



# A Novel Robust Logistic Relief Model under Uncertainty Using Chance Constrained Possibilistic Programming Method

Mehdi Alinaghian\* & Maryam Rahafrooz

*Mehdi Alinaghian, Department of Industrial and System Engineering, Isfahan University of Technology  
Maryam Rahafrooz, Department of Industrial and System Engineering, Isfahan University of Technology*

## Keywords

Logistic reliefs,  
Distribution center  
location,  
Uncertainty,  
Chance constrained  
possibility programming,  
Robust theory.

## ABSTRACT

*In this study, for the first time in the literature of disaster facility location planning, robust chance constrained possibility programming has been used and uncertainties of supply, demand and cost parameters of the after disaster environment are considered in the form of trapezoidal fuzzy coefficients. In addition, it is the first time that retrofitting of relief distribution centers has been modeled and relief commodities priority and demand point priority in relief distribution has been considered. In order to solve the proposed model, lp-metrics method is used. Then by creating typical problems and considering ten different incident scenarios, advantages of the robust approach is compared with the deterministic approach. The results of this evaluation in most scenarios proves inability of deterministic approach to meet certain minimum relief coverage standards of the relief organization. However, robust approach despite higher relief costs can provide a good estimate of costs of the crisis, and increase the reliability of the strategic decisions.*

© 2017 IUST Publication, IJIEPM Vol. 28, No. 2, All Rights Reserved



## مدلسازی پایدار لجستیک امداد در شرایط وجود عدم قطعیت با استفاده از مدل امکانی محدودیت شانس

مهدی علینقیان<sup>\*</sup>، مریم ره افروز

### چکیده:

در این مقاله برای نخستین بار در ادبیات مکانیابی لجستیک امداد، رویکرد مدلسازی امکانی محدودیت شانس پایدار به کار گرفته شده است. در این رویکرد عدم قطعیت‌های عرضه و تقاضا و پارامترهای هزینه‌ای پس از وقوع حادثه به فرم ضرایب فازی دوزنقه‌ای وارد مدل شده‌اند و برای نخستین بار بحث مقاوم سازی مراکز توزیع امداد مطرح شده است. همچنین در ادامه به منظور حل این مدل چندهدفه غیرخطی مختلط عدد صحیح از رویکرد حل  $L_p$ -metrics استفاده شده و با استفاده از تولید مسائل نمونه، مزیت این مدل پایدار نسبت به فرم قطعی آن در ۱۰ سناریوی مختلف وقوع حادثه بررسی شده است. نتایج این بررسی در سناریوهای مختلف وقوع بحران، بیانگر عدم توانایی رویکرد قطعی در برآورده ساختن حداقل سطح استاندارد امداد رسانی مورد نظر سازمان متولی امداد، در اکثر سناریوها می‌باشد. اما رویکرد پایدار با وجود صرف هزینه‌های امدادی بالاتر، با ارائه برآورد مناسبی از هزینه‌های پس از بحران می‌تواند موجب افزایش قابلیت اعتماد تصمیمات استراتژیک اتخاذ شده با این رویکرد مدلسازی بشود.

### کلمات کلیدی

لجستیک امداد، مکانیابی مراکز توزیع، عدم قطعیت، رویکرد امکانی محدودیت شانس، تئوری پایدارسازی

### ۱. مقدمه

افزایش تعداد بلایای طبیعی نظیر زلزله، سیل، طوفان و خشکسالی و ... و گسترش دامنه تخریبی آن‌ها از یک سو و رشد جمعیت در نقاط مختلف جهان از سوی دیگر، باعث افزایش خسارات مادی و تلفات انسانی این‌گونه حوادث شده است که علی‌رغم پیشرفت‌های تکنولوژیکی، مصائب ناشی از این حوادث همواره یکی از موانع اصلی توسعه پایدار کشورها به شمار می‌رود. اگرچه خسارات ناشی از این حوادث از جهات گوناگون به ویژه از نظر مالی و احساسی قابل جبران نیست؛ ولی با اقدامات پیشگیرانه و برنامه‌ریزی‌های مناسب برای ایجاد آمادگی لازم برای مقابله با این حوادث می‌توان خسارات آن‌ها را به حداقل ممکن کاهش داد. از آن‌جا که شدت و ابعاد وقوع این حوادث اغلب وسیع می‌باشد؛ لذا پس از وقوع این حوادث، حجم تقاضای ایجاد شده برای عملیات امداد و نجات نیز

تاریخ وصول: ۹۳/۰۵/۰۱

تاریخ تصویب: ۹۵/۰۲/۲۷

مریم ره افروز، دانش‌آموخته کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی اصفهان؛ [m.rahafrooz@in.iut.ac.ir](mailto:m.rahafrooz@in.iut.ac.ir)

<sup>\*</sup> نویسنده مسئول مقاله: مهدی علینقیان، استادیار دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی اصفهان؛ [alinaghian@cc.iut.ac.ir](mailto:alinaghian@cc.iut.ac.ir)

بسیار زیاد است و مراکز امداد رسانی که در شرایط عادی قادر به تأمین نیازهای شهر هستند؛ اغلب برای پاسخگویی سریع به تقاضای ایجاد شده در این شرایط، کافی نیستند. از جمله استراتژی‌های مهم در جهت بهبود عملکرد سیستم و کاهش تأخیر در روند امداد رسانی، مکانیابی مراکز توزیع امداد یا به اختصار  $RDC$  ها و کنترل، توزیع و مدیریت موجودی کالاها می‌باشد. در زنجیره تأمین امداد می‌باشد. لذا قرار گرفتن مراکز توزیع امداد در مکان‌های مناسب از شبکه، که بتوانند تقاضای ایجاد شده در شرایط بحران را به صورت مناسبی پاسخ دهند؛ در انجام موفق عملیات امداد و نجات بسیار حائز اهمیت است و ضعف در انتخاب مکان مناسب برای مراکز توزیع امداد، احتمال اتلاف زمان و سرمایه را بالا برده و نهایتاً منجر به خسارات و صدمات جانی فراوانی خواهد شد. بنابراین واضح است که تعداد و مکان مراکز توزیع و مقدار کالاها می‌تواند در هر مرکز ذخیره می‌شود بطور مستقیم بر روی زمان پاسخ و هزینه‌هایی که در طول زنجیره امداد اتفاق می‌افتد، تاثیر می‌گذارد. همچنین تصمیمات مکانیابی و تخصیص موجودی متأثر از عوامل متعددی می‌باشند؛ که این امر تلفیق آن‌ها را در قالب روشی واحد مشکل می‌سازد. از طرفی اهمیت استراتژیک بحث امداد و نجات، از جنبه‌های مختلف

پرداخته‌اند. آن‌ها در مدل پیشنهادی خود از محدودیت بودجه در قبل و بعد از بحران استفاده کرده‌اند؛ اما به خرابی تسهیلات و امکان نابودی کالاها و همچنین جریمه کمبود کالاها در مدل خود توجه نکرده‌اند.

دوران و همکاران [۹]، مته و زابینسکی [۱۰]، راولز و ترنکوئیست [۱۱] و چانگ و همکاران [۱۲]، مدل تصادفی تک‌سطحی ارائه داده‌اند. در این تحقیقات، از جمله مهمترین توابع هدف در نظر گرفته شده می‌توان به تابع هدف مقاله [۹]، که به حداقل‌سازی هزینه تأسیس تسهیلات و حمل‌ونقل و انبارداری و جریمه پاسخ داده نشدن تقاضا پرداخته و مقاله [۱۰]، که به حداقل‌سازی هزینه حمل‌ونقل و تأسیس تسهیلات و اجاره تجهیزات و جریمه‌ها و جابجایی تجهیزات امدادی با در نظر گرفتن تقدم سازمانی در تخصیص تسهیلات و عدم قطعیت‌های پس از حادثه پرداخته‌اند؛ اشاره کرد.

در ادبیات موضوع لجستیک امداد، به حداقل‌سازی تقاضای پاسخ داده نشده و حداقل‌سازی زمان انتظار دریافت امداد، به عنوان دو عامل مهم در افزایش رضایتمندی آسیب‌دیدگان، توجه شده است. از طرفی حداکثرسازی رضایتمندی آسیب‌دیدگان در کل شبکه امدادسانی، به حداکثرسازی عدالت در توزیع امداد منجر خواهد شد و به همین دلیل، در ادبیات لجستیک امداد از هر دوی این اصطلاحات استفاده می‌شود [۱۳]. هانگ و همکاران [۱۴]، نولز و همکاران [۱۵]، وان هنتریک و همکاران [۱۶] و مته و زابینسکی [۱۰]، با استفاده از حداقل‌سازی متوسط و یا کل زمان رسیدن کالاها و یا بطور معادل، دیرترین زمان رسیدن کالاها به نقاط تقاضا، به مبحث عدالت در توزیع امداد پرداخته‌اند؛ که البته این نوع اهداف، نهایتاً به توزیع سریعتر امداد با هزینه حمل‌ونقل بالاتر منجر خواهند شد. در مقاله [۱۱]، وزن‌دار کردن زمان سفر بوسیله مقدار کالای تحویلی و در مقاله [۷]، حداقل‌سازی کل هزینه عملیات تحویل کالاها به همراه حداقل‌سازی کل زمان لازم برای رسیدن کالاها در نظر گرفته شده‌اند. در مقاله‌های [۱۲] و [۱۴]، به حداقل‌سازی دیرترین زمان رسیدن کالاها به همراه حداقل‌سازی مقدار کل تقاضای پاسخ داده نشده توجه شده است. از طرف دیگر تیزنگ و همکاران [۱۷] و لین و همکاران [۱۸]، به حداقل‌سازی ماکزیمم تقاضای پاسخ داده نشده به همراه حداقل‌سازی کل زمان لازم برای رسیدن کالاها به افراد پرداخته‌اند. البته در تمام مدل‌های چندهدفه فوق، تابع حداقل‌سازی هزینه‌ها نیز به عنوان یک تابع هدف در نظر گرفته شده است. از طرف دیگر، کلارک و کولکین [۱۹] و دی آنجلیس و همکاران [۲۰]، تابع حداقل‌سازی تقاضای پاسخ داده نشده را و بی و اوزدمار [۲۱]، مفهوم تقسیم در تحویل و تابع حداقل‌سازی مجموع تقاضای پاسخ داده نشده را در مدلشان آورده‌اند و ایده جدید جابجایی تجهیزات بین مراکز درمانی به منظور سرویس‌دهی بهتر به مجروحان را نیز در نظر گرفته‌اند.

