



Minimizing the weighted number of tardy jobs with group due date assignment and capacity-constrained deliveries

Morteza Rasti-Barzoki, Seyed Reza Hejazi

Morteza Rasti-Barzoki Assistant Professor, Department of Industrial and Systems Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan 84156-83111, Iran

Seyed Reza Hejazi Associate Professor, Department of Industrial and Systems Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan 84156-83111, Iran

Keywords

supply chain,
due date assignment,
scheduling and tardy job

ABSTRACT

In this paper, integrated due date assignment and production and delivery scheduling of orders for multi customer for make to order production system in supply chain has been surveyed. One manufacture received n orders from K customers. The due date of orders for each customer is common and manufacture can assign the due dates with a related cost. Orders must be process by one machine and send to customers by vehicles. Sending several jobs with one vehicle lead to less transportation cost but may increase the number of tardy jobs. the objective is determining the due dates and production and delivery scheduling so that the related costs is minimized. We present an MINLP model for this problem and a heuristic algorithm for solving it. Computational test is performed for evaluation of these two methods. The obtained results show that the heuristic algorithm is efficient.

© 2015 IUST Publication, IJIEPM. Vol. 26, No. 1, All Rights Reserved



کمینه کردن مجموع وزنی تعداد کارهای تاخیری با در نظر گرفتن مجموع هزینه‌های تخصیص موعد تحویل گروهی و هزینه‌های ارسال

مرتضی راستی برزکی، سید رضا حجازی

چکیده:

در این مقاله مساله یکپارچه تخصیص موعد تحویل و زمانبندی تولید و ارسال سفارش‌ها در حالت چند مشتری برای سیستم تولیدی "تولید برای سفارش" در یک زنجیره تامین مورد بررسی قرار گرفته است. یک تولید کننده n سفارش از طرف K مشتری دریافت می کند. برای سفارشات هر مشتری موعد تحویل اولیه ای در نظر گرفته می شود که افزایش آن از طرف تولید کننده دارای هزینه می باشد؛ بنابراین از نظر تولید کننده موعد تحویل سفارشات هر مشتری یک متغیر تصمیم می باشد که باید تعیین شود. سفارشات لازم است توسط یک ماشین پردازش و در قالب دسته‌هایی توسط وسایلی با ظرفیت محدود به مشتری ارسال شود. هدف تخصیص موعد تحویل سفارشات هر مشتری، تعیین توالی پردازش کارها و تعیین دسته‌بندی آنها برای ارسال است به طوری که مجموع هزینه‌های تخصیص موعد تحویل، مجموع وزنی تعداد کارهای تاخیری و هزینه‌های ارسال کمینه شود. در این مقاله، مدل برنامه ریزی ریاضی مساله (شامل مدل غیرخطی مختلط) و یک روش ابتکاری به همراه تست محاسباتی ارائه شده است. نتایج تست محاسباتی برای مسائل با ابعاد کوچک کارایی روش ابتکاری را نشان می دهد.

کلمات کلیدی

زنجیره تامین،
تخصیص موعد تحویل،
زمانبندی،
کارهای دارای تاخیر

۱. مقدمه

مدیریت زنجیره تامین یکی از موضوعات بسیار مهمی است که هم از نظر تئوری و هم از جنبه کاربردی سال ها مورد توجه محققین قرار گرفته است و با توجه به گستردگی و تنوع موضوع هم اکنون نیز تحقیقات بسیاری را به خود اختصاص داده است. اما موضوع زمانبندی زنجیره تامین از موضوعات نسبتاً جدیدی است که اهم تحقیقات آن مربوط به سالهای بعد از سال ۲۰۰۰ میلادی می باشد. به طور خاص موضوع زمانبندی یکپارچه تولید و توزیع نیز یکی از موضوعات مهمی است که پس از ارائه مقاله هال و پاتس در سال ۲۰۰۳ [۱] تحقیقات زیادی را به خود اختصاص داده است. نشان می دهد). تولید و توزیع دو جز مهم یک زنجیره تامین را شامل می شوند؛

تاریخ وصول: ۹۱/۰۵/۱۹

تاریخ تصویب: ۹۲/۰۲/۰۴

* نویسنده مسئول مقاله: .

* مرتضی راستی برزکی: استادیار، دانشگاه صنعتی اصفهان، دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌ها
سید رضا حجازی: دانشیار، دانشگاه صنعتی اصفهان، دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌ها

بنابراین هماهنگی برنامه ریزی تولید و ارسال یکی از مسائل مهم زمانبندی زنجیره تامین می باشد. (چن در سال ۲۰۱۰ [۲] مطالعه مروری مناسبی را در این زمینه ارائه کرده است که بررسی آن تحقیق، این موضوع را به خوبی مسائل کلاسیک زمانبندی به هماهنگی با واحد حمل و نقل و در نظر گرفتن هزینه‌های ارسال توجهی ندارد که نگرش جامع تر مسائل کلاسیک زمانبندی با در نظر گرفتن هزینه‌های ارسال باعث توجه محققین به رویکرد نوین زمانبندی در زنجیره تامین شده است. هال و پاتس مسائل متنوعی را در خصوص هماهنگی زمانبندی، دسته‌بندی و ارسال بررسی و روشی با رویکرد برنامه ریزی پویا جهت کمینه‌سازی انواع توابع هدف ارائه نموده‌اند. یکی از توابع هدفی که آنها مورد بررسی قرار داده اند کمینه سازی مجموع وزنی تعداد کارهای تاخیری و هزینه های ارسال می باشد که در مقاله حاضر مورد توجه قرار گرفته است. آنها همچنین نتایج حاصل از هماهنگی و عدم هماهنگی بین زمانبندی دو تولیدکننده را مورد بررسی قرار داده‌اند [۳ و ۱]. مدل های یکپارچه زمانبندی تولید و توزیع با توجه به هزینه های تاخیر و هزینه های زیاد لجستیک بسیار حائز اهمیت می باشند. اسلوتنیک و سوئل اشاره کرده اند که هزینه های مرتبط با تاخیر در صنعت هوافضا می تواند تا نزدیک یک میلیون دلار در روز برای

موعد تحویل را با تابع هدف زمانبندی تولید تعداد کارهای تاخیری برای تعدادی از حالت های تک ماشین و ماشین های موازی بررسی و برای آنها روش های چند جمله ای مبتنی بر برنامه ریزی پویا ارائه نموده است. وی نیز به موضوع ارسال توجهی نداشته است. وانگ و وانگ نیز در همان سال (۲۰۱۱) [۱۰] و زو [۱۱] مساله تخصیص موعد تحویل را در حالت تک ماشین و با در نظر گرفتن یادگیری و زوال کارها مورد بررسی قرار داده اند اما آنها نیز ارسال را در مدلهای خود در نظر نگرفته اند. لی و همکارانش [۱۲] نیز تخصیص موعد تحویل را در حالت تک ماشین برای سیستم های مبتنی بر تکنولوژی گروهی با در نظر گرفتن زمان های آماده سازی مرتبط با محصولات مشابه (خانواده های محصول) را در سال ۲۰۱۱ بررسی و یک روش چند جمله ای برای حل آن ارائه نموده اند؛ آنها مسئله مشابهی را نیز با در نظر گرفتن زوال کارها بررسی نموده اند [۱۳]. اما در این تحقیقات نیز موضوع ارسال مورد توجه قرار نگرفته است. در سال ۲۰۱۰ نیز لی و همکارانش مساله تخصیص موعد تحویل را با در نظر گرفتن زمان های پردازش فازی بررسی و یک روش چند جمله ای برای حل آن ارائه نموده اند [۱۴]. با توجه به تنوع بکارگیری مساله تخصیص موعد تحویل در انواع موضوعات (نظیر تحقیقاتی که در این پاراگراف به آنها اشاره شد) می توان گفت که این موضوع بسیار مورد توجه محققین می باشد.

