فصلنامه پژوهشنامه اقتصادی
سال چهاردهم، شماره ۵۲، بهار ۱۳۹۳، صفحات ۲۶-۱

برآورد درجه انباشتگی شاخص تورم با مدل ARFIMA- FIGARCH مطالعه موردی: ایران

حسین عباسی‌نژاد* و یزدان گودرزی فراهانی**

تاریخ دریافت: ۱۳۹۱/۹/۱۹ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۳/۲/۲۷

چکیده

بررسی اثر حافظه در شاخص‌های مختلف اقتصادی، به‌خصوص تورم و بازار پول دارای جذابیت تحقیقاتی بالایی است. این تحقیق با استفاده از داده‌های شاخص قیمت مصرف‌کننده ایران در دوره زمانی ۱۳۹۰/۰۸، ۱۳۶۹/۰۱، به بررسی ویژگی حافظه بلندمدت این شاخص پرداخته و مدل ARFIMA برای آن برازش شده است. همچنین مقادیر جزء خطا در مدل ARFIMA با استفاده از مدل FIGARCH مورد بررسی قرار گرفت تا مشخص شود که واریانس ناهمسانی تورم از چه مدلی پیروی می‌کند، نتایج تحقیق نشان‌دهنده این موضوع بود که سری زمانی ماهیانه تورم می‌تواند دارای ریشه کسری باشند. به عبارتی، درجه انباشتگی متغیر تورم می‌تواند عدد صحیح نباشد و کسری باشد. نتایج تحقیق نشان داد که درجه انباشتگی سری تورم باید بین صفر و یک باشد و بدین ترتیب فرضیه حافظه‌دار بودن سری تورم مطرح شد. با تخمین پارامتر حافظه بلندمدت در مدل مشخص شد که سری تورم دارای درجه انباشتگی ۰/۴۶ است و با یک بار تفاضل‌گیری دچار بیش تفاضل‌گیری می‌شویم. بنابراین، سری تورم در ایران دارای حافظه بلندمدت است و آثار هر شوک بر این متغیر به دلیل حافظه بلندمدت آن تا دوره‌های طولانی باقی می‌ماند.

طبقه‌بندی JEL: *C22, G32, E31.*

کلیدواژه‌ها: *مدل ARFIMA- FIGARCH، تورم، آزمون KPSS، حافظه بلندمدت.*

* استاد دانشکده اقتصاد دانشگاه تهران، پست الکترونیکی: habasi@ut.ac.ir.

** دانشجوی دکترای اقتصاد دانشگاه تهران (نویسنده مسئول)، پست الکترونیکی: yazdan.gudarzi@ut.ac.ir.

۱- مقدمه

در بررسی‌های اولیه در مورد ویژگی‌های متغیرهای سری زمانی، نلسون و پلاسر[1] (۱۹۸۲) دریافتند که بیشتر متغیرهای اقتصادی در سطح نامانا هستند و با یک بار تفاضل‌گیری مانا می‌شوند که حرکت این نوع متغیرها را می‌توان با یک فرآیند ARIMA(p, d, q) توضیح داد. در تحلیل باکس و جنکینز از سری‌های زمانی، متغیرها یا مانا و دارای حافظه بلندمدت و ویژگی برگشت به میانگین هستند یا اینکه نامانا هستند و در صورت نبود جزء فصلی با چند بار تفاضل‌گیری که به درجه هم‌انباشتگی متغیرها (d) بستگی دارد، مانا می‌شوند. تصور غالب این بود که درجه هم‌انباشتگی همیشه یک عدد صحیح است، اما گرنجر و جویکس[2] (۱۹۸۰) و هاسکینگ[3] (۱۹۸۱)، با بسط مدل‌های ARIMA نشان دادند که درجه هم‌انباشتگی می‌تواند عدد صحیح نباشد و در مواردی کسری نیز باشد. بررسی وجود حافظه بلندمدت در مورد جذب یا دفع شوک در شاخص‌های مختلف اقتصادی، به‌خصوص تورم و بازار پول دارای جذابیت تحقیقاتی بالایی بوده، به‌طوری که توجه اقتصادسنجی‌دانان و حتی اقتصاددانان کلان را در زمینه‌های سری زمانی به خود جلب کرده است. از اواسط دهه ۸۰، اقتصادسنجی‌دانان به وجود انواع دیگری از نامانایی و پایداری تقریبی در بسیاری از متغیرهای دارای روند تصادفی در زمینه‌های مالی و اقتصادی پی بردند. مهم‌ترین ویژگی این‌گونه متغیرها آن است که دارای نمودار خودهمبستگی[4] (ACF) نزولی، اما غیرنمایی (هیپربولیک) هستند (عباسی نژاد و تشکینی، ۱۳۸۹).