اجتماعی-اقتصادی، نشان‌دهنده ضرورت توجه به این مساله است. از این رو در این مقاله، مکانیابی تسهیلات، تصمیمات مربوط به تخصیص موجودی و طراحی شبکه توزیع در زنجیره امداد مورد توجه قرار خواهد گرفت. چراکه فقدان یک رویکرد سیستماتیک و ساختار پشتیبان تصمیم برای طراحی زنجیره امداد، مانع ارزیابی دقیق ظرفیت پاسخگویی و عملکرد سازمان‌های امدادی خواهد شد.

## ۲. مرور ادبیات

در حوزه مکانیابی تسهیلات امدادی، اولین مطالعه در سال ۱۹۷۱ توسط تورگس و همکارانش انجام شد؛ آن‌ها این مساله را به فرم یک مساله پوششی مطرح کردند و سپس برای حل آن از روش‌های برنامه‌ریزی خطی استفاده کردند [۱]. بنابراین شروع مباحث در این حوزه از اواخر دهه ۸۰ می‌باشد و این حوزه از تحقیق، از قدمت چندانی برخوردار نمی‌باشد و می‌توان گفت؛ تاکنون مفاهیم و مدل‌های کمی به ندرت در بخش عملیات امدادی بکار گرفته شده است. با این وجود چند مقاله مروری در این حوزه وجود دارد که به مرور اجزای لجستیکی و سازمانی لجستیک بشردوستانه در مطالعات انجام شده در این حوزه پرداخته‌اند [۲ و ۳]. در اغلب مدل‌های بهینه‌سازی مکانیابی تسهیلات امدادی در ادبیات لجستیک امداد، مساله مکانیابی (تأسیس تسهیلات جدید یا انتخاب از میان تسهیلات موجود) با مساله‌های قراردادن کالاها از قبل، تخلیه افراد و توزیع امداد ترکیب شده است [۴]. در بین این بررسی‌ها، تنها جیا و همکاران [۵ و ۶] و دسوکی و همکاران [۷]، صرفاً به مکانیابی تسهیلات پرداخته‌اند و مدل‌های حداکثر پوشش را با ملزومات کیفیت و کمیت پوشش (براساس تعداد تسهیلات تخصیص داده شده به یک نقطه تقاضا) بکار برده‌اند. علاوه بر این، دسوکی و همکاران به منظور توزیع امداد، یک مدل مسیریابی تصادفی بکار برده‌اند و حداقل‌کردن کل تقاضای پاسخ داده نشده را به همراه حداقل‌کردن زمان احتمالی شروع سرویس‌دهی وسایل نقلیه در مدل خود در نظر گرفته‌اند. با بررسی ادبیات موضوع مکانیابی تسهیلات امدادی، ملاحظه می‌شود که مدل‌های مکانیابی تسهیلات امداد اغلب بر مبنای برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط با متغیر صفر و یک برای مکان تسهیلات همراه‌اند. از آنجایی که در تمامی مقالات بررسی شده در این حوزه، مکانیابی تسهیلات قبل از وقوع حادثه در نظر گرفته شده است؛ همه این مدل‌ها تک‌دوره‌ای هستند. علاوه بر این، اغلب مدل‌های مکانیابی تسهیلات مدل‌هایی قطعی و تک‌سطحی هستند. در این میان، بالکیک و بیمون [۸]، به مکانیابی تسهیلات با تمرکز بر برنامه‌ریزی استراتژیک پرداخته‌اند و به منظور پاسخگویی به تقاضای امدادی، از یک مدل مکانیابی مبتنی بر سناریو و به فرم حداکثر پوشش استفاده کرده‌اند و در آن به تعیین تعداد و مکان و ظرفیت مراکز امدادی و مقدار ذخیره‌سازی از پیش هر کالای امدادی در هر مرکز توزیع،

آکان و همکاران [۲۷] یک مدل ریاضی برای مکانیابی تسهیلات مبتنی بر ریسک در بحران ارائه نمودند. آنها با استفاده از آنالیز درخت خطا به تحلیل ریسک پرداختند.

ورما و همکاران [۲۸] به مکانیابی مراکز امداد رسانی قبل از بحران پرداختند. آنها در مقاله خود دو مدل ریاضی ارائه دادند. آنها در ابتدا یک مدل قطعی ارائه دادند در این مدل آنها به آسیب‌هایی که زمان امداد رسانی در آنها اهمیت دارد توجه نمودند. در مدل دوم آنها پارمترهای غیر قطعی را وارد مدل خود کردند و مواردی همچون اهمیت مراکز پر جمعیت را نیز در مدل لحاظ نمودند در انتها نیز برای حل مدل احتمالی خود از روش تجزیه بندرز استفاده نمودند.

کیلکی و همکاران [۲۹] یک مدل ریاضی به منظور مکانیابی مراکز اسکان موقت بعد از بحران و تخصیص مراکز آسیب دیده به آنها ارائه نمودند. آنها همچنین حداکثر سازی استفاده از مراکز موقت را نیز در مدل خود در نظر گرفتند. در نهایت آنها از داده‌های مربوط به شهرهای مهم ترکیه برای بررسی و تحلیل حساسیت مدل خود بهره بردند.

مارکاس و همکاران [۳۰] در مقاله خود به این موضوع پرداختند که معیارهای تصمیم‌گیری در مکانیابی مراکز اسکان موقت از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است و عدم توجه به آنها می‌تواند در تصمیمات تاثیر گذار باشد آنها در ادامه به بررسی معیارهای مهم در مکانیابی مراکز اسکان موقت پرداخته و ۱۰ معیار پر اهمیت را ارائه داده و زیرمعیارهای هر یک از آنها را به صورت سلسله مراتبی ارائه کردند اما از طرفی محققان برای رویکرد برنامه‌ریزی تصادفی چهار ایراد عمده برشمرده‌اند [۳۱ و ۳۲]:

۱) بدلیل عدم وجود داده‌های تاریخی کافی برای پارامترهای دارای عدم قطعیت در بسیاری از حوادث، به‌ندرت می‌توان توزیع درست و واقعی پارامترهای دارای عدم قطعیت را بدست آورد.

۲) تعداد زیاد سناریوهای بکار رفته در نشان دادن عدم قطعیت می‌تواند باعث پیچیدگی محاسباتی و بزرگی مساله بشود [۵].

۳) ناتوانی این رویکرد در وارد کردن ریسک‌گریزی یا ریسک‌پذیری تصمیم‌گیرنده بصورت مستقیم به مدل. علیرغم بکار بردن رویکرد برنامه‌ریزی تصادفی در دسته‌ای از مدل‌های موجود در ادبیات لجستیک امداد، اما این مدل‌های تصادفی، بدلیل عدم امکان ورود ریسک‌گریزی یا ریسک‌پذیری تصمیم‌گیرنده بصورت مستقیم در مدل و بدنبال آن از دست دادن دامنه مهمی از کاربرد مساله، کاربرد بسیار محدودی دارند [۳۲].

۴) در بهینه‌سازی تصادفی، سناریوها بر مبنای شرایط محتمل مساله و با مشاهدات قطعی از پارامترهای دارای عدم قطعیت

از طرف دیگران هنتریک و همکاران [۱۴] و راولز و ترنکوئیست [۹]، با استفاده از احتمال رسیدن وسایل نقلیه به مقاصد از پیش تعیین شده برای آن‌ها، به حداکثر سازی قابلیت اطمینان وسایل نقلیه پرداخته‌اند؛ آن‌ها علاوه بر این، توابع حداقل سازی هزینه‌ها و حداقل سازی تقاضای پاسخ داده نشده را نیز در مدل چندهدفه خود آورده‌اند.

باتوجه به اهمیت پارامترهای نادقیق موجود در شرایط امداد رسانی، در سال‌های اخیر محققان به ورود این عدم قطعیت‌ها به مسائل برنامه‌ریزی لجستیک امداد و بخصوص مسائل مکانیابی تسهیلات امدادی توجه خاصی داشته‌اند [۲۲]. در میان مدل‌های اخیر در این حوزه، در اکثر مدل‌ها به منظور ورود عدم قطعیت پارامترها به مدلسازی، محققین رویکرد بهینه‌سازی تصادفی را بوسیله سناریوهای احتمالی بکار برده‌اند و از برنامه‌ریزی تصادفی دو مرحله‌ای برای مدل کردن عدم قطعیت ویرانی‌ها و اثر آن بر عرضه و تقاضا استفاده کرده‌اند [۲]. زو و همکاران [۲۳] و مته و زابینسکی [۱۰] و سالمرون و آپته [۲۴] در مدل‌های برنامه‌ریزی تصادفی دو مرحله‌ای خود، تنها عرضه امداد را غیر قطعی در نظر گرفته‌اند. راولز و ترنکوئیست [۱۱] و وان هنتریک و همکاران [۱۶]، در مدل‌های چندهدفه تصادفی دو مرحله‌ای خود عرضه و تقاضای امداد و زمان سفرها را غیر قطعی در نظر گرفته‌اند. چانگ و همکاران [۱۲]، مکانیابی تسهیلات و توزیع منابع امدادی در امداد رسانی سیل را با توجه به سناریوهای مختلف وقوع سیل، بوسیله برنامه‌ریزی تصادفی دو مرحله‌ای و با در نظر گرفتن عدم قطعیت تقاضای امدادی مدلسازی کرده‌اند. سالمرون و آپته [۲۴] یک مدل بهینه‌سازی تصادفی دو مرحله‌ای با در نظر گرفتن عدم قطعیت تقاضا و هزینه امداد رسانی ارائه کرده‌اند. روال و ترنکوئیست [۱۱] در مدل پیشنهادی خود به شرایط تغییر دسترسی در شبکه حمل و نقل امداد پس از حادثه و همچنین عدم قطعیت در تقاضا و هزینه‌های امداد رسانی توجه کرده‌اند.