در این مقاله، مسئله تخصیص موعد تحویل، زمانبندی سفارشات بر روی یک ماشین و دسته بندی و زمانبندی ارسال سفارشات برای یک سیستم تولیدی "تولید برای سفارش" یا MTO^3 با هدف کمینه سازی کل هزینه های تخصیص موعد تحویل، مجموع وزنی تعداد تاخیرها و هزینه های ارسال مورد بررسی قرار گرفته است و مدل برنامه ریاضی مساله مذکور شامل یک مدل غیرخطی مختلط یا $MINLP^4$ و نیز یک ابتکاری برای حل آن معرفی شده است. به طور خلاصه سیر تکاملی مساله مورد نظر در این مقاله به شرح زیر می باشد:

مسئله کمینه سازی تعداد کارهای تاخیری یکی از مسائل بسیار قدیمی زمانبندی می باشد. این مسئله (یعنی $1//\sum U_j$) توسط الگوریتم چند جمله ای مور [۱۵] حل می شود. مسئله $1//\sum w_j U_j$ در لیست مسائل سخت قرار دارد [۱۶] که سانی [۱۷] یک روش مبتنی بر برنامه ریزی پویا (DP^5) و یک الگوریتم تقریبی چندجمله ای کامل ($FPTAS^6$) برای حل آن ارائه نموده و گنز و لونر [۱۸-۱۹] آنرا دو بار بهبود داده اند. همچنین هله و بولفین [۲۰-۲۱] روش هایی مبتنی بر تکنیک B&B برای مسئله مجموع وزنی تعداد کارهای تاخیری در دو حالتی که زمان در

تامین کنندگان قطعات هواپیماسازی باشد [۴]. همچنین بررسی توماس و گریفین نشان داده است که بیش از ۱۱٪ تولید خالص ملی آمریکا صرف هزینه های حمل و نقل می شود و هزینه های لجستیک بیش از ۳۰٪ هزینه کالاهای فروخته شده را تشکیل می دهد [۵].

از طرف دیگر موضوع تخصیص موعد تحویل و زمانبندی تولید یکی از مسائل مهم تئوری و کاربردی می باشد که سالها مورد توجه محققین قرار گرفته و تاکنون تحقیقات بسیار زیادی در این زمینه انجام شده است. در مدل های کلاسیک زمانبندی، موعد تحویل سفارشات ثابت و مشخص (ورودی مساله) فرض می شوند. در یک مدل یکپارچه زنجیره تامین به منظور اجتناب از جریمه های دیرکرد، موعدهای تحویل می تواند بر اساس میزان توان دستیابی به موعدهای تحویل تخصیص داده شده در فرایند زمانبندی تعیین شود [۶]. امکان کنترل موعدهای تحویل می تواند عاملی اصلی در بهبود عملکرد سیستم باشد. البته افزایش موعد تحویل برای یک سفارش یا مجموعه ای از سفارشات همراه با هزینه می باشد که در ادبیات موضوع به هزینه تخصیص موعد تحویل^۱ مشهور است. این هزینه برای مثال از تخفیف هایی که تامین کننده برای حفظ مشتری باید در نظر بگیرد ناشی می شود. از یک طرف کوچک بودن موعد تحویل ها موجب هزینه های مرتبط با دیرکرد می شود و از طرف دیگر تعیین دیرهنگام موعد تحویل منجر به هزینه های زیاد تخصیص موعد تحویل می شود؛ بنابراین تعیین بهینه موعد تحویل سفارشات می تواند از جمله تصمیمات مهم در زنجیره تامین باشد. برای تعیین موعد تحویل سفارشات رویکردهای متفاوتی در نظر گرفته می شود که مهمترین و پرکاربردترین آنها تخصیص موعد تحویل های مشترک (یکسان) می باشد که در ادبیات موضوع نیز به همین عنوان (تخصیص موعد تحویل مشترک^۲) مشهور شده است. موعد تحویل مشترک در مواردی نظیر تعدد مشتریان، تعدد دوره های زمانی برنامه ریزی و ... کاربرد دارد [۶]. بررسی ها نشان می دهد آخرین مقاله مروری در زمینه مدل های تخصیص موعد تحویل در سال ۲۰۰۲ انجام شده است [۷].

همانطور که اشاره شد موضوع تخصیص موعد تحویل از جمله موضوعاتی است که هم از نظر تئوری و هم از جنبه کاربردی مورد توجه محققین می باشد. به عنوان مثال اخیراً لی و همکارانش [۸] تخصیص موعد تحویل را در مسئله مجموع وزنی کل زودکردها و دیرکردها در حالت تک ماشین در حالت احتمالی بررسی نموده اند؛ البته آنها به موضوع ارسال توجهی نکرده اند و تابع هدف آنها شامل دو جز هزینه تخصیص موعد تحویل و مجموع وزنی زودکردها و دیرکردها می باشد. کولاماس در سال ۲۰۱۱ [۹] موضوع تخصیص

³ Make to Order

⁴ Mixed Integer Non-Linear Programming

⁵ Dynamic Programming

⁶ Fully Polynomial Time Approximation Scheme

¹ due date assignment cost

² common due date assignment

| | |
|--|----------|
| اینصورت صفر | cap |
| ظرفیت هر وسیله | B_k |
| تعداد دسته های مشتری k (متغیر تصمیم) | E |
| مجموعه کارهای به موقع | T |
| مجموعه کارهای تاخیری | n_k^E |
| تعداد کارهای مشتری k در مجموعه E | D_p |
| موعد تحویل تخصیص داده شده به مشتری که در جایگاه p مجموعه E قرار گرفته باشد | B_k^E |
| تعداد دسته های به موقع برای مشتری k | B_k^T |
| تعداد دسته های تاخیری برای مشتری k | DA_k |
| مقدار افزایش موعد تحویل پیش فرض برای مشتری k | y_{pk} |
| یک اگر جایگاه p به مشتری k اختصاص یابد. صفر در غیر اینصورت | |

۲. تعریف مسئله

n کار توسط K مشتری به یک تولیدکننده سفارش داده می شود ($n = \sum_{k=1}^K n_k$). ساختار ماشین برای تولید کننده تک ماشین می باشد. به طور پیش فرض کارهای هر مشتری دارای موعد تحویل A_k می باشد که تولیدکننده می تواند با صرف هزینه α_k ، موعد تحویل کارهای مشتری k را یک واحد واحد زمانی افزایش دهد (تخصیص موعد تحویل گروهی). همچنین فرض می شود محدودیتی در افزایش موعد تحویل وجود ندارد. انقطاع کارها مجاز نمی باشد. به منظور کاهش هزینه های ارسال می توان کارهای پردازش شده را دسته بندی نمود و تمام کارهای یک دسته را با یک وسیله و با هزینه θ_k برای هر مشتری ارسال نمود. ارسال همزمان چند سفارش در قالب یک دسته به منظور کاهش هزینه های ارسال که ممکن است منجر به افزایش تعداد کارهای تاخیری شود صورت می گیرد. همچنین محدودیتی در تعداد دسته های هر مشتری وجود ندارد و سفارشات هر مشتری می تواند توسط یک دسته یا حداکثر به تعداد سفارشات همان مشتری زمان بندی و ارسال شود؛ تعداد دسته های هر مشتری یک متغیر تصمیم می باشد که باید به صورت بهینه تعیین شود. تعداد وسایل نامحدود و هزینه ارسال مستقل از حجم ارسال فرض می شود. هر وسیله در هر بار می تواند حداکثر cap عدد از کارها را برای مشتری مربوطه حمل نماید. برای سادگی فرض می شود تحویل دسته به مشتری در زمان ارسال صورت می گیرد (زمان های ارسال ناچیز فرض می شود)؛ به عبارت دیگر زمان تحویل هر سفارش به مشتری، برابر زمان تکمیل دسته ای می باشد که آن سفارش با آن دسته فرستاده می شود. یک کار تاخیری است اگر بعد از موعد تحویل تخصیص داده شده به مشتری مربوطه ارسال شود در غیر اینصورت به موقع نامیده می شود. زمان تکمیل و ارسال هر دسته برابر زمان تکمیل آخرین کار آن دسته می باشد. یک دسته به موقع است اگر تمام کارهای آن دسته موعد تحویل بزرگتری از زمان ارسال آن دسته داشته باشند.

