Journal of Operational Research*, 200 (2010), pp. 227-34.
- [6] Rezapour S, Zanjirani Farahani R. Strategic design of competing centralized supply chain networks for markets with deterministic demands. *Advances in Engineering Software*, 41 (2010), pp. 810-22.
- [7] Santana S, Sarmah SP. Coordination and price competition in a duopoly common retailer supply chain. *Computers & Industrial Engineering*, 59 (2010), pp. 280-95.
- [8] Yang SL, Zhou YW. Two-echelon supply chain models: considering duopolistic retailers' different competitive behaviors. *International Journal of Production Economics*, 103 (2006), pp. 104-16.
- [9] Chen MS, Chang HJ, Huang CW, Liao CN. Channel coordination and transaction cost: a game-theoretic analysis. *Industrial Marketing Management*, 35 (2006), pp. 178-90.
- [10] Dai Y, Chao X, Fang SC, Nuttle HLW. Pricing in revenue management for multiple firms competing for customers. *European Journal of Operational Research*, 98 (2005), pp. 1-16.
- [11] Sarmah SP, Acharya D, Goyal SK. Buyer vendor coordination models in supply chain management *European Journal of Operational Research*, 175(1), (2006), pp. 1-15.
- [12] Xie J, Wie JC. Coordinating advertising and pricing in a manufacturer-retailer channel. *European Journal of Operational Research*, 197, (2009), pp. 785-91.
- [13] Huang Z, Li SX, Mahajan V. An analysis of manufacturer-retailer supply chain coordination in cooperative advertising. *Decision Sciences*, 33, (2002), pp: 469-94.
- [14] Yue J, Austin J, Wang MC, Huang Z. Coordination of cooperative advertising in a two-level supply chain when manufacturer offers discount. *European Journal of Operational Research*, 168, (2006) pp: 65-85.
- [۱] نخعی، عیسی، میهمی، رضا، قیمت‌گذاری و کنترل موجودی به صورت توأم برای کالاهای فاسدشدنی با در نظر گرفتن هزینه کمبود به صورت پس‌افت پاره‌ای. نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید، ۲۱ (۴): ۱۶۷-۱۷۷.
- [۲] ناظمی، جمشید، رشیدی کامه، حسین، مدل هزینه جهت تعیین دوره ضمانت قطعات سری. نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید، ۲۳ (۱): ۲۹-۴۱.
- [۳] عطایی، زهرا، ماکوئی، احمد، برنامه ریزی چند هدفه تأمین توأم برای کالاهای فسادپذیر با چند خریدار. نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید، ۲۰ (۳): ۳۸-۲۵ (۱۳۸۸).

<sup>7</sup>. Bargaining model

- [25] Bin, L., Rong, Z., Meidan, X. Joint decision on production and pricing for online dual channel supply chain system. *Applied Mathematical Modelling*, 34, (2010), pp 4208-4218.
- [26] Lee, Woon J., Kim, Daesoo. Optimal and heuristic decision strategies for integrated product and marketing planning. *Decision Sciences*, 24 (6), (1993) pp 1203– 1213.
- [27] Esmaeili, M., Aryanezhad, M. B., Zeephongsekul, P. A game theory approach in seller-buyer supply chain. *European Journal of Operational Research*, 195; (2009) pp 442-448.
- [28] Naimi Sadigh, A., Mozafari, M., Karimi, B. Manufacturer-retailer supply chain coordination: A bi-level programming approach. *Advances in Engineering Software*, 45; (2012) pp 144-152.
- [29] Abad, P.L., Jaggi, C. K. Joint approach for setting unit price and the length of the credit period for a seller when end demand is price sensitive. *International Journal of Production Economics*, 83; (2003) pp 115-122.
- [30] Naimi Sadigh, A., Karimi, B., Zanjirani Farhani, R. A game theoretic approach for two echelon supply chains with continuous depletion. *International Journal of Management Science and Engineering Management*, 6(6); (2011) pp 408-412.
- [31] von Neumann J., Morgenstern O. *Theory of games and economic behavior*. Princeton University Press, Princeton, (1994); NJ.
- [32] Cachon, G.P., Netessine, S. *Game Theory in Supply Chain Analysis*. Tutorial in operations research, (2005); INFORMS, New Orleans.
- [33] Owen, G. *Game theory*. 2nd edition, Academic Press, New York. (1982).
- [15] Larsen, S. T. European logistics beyond 2000. *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management*, 30(5) (2000); pp 377–387.
- [16] Simatupang, T. M., Sridharan, R. The collaborative supply chain. *International Journal of Logistics Management*, 13(1), (2002) pp15–30.
- [17] Wang, S. D., Zhou, Y. W., Min, J., Zhong, Y. G. Coordination of cooperative advertising in a one-manufacturer two-retailer supply chain system. *Computers & Industrial Engineering*, 61; (2011) pp 1053-1071.
- [18] Wu, C. H., Chen, C. W., Hsieh, C. C. Competitive pricing decisions in a two-echelon supply chain with horizontal and vertical competition. *International Journal of Production Economics*, 135 (2012) pp; 265-274.
- [19] Seyed Esfahani, M. M, Biazaran, M., Gharakhani, M. A game theoretic approach to coordinate pricing and vertical co-op advertising in manufacturer-retailer supply chains. *European Journal of Operational Research*, 211; (2011) pp 263–273.
- [20] Leng, M., Parlar, M. Game-theoretic analyses of decentralized assembly supply chains: Non-cooperative equilibria vs. coordination with cost-sharing contracts. *European Journal of Operational Research*, 204; (2010) pp 96-104.
- [21] Cai, G. G., Chiang, W. C., Chen, X. Game theoretic pricing and ordering decisions with partial lost sales in two-stage supply chains. *International Journal of Production Economics*, 130, (2011) pp 175–185.
- [22] Zhang, X., Huang, G. Q. Game-theoretic approach to simultaneous configuration of platform products and supply chains with one manufacturing firm and multiple cooperative suppliers. *International Journal of Production Economics*, 124; (2010) pp 121–136.
- [23] Zhao, Y., Wang, S., Cheng, T. C. E., Yang, X., Huang, X. Coordination of supply chains by option contracts: A cooperative game theory approach. *European Journal of Operational Research*, 207; (2010) pp 668-675.
- [24] Esmaeili, M., Zeephongsekul, p. Seller-buyer models of supply chain management with an asymmetric information structure. *International Journal of Production Economics*, 123; (2010) pp 146-154.