نجفی و همکاران [۲۵]، یک مدل چندهدفه تصادفی، چندکالایی و چنددوره‌ای و با چند نوع وسیله نقلیه، برای توزیع امداد و حمل مجروحان پس از زلزله و بهینه‌سازی امداد رسانی در شرایط وجود عدم قطعیت پیشنهاد نموده‌اند. همچنین در یکی از مطالعات اخیر، بزرگی و همکاران [۲۶] با حداقل سازی کلیه هزینه‌های لجستیک امداد و با ملاحظه عدم قطعیت عرضه و تقاضا و پارامترهای هزینه‌ای مدل و همچنین احتمال خرابی مراکز توزیع امداد و پوشش پشتیبان بین مراکز توزیع امداد، به مکانیابی تسهیلات و توزیع امداد پرداخته‌اند. آن‌ها برای این منظور مدل تک هدفه تصادفی پایداری ارائه کرده و سپس از رویکرد بهینه‌سازی اجتماع ذرات برای بهینه‌سازی جواب استفاده کرده‌اند.

رویگردی که ریسک‌گریزی تصمیم‌گیرنده را به مدل وارد می‌کند؛ قصد داریم این پارامترهای دارای عدم قطعیت را بصورت ضرایب فازی دوزنقه‌ای وارد مدل کرده و برای اولین بار در این حوزه از مدل برنامه‌ریزی امکانی محدودیت‌شناس پایدار استفاده کنیم. نوآوری های مقاله را می‌توان به طور خلاصه به صورت زیر بیان نمود: ارائه یک مدل استوار بر مبنای برنامه ریزی امکانی برای مکانیابی و تخصیص منابع در بحران. با توجه به دانش نویسندگان در حوزه مکانیابی مراکز امداد و تخصیص اقلام امدادی تاکنون مدل استوار بر مبنای برنامه ریزی امکانی ارائه نشده است. در نظر گرفتن سه هدف که به طور همزمان مبحث عدالت در توزیع، ریسک توزیع کالاهای امدادی و هزینه های لجستیک امداد در نظر می‌گیرد. در نظر گرفتن اولویت امداد رسانی به مراکز با وضعیت آسیب دیدگی متفاوت، در نظر گرفتن اقدامات قبل از بحران و بعد از بحران به طور همزمان، در نظر گرفتن حداقل میزان توزیع اقلام امدادی در بحران و در نهایت بررسی تاثیر مدل استوار بر نتایج و تحلیل نتایج حاصله.

### ۳. مدل امکانی محدودیت‌شناس استوار

به منظور استفاده توأم از مزایا و قابلیت‌های برنامه‌ریزی امکانی و مفاهیم پایداری، پیشوایی و همکاران [۴۱] مفاهیم برنامه‌ریزی پایدار را با چارچوب برنامه‌ریزی امکانی تلفیق کرده و رویکرد جدیدی تحت عنوان رویکرد برنامه‌ریزی امکانی پایدار ارائه کرده‌اند. در این صورت، تئوری بهینه‌سازی پایدار یک چارچوبی برای کار با عدم قطعیت پارامترها در مسائل بهینه‌سازی فراهم می‌آورد که می‌تواند جواب بهینه را برای هر مشاهده از پارامتر نادقیق در یک بازه عدم قطعیت، تضمین کند [۴۲، ۴۳]. در این مقاله رویکرد انتخابی برای مدلسازی عدم قطعیت‌های فضای لجستیک امداد در توزیع و مکانیابی کالاهای امدادی، مدل امکانی پایدار ارائه شده در مقاله پیشوایی و همکاران [۴۱] می‌باشد که در ادامه به توضیح این رویکرد مدلسازی پرداخته می‌شود؛ طبق [۴۱]، ابتدا بدون از دست دادن هیچ کلیتی، مدل برنامه ریزی فازی تک هدفه زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{aligned} \min z &= fy + cx \\ \text{s.t. } Ax &\geq d, \\ Bx &= 0, \\ sx &\leq Ny, \\ Tx &\leq 1, \\ y &\in \{0,1\}, x \geq 0, \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن بردارهای  $d, c, f$  و ماتریس  $N$  پارامترهای نادقیق مساله در تابع هدف و محدودیت‌ها فرض می‌شوند که این پارامترهای نادقیق به فرم اعداد فازی دوزنقه‌ای در نظر گرفته

ساخته می‌شوند و جواب مساله نیز بر مبنای آن سناریوها تولید می‌شود. بنابراین جواب اینچنین مساله‌ای می‌تواند برای مشاهدات دیگر نشدنی بشود؛ مشاهداتی که اگرچه احتمال وقوع خیلی کمی دارند اما در صورت وقوع می‌توانند هزینه بالایی را به کل شبکه تحمیل نمایند.

یک رویکردی که قادر است ریسک‌گریزی تصمیم‌گیرنده را به مدل وارد کند و ایراد سوم مدل های تصادفی را بهبود بخشد؛ رویکرد برنامه‌ریزی تصادفی بهبود یافته‌ای تحت عنوان برنامه‌ریزی پایدار می‌باشد که اولین بار توسط ملوی و همکاران [۳۳] ارائه شده است. در این رویکرد عامل تغییرات به سادگی به همراه پارامتر وزنی مناسبی که تحمل ریسک تصمیم‌گیرنده را نشان می‌دهد به تابع هدف اصلی اضافه می‌شود [۳۱]. در این راستا، بزرگی و همکاران [۳۱] یک رویکرد برنامه ریزی تصادفی پایدار برای طراحی لجستیک امداد در شرایط وجود عدم قطعیت‌ها ارائه دادند. آن‌ها تقاضا و عرضه و هزینه تهیه و حمل کالاهای امدادی را همزمان بعنوان پارامترهای نادقیق مساله در نظر گرفتند؛ که این اولین بار بود که این سه عامل عدم قطعیت همزمان در مدلسازی پایدار لجستیک امداد در نظر گرفته می‌شدند. آن‌ها برای ورود این عدم قطعیت‌ها به مدل از رویکرد تصادفی مبتنی بر سناریو استفاده کردند و عدم قطعیت‌ها را در قالب تعدادی مشاهده قطعی از هر پارامتر تصادفی که سناریوها را تشکیل می‌دادند وارد مساله کردند. در دهه‌های گذشته، تحقیقات بسیاری به بررسی مسائل مکانیابی فازی با استفاده از رویکردهای منطق فازی پرداخته‌اند. بعنوان نمونه؛ باهاتاچاریا و همکاران [۳۴ و ۳۵] که برای حل مدل خود از یک روش برنامه‌ریزی فازی آرمانی استفاده کرده‌اند و همچنین کانوس و همکاران [۳۶] دارزنتاس [۳۷] راو و ساراسواتی [۳۸] همگی به مساله مکانیابی فازی پرداخته‌اند؛ اما در تمامی این مدل‌ها پارامترهای مساله قطعی فرض شده بودند. درسویی دیگر محققانی همچون، ژاو و لیو [۳۹] با فازی در نظر گرفتن تقاضا، مساله مکانیابی تسهیلات و تخصیص نقاط تقاضا به آن‌ها را با در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت تسهیلات بررسی کرده‌اند.

در این راستا، جبل‌عاملی و همکاران [۴۰] برای نخستین بار، رویکرد بهینه‌سازی امکانی را در طراحی برنامه‌ریزی لجستیک امداد وارد کردند و یک مدل برنامه‌ریزی امکانی چندهدفه برای مسائل تصمیم‌گیری لجستیک امداد در سطوح استراتژیک و عملیاتی ارائه دادند؛ که شامل مکانیابی مراکز توزیع امداد و تخصیص این مراکز به نواحی آسیب‌دیده در زمان بحران می‌شد.

ما در این مقاله، در ادامه روند تحقیقات صورت‌گرفته در حوزه مکانیابی تسهیلات امدادی و ضمن توجه به ایرادات وارد شده به برنامه‌ریزی تصادفی و همچنین کاربرد تئوری فازی در مهار عدم قطعیت موجود در پارامترهای عرضه و تقاضا و هزینه‌های محیط امداد رسانی و نیز توجه به پایدارسازی مدل به عنوان

در ادامه مدل پیشنهادی ارائه می شود.

#### ۴. مدل پیشنهادی

فرضیات مسئله مطرح به صورت خلاصه به صورت زیر ارائه شده است:

(۱) ارائه مدلی سه هدفه که همزمان به افزایش پوشش امداد، افزایش سرعت امداد رسانی و کاهش هزینه های امداد رسانی می پردازد.

(۲) در نظر گرفتن احتمال خرابی تسهیلات (نظیر نقاط تأمین و مراکز توزیع امداد) در اثر بحران؛

(۳) در نظر گرفتن امکان مقاوم سازی مراکز توزیع امداد برای نخستین بار در ادبیات لجستیک امداد؛ که شامل سه سطح مقاوم سازی می شود: سطح صفر، سطح یک و سطح دو (سطح صفر حالتی می باشد که مقاوم سازی انجام نشود و سطح دو مقاوم سازی کامل در نظر گرفته می شود).

(۴) بحث پوشش پشتیبان و کمک رسانی تسهیلات به یکدیگر در زمان بحران؛ چراکه جایجایی کالا بین انبارها می تواند موجب افزایش کارایی عملیاتی امداد رسانی شود.

(۵) امداد رسانی به هر نقطه آسیب دیده تنها توسط یک مرکز توزیع امداد که نزدیکترین مرکز به آن نقطه می باشد، صورت می گیرد؛ که بدین صورت ضمن سهولت در هماهنگی ها سرعت امداد رسانی نیز تا حد ممکن افزایش می یابد.