دسترس کارها صفر یا غیر صفر است توسعه داده اند. جنبه دیگر توسعه مجموع وزنی کارهای تاخیری دسته بندی می باشد که هاج بام و لاندی [۲۲] یک الگوریتم شبه چندجمله ای مبتنی بر تکنیک DP برای مسئله مجموع وزنی تعداد کارهای تاخیری در حالت تک ماشین با وجود زمان آماده سازی برای هر دسته ارایه و براکر و کووالیو [۲۳] آنرا بهبود داده اند. آنها همچنین یک FPTAS برای حل مسئله مذکور معرفی کرده اند؛ اما به هر حال آنها هزینه های تخصیص موعد تحویل و هزینه های ارسال را در نظر نگرفته اند؛ چن و کووالیو مسئله کمینه سازی تعداد کارهای تاخیری با زمان آماده سازی و موعد تحویل مشترک قابل تخصیص را بررسی نموده و یک الگوریتم برنامه ریزی پویا و یک FPTAS برای حل آن ارایه کرده اند. در مدل آنها به مساله ارسال توجه نشده است. از طرف دیگر؛ استینر و ژانگ [۲۴-۲۵] مسئله کمینه سازی مجموع وزنی تعداد کارهای تاخیری و هزینه های ارسال را با وجود زمان آماده سازی برای حالت های تک مشتری و چند مشتری بررسی نموده اند. آنها یک روش DP و یک FPTAS برای مسئله مذکور ارایه نموده اند. در این دو تحقیق اخیر مساله تخصیص موعد تحویل وجود ندارد. اخیرا استینر و ژانگ مساله یکپارچه تخصیص موعد تحویل و زمان بندی تولید و ارسال را برای حالت تک مشتری مورد بررسی قرار داده و یک روش DP و یک FPTAS برای آن ارایه نموده اند [۶]. اما مساله یکپارچه تخصیص موعد تحویل و زمان بندی تولید و ارسال برای حالت چند مشتری تاکنون معرفی و بررسی نشده است. ما در این مقاله به تعمیم مساله مذکور (مدل یکپارچه تخصیص موعد تحویل و زمان بندی تولید و ارسال برای حالت چند مشتری) می پردازیم. در این مقاله یک مدل برنامه ریاضی و یک روش ابتکاری جدید ارایه شده است.

پس از معرفی علائم، در بخش دوم تعریف مساله و ویژگی های جواب بهینه و در بخش سوم مدل MINLP آورده شده است. در بخش چهارم یک روش ابتکاری ارایه می شود. یک مثال عددی و انجام تست های محاسباتی به منظور مقایسه دو رویکرد به ترتیب در بخش های پنجم و ششم آورده شده است. جمع بندی به همراه ارایه پیشنهاداتی جهت کارهای آتی بخش پایانی مقاله می باشد.

علائم اصلی

| | |
|--|------------|
| تعداد کل کارها | n |
| تعداد کارهای مشتری k ام | n_k |
| زمان آماده سازی کارهای مشتری k ام | s_k |
| هزینه هر بار ارسال به مشتری k | θ_k |
| موعد تحویل پیش فرض کارهای مشتری k ام | A_k |
| جریمه افزایش هر واحد موعد تحویل کارهای مشتری k ام | α_k |
| زمان پردازش کار j ام مشتری k | p_{kj} |
| وزن کار j ام مشتری k | w_{kj} |
| یک، اگر کار j ام مشتری k تاخیر داشته باشد و در غیر | U_{kj} |

هدف کمینه‌سازی مجموع هزینه‌های تخصیص موعدها، مجموع وزنی تعداد کارهای تاخیری و هزینه‌های ارسال می‌باشد. با توجه به علامتی که چن [۲] برای مسائل زمانبندی با در نظر گرفتن ارسال در نظر گرفته است نمایش اختصاری مسائل مورد نظر در این مقاله به صورت زیر می‌باشد که منظور کمینه‌سازی مجموع هزینه‌های تخصیص موعدها، مجموع وزنی تعداد کارهای تاخیری و هزینه‌های ارسال در حالت تک ماشین با وجود یک مشتری، ارسال مستقیم دسته‌ها (direct) و وجود تعداد کافی وسیله حمل و نقل با محدودیت ظرفیت برای هر یک و نیز عدم وجود محدودیت و شرایط خاص می‌باشد. منظور از ارسال مستقیم، ارسال تعدادی از سفارشات توسط یک وسیله به مشتری بدون وجود مسئله مسیریابی می‌باشد:

و بیژگی ۲: برای مساله $1/s/V(\infty, cap), direct/K/$

$$\sum_{k=1}^K \alpha_k \max(0, d_k - A_k) + \sum_{k=1}^K \theta_k B_k$$

دارد که در آن کارهای تاخیری هر مشتری بعد از کارهای به موقع آن مشتری زمانبندی و ارسال می‌شود.

اثبات: زمانبندی و ارسال دسته‌های تاخیری پس از دسته‌های به موقع باعث ذخیره زمان برای انجام کارهای به موقع می‌شود.

و بیژگی ۳: برای مساله $1/s/V(\infty, cap), direct/K/$

$$\sum_{k=1}^K \alpha_k \max(0, d_k - A_k) + \sum_{k=1}^K \theta_k B_k$$

دارد که در آن تمام کارهای به موقع همه مشتریان (تمام دسته‌های به موقع) در ابتدا و تمام کارهای تاخیری همه مشتریان در انتها زمانبندی و ارسال می‌شود.

اثبات: مشابه قبل.

بر اساس ویژگی‌های یک و دو می‌توان تمام دسته‌های به موقع را به عنوان مجموعه E و تمام دسته‌های تاخیری را به عنوان مجموعه T در نظر گرفت؛ بنابراین E قبل از T زمانبندی می‌شود.

و بیژگی ۴: برای مساله $1/s/V(\infty, cap), direct/K/$

$$\sum_{k=1}^K \alpha_k \max(0, d_k - A_k) + \sum_{k=1}^K \theta_k B_k$$

دارد که در آن تمام دسته‌های به موقع هر مشتری پشت سر هم زمانبندی و ارسال می‌شود (بین دسته‌های به موقع یک مشتری، دسته‌ای دیگر از سایر مشتریان قرار نمی‌گیرد).

اثبات (قاعده جابجایی جفت‌های مجاور): زمانبندی برای دسته‌های موجود در مجموعه E در نظر بگیرید که در آن بین دسته‌های یک مشتری (مشتری X)، حداقل یک دسته از سایر مشتریان وجود داشته باشد. انتقال دسته‌های مشتری X به سمت راست باعث تاخیر در هیچکدام از دسته‌های مشتری X و دسته‌های فی مابین نمی‌شود.