به دنبال بررسی‌های اولیه در زمینه وجود ریشه واحد و فرآیندهای نامانا، مطالعات اولیه در زمینه فرآیندهای خودهمبسته میانگین متحرک انباشته کسری (ARFIMA) توسط گرنجر[5] (۱۹۸۰)، گرنجر و جویکس (۱۹۸۰) و هاسکینگ (۱۹۸۱) انجام شد. برای داده‌هایی که دارای مشکل واریانس ناهمسانی وابسته به زمان هستند، این نوع واریانس ناهمسانی دارای ویژگی از نوع مدل‌های[6] GARCH در نظر گرفته می‌شود. این مدل الگوی نوینی به‌منظور تحلیل رابطه بین میانگین و واریانس شرطی یک فرآیند با حافظه بلندمدت و دارای روند نزولی در سطح فراهم

1- Nelson and Plosser
2- Granger and Joyeux
3- Hosking
4- Autocorrelation Function
5- Granger
6- Generelaized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity

می‌کند. این در حالی است که نوسانات در طول زمان متغیر هستند (بیلی و چانگ[1]، ۱۹۹۶). برنر و هس[2] (۱۹۹۳) نشان دادند که تورم بعد از ۱۹۶۰ دارای ریشه واحد و قبل از آن، I(0) بوده است. استفاده از آزمون‌های مرسوم ریشه واحد و سپس، جابه‌جایی فرضیه صفر و فرضیه مقابل و در نهایت، انجام آزمون KPSS به‌منظور بررسی وجود ریشه واحد در مورد شاخص تورم نشان‌دهنده این موضوع بود که هر دو فرضیه I(0) و I(1) رد می‌شود.

مقاله حاضر در پنج بخش سازماندهی شده است، پس از مقدمه، بخش دوم، ادبیات پژوهشی و مطالعات صورت گرفته در این زمینه را مرور می‌کند. بخش سوم به ادبیات موضوعی تحقیق و معرفی مدل‌های ARFIMA می‌پردازد. در بخش چهارم مانایی تورم آزمون‌های ریشه واحد و تخمین مدل بررسی شده است. بخش پنجم به تحلیل نتایج تحقیق و شبیه‌سازی مدل اختصاص یافته است.

۲- ادبیات موضوعی تحقیق و پیشینه پژوهش

نخستین مطالعه در زمینه وجود فرآیندهای با حافظه بلندمدت توسط هرست (۱۹۵۱)، مدل‌سازی شد، معروف‌ترین و انعطاف‌پذیرترین این مدل‌ها در زمینه اقتصادسنجی، مدل خودهمبسته میانگین متحرک انباشته کسری (ARFIMA) نامیده می‌شود. در این مدل، درجه انباشتگی کسری d را حافظه بلندمدت می‌نامند، زیرا ناظر بر ویژگی‌های بلندمدت سری است (محمدی و طالبلو، ۱۳۸۹). موارد کاربرد مدل‌های ARFIMA مدل کردن سری‌های زمانی دارای حافظه بلندمدت است، سری‌هایی که دارای ریشه کسری‌اند. سری‌های دارای ریشه کسری نسبت به مدل‌های ARMA که ریشه صحیح دارند، از قدرت پیش‌بینی بالاتری برخوردارند.

در بین متغیرهای اسمی اقتصاد، تورم را می‌توان مهم‌ترین متغیر در نظر گرفت. اصلی‌ترین و مهم‌ترین زیان اقتصادی تورم ناشی از تغییرات آن در ماه‌های آتی براساس تغییرات اقتصادی صورت گرفته و برنامه‌های اجرایی توسط دولت و بانک مرکزی است. در این زمینه، مطالعات بسیاری با استفاده از مدل‌های اقتصادی انجام شده است. در ادامه به مهم‌ترین مطالعات داخلی و خارجی صورت گرفته در زمینه ریشه کسری تورم اشاره می‌شود.