(۶) در نظر گرفتن اولویت نقاط حادثه دیده در دریافت خدمات امدادی؛

(۷) در نظر گرفتن تقدم کالاها جهت ارسال به هر نقطه آسیب دیده؛

(۸) مکانیابی مراکز توزیع با توجه به شدت بحران در نقاط آسیب دیده؛

(۹) در نظر گرفتن محدودیت برخورداری تمام مناطق آسیب دیده از یک حداقل سطحی از مقدار کالای امدادی؛ که اگرچه این ممکن است به عدالت در توزیع امداد منجر نشود اما از این طریق از رسیدن به حداقل استانداردهای امداد رسانی مطمئن خواهیم بود.

(۱۰) در نظر گرفتن تابع هدفی که با کاهش فاصله RDC ها از نقاط تقاضا به کاهش ریسک امداد رسانی از RDC ها به نقاط تقاضا و افزایش ضمنی زمان امداد رسانی می پردازد. درحالی که در اغلب مدل های لجستیک امداد صرفاً به کاهش هزینه ها و افزایش پوشش امداد توجه شده است.

شده اند. شایان ذکر است که در محدودیت اول مدل فوق، عدم قطعیت در بردار ضرایب سمت راست ظاهر شده است؛ در حالی که در محدودیت سوم، ماتریس ضرایب متغیر تصمیم  $y$  دارای عدم قطعیت فرض شده است. سپس به منظور ساختن فرم پایه ای برنامه ریزی محدودیت شانس؛ از عملگر مقدار مورد انتظار، در تابع هدف و از الزام در محدودیت هایی که پارامتر فازی دارند، استفاده می شود. بنابراین فرم پایه ای برنامه ریزی محدودیت شانس به فرم زیر ساخته می شود:

$$\begin{aligned} \min E[z] &= E[\tilde{f}]y + E[\tilde{c}]x \\ s.t \text{ Nec} \{Ax \geq \tilde{d}\} &\geq \alpha, \\ Bx &= 0, \\ \text{Nec} \{sx \leq \tilde{N}y\} &\geq \alpha, \\ Tx &\leq 1, \\ y \in \{0,1\}, x &\geq 0, \end{aligned} \quad (2)$$

در مدل فوق  $\alpha, \beta \in [0,1]$  پارامترهای حداقل سطح اطمینان محدودیت های شانس می باشند و از نظر پیشوایی و همکاران در این مدل محدودیت های شانس می بایست برای سطوح اطمینان بزرگتر از 0.5 برقرار باشند؛ یعنی  $\alpha, \beta > 0.5$  باشند. از آنجایی که در مدل (۲)، تصمیم گیرنده بایستی مقادیر پارامترهای حداقل سطح اطمینان محدودیت های شانس را با سعی و خطا انتخاب نماید و بنابراین مقداری که نهایتاً انتخاب می شود به نوعی دلخواه انتخاب خواهد شد و البته ضمانتی هم وجود ندارد که این مقدار، بهترین انتخاب ممکن برای هر سطح اطمینان باشد و علاوه بر این، با افزایش تعداد محدودیت های شانس، تعداد این سعی و خطاها نیز به شدت افزایش می یابد و به محاسبات پیچیده و تست های شبیه سازی نیاز می شود؛ بر همین اساس در گام بعدی، پیشوایی و همکاران مدل امکانی پایدار شده ی خود را به فرم زیر ساختند:

$$\begin{aligned} \min E[z] &+ \gamma(z_{\max} - z_{\min}) \\ &+ \delta[d_{(4)} - (1 - \alpha)d_{(3)} - \alpha d_{(4)}] \\ &+ \pi[(1 - \beta)N_{(2)} + \beta N_{(1)} - N_{(1)}]y \\ s.t \ Ax &\geq (1 - \alpha)d_{(3)} + \alpha d_{(4)} \\ Bx &= 0, \\ Sx &\leq [(1 - \beta)N_{(2)} + \beta N_{(1)}]y, \\ Tx &\leq 1, \\ y \in \{0,1\}, x &\geq 0, \quad 0.5 < \alpha, \beta \leq 1 \end{aligned} \quad (3)$$

به منظور ارائه مدل پیشنهادی از نمادگذاری‌های زیر استفاده می‌شود:	$su2_{ci}$	مقدار عرضه کالای $c$ در تأمین کننده $i$ ام (بعد از وقوع حادثه)
اندیس‌ها:	$i$	مقدار تقاضای کالای $c$ در RDC $j$ ام
	$j, e$	نقاط توزیع امداد یا RDC ها
	$k$	نقاط حادثه‌دیده یا نقاط تقاضا
	$c$	کالاهاى امدادی که شامل آب، غذا و چادر می‌باشد.
	$l$	سایز RDC ها که شامل کوچک، بزرگ و متوسط می‌باشد.
	$re$	سطوح مختلف مقاوم‌سازی ساختمان RDC ها در برابر حادثه (سطح صفر یعنی عدم مقاوم‌سازی)
پارامترها:	$bc_l$	هزینه ساخت RDC با سایز $l$ (قبل از وقوع حادثه)
	$rc_{re}$	هزینه مقاوم‌سازی RDC در سطح مقاوم‌سازی $re$ (قبل از وقوع حادثه)
	$cij1_{cij}$	هزینه حمل کالای $c$ از تأمین کننده $i$ ام به RDC $j$ ام (قبل از وقوع حادثه)
	$cij2_{cij}$	هزینه حمل کالای $c$ از تأمین کننده $i$ ام به RDC $j$ ام (بعد از وقوع حادثه)
	$pc1_c$	هزینه تهیه کالای $c$ (قبل از وقوع حادثه)
	$pc2_c$	هزینه تهیه کالای $c$ (بعد از وقوع حادثه)
	$cje2_{cje}$	هزینه حمل کالای $c$ از RDC $j$ ام به RDC $e$ ام (بعد از وقوع حادثه)
	$cjk2_{cjk}$	هزینه حمل کالای $c$ از RDC $j$ ام به ناحیه حادثه‌دیده $k$ ام (بعد از وقوع حادثه)
	$su1_{ci}$	مقدار عرضه کالای $c$ در تأمین کننده $i$ ام (قبل از وقوع حادثه)
	$\theta$	حداقل درصد پاسخگویی به تقاضای نقاط
	$M_i$	عدد بزرگ در مدلسازی
	$\beta_1, \beta_2$	اعداد صحیحی که تصمیم‌گیرنده انتخاب می‌کند.

$$\min z_1 = \sum_c ifc_c \cdot z_{1\max c} \quad (۵)$$

حادثه دیده، که سازمان امدادرسان در نظر دارد.

متغیرها:

$$ifk_k - z_{2\max c} \leq \frac{\left(\sum_j y_{cjk} \cdot ifk_k\right)}{\left(1 - \alpha_{1c,k}\right) d_{ck3} + \alpha_{1c,k} d_{ck4}} \quad \forall c, k \quad (۶)$$

$x_{cij}$  مقدار کالای  $c$  که بعد از وقوع حادثه از تأمین کننده  $i$  ام به RDC  $j$  ام فرستاده می شود.

$q_{cij}$  مقدار کالای  $c$  که قبل از وقوع حادثه از

تأمین کننده  $i$  ام در RDC  $j$  ام انبار می شود.

$y_{cjk}$  مقدار کالای  $c$  که بعد از وقوع حادثه از RDC  $j$

ام به نقطه تقاضای  $k$  ام فرستاده می شود.

$b_{ck}$  مقدار کمبود کالای  $c$  بعد از وقوع حادثه در

نقطه تقاضای  $k$  ام.

$ih_{cj}$  مقدار کالای  $c$  اضافی که بعد از وقوع حادثه در

RDC  $j$  ام ذخیره می شود.

$v_{cje}$  مقدار کالای  $c$  که بعد از وقوع حادثه بین RDC

ها ( دو مرکز توزیع  $j, e$  ) تبادل می شود.

$z_{ljre}$  یک، اگر RDC  $j$  ام از سایز  $l$  و با سطح

مقاوم سازی  $re$  ساخته شود و در غیر این صورت صفر.

$fjk_{jk}$  یک، اگر ارسال کالا از RDC  $j$  ام به نقطه

تقاضای  $k$  ام صورت گیرد و در غیر این صورت صفر.

مدل پیشنهادی با رویکرد محدودیت شانس پایدار مطابق با روش بکاربرده شده توسط پیشوایی و همکاران [۴۱] و توضیحات ارائه شده در پیوست، به فرم زیر می باشد:

هدف اول:

$$\min z_1 = \sum_c ifc_c \cdot \max_k \frac{\tilde{d}_{ck} - \sum_j y_{cjk} ifk}{\tilde{d}_{ck}} \quad (۴)$$

هدف اول مساله، افزایش عدالت در توزیع امداد می باشد. بدین صورت که مجموع حداکثر کمبود نسبی وزنی از هر نوع کالای امدادی در نقاط تقاضا را حداقل می نماید. تابع فوق برای نخستین بار در ادبیات لجستیک امداد، عدالت در امدادسانی کالاها به نقاط حادثه دیده را با ملاحظه اولویت کالاها و اولویت مکانی نقاط حادثه دیده در امدادسانی، در نظر گرفته است. فرم خطی شده آن در رویکرد محدودیت شانس به صورت زیر می باشد:

به منظور برقراری شرط شدنی پایدار بودن جواب، عبارت زیر که به اختصار آن را  $CLCC_1$  می نامیم؛ به تابع هدف نهایی مدل پایدار اضافه می شود:

$$CLCC_1 = \sum_{c,k} \left[ \left( \sum_j y_{cjk} ifk_k \right) \cdot \left( \frac{1}{(1 - \alpha_{1c,k}) d_{ck3} + \alpha_{1c,k} d_{ck4}} - \frac{1}{d_{ck4}} \right) \right] \quad \forall c, k \quad (۷)$$

هدف دوم:

$$\min z_2 = \max_{(j,k)} u_{jk} \quad (۸)$$

بطوریکه:

$$u_{jk} = \{ fjk_{jk} \cdot djc_{jk} \cdot ifk_k \cdot \sum_c (y_{cjk} \cdot ifc_c) \} \quad (۹)$$