و بیژگی ۱: برای مساله $1/s/V(\infty, cap), direct/K/$

$$\sum_{k=1}^K \alpha_k \max(0, d_k - A_k) +$$

۳. مدل غیر خطی مختلط

در این بخش مدل برنامه ریاضی مساله مذکور آورده می‌شود. با

استینر و ژانگ نشان داده‌اند که مسئله مورد نظر برای حالت تک مشتری (یعنی مساله $1/s/V(\infty, cap), direct/1/$ به طور معمولی NP-hard است [defined]. بنابراین از آنجایی که حالت تک مشتری حالت خاص و ساده شده مساله بیان شده در این مقاله می‌باشد مساله فوق‌الذکر نیز NP-hard می‌باشد.

۲-۱. ویژگی‌های جواب بهینه

قبل از مدل سازی بهتر است به بررسی ویژگی‌های جواب بهینه بپردازیم. بررسی ساختار جواب بهینه باعث کاهش فضای جستجو و ارائه روش‌های کاراتری اعم از روش‌های دقیق و ابتکاری برای مساله می‌شود. با توجه به ساختار مساله و تابع هدف، مشابه بسیاری از مسائل زمانبندی از جمله ویژگی‌های بدیهی جواب بهینه برای مساله مذکور عدم وجود بیکاری عمده می‌باشد. مطابق فرض ارسال مستقیم، سفارشات هر مشتری به صورت جداگانه ارسال می‌شود؛ بنابراین با توجه به اینکه (طبق فرض) همه کارهای هر مشتری موعدها تحویل یکسانی دارند، هر نوع دسته بندی صرفاً شامل کارهای به موقع یا کارهای تاخیری می‌باشد (با توجه به اینکه همه سفارشات هر مشتری موعدها تحویل یکسانی دارند دسته‌ای وجود ندارد که هم شامل کارهای به موقع و هم شامل کارهای تاخیری باشد). ویژگی‌های زیر ساختار مساله مذکور را نشان می‌دهند:

برای مساله مذکور حداکثر K جایگاه در E وجود دارد که باید به مشتریان تخصیص داده شود. این جایگاه ها ترتیب پردازش کارهای هر مشتری را نشان می دهد. با این رویکرد مدل برنامه ریاضی مساله مذکور که یک مدل غیر خطی مختلط (MINLP) است به صورت زیر می باشد:

$$\text{minimize} \quad \sum_{k=1}^K \alpha_k D A_k + \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^{n_k} w_{kj} U_{kj} + \sum_{k=1}^K \theta_k (B_k^E + B_k^T) \quad (1)$$

$$\text{subject to} \quad D_p = D_{p-1} + \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^{n_k} y_{pk} (1 - U_{kj}) p_{jk} + \sum_{k=1}^K y_{pk} s_k B_k^E \quad p = 1, \dots, K \quad (2)$$

$$D_p = 0 \quad p = 0 \quad (3)$$

$$D A_k \geq \left(\sum_{p=1}^K y_{pk} D_p \right) - A_k \quad k = 1, \dots, K \quad (4)$$

$$B_k^E \geq \left(n_k - \sum_{j=1}^{n_k} U_{kj} \right) / \text{cap} \quad k = 1, \dots, K \quad (5)$$

$$B_k^T \geq \left(\sum_{j=1}^{n_k} U_{kj} \right) / \text{cap} \quad k = 1, \dots, K \quad (6)$$

$$\sum_{p=1}^K y_{pk} \leq 1 \quad k = 1, \dots, K \quad (7)$$

$$\sum_{k=1}^K y_{pk} \leq 1 \quad p = 1, \dots, K \quad (8)$$

$$n_k - \sum_{j=1}^{n_k} U_{kj} \leq M \left(\sum_{p=1}^K y_{pk} D_p \right) \quad k = 1, \dots, K \quad (9)$$

$$U_{kj} \in \{0, 1\} \quad \begin{matrix} k = 1, \dots, K \\ j = 1, \dots, n_k \end{matrix} \quad (10)$$

$$y_{pk} \in \{0, 1\} \quad \begin{matrix} k = 1, \dots, K \\ j = 1, \dots, n_k \end{matrix} \quad (11)$$

$$D_p \geq 0 \quad p = 1, \dots, K \quad (12)$$

$$B_k^E, B_k^T \geq 0, \text{integer} \quad k = 1, \dots, K \quad (13)$$

دهد که هر مشتری می تواند حداکثر یک جایگاه در E را اشغال نماید. به طور مشابه، رابطه ۸ محدودیت تخصیص هر جایگاه به تنها یک مشتری را نشان می دهد. رابطه ۹ ارتباط بین وجود کارهای تاخیری و تخصیص جایگاه به هر مشتری را برقرار می کند؛ بدین ترتیب که اگر یک مشتری دارای حداقل یک کار تاخیری باشد با توجه به مثبت شدن سمت چپ رابطه مذکور، باید جایگاهی در E برای سایر کارها در نظر گرفته شود و اگر هیچ جایگاهی در E برای یک مشتری خاص وجود نداشته باشد (سمت راست معادله مذکور صفر شود) باید تمام کارهای آن مشتری تاخیری شوند تا رابطه برقرار باشد (سمت چپ نیز صفر شود). روابط ۱۰ تا ۱۳ نیز وضعیت متغیرها را نشان می دهند.

توجه به ساختار مساله و ویژگی های بیان شده، جهت مدل سازی مساله از این حقیقت کمک می گیریم که کلیه کارها به دو مجموعه اصلی E (شامل کارهای به موقع) و T (شامل کارهای تاخیری) تفکیک می شوند. اگر فرض کنیم همه مشتریان حداقل یک کار به موقع دارند می توان گفت مجموعه E شامل K جایگاه می باشد که هر جایگاه متعلق به یک مشتری می باشد. بنابراین

رابطه ۱ تابع هدف شامل کمینه کردن مجموع هزینه ها می باشد را نشان می دهد. رابطه ۲، محدودیت محاسبه زمان های ختم دسته های به موقع هر مشتری می باشد که بر اساس مجموع زمان های پردازش و زمان های آماده سازی کارهای به موقع هر مشتری محاسبه شده است. مقدار اولیه در رابطه ۳ آورده شده است. با توجه به اینکه D_p زمان تکمیل دسته های به موقع مشتری است که در جایگاه p قرار دارد و متغیر کمکی D_p غیر منفی می باشد رابطه ۴ محدودیت تعیین زمان های تخصیص داده شده به مشتریان را نشان می دهد. روابط ۵ و ۶ محدودیت های مربوط به تعداد دسته های به موقع و تاخیری می باشد. رابطه ۷ نشان می

در مرحله دوم، با توجه به شباهت تابع تخصیص موعد تحویل و مساله $1//\sum wT$ (کمینه کردن مجموع وزنی تاخیرها)، بر اساس ایده Apparent Tardiness Cost یا ATC برای حل مساله $1//\sum wT$ شاخصی برای تعیین توالی مشتریان در مجموعه کارهای به موقع معرفی و با استفاده از آن توالی (جایگاه) مشتریان در E به دست می آید. مشابه مرحله اول در مرحله سوم، در مورد انتقال کارها به مجموعه T بر اساس هزینه حاشیه ای آنها در مجموعه های E و T تصمیم گیری می شود. بر اساس سه مرحله مذکور روش ابتکاری شامل گام های زیر می باشد:

۴. روش ابتکاری

در این بخش یک روش ابتکاری جهت حل مساله $1//V(\infty, cap), direct/1/\sum_{k=1}^K \alpha_k \max(0, d_k - A_k) + \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^{n_k} w_{kj} U_{kj} + \sum_{k=1}^K \theta_k B_k$ می شود. روش پیشنهادی شامل سه مرحله اصلی می باشد. در مرحله اول تخصیص کارها به دو مجموعه E و T انجام می شود. در این مرحله بدون در نظر گرفتن توالی برای مشتریان، کارهایی که وزن آنها نسبت به اثری که بر هزینه مرتبط با افزایش موعد تحویل مشتری مربوطه دارند به T و مابقی به E تخصیص داده می شوند.