1- Baillie & Chung
2- Brunner & Hess

هسلر و والترز[1] (۱۹۹۵)، در بررسی خود به استخراج درجه هم‌انباشتگی سری تورم برای پنج کشور صنعتی به صورت کسری پرداختند. نتایج نشان داد که تورم در هر یک از این کشورها بین صفر و نیم در نوسان است. برونر و هس(۱۹۹۳)، در تحقیق خود به این نتیجه رسیدند که در ایالات متحده آمریکا، شاخص تورم قبل از سال ۱۹۶۰ به شکل فرآیند I(0) بوده است و پس از سال ۱۹۶۰ می‌توان آن را به شکل فرآیند I(1) مدل‌سازی کرد.

بیلی و چانگ (۱۹۹۶)، با استفاده از روش ARFIMA- GARCH به بررسی شاخص تورم برای ده کشور شامل کشورهای G7 و سه کشور با تورم بالا پرداختند. آنها از داده‌های ماهیانه شاخص تورم CPI بعد از جنگ جهانی دوم ۱۹۹۰-۱۹۴۰ استفاده کردند. نتایج نشان‌دهنده این بود که حافظه بلندمدت با رفتار برگشت به میانگین و انباشتگی کسری برای تمام کشورها به‌جز ژاپن وجود دارد. برای ژاپن به نظر می‌رسد که شاخص تورم ماناست[2]. برای سه اقتصاد با تورم بالا نتایج حاکی از این بود که میانگین و نوسانات[3] تورم با فرضیه فریدمن در مورد تورم سازگار است.

بوس، کوپمنز و اوماس[4] (۲۰۰۸)، به بررسی تغییر در ساختار زمانی تورم آمریکا و مدل‌سازی حافظه بلندمدت تورم با واریانس تصادفی و شکست ساختاری پرداختند. این مدل براساس تحلیل میانگین شرطی تورم برای بیان حافظه بلندمدت با مدل ARFIMA و واریانس شرطی در روند فرآیندهای تصادفی بود. نتایج نشان داد که تغییر در واریانس براساس رتبه انباشتگی در ساختار حافظه کوتاه‌مدت در مدل‌سازی نوسانات تورم آمریکا بود.

ون جی تسای[5] (۲۰۰۸)، با استفاده از یک مدل ARFIMA به ساخت یک مدل مارکوف ـ سوییچینگ[6] کسری در پارامترها برای شوک‌های نفتی آمریکا پرداخت. در این تحقیق، وی به این نتیجه رسید که شوک‌های ناگهانی نفتی در شکل‌دهی به تورم آمریکا بسیار مهم هستند. همچنین نتایج وی نشان‌دهنده آن بود که تورم آمریکا به صورت میانگین بازگشتی دارای حافظه بلندمدت است.

1- Hassler & Walters
2- Stationary
3- Mean and Volatility
4- Charles S. Bos, Siem Jan Koopman and Marius Ooms
5- Wen- Jen Tsay
6- Markov-switching

عرفانی (۱۳۸۸)، در مقاله‌ای به پیش‌بینی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران با مدل ARFIMAپرداخت. در این مقاله، با استفاده از داده‌های روزانه شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران در دوره زمانی ۱۳۸۲/۱/۶ تا ۱۳۸۶/۴/۱۴، ویژگی حافظه بلند این شاخص بررسی و مدل ARFIMA بر آن برازش شد. همچنین عملکرد پیش‌بینی مدل ARFIMA با مدل ARIMA مقایسه شد. نتایج نشان داد که ۱- این سری زمانی از نوع حافظه بلند است، بنابراین، می‌توان با تفاضل‌گیری کسری آن را مانا کرد. پارامتر تفاضل‌گیری به‌دست آمد. پس از تفاضل‌گیری کسری و تعیین تعداد وقفه‌های اجزای خودبازگشت و میانگین متحرک مدل، شکل کلی به‌صورت ARFIMA(2, 0.4767, 18)، مشخص شد. پارامترهای این مدل برای ۹۰۰ داده درون نمونه‌ای برآورد و از آنها برای پیش‌بینی ۷۰ داده خارج از نمونه استفاده شد. مقایسه عملکرد پیش‌بینی مدل ARFIMA با مدلARIMA ، نشان داد که مدل ARFIMA از قدرت پیش‌بینی‌کنندگی بالاتری برخوردار است.