هدف دوم مساله، بدنبال کاهش ریسک توزیع امداد و افزایش ضمنی سرعت امدادسانی از RDC ها به نقاط حادثه دیده می باشد و فرم خطی شده این هدف به صورت دسته معادلات (۱) الی (۱۰) فرم زیر گزارش می شود:

$$\min z_2 = z_{2\max} \quad (۱۰)$$

$$djc_{jk} \cdot ifk_k \cdot g 2_{jk} \leq z_{2\max} \quad \forall j, k \quad (۱۱)$$

$$g 2_{jk} \leq \sum_c (y_{cjk} \cdot ifc_c) \quad \forall j, k \quad (۱۲)$$

$$g 2_{jk} \leq M_1 \cdot fjk_{jk} \quad \forall j, k \quad (۱۳)$$

$$g 2_{jk} \geq \sum_c (y_{cjk} \cdot ifc_c) - M_1 (1 - fjk_{jk}) \quad \forall j \quad (۱۴)$$

هدف سوم:

$$\min z_3 = z_{3\text{before}} + z_{3\text{after}} \quad (۱۵)$$

هدف سوم مساله، حداقل سازی هزینه های لجستیکی قبل و بعد از وقوع حادثه می باشد؛ بدین صورت که در رابطه (۱) هزینه های احداث و مقاوم سازی مراکز توزیع امداد، خرید اقلام امدادی قبل از



$$w_{1cj} \geq (1 - n_i) \sum_i q_{cij} - M_2 \left( 1 - \sum_{l, re=level 0} z_{lre} \right) \quad \forall c, j$$

(۲۴)

$$w_{2cj} \leq M_2 \sum_{l, re=level 1} z_{lre} \quad \forall c, j$$

(۲۵)

$$w_{2cj} \leq (1 - n_i^{\beta_1}) \sum_i q_{cij} \quad \forall c, j$$

(۲۶)

$$w_{2cj} \geq (1 - n_i^{\beta_1}) \sum_i q_{cij} - M_2 \left( 1 - \sum_{l, re=level 1} z_{lre} \right) \quad \forall c, j$$

(۲۷)

$$w_{3cj} \leq M_2 \sum_{l, re=level 2} z_{lre} \quad \forall c, j$$

(۲۸)

$$w_{3cj} \leq (1 - n_i^{\beta_2}) \sum_i q_{cij} \quad \forall c, j$$

(۲۹)

$$w_{3cj} \geq (1 - n_i^{\beta_2}) \sum_i q_{cij} - M_2 \left( 1 - \sum_{l, re=level 2} z_{lre} \right) \quad \forall c, j$$

(۳۰)

$$w_{1cj}, w_{2cj}, w_{3cj} \geq 0 \quad \forall c, j$$

(۳۱)

محدودیت دوم:

$$\sum_j y_{cjk} \geq \theta \cdot \tilde{d}_{ck} \quad \forall c, k$$

(۳۲)

این محدودیت به لزوم پاسخگویی به یک حداقل درصدی از میزان تقاضای فازی هر کالا در هر نقطه حادثه دیده اشاره دارد. پارامتر  $\theta$  توسط تصمیم گیرنده و به منظور اطمینان از رعایت حداقل استانداردهای امداد رسانی در پاسخگویی به تقاضای نقاط حادثه دیده، تعیین می شود و فرم قطعی متناظر این محدودیت به صورت زیر می باشد:

$$\frac{\sum_j y_{cjk}}{\theta} \geq (1 - \alpha_{2c,k}) d_{ck3} + \alpha_{2c,k} d_{ck4} \quad \forall c, k$$

(۳۳)

و به منظور پایدارسازی این مدل و بویژه برقراری شرط شدنی پایدار بودن جواب، عبارت زیر که به اختصار آن را  $CLCC_2$  می نامیم؛ به تابع هدف نهایی مدل پایدار اضافه می شود:

$$CLCC_2 = \sum_{c,k} \left[ d_{ck4} - (1 - \alpha_{2c,k}) d_{ck3} - \alpha_{2c,k} d_{ck4} \right]$$

(۳۴)

محدودیت سوم تا هفتم:

بحران و ارسال کالاها جهت از پیش ذخیره سازی آن ها در مراکز توزیع؛ جزء هزینه های پیش از وقوع حادثه در نظر گرفته شده اند:

$$z_{3before} = \sum_{j,l, re} (bc_l + rc_{re}) z_{ljre} + \sum_{c,i,j} (pc_l q_{cij} + cij_1 q_{cij})$$

$$z_{3before} = \sum_{j,l, re} (bc_l + rc_{re}) z_{ljre} + \sum_{c,i,j} (pc_l q_{cij} + cij_1 q_{cij})$$

(۱۶)

$$z_{3after} = \sum_{c,i,j} (p\tilde{c}2_c x_{cij} + \tilde{c}ij_2 q_{cij} x_{cij}) + \sum_{j,e,c} \tilde{c}je_2 v_{cje} v_{cje} + \sum_{j,k,c} \tilde{c}jk_2 y_{cjk} + \sum_{j,c} hc_c ih_{cj}$$

(۱۷)

در رابطه (۱) نیز هزینه تهیه اقلام امدادی بعد از بحران و هزینه حمل کالاها در کل شبکه پس از بحران، جزء هزینه های پس از بحران مطرح شده اند. فرم قطعی معادل هدف سوم این مساله با رویکرد محدودیت شانس پایدار به صورت زیر بدست می آید:

$$\min E[z_3] = z_{3before} + E[z_{3after}]$$

(۱۸)

و در آن:

$$E[z_{3after}] = \sum_{c,i,j} (E[p\tilde{c}2_c] \times x_{cij} + E[\tilde{c}ij_2] \times q_{cij} x_{cij}) + \sum_{j,e,c} E[\tilde{c}je_2] \times v_{cje} + \sum_{j,k,c} E[\tilde{c}jk_2] \times y_{cjk} + \sum_{j,c} hc_c \times ih_{cj}$$

(۱۹)

که با استفاده از رابطه **Error! Reference source not found.** پیوست، می توان مقدار مورد انتظار این اعداد فازی را محاسبه و در عبارت فوق جایگزین کرد. محدودیت های این مدل به فرم زیر می باشند: محدودیت اول:

این محدودیت ضامن برقراری تعادل موجودی کالاها در RDC ها است و فرم خطی شده آن به صورت روابط زیر نوشته می شود:

$$\sum_i x_{cij} + w_{1cj} + w_{2cj} + w_{3cj} + \sum_e v_{cej} - \sum_e v_{cje} - \sum_k y_{cjk} = ih_{cj} \quad \forall c, j$$

(۲۰)

$$\sum_{l, re} z_{ljre} \leq 1 \quad \forall j$$

(۲۱)

$$w_{1cj} \leq M_2 \sum_{l, re=level 0} z_{lre} \quad \forall c, j$$

(۲۲)

$$w_{1cj} \leq (1 - n_i) \sum_i q_{cij} \quad \forall c, j$$

(۲۳)

بعلاوه می‌بایست در ادامه، به منظور پایدارسازی مدل و بویژه برقراری شرط شدنی پایدار بودن جواب، عبارت زیر که به اختصار  $CLCC_3$  نامیده می‌شود؛ به تابع هدف نهایی مدل پایدار اضافه شود:

$$CLCC_3 = \sum_{c,j} \left[ (1 - \alpha_{3,c,i}) su2_{ck2} + \alpha_{3,c,i} su2_{ck1} - su2_{ck1} \right] \quad (45)$$

نکته قابل توجه این است که میزان عرضه کالاها قبل از حادثه میزانی قطعی در نظر گرفته می‌شود؛ چراکه میزان عرضه از آنجایی که تأمین آن حالت اورژانسی نداشته و برای تأمین آن مدت زمان زیادی و حتی چندین ماه زمان داریم؛ می‌تواند به مقدار بسیار زیادی تأمین شود. اما بدیهی است که، پس از رخداد حادثه به دلیل افزایش شدت تقاضا، لازم است تأمین‌کنندگان بتوانند سریع به تأمین کالاها بپردازند؛ بنابراین قدرت تأمین آن‌ها با شرایط قبل از بحران که زمان کافی برای تأمین منابع امدادی دارند؛ متفاوت می‌باشد و بعلاوه اینکه این مقدار، خود دارای عدم قطعیت نیز خواهد بود. این در حالی است که در ادبیات تحقیقات صورت گرفته در لجستیک امداد، تاکنون به این مساله توجه نشده است و مدل‌هایی که عدم قطعیت عرضه امداد را در نظر گرفته‌اند عرضه قبل از بحران را همچون عرضه پس از بحران دارای عدم قطعیت در نظر گرفته‌اند.

محدودیت دوازدهم تا چهاردهم:

این محدودیت‌ها ضامن این هستند که به منظور ارسال کالا از هر RDC به یک نقطه حادثه‌دیده، بایستی کمان مواصلاتی آن‌ها در شبکه ایجاد شده باشد و همچنین هر نقطه حادثه‌دیده دقیقاً از یک RDC می‌بایست امداد دریافت نماید. که این مطلب با توجه به وجود پوشش پشتیبان بین RDC ها، موجب بهبود مدیریت و هماهنگی در امدادسانی به نقاط حادثه‌دیده خواهد شد.

$$\sum_c y_{cjk} \leq M_6 \cdot fjk_{jk} \quad \forall j, k \quad (46)$$

$$fjk_{jk} \leq \sum_c y_{cjk} \quad \forall c, i \quad (47)$$

$$\sum_j fjk_{jk} = 1 \quad \forall k \quad (48)$$

## ۵. رویکرد حل مدل پیشنهادی

روش Lp-metrics یکی از روش‌های حل مسائل چندهدفه می‌باشد؛ که در این روش ابتدا مقدار بهینه هر هدف می‌بایست مشخص شود، که برای این منظور مسائل تک‌هدفه حل می‌شوند و سپس با مجموع وزنی نرمال‌سازی شده‌ی اختلاف بین هر تابع هدف و مقدار بهینه آن، تابع هدف جدیدی حاصل می‌شود که نهایتاً مساله با حداقل‌سازی آن تابع هدف روی فضای مساله چندهدفه مورد نظر، حل خواهد شد [۴۲]، [۳۱].

$$\sum_{e \neq j} v_{cje} \leq M_3 \left( \sum_{l, re} z_{ljre} \right) \quad \forall c, j \quad (35)$$

$$\sum_{e \neq j} v_{cej} \leq M_3 \left( \sum_{l, re} z_{ljre} \right) \quad \forall c, j \quad (36)$$

$$\sum_i x_{cij} \leq M_4 \left( \sum_{l, re} z_{ljre} \right) \quad \forall c, j \quad (37)$$

$$\sum_k y_{cjk} \leq M_5 \left( \sum_{l, re} z_{ljre} \right) \quad \forall c, j \quad (38)$$

$$\sum_{e=j} v_{cje} = 0 \quad \forall c, j \quad (39)$$

محدودیت های فوق، ضامن امکان برقراری جریان در کمان‌های شبکه هستند.