گام ۱. (آماده سازی) قرار دهید:

ا. $E = \{(1, 1), (1, 2), \dots, (1, n_1), (2, 1), \dots, (K, 1), \dots, (K, n_K)\}$

ب. $T = \emptyset$

ج. $n_k^E = n_k$

د. $C_k^{max} = \left\lfloor \frac{n_k^E}{cap} \right\rfloor * s(k) + \sum_{j=1}^{n_k} p_{jk}$

گام ۲. (تخصیص سفارشات با وزن کم به مجموعه T)

ا. برای هر سفارش مقدار $\rho_{kj} = \alpha_k * \min(p_{kj}, \max(0, C_k^{max} - A_k)) - w_{kj}$ را محاسبه نمایید؛

ب. مقدار $\rho_{\bar{k}\bar{j}} = \max \rho_{kj}$ را محاسبه نمایید؛ اگر $\rho_{\bar{k}\bar{j}} \leq 0$ به گام ۳ بروید؛

ج. سفارش (\bar{k}, \bar{j}) را از مجموعه E خارج نمایید و به مجموعه T اضافه نمایید؛

د. با توجه به قدم قبلی (ج.۲) اگر لازم است مقادیر n_k^E و C_k^{max} را بروز نمایید: $n_k^E = n_k^E - 1$ و $C_k^{max} =$

$$\left\lfloor \frac{n_k^E}{cap} \right\rfloor * s(k) + \sum_{j=1}^{n_k} p_{jk}$$

ه. گام ۱ را تا زمانی که برای تمام کارها $\rho_{kj} \leq 0$ شود تکرار نمایید.

گام ۳. (آماده سازی) قرار دهید:

ا. قرار دهید n^E : تعداد مشتریانی که حداقل یک سفارش در مجموعه E دارند؛

ب. $i=1$ ؛

گام ۴. (تخصیص مشتریان به جایگاه ها در مجموعه E)

ا. برای هر مشتری که حداقل یک سفارش در مجموعه E دارد و هنوز جایگاه آن مشخص نشده است شاخص زیر را

محاسبه نمایید:

$$\hat{\rho}_k = \frac{\alpha_k}{C_k^{max}} * e^{-\frac{\max(0, A_k - C_k^{max} - \sum_{p=1}^{i-1} C_{[p]}^{max})}{\left(\frac{\sum_{p=i}^K C_{[p]}^{max}}{n^E}\right)}}$$

ب. فرض کنید $\hat{\rho}_{\bar{k}} = \max \hat{\rho}_k$ باشد؛

ج. مشتری \bar{k} را به جایگاه i تخصیص دهید؛

د. با توجه به قدم قبلی (ج.۴) اگر لازم است مقادیر n_k^E و C_k^{max} را بروز نمایید: $n_k^E = n_k^E - 1$ و $C_k^{max} =$

$$\left\lfloor \frac{n_k^E}{cap} \right\rfloor * s(k) + \sum_{j=1}^{n_k} p_{jk}$$

ه. قرار دهید $i=i+1$ و تا زمانی که تمام مشتریان به جایگاه ها تخصیص نیافته اند گام ۴ را تکرار نمایید.

گام ۵. (بهبود)

ا. برای هر سفارش مقدار $\hat{\rho}_{kj} = \sum_{p=p(k)}^{n^E} \alpha_{[p]} * \min(p_{kj}, \max(0, C_k^{max} - A_k)) - w_{kj}$ را محاسبه

نمایید؛

ب. قرار دهید: $\hat{\rho}_{\bar{k}\bar{j}} = \max \hat{\rho}_{kj}$ ؛ اگر $\hat{\rho}_{\bar{k}\bar{j}} \leq 0$ به گام ۶ بروید؛

ج. سفارش (\bar{k}, \bar{j}) را از مجموعه E خارج نمایید و به مجموعه T اضافه نمایید؛

د. با توجه به قدم قبلی (ج.۵) اگر لازم است مقادیر n_k^E و C_k^{max} را بروز نمایید: $n_k^E = n_k^E - 1$ و $C_k^{max} = n_k^E$

ه. گام ۵ را تا زمانی که برای تمام کارها $\hat{p}_{kj} \leq 0$ شود تکرار نمایید.

گام ۶. (پایان)

ا. قرار دهید: $D_k^* = C_k^{max}$

در GAMS و روش ابتکاری در محیط MATLAB کدنویسی و توسط کامپیوتری دارای CPU با سرعت 2.8 GHz و حافظه اصلی اجرا شد. برای اجرای مدل MINLP توسط GAMS، هفت ابزار حل کننده^۸ مدل های MINLP به نام های .BARON، .BONMIN، .COUENNE، .DICOPT، .KNITRO، .OQNLP و .SBB مورد استفاده قرار گرفت؛ بدین ترتیب که هر نمونه توسط روش ابتکاری و هریک از ابزارهای بیان شده اجرا شده است. همچنین یک محدودیت زمانی ۶۰ ثانیه ای برای اجرای هریک از الگوریتم ها در نظر گرفته شده است و اگر روش مورد نظر نتواند در این مدت جوابی ارائه دهد متوقف می شود.

زمان های پردازش، زمان های آماده سازی و وزن هر سفارش به طور تصادفی به ترتیب در بازه های $[1, 100]$ ، $[1, 0.1\bar{p}]$ و $[1, 100]$ تولید شدند. هزینه ارسال برای هر مشتری نیز در بازه یک تا متوسط وزن کارهای همان مشتری تولید شد. بر اساس دو پارامتر مهم مسئله مذکور، مسائل در چهار گروه (شامل دو کلاس و برای هر کلاس نیز دو زیر کلاس) در بازه های زیر تولید شده اند: در کلاس ۱ و ۲ مقدار α برای هر مشتری به ترتیب در بازه های $[1, 0.1\bar{w}]$ و $[0, \bar{w}]$ تولید شده است. برای زیر کلاس های ۱ و ۲ نیز مقدار A برای هر مشتری به ترتیب در بازه های $[1, 0.5\sum p]$ و $[1, 2\sum p]$ انتخاب شدند. با توجه به تست های انجام شده و عدم کارایی GAMS در حل مسائل با بیش از ۷ سفارش برای تعداد سفارشات مقادیر ۳، ۵ و ۷ برای تعداد مشتریان ۱ تا حداکثر ۷ مشتری با توجه به تعداد سفارشات انتخاب شدند (ترکیب های مختلف n و K در ستون های سه و چهار جدول ۳ آورده شده است). برای مساله مذکور در این مقاله، برای هر ترکیب n و K، ۲۰ مساله با توجه به پارامترهای بیان شده تولید شدند؛ بنابراین در مجموع ۷۲۰ (۲۰*۹*۴) مساله تولید و حل شدند.

تعداد جواب های بهینه به دست آمده توسط هر الگوریتم به تفکیک هر کلاس و زیر کلاس و هر تعداد سفارش و هر تعداد مشتری در جدول ۳ آورده شده است. ستون آخر جدول ۳ متوسط خطای HA را برای هر ترکیب n و K برای مسائلی که GAMS حداقل بوسیله یکی از ابزارهای مذکور به جواب بهینه رسیده باشد را نشان می دهد.