در زمینه تورم مطالعات زیادی در ایران انجام شده است؛ تنها مطالعه‌ای که به مفهوم ریشه کسری تورم در ایران و حافظه‌دار بودن آن پرداخته، مقاله محمدی و طالبلو[1] (۱۳۸۹)، است. ایشان در مقاله‌ای با عنوان «پویایی‌های تورم و رابطه تورم و عدم اطمینان اسمی با استفاده از الگوی ARFIMA- GARCH» با داده‌های سری زمانی ماهیانه ۱۳۸۳– ۱۳۶۹ به بررسی رابطه تورم و عدم اطمینان پرداختند. در ابتدا برای اینکه تمام آثار قابل پیش‌بینی را از سری تورم کسر کنند، از مدل‌بندی سری‌های زمانی استفاده کردند، برای تعیین این مدل در وهله اول، آزمون دیکی فولر افزوده، KPSS و فیلیپس پرون انجام شد؛ نتیجه این آزمون‌ها آن بود که درجه انباشتگی باید بین صفر و یک باشد. بدین ترتیب فرضیه حافظه‌دار بودن سری تورم مطرح و نتیجه گرفته شد که سری تورم دارای درجه انباشتگی حدود ۰/۴ بوده و سری تورم در ایران در دوره مورد بررسی دارای حافظه بلندمدت است.

همچنین مشیری و مروت (۱۳۸۵)، در مقاله‌ای به پیش‌بینی شاخص کل بازدهی سهام تهران با استفاده از مدل‌های خطی و غیرخطی پرداختند. در این مقاله، شاخص کل بازدهی سهام تهران (TEPIX) با استفاده از داده‌های روزانه و هفتگی این شاخص در بازه زمانی سال‌های ۱۳۷۷تا ۱۳۸۲ و به‌کارگیری روش‌های مختلف پیش‌بینی مانند مدل‌های ARIMA، ARFIMA،

۱- محمدی، تیمور و رضا طالبلو، ۱۳۸۹، صص ۱۷۰-۱۳۷.

GARCH و شبکه عصبی (ANN) برآورد و پیش‌بینی شدند. مقایسه دقت پیش‌بینی مدل‌های یادشده از طریق معیارهای پیش‌بینی مانند RMSE، MAE و U-Thiel نشان داد که مدل ANN در پیش‌بینی شاخص روزانه و هفتگی، عملکرد بهتری نسبت به سایر مدل‌ها دارد، اما مقایسه آماری دقت پیش‌بینی مدل‌های مختلف با استفاده از آماره دیبلد- ماریانو، تفاوت معناداری بین دقت پیش‌بینی مدل‌های یادشده نشان نداد.

این مقاله سعی دارد با استفاده از فرآیند حافظه بلندمدت، روند شاخص تورم را برای اقتصاد ایران بررسی کند. در این مقاله از یک روش جدید برای تخمین تابع حداکثر درست‌نمایی با فرآیند ARFIMA- FIGARCH استفاده می‌شود که دارای انباشتگی کسری I(d) با یک جزء مانای ARMA در میانگین شرطی‌اش است. این فرآیند حافظه بلندمدت واریانس ناهمسان شرطی انباشته کسری از نوع FIGARCH را ایجاد می‌کند. همچنین دوره زمانی تحقیق نسبت به مطالعات قبلی دوره بلندمدت‌تری را دربر می‌گیرد.

۳- معرفی مدل‌های ARFIMA و حافظه بلندمدت

۳-۱- فرآیندهای دارای حافظه بلندمدت

گرنجر و دنیگ[1] (۱۹۹۶)، حافظه بلندمدت را با استفاده از نمودار تابع خودهمبستگی ACF بررسی کرده‌اند. یکی از معمولی‌ترین نمودارهای خودهمبستگی، نموداری است که از یک مقدار معین، مثلاً $\rho = 0/4$ به صورت بسیار آهسته و نه به صورت نمایی، بلکه به صورت هیپربولیکی کاهش می‌یابد. سری‌هایی که