محدودیت هشتم و نهم:

$$\sum_{c,i} v_{oc} q_{cij} \leq \sum_{l, re} (cap_l \cdot z_{ljre}) \quad \forall j \quad (40)$$

$$\sum_c v_{oc} ih_{cj} \leq \sum_{l, re} (cap_l \cdot z_{ljre}) \quad \forall j \quad (41)$$

این دو محدودیت ضامن این هستند که در یک RDC نمی‌توان بیشتر از ظرفیت آن، قبل از حادثه کالا انبار کرد و یا پس از حادثه کالای اضافی را نگهداری کرد.

محدودیت دهم:

$$\sum_j q_{cij} \leq su1_{ci} \quad \forall c, i \quad (42)$$

به عبارتی هر تأمین‌کننده در قبل از حادثه، از هر کالا حداکثر می‌تواند به میزان موجودی آن کالا، جهت ذخیره‌سازی از پیش در RDC ها، ارسال داشته باشد. محدودیت یازدهم:

$$\sum_j x_{cij} \leq pi_{ci} \cdot \tilde{su}2_{ci} \quad \forall c, i \quad (43)$$

این محدودیت نیز به این مساله اشاره دارد که پس از رخداد حادثه، تأمین‌کنندگان کالاها می‌توانند حداکثر به میزان عرضه‌ی سالم و قابل برداشت آن، به RDC ها کالا ارسال نمایند. فرم قطعی متناظر این محدودیت در قالب محدودیت شناس به صورت زیر می‌باشد:

$$\sum_j \frac{x_{cij}}{pi_{ci}} \leq (1 - \alpha_{3,c,i}) su2_{ck2} + \alpha_{3,c,i} su2_{ck1} \quad \forall c, i \quad (44)$$

در این مقاله به منظور حل مدل برنامه‌ریزی محدودیت شانس پایدار ارائه شده با استفاده از رویکرد Lp-metrics، تابع هدف به

صورت زیر به فرم رابطه (۰) ساخته می‌شود:

$$\begin{aligned} \min z_{\text{final}} = & \left[ w_1 \cdot \frac{z_1 - z_1^*}{z_1^*} + w_2 \cdot \frac{z_2 - z_2^*}{z_2^*} + w_3 \cdot \frac{E[z_3] - z_3^*}{z_3^*} \right] + \gamma \left[ \frac{(z_3^{\max} - E[z_3]) - (z_3^{\max} - E[z_3])^*}{(z_3^{\max} - E[z_3])^*} \right] \\ & + \delta_1 \sum_{c,k} \left[ \frac{\frac{1}{(1 - \alpha_{1c,k})d_{ck3} + \alpha_{1c,k}d_{ck4}} - \frac{1}{d_{ck4}}}{\frac{1}{0.5 \times (d_{ck3} + d_{ck4})} - \frac{1}{d_{ck4}}} \right] + \delta_2 \sum_{c,k} \left[ \frac{d_{ck4} - (1 - \alpha_{3c,k})d_{ck3} - \alpha_{3c,k}d_{ck4}}{d_{ck4} - 0.5 \times (d_{ck3} + d_{ck4})} \right] \\ & + \delta_3 \sum_{c,i} \left[ \frac{(1 - \alpha_{4c,k})su2_{ck2} + \alpha_{4c,k}su2_{ck1} - su2_{ck1}}{0.5 \times (su2_{ck2} + su2_{ck1}) - su2_{ck1}} \right] \end{aligned} \quad (49)$$

تصمیمات استراتژیک و تاکتیکال هر یک از دو مدل قطعی و پایدار، نظیر مکان و اندازه و سطح مقاوم‌سازی مراکز توزیع امداد و میزان ذخیره‌سازی کالاها در هر مرکز مشخص شوند. سپس به منظور ارزیابی کارایی این مدل‌ها در سیاست‌گذاری‌های پیش از وقوع حادثه، بصورت تصادفی ۱۰ سناریوی مختلف برای رخداد حادثه تولید می‌شود؛ که در هر یک از آن‌ها پارامترهای نادقیق و فزایی فضای پس از رخداد حادثه، مقادیر مشخصی از بازه تغییرات خود را اتخاذ کرده‌اند. پس از آن برای هر یک از سناریوهای تولید شده در هر یک از مسائل نمونه تولید شده، دو بررسی انجام می‌شود. در این بررسی‌ها هر بار استراتژی‌های اتخاذ شده از هر یک از دو مدل قطعی و پایدار به مدل قطعی منطبق با هر سناریو، وارد می‌شود و نتایج آن ارزیابی می‌شود. شایان ذکر است که، در مدلسازی‌ها فرض می‌شود از نظر سازمان متولی امداد اهمیت هدف اول و دوم به ترتیب چهار و سه برابر اهمیت هدف سوم می‌باشد و بدنبال برنامه‌ریزی به منظور پاسخگویی به حداقل ۹۰ درصد از تقاضای هر نقطه بحران زده می‌باشد. جدول (۱) و (۲) نتایج حاصل از حل مسائل نمونه و ویژگی مسائل را نشان می‌دهد.

بطوریکه:

$$\sum_{i=1}^3 w_i + \gamma + \sum_{i=1}^3 \delta_i = 1 \quad (50)$$

بنابراین با حداقل‌سازی تابع هدف (۰) روی فضای مساله، یک مساله تک هدفه عددصحيح مختلط غیرخطی خواهیم داشت.

## ۶. بررسی مسائل نمونه

در اولین گام تولید یک مساله نمونه، بدون از دست دادن هیچ کلیتی، وقوع حادثه‌ای همچون زلزله در محدوده چند شهر و روستا در نظر گرفته می‌شود؛ که کانون این زمین‌لرزه مبداء مختصات فرض شده است. اعداد مورد نیاز برای شبیه‌سازی این مسائل لجستیک امداد، با توجه به مقادیر نمونه آن‌ها در واقعیت، در مدل لحاظ شده‌اند.

به منظور مقایسه این مدل‌ها فرم قطعی آن، ابتدا تعداد ۵ مسئله با اندازه‌های تصادفی تولید شده، سپس هر یک از این مسائل مطابق با مدل پایدار ارائه شده و فرم قطعی آن مدل پایدار مدلسازی و سپس هر دوی آن مدل‌ها با رویکرد lp-metric حل می‌شوند؛ تا

جدول ۱. نتایج حاصل از حل استوار مسائل نمونه

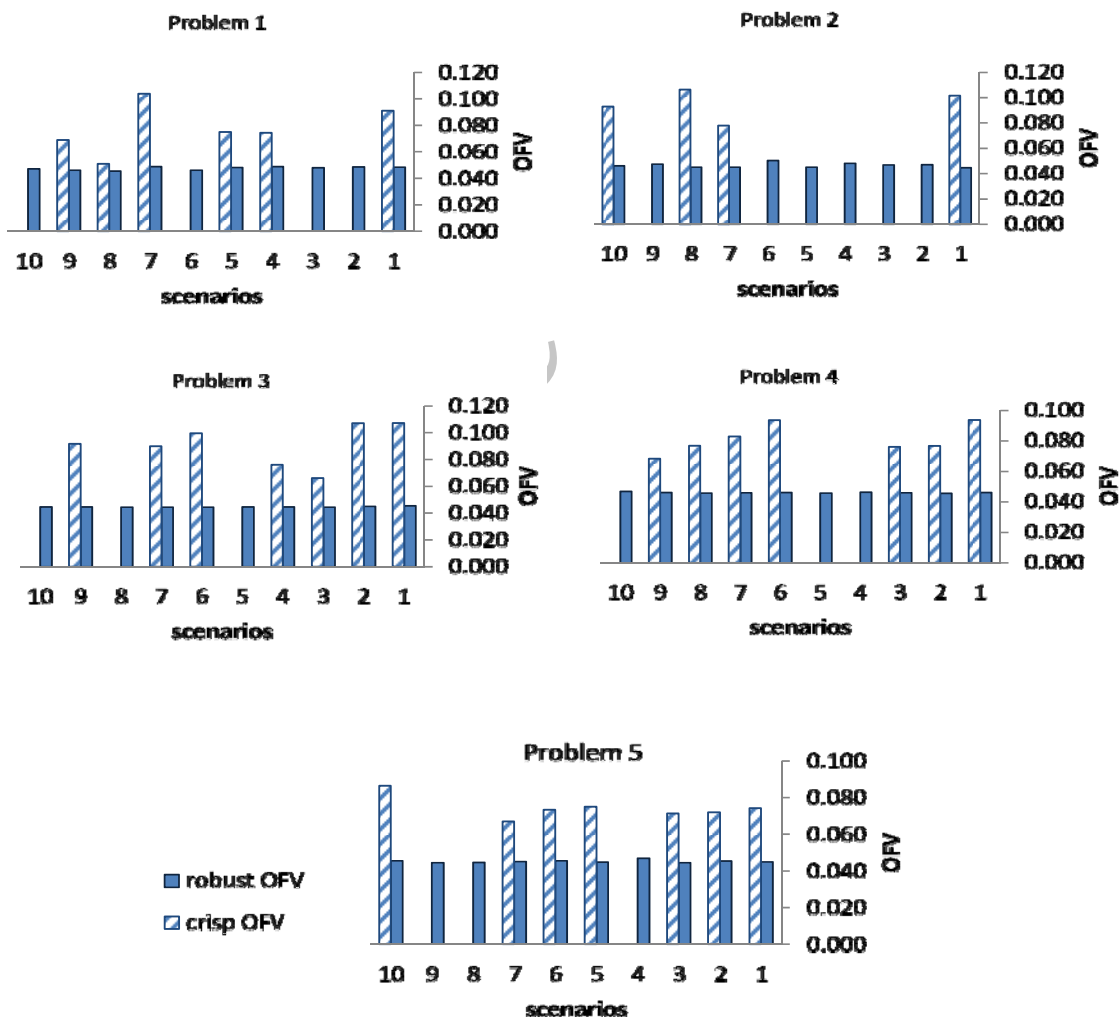
Problem		CCP Robust model			
s					
S/RDC/AA	budget	Cost after disaster	Z1	Z2	CPU time
2/3/4	1.05E+08	4465465	0.0	651352	24.1
2/3/6	1.41E+08	5514506	0.0	560602	25.4
4/7/9	2.38E+08	6162699	0.0	336481	49.4
3/5/8	1.81E+08	5638991	0.0	210463	38.9
4/7/9	2.38E+08	6162699	0.0	336481	49.4