۵. یک مثال عددی

در این بخش یک مثال عددی آورده می شود. تولید کننده ای را در نظر بگیرید که ۷ سفارش از طرف ۳ مشتری دریافت می کند و به تعداد کافی دارای وسیله حمل با ظرفیت حداکثر ۲ کار برای هر وسیله ($cap = 2$) می باشد. اطلاعات سفارشات در جدول ۱ و اطلاعات مربوط به هر مشتری در جدول ۲ آورده شده است:

جدول ۱. اطلاعات مربوط به سفارشات (یک مثال)

| k | 1 | | 2 | | 3 | | |
|----------|---|---|---|----|---|---|---|
| j | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 3 |
| p_{kj} | 2 | 8 | 1 | 5 | 2 | 5 | 9 |
| w_{kj} | 8 | 7 | 6 | 10 | 6 | 5 | 1 |

جدول ۲. اطلاعات مربوط به مشتریان (یک مثال)

| k | 1 | 2 | 3 |
|------------|----|----|----|
| A_k | 15 | 17 | 20 |
| α_k | 1 | 2 | 4 |
| s_k | 2 | 1 | 3 |
| θ_k | 3 | 2 | 4 |

پس از کدنویسی مدل MINLP و حل آن توسط GAMS جواب بهینه $E = \{(3,1), (2,1), (2,2), (1,1), (1,2)\}$ ، $T = \{(3,2), (3,3)\}$ (ابتدا پردازش سفارش اول مشتری سوم، سپس پردازش سفارش اول مشتری دوم، سپس ... و در نهایت پردازش سفارش سوم مشتری سوم) با هزینه کل ۲۸ به دست آمد. با حل مثال مذکور توسط روش ابتکاری جواب تقریبی $E = \{(3,1), (3,2), (2,1), (2,2), (1,1)\}$ ، $T = \{(1,2), (3,3)\}$ با هزینه کل ۳۰ به دست می آید. بنابراین دقت روش ابتکاری برای این مثال ۹۲/۹٪ می باشد. زمان حل مثال مذکور توسط GAMS برابر ۲/۲۴ ثانیه و توسط روش ابتکاری ۰/۰۱۵ ثانیه می باشد که نسبت به زمان GAMS این زمان ناچیز می باشد.

۶. نتایج محاسباتی

به منظور بررسی کارایی روش های ارائه شده در این مقاله و مقایسه آنها با یکدیگر (با توجه به عدم وجود مسائل الگو^۷)، مدل

⁸ Solver

⁷ Benchmark

GAMS توسط ابزار SBB اختلاف زیادی ندارد. همچنین علاوه بر SBB، ابزارهای BARON، BONMIN و KNITRO بیش از ۸۲٪ از مسائل را حل نموده اند. همانطور که جدول ۳ نشان می دهد بدترین ابزار برای حل این مساله OQNLP می باشد. بر اساس ستون آخر جدول ۳ می توان گفت متوسط خطای روش ابتکاری برای مسائلی که جواب بهینه تولید نکرده است مقدار ۰/۱۲٪ می باشد که عدد کوچکی است. حداکثر متوسط خطای تولید شده برای روش ابتکاری ۱۰/۷۱٪ است.

در کل ۷۲۰ مساله تولید شده، درصد جواب های بهینه تولید شده توسط روش ابتکاری ۸۲/۴٪ می باشد که با توجه به سخت بودن مساله و فضای امکان پذیر بزرگ آن، عدد بسیار مطلوبی برای یک روش ابتکاری می باشد. همانطور که از جدول ۳ مشاهده می شود بهترین ابزار حل کننده مدل های MINLP برای حل این مساله از نظر تعداد جواب های بهینه در محدودیت زمانی ۶۰ ثانیه ابزار SBB می باشد که توانسته است ۸۸/۶٪ از مسائل را به صورت بهینه حل نماید. بنابراین درصد جواب های بهینه به دست آمده از روش ابتکاری در مقایسه با بهترین مقدار به دست آمده از

جدول ۳. تعداد جواب های بهینه و متوسط درصد خطای روش ابتکاری

| Class | Sub-class | n | K | HA | BARON | BONMIN | COUENNE | DICOPT | KNITRO | OQNLP | SBB | متوسط درصد خطای روش ابتکاری | | |
|---------|-----------|------|---|-------|-------|--------|---------|--------|--------|-------|-------|-----------------------------|-------|-------|
| 1 | 1 | 3 | 1 | 18 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 1 | 20 | 1.85% | | |
| | | 3 | 3 | 17 | 20 | 20 | 16 | 13 | 20 | 0 | 20 | 0.98% | | |
| | | 5 | 1 | 19 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 1 | 20 | 0.33% | | |
| | | 5 | 3 | 16 | 20 | 20 | 11 | 9 | 20 | 0 | 20 | 2.37% | | |
| | | 5 | 5 | 11 | 17 | 5 | 0 | 8 | 18 | 0 | 18 | 5.11% | | |
| | | 7 | 1 | 17 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 0 | 20 | 0.49% | | |
| | | 7 | 3 | 10 | 20 | 20 | 2 | 11 | 20 | 0 | 20 | 6.99% | | |
| | | 7 | 5 | 12 | 9 | 2 | 0 | 6 | 9 | 0 | 9 | 3.35% | | |
| | | 7 | 7 | 11 | 0 | 0 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 6.19% | | |
| | | Ave. | | | | 72.8% | 81.1% | 70.6% | 49.4% | 60.6% | 82.2% | 1.1% | 81.7% | 0.15% |
| | | 2 | 2 | 3 | 1 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 0 | 20 | 20 | 0.00% |
| | | | | 3 | 3 | 19 | 20 | 20 | 19 | 10 | 20 | 0 | 20 | 1.16% |
| | | | | 5 | 1 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 0 | 20 | 0.00% |
| | | | | 5 | 3 | 18 | 20 | 20 | 18 | 9 | 20 | 0 | 20 | 3.19% |
| 5 | 5 | | | 19 | 20 | 20 | 6 | 6 | 20 | 0 | 20 | 1.56% | | |
| 7 | 1 | | | 18 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 0 | 20 | 1.47% | | |
| 7 | 3 | | | 18 | 20 | 20 | 15 | 9 | 20 | 0 | 20 | 1.13% | | |
| 7 | 5 | | | 19 | 19 | 19 | 0 | 3 | 18 | 0 | 20 | 0.13% | | |
| 7 | 7 | | | 17 | 10 | 12 | 0 | 4 | 18 | 0 | 12 | 1.22% | | |
| Ave. | | | | 93.3% | 93.9% | 95.0% | 65.6% | 56.1% | 97.8% | 0.0% | 95.6% | 0.05% | | |
| 1 | 1 | | | 3 | 1 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 6 | 20 | 20 | 0.00% |
| | | | | 3 | 3 | 20 | 20 | 20 | 19 | 11 | 20 | 0 | 20 | 0.00% |
| | | | | 5 | 1 | 14 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 2 | 20 | 4.24% |
| | | | | 5 | 3 | 16 | 20 | 20 | 17 | 12 | 20 | 0 | 20 | 4.64% |
| | | 5 | 5 | 14 | 12 | 3 | 0 | 7 | 14 | 0 | 16 | 3.72% | | |
| | | 7 | 1 | 12 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 1 | 20 | 5.71% | | |
| | | 7 | 3 | 12 | 17 | 20 | 9 | 9 | 19 | 0 | 20 | 3.96% | | |
| | | 7 | 5 | 10 | 11 | 0 | 0 | 6 | 4 | 0 | 10 | 6.17% | | |
| | | 7 | 7 | 11 | 0 | 0 | 0 | 3 | 0 | 0 | 0 | 5.94% | | |
| | | Ave. | | | | 71.7% | 77.8% | 68.3% | 58.3% | 60.0% | 76.1% | 5.0% | 81.1% | 0.19% |
| | | 2 | 2 | 3 | 1 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 0 | 20 | 20 | 0.00% |
| | | | | 3 | 3 | 20 | 20 | 20 | 20 | 10 | 20 | 0 | 20 | 0.00% |
| | | | | 5 | 1 | 18 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 0 | 20 | 2.35% |
| | | | | 5 | 3 | 20 | 20 | 20 | 18 | 8 | 20 | 0 | 20 | 0.00% |
| 5 | 5 | | | 18 | 19 | 19 | 3 | 8 | 20 | 0 | 20 | 0.59% | | |
| 7 | 1 | | | 16 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 0 | 20 | 10.71% | | |
| 7 | 3 | | | 20 | 19 | 20 | 17 | 6 | 20 | 0 | 20 | 0.00% | | |
| 7 | 5 | | | 17 | 18 | 16 | 1 | 2 | 17 | 0 | 19 | 1.71% | | |
| 7 | 7 | | | 16 | 14 | 16 | 0 | 1 | 17 | 0 | 14 | 1.60% | | |
| Ave. | | | | 91.7% | 94.4% | 95.0% | 66.1% | 52.8% | 96.7% | 0.0% | 96.1% | 0.09% | | |
| Overall | | | | 82.4% | 86.8% | 82.2% | 59.9% | 57.4% | 88.2% | 1.5% | 88.6% | 0.12% | | |

تولید شده ۰/۰۰۱۵۷ ثانیه می باشد در حالیکه متوسط زمان حل SBB در بهترین حالت تنها برای مسائلی که در کمتر از ۶۰ ثانیه به جواب رسیده اند ۱/۲۵۳ ثانیه است. بررسی جداول ۱ و ۲ نشان می دهد که تفاوت چشمگیری از نظر تعداد جواب بهینه و زمان حل در بین کلاس ها و زیر کلاس ها وجود ندارد.

جدول ۴ متوسط زمان حل روش ابتکاری برای تمام مسائل تولید شده و متوسط زمان حل برای ابزارهایی که توانسته اند تمام مسائل را برای هر ترکیب n و K به صورت بهینه حل کند نشان می دهد (متوسط زمان حل برای ترکیب های n و K که یک ابزار نتوانسته باشد حداقل یک مساله را در محدودیت زمانی مذکور حل نماید معنی ندارد). متوسط زمان حل روش ابتکاری برای کل مسائل

جدول ۴. زمان حل برای جواب های بهینه (به جز HA)

| Class | Sub-class | n | K | HA | BARON | BONMIN | COUENNE | DICOPT | KNITRO | QOINLP | SBB |
|---------|-----------|---------|---------|---------|---------|--------|---------|--------|--------|--------|-------|
| 1 | 1 | 3 | 1 | 0.00348 | 0.316 | 0.576 | 0.425 | 0.327 | 0.261 | - | 0.359 |
| | | 3 | 3 | 0.00126 | 0.614 | 3.725 | - | - | 0.643 | - | 1.006 |
| | | 5 | 1 | 0.00135 | 0.304 | 0.617 | 0.397 | 0.292 | 0.272 | - | 0.343 |
| | | 5 | 3 | 0.00189 | 0.983 | 6.603 | - | - | 2.739 | - | 1.346 |
| | | 5 | 5 | 0.00189 | - | - | - | - | - | - | - |
| | | 7 | 1 | 0.00140 | 0.324 | 0.749 | 0.432 | 0.296 | 0.337 | - | 0.381 |
| | | 7 | 3 | 0.00087 | 1.417 | 9.641 | - | - | 6.555 | - | 1.960 |
| | | 7 | 5 | 0.00120 | - | - | - | - | - | - | - |
| | | 7 | 7 | 0.00111 | - | - | - | - | - | - | - |
| | | Ave. | | | 0.00160 | 0.6598 | 3.6519 | 0.4181 | 0.3049 | 1.8012 | - |
| | 3 | 1 | 0.00144 | 0.307 | 0.503 | 0.374 | 0.315 | 0.267 | - | 0.350 | |
| | 3 | 3 | 0.00141 | 0.411 | 2.075 | - | - | 0.311 | - | 0.540 | |
| | 5 | 1 | 0.00185 | 0.282 | 0.542 | 0.352 | 0.276 | 0.257 | - | 0.336 | |
| | 5 | 3 | 0.00145 | 0.501 | 2.961 | - | - | 1.005 | - | 0.637 | |
| | 5 | 5 | 0.00158 | 4.357 | 12.219 | - | - | 2.721 | - | 4.729 | |
| | 7 | 1 | 0.00152 | 0.290 | 0.563 | 0.357 | 0.266 | 0.258 | - | 0.340 | |
| | 7 | 3 | 0.00190 | 0.741 | 3.281 | - | - | 1.576 | - | 0.691 | |
| | 7 | 5 | 0.00180 | - | - | - | - | - | - | 6.913 | |
| | 7 | 7 | 0.00198 | - | - | - | - | - | - | - | |
| | Ave. | | | 0.00166 | 0.984 | 3.163 | 0.361 | 0.286 | 0.914 | - | 1.817 |
| 3 | 1 | 0.00148 | 0.342 | 0.577 | 0.392 | 0.312 | 0.304 | - | 0.371 | | |
| 3 | 3 | 0.00140 | 0.549 | 3.531 | - | - | 1.038 | - | 1.104 | | |
| 5 | 1 | 0.00098 | 0.289 | 0.675 | 0.376 | 0.287 | 0.281 | - | 0.369 | | |
| 5 | 3 | 0.00130 | 0.802 | 6.590 | - | - | 3.066 | - | 1.251 | | |
| 5 | 5 | 0.00116 | - | - | - | - | - | - | - | | |
| 7 | 1 | 0.00119 | 0.305 | 0.778 | 0.428 | 0.294 | 0.346 | - | 0.388 | | |
| 7 | 3 | 0.00099 | - | 11.187 | - | - | - | - | 2.387 | | |
| 7 | 5 | 0.00113 | - | - | - | - | - | - | - | | |
| 7 | 7 | 0.00103 | - | - | - | - | - | - | - | | |
| Ave. | | | 0.00119 | 0.457 | 3.890 | 0.399 | 0.298 | 1.007 | - | 0.978 | |
| 3 | 1 | 0.00161 | 0.278 | 0.472 | 0.344 | 0.267 | 0.227 | - | 0.335 | | |
| 3 | 3 | 0.00148 | 0.401 | 2.376 | 7.301 | - | 0.463 | - | 0.603 | | |
| 5 | 1 | 0.00130 | 0.275 | 0.516 | 0.347 | 0.261 | 0.239 | - | 0.334 | | |
| 5 | 3 | 0.00156 | 0.504 | 3.303 | - | - | 1.115 | - | 0.824 | | |
| 5 | 5 | 0.00171 | - | - | - | - | 2.913 | - | 5.777 | | |
| 7 | 1 | 0.00116 | 0.292 | 0.626 | 0.357 | 0.274 | 0.297 | - | 0.343 | | |
| 7 | 3 | 0.00220 | - | 4.362 | - | - | 4.468 | - | 1.004 | | |
| 7 | 5 | 0.00166 | - | - | - | - | - | - | - | | |
| 7 | 7 | 0.00373 | - | - | - | - | - | - | - | | |
| Ave. | | | 0.00182 | 0.350 | 1.942 | 2.087 | 0.268 | 1.389 | - | 1.317 | |
| Overall | | | 0.00157 | 0.613 | 3.162 | 0.816 | 0.289 | 1.278 | - | 1.253 | |