جدول ۲. نتایج حاصل از حل استوار مسائل نمونه

Problems		Deterministic model			
S/RDC/AA	budget	Cost after disaster	Z1	Z2	CPU time
2/3/4	77547710	3403151	0.0	541890	23.8
2/3/6	1.15E+08	4339509	0.0	465833	24.8
4/7/9	1.86E+08	4597993	0.0	276490	45.3
3/5/8	1.38E+08	4210476	0.0	172906	37.3
4/7/9	1.86E+08	4597993	0.0	276490	45.3

بلکه سیاست‌گذاری‌های انجام شده با رویکرد قطعی در چندین سناریو نتوانسته است سیاست تأمین حداقل ۹۰ درصد تقاضا در هر نقطه تقاضا (محدودیت دوم مساله) را برقرار کند و مدل نشدنی شده است.

همانطور که در شکل (۱) ملاحظه می‌شود، مقدار تابع هدف روش Lp-metrics در مدلی که با رویکرد پایدار مدلسازی شده در تمام سناریوها در سطح تقریباً یکنواختی پایدار باقی مانده است؛ در حالی که مدلی که با رویکرد قطعی مدلسازی شده است نه تنها مقدار تابع هدف آن در سناریوهای مختلف تغییرات زیادی دارد؛



شکل ۲. مقایسه مقدار تابع هدف Lp-metrics در دو مدل قطعی و پایدار برای پنج مساله نمونه

قطعیت عرضه و تقاضا و پارامترهای هزینه‌ای پس از بحران در قالب ضرایب فازی دوزنقه‌ای وارد مدل شد. همچنین برای نخستین بار به بحث مقاوم سازی مراکز توزیع و تقدم مکانی و کالایی در امداد رسانی توجه گردید. سپس به منظور بررسی مدل پیشنهادی با تولید مسائل نمونه و در نظر گرفتن ده سناریوی رخداد حادثه، مزیت رویکرد برنامه‌ریزی ریاضی محدودیت‌شناس پایدار نسبت به رویکرد برنامه‌ریزی قطعی مورد بررسی قرار گرفت و نتایج آن در سناریوهای مختلف وقوع بحران، بیانگر عدم توانایی رویکرد قطعی در برآورده ساختن حداقل سطح استاندارد امداد رسانی مورد نظر سازمان متولی امداد، در اکثر سناریوها بود. همچنین در رویکرد قطعی، تغییر سطح هزینه‌های پس از بحران و حتی سطح پوشش امداد در سناریوهای مختلف وقوع بحران، با آنچه سازمان از پیش از بحران بر مبنای آن تصمیم‌گیری نموده بود؛ یکی دیگر از مشکلاتی بود که تصمیم‌گیری‌های استراتژیک بر مبنای مدل با رویکرد قطعی را با خطر جدی روبرو می‌کرد. اما رویکرد پایدار با وجود صرف هزینه‌های امدادی بالاتر، در مقابل توانست ضمن پاسخگویی به حداقل سطح امداد رسانی مدنظر سازمان در تمام سناریوها، پوشش امداد را نیز در سطح مورد انتظار و در بهترین مقدار آن برقرار نموده و با ارائه برآورد مناسبی از هزینه‌های پس از بحران موجب افزایش قابلیت‌اعتماد تصمیمات استراتژیک اتخاذ شده با رویکرد مدلسازی پایدار شود.

### مراجع

- [1] de la Torre, L.E., Dolinskaya, I.S., and Smilowitz, K.R., "Disaster relief routing: Integrating research and practice", *Socio-Economic Planning Sciences*, Vol. 46, NO. 1, pp. 88-97, 2012.
- [2] Kovács, G., and Spens, K.M., "Humanitarian logistics in disaster relief operations".
- [3] Jia, H., Ordóñez, F., and Dessouky, M., "A modeling framework for facility location of medical services for large-scale emergencies", *IIE Transactions*, Vol. 39, NO. 1, pp. 41-55, 2007.
- [4] Caunhye, A.M., Nie, X., and Pokharel, S., "Optimization models in emergency logistics: A literature review", *Socio-Economic Planning Sciences*, Vol. 46, NO. 1, pp. 4-13, 2012.
- [5] Jia, H., Ordóñez, F., and Dessouky, M.M., "Solution approaches for facility location of

در بررسی تابع هدف اول در تمام مسائل، مدل قطعی و مدل پایدار پیش از وقوع حادثه پاسخگویی کامل به تقاضا در نقاط حادثه‌دیده را در سیاست‌گذاری خود ادعا کرده‌اند. حال آنکه مدل قطعی پس از وقوع حادثه در سناریوهای مختلف، نتوانسته است در همه موارد به طور کامل به تقاضای ایجاد شده پاسخ دهد؛ در حالیکه مدل پایدار با پاسخدهی کامل تقاضا در تمام سناریوها، نتوانسته است کارایی مدل پایدار در تحقق این سیاست‌گذاری را اثبات کند. در تمام مسائل نمونه مقدار تابع هدف دوم در دو مدل قطعی و پایدار در سناریوهای مختلف تقریباً یکسان بدست آمده است. اما نکته قابل توجه آن است که، در مدل پایدار مقدار تابع هدف دوم در اکثر سناریوها کمتر از مقدار پیش‌بینی شده‌ی آن در مدل پایدار، بدست آمده است؛ ولی در مدل قطعی اینطور نمی‌باشد. این مسئله با توجه به اهمیت هدف دوم از دیدگاه تصمیم‌گیرنده، در قابلیت اعتماد مدل پایدار بسیار تأثیرگذار خواهد بود. همانطور که پیش‌تر عنوان شد، کاهش هزینه‌های امداد رسانی، در نظر سازمان متولی امداد اغلب از اهمیت بسیار کمتری نسبت به سایر اهداف برخوردار است. چرا که سایر اهداف در امداد رسانی (نظیر هدف اول و دوم مدل پیشنهادی) مستقیماً با حفظ و نجات جان افراد گرفتار در حادثه در ارتباط هستند. اما از طرف دیگر از دیدگاه سازمان متولی امداد، با وجود اهمیت کم کاهش هزینه‌های امدادی، برآورد دقیق هزینه‌های قبل و بعد از بحران می‌تواند از اهمیت بسیاری برخوردار باشد. چرا که کمبود بودجه پس از وقوع بحران می‌تواند عامل مهمی در افزایش عمق فاجعه بشمار آید. حال با توجه به شکل (۳) ملاحظه می‌شود که، اگر چه هزینه‌های پس از بحران در مدل پایدار بیش‌تر از مدل قطعی می‌باشد اما با اتخاذ سیاست‌گذاری‌های مدل پایدار، سازمان متولی امداد می‌تواند به میزان هزینه‌ای که از پیش از وقوع بحران و در دوره تصمیم‌گیری‌های استراتژیک برای دوره پس از وقوع بحران پیش‌بینی شده‌است اطمینان بیشتری داشته باشد و بر مبنای آن تصمیمات مطمئن‌تری را اتخاذ نماید. این در حالی است که در مدل قطعی در سناریوهای مختلف، هزینه‌های مورد نیاز همواره تفاوت چشم‌گیری با مقدار پیش‌بینی شده آن در قبل از وقوع بحران دارند و چنانچه بر مبنای آن تصمیمات مطمئن‌تری را اتخاذ نماید. این در حالی است که در مدل قطعی در سناریوهای مختلف، هزینه‌های مورد نیاز همواره تفاوت چشم‌گیری با مقدار پیش‌بینی شده آن در قبل از وقوع بحران دارند و چنانچه بر مبنای آن، تصمیمات بودجه‌ای سازمان صورت گیرد؛ پس از وقوع بحران، کمبود بودجه می‌تواند موجب وخامت بیشتر شرایط پس از وقوع حادثه بشود.

### ۷. جمع‌بندی

در این مقاله برای نخستین بار در ادبیات مکانیابی تسهیلات امدادی از برنامه‌ریزی امکانی محدودیت‌شناس استفاده و عدم

- Advances in Multi-Objective Nature Inspired Computing, Vol., NO., pp. 167-187, 2010.
- [15] Van Hentenryck, P., Bent, R., and Coffrin, C., "Strategic planning for disaster recovery with stochastic last mile distribution", Integration of AI and OR Techniques in Constraint Programming for Combinatorial Optimization Problems, pp. 318-333, 2010.
- [16] Tzeng, G.H., Cheng, H.J., and Huang, T.D., "Multi-objective optimal planning for designing relief delivery systems", Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, Vol. 43, NO. 6, pp. 673-686, 2007.
- [17] Lin, Y.H., Batta, R., Rogerson, P.A., Blatt, A., and Flanigan, M., "A logistics model for emergency supply of critical items in the aftermath of a disaster", Socio-Economic Planning Sciences, Vol. 45, NO. 4, pp. 132-145, 2011.
- [18] Clark, A., and Culkin, B., "A Network Transshipment Model for Planning Humanitarian Relief Operations after a Natural Disaster," Proc. 22nd European Conference on Operational Research, 2007, pp. 1-34.
- [19] De Angelis, V., Mecoli, M., Nikoi, C., and Storchi, G., "Multiperiod integrated routing and scheduling of World Food Programme cargo planes in Angola", Computers & operations research, Vol. 34, NO. 6, pp. 1601-1615, 2007.
- [20] Yi, W., and Ozdamar, L., "A dynamic logistics coordination model for evacuation and support in disaster response activities", European Journal of Operational Research, Vol. 179, NO. 3, pp. 1177-1193, 2007.
- [21] Ben-Tal, A., and Nemirovski, A., "Selected topics in robust convex optimization", Mathematical Programming, Vol. 112, NO. 1, pp. 125-158, 2008.
- [22] Zhu, J., Huang, J., Liu, D., and Han, J., "Resources Allocation Problem for Local Reserve Depots in Disaster Management Based on Scenario Analysis," Proc. The 7th International Symposium on Operations medical supplies for large-scale emergencies", Computers & Industrial Engineering, Vol. 52, NO. 2, pp. 257-276, 2007.
- [6] Dessouky, M., Ordonez, F., Jia, H., and Shen, Z., "Rapid distribution of medical supplies", Patient Flow: Reducing Delay in Healthcare Delivery, pp. 309-338, 2006.
- [7] Balcik, B., and Beamon, B.M., "Facility location in humanitarian relief", International Journal of Logistics, Vol. 11, NO. 2, pp. 101-121, 2008.
- [8] Duran, S., Gutierrez, M.A., and Keskinocak, P., "Pre-Positioning of Emergency Items for CARE International", Interfaces, Vol. 41, NO. 3, pp. 223-237, 2011.
- [9] Mete, H.O., and Zabinsky, Z.B., "Stochastic optimization of medical supply location and distribution in disaster management", International Journal of Production Economics, Vol. 126, NO. 1, pp. 76-84, 2010.
- [10] Rawls, C.G., and Turnquist, M.A., "Pre-positioning of emergency supplies for disaster response", Transportation research part B: Methodological, Vol. 44, NO. 4, pp. 521-534, 2010.
- [11] Chang, M.S., Tseng, Y.L., and Chen, J.W., "A scenario planning approach for the flood emergency logistics preparation problem under uncertainty", Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, Vol. 43, NO. 6, pp. 737-754, 2007.
- [12] Caunhye, A.M., Nie, X., and Pokharel, S., "Optimization models in emergency logistics: A literature review", Socio-Economic Planning Sciences, Vol. 46, NO. 1, pp. 4-13, 2012.
- [13] Huang, M., Smilowitz, K., and Balcik, B., "Models for relief routing: Equity, efficiency and efficacy", Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, Vol. 48, NO. 1, pp. 2-18, 2011.
- [14] Nolz, P., Doerner, K., Gutjahr, W., and Hartl, R., "A bi-objective metaheuristic for disaster relief operation planning",

- [31] Azaron, A., Brown, K., Tarim, S., and Modarres, M., "A multi-objective stochastic programming approach for supply chain design considering risk", *International Journal of Production Economics*, Vol. 116, NO. 1, pp. 129-138, 2008.
- [32] Mulvey, J.M., Vanderbei, R.J., and Zenios, S.A., "Robust optimization of large-scale systems", *Operations research*, Vol. 43, NO. 2, pp. 264-281, 1995.
- [33] Bhattacharya, U., Rao, J., and Tiwari, R., "Fuzzy multi-criteria facility location problem", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 51, NO. 3, pp. 277-287, 1992.
- [34] Bhattacharya, U., Rao, J., and Tiwari, R., "Bi-criteria multi facility location problem in fuzzy environment", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 56, NO. 2, pp. 145-153, 1993.
- [35] Canós, M.J., Ivorra, C., and Liern, V., "An exact algorithm for the fuzzy p-median problem", *European Journal of Operational Research*, Vol. 116, NO. 1, pp. 80-86, 1999.
- [36] Darzentas, J., "A discrete location model with fuzzy accessibility measures", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 23, NO. 1, pp. 149-154, 1987.
- [37] Rao, J., and Saraswati, K., "Facility location problem on a network under multiple criteria—fuzzy set theoretic approach", 1988.
- [38] Zhou, J., and Liu, B., "Modeling capacitated location-allocation problem with fuzzy demands", *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 53, NO. 3, pp. 454-468, 2007.
- [39] جبل‌عاملی، سعید. بزرگی امیری، علی. حیدری، مهدی. "ارائه مدل برنامه ریزی امکانی چند هدفه برای مساله لجستیک امداد"، نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید، شماره ۱، جلد ۲۲، ص ص ۶۶ تا ۷۶، بهار ۱۳۹۰.
- [40] Pishvae, M., Razmi, J., and Torabi, S., "Robust possibilistic programming for Research and its Applications. Lijiang, China, 2008, pp. 395-407.
- [23] Salmeron, J., and Apte, A., "Stochastic optimization for natural disaster asset prepositioning", *Production and Operations Management*, Vol. 19, NO. 5, pp. 561-574, 2010.
- [24] Najafi, M., Eshghi, K., and Dullaert, W., "A multi-objective robust optimization model for logistics planning in the earthquake response phase", *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, Vol. 49, NO. 1, pp. 217-249, 2013.
- [25] Bozorgi-Amiri, A., Jabalameli, M.S., Alinaghian, M., and Heydari, M., "A modified particle swarm optimization for disaster relief logistics under uncertain environment", *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 60, NO. 1-4, pp. 357-371, 2012.
- [26] Akgün, İ., Gümüşbuğa, F., & Tansel, B. "Risk based facility location by using fault tree analysis in disaster management". *Omega*, Vol.52, 168-179, 2015.
- [27] Verma, A., & Gaukler, G. M. . "Pre-positioning disaster response facilities at safe locations: An evaluation of deterministic and stochastic modeling approaches". *Computers & Operations Research*, 62, 197-209, 2015.
- [28] Kılıcı, F., Kara, B. Y., & Bozkaya, B. "Locating temporary shelter areas after an earthquake: A case for Turkey". *European Journal of Operational Research*, 243(1), 323-332, 2015.
- [29] Nappi, M. M. L., & Souza, J. C. "Disaster management: hierarchical structuring criteria for selection and location of temporary shelters". *Natural Hazards*, 75(3), 2421-2436, 2015.
- [30] Bozorgi-Amiri, A., Jabalameli, M., and Al-e-Hashem, S.M., "A multi-objective robust stochastic programming model for disaster relief logistics under uncertainty", *OR Spectrum*, pp. 1-29, 2011.

$$Nec(r \leq \tilde{d}) \geq \alpha \rightarrow r \leq (1 - \alpha)d_2 + \alpha d_1 \quad (57)$$

و صورت مشابه، محدودیت‌های شانس به فرم  $r \geq \tilde{d}$  نیز به صورت زیر ساده سازی می‌شوند:

$$Pos(r \geq \tilde{d}) \geq \alpha \rightarrow r \geq (1 - \alpha)d_1 + \alpha d_2 \quad (58)$$

$$Nec(r \geq \tilde{d}) \geq \alpha \rightarrow r \geq (1 - \alpha)d_3 + \alpha d_{(4)} \quad (59)$$

socially responsible supply chain network design: A new approach”, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 206, pp. 1-20, 2012.

[41] Ben-Tal, A., and Nemirovski, A., “Selected topics in robust convex optimization”, Mathematical Programming, Vol. 112, NO. 1, pp. 125-158, 2008.

[42] Pishvae, M.S., Rabbani, M., and Torabi, S.A., “A robust optimization approach to closed-loop supply chain network design under uncertainty”, Applied Mathematical Modelling, Vol. 35, NO. 2, pp. 637-649, 2011.

### بیوست

اگر  $\tilde{d} = (d_{(1)}, d_{(2)}, d_{(3)}, d_{(4)})$  یک عدد فازی دوزنقه‌ای باشد مقدار مورد انتظار آن به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$E[\tilde{d}] = \frac{d_{(1)} + d_{(2)} + d_{(3)} + d_{(4)}}{4} \quad (51)$$

برای ساده‌سازی محدودیت‌های شانس به فرم  $r \leq \tilde{d}$  و تبدیل آن به محدودیت قطعی متناظر، با در نظر گرفتن عدد حقیقی  $r$  و تعریف امکان و الزام عبارت  $r \leq \tilde{d}$ ، به صورت زیر عمل می‌کنیم [۱۵]:

$$Pos(r \leq \tilde{d}) = Sup_{x \geq r} \mu_{\tilde{d}}(x) \quad (52)$$

$$Nec(r \leq \tilde{d}) = 1 - Pos(r \geq \tilde{d}) = Sup_{x < r} \mu_{\tilde{d}}(x) \quad (53)$$

که با جایگذاری داریم:

$$Pos(r \leq \tilde{d}) = \begin{cases} 1 & d_3 \geq r \\ \frac{d_{(4)} - r}{d_{(4)} - d_3} & d_3 \leq r \leq d_{(4)} \\ 0 & d_{(4)} \geq r \end{cases} \quad (54)$$

$$Nec(r \leq \tilde{d}) = \begin{cases} 1 & d_1 \geq r \\ \frac{d_2 - r}{d_2 - d_1} & d_1 \leq r \leq d_2 \\ 0 & d_2 \geq r \end{cases} \quad (55)$$

و فرم ساده شده معادل هر کدام به صورت زیر می‌شود:

$$Pos(r \leq \tilde{d}) \geq \alpha \rightarrow r \leq (1 - \alpha)d_{(4)} + \alpha d_3 \quad (56)$$

Arhive