فرابتکاری اشاره نمود که در این صورت کارایی روش ابتکاری ارایه شده در این مقاله برای ابعاد متوسط و بزرگ نیز می تواند مورد بررسی قرار گیرد. همچنین می توان به تغییر تابع هدف زمانبندی یا تکمیل آن (نظیر مجموع وزنی دیر کردها و زود کردها) اشاره نمود. در این مقاله، تخصیص موعد تحویل گروهی برای کلیه سفارشات هر مشتری در نظر گرفته شد که به عنوان فعالیت آتی می توان برای هر کار یک موعد تحویل پیش فرض و یک مقدار بهینه در نظر گرفت و مدل را توسعه داد. ارسال به صورت مسیریابی^۹ به جای ارسال مستقیم که در آن می توان سفارشات چند مشتری را با یکدیگر و به طور همزمان بوسیله یک وسیله ارسال نمود نیز از جمله فعالیت های آتی گسترش این تحقیق می باشد.

مراجع

- [1] Hall N.G., Potts C.N., Supply Chain Scheduling: Batching And Delivery, Operations Research, 51 (4), 566-584, 2003.

۷ نتیجه گیری

در این مقاله، مساله تصمیم گیری همزمان (یکپارچه) تخصیص موعد تحویل گروهی، زمانبندی تولید و دسته بندی و زمانبندی ارسال با هدف کمینه سازی مجموع هزینه های مربوطه:

$$1/s/V(\infty, cap), \text{direct}/K / \sum_{k=1}^K \alpha_k \max(0, d_k - (A_k) + \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^{n_k} w_{kj} U_{kj} + \sum_{k=1}^K \theta_k B_k$$

مورد بررسی قرار گرفت و پس از معرفی و ارایه ساختار جواب بهینه، یک مدل ریاضی (MINLP) و یک روش ابتکاری برای مساله مذکور ارایه شد. نتایج تست محاسباتی بر اساس تعداد جواب های بهینه، درصد خطای روش ابتکاری و متوسط زمان حل کارایی روش ابتکاری را در ابعاد کوچک نشان می دهد که این به شناخت دقیق ساختار مساله و ارایه روش ابتکاری بر پایه آن مرتبط می باشد. با توجه به عدم کارایی GAMS برای حل ابعاد متوسط و بزرگ این مساله (ناشی از پیچیدگی و فضای امکان بزرگ مساله) می توان به منظور انجام فعالیت های آتی به توسعه روش های دقیق و کارا (نظیر شاخه و کران) یا روش های

⁹ routing

- Mathematical Problems in Engineering, art. no. 151563, 2011.
- [12] Li, S., Ng, C.T., Yuan, J. Group scheduling and due date assignment on a single machine, *International Journal of Production Economics* 130 (2), pp. 230-235 2011.
- [13] Li, S., Ng, C.T., Yuan, J. Scheduling deteriorating jobs with CON/SLK due date assignment on a single machine, *International Journal of Production Economics* 131 (2), pp. 747-751, 2011.
- [14] Li J., Sun K., Xu D., Li H., Single machine due date assignment scheduling problem with customer service level in fuzzy environment, *Applied Soft Computing*, 10 (3) 849-858 2010.
- [15] Moore J. M., An n job, one machine sequencing algorithm for minimizing the number of late jobs, *Management Science*, 15, 102-109 1968.
- [16] Karp, R. M., Reducibility among Combinatorial Problems. R. E. Miller, J. W. Thatcher, Eds. *Complexity of Computer Computations*. Plenum Press, New York, 85-103, 1972.
- [17] Sahni S.K., Algorithms For Scheduling Independent Tasks. *Journal of the ACM*, 23 (1), 116-127, 1976.
- [18] Gens G.V. and Levner E.V., Discrete optimization problems and efficient approximate algorithms, *Engineering Cybernetics*, 17 (6), 1-11, 1979.
- [19] Gens G.V. and Levner E.V., Fast Approximation Algorithm for Job Sequencing With Deadlines. *Discrete Applied Mathematics*, 3 (4), 313-318, 1981.
- [20] Allah R.M., Bulfin R.L., Minimizing the Weighted Number of Tardy Jobs on a single machine with release dates, *European Journal of Operational Research* 176, 727-744, 2007.
- [21] Allah R.M., Bulfin R.L., Minimizing the Weighted Number of Tardy Jobs on a
- [2] Chen Z-L., Integrated Production And Outbound Distribution Scheduling: Review and Extensions, *Operations Research*, 58 (1), 130-148, 2010.
- [3] Hall, N. G., C. N. Potts. The Coordination of Scheduling and Batch Deliveries. *Annals of Operations Research*, 135, 41-64, 2005.
- [4] Slotnick, S. A., & Sobel, M. J., Manufacturing lead-time rules: Customer retention versus tardiness costs. *European Journal of Operational Research*, 169, 825-856 2005.
- [5] Thomas, D. J., & Griffin, P. M., Coordinated supply chain management. *European Journal of Operational Research*, 94, 1-15 1996.
- [6] Steiner G. and Zhang R., Minimizing the weighted number of tardy jobs with due date assignment and capacity-constrained deliveries, *Annals of Operations Research*, 191(1), 171-181 2011.
- [7] Gordon, V., Proth, J.-M., Chu, C., A survey of the state-of-the-art of common due date assignment and scheduling research. *European Journal of Operational Research* 139 (1), 1-25, 2002.
- [8] Li, J., Yuan, X., Lee, E.S., Xu, D. Setting due dates to minimize the total weighted possibilistic mean value of the weighted earliness-tardiness costs on a single machine. *Computers and Mathematics with Applications* 62 4126-4139 2011.
- [9] Koulamas, C. A unified solution approach for the due date assignment problem with tardy jobs, *Int. J. Production Economics* 132 292-295 2011.
- [10] Wang, J.-B., Wang, C. Single-machine due-window assignment problem with learning effect and deteriorating jobs, *Applied Mathematical Modelling* 35 (8), pp. 4017-4022 2011.
- [11] Zhu, Z., Sun, L., Chu, F., Liu, M. Due-window assignment and scheduling with multiple rate-modifying activities under the effects of deterioration and learning

Single Machine, *European Journal of Operational Research* 145, 45-56, 2003.

- [22] Hochbaum D.S. and Landy D., Scheduling with Batching: Minimizing The Weighted Number of Tardy Jobs, *Operations Research Letters*, 16, 79-86, 1994.
- [23] Brucker P. and Kovalyov M.Y., Single Machine Batch Scheduling to Minimize The Weighted Number of Late Jobs, *Mathematical Methods of Operation Research*, 43, 1-8, 1996.
- [24] Steiner G. and Zhang R., Minimizing the Weighted Number of Late Jobs with Batch Setup Times and Delivery Costs on a Single Machine, *Multiprocessor Scheduling: Theory and Applications*, Book edited by Eugene Levner, Itech Education and Publishing, Vienna, Austria, 2007.
- [25] Steiner, G., & Zhang, R., Approximation algorithms for minimizing the total weighted number of late jobs with late deliveries in two-level supply chains. *Journal of Scheduling*, 12(6), 565-574 2009.

Archive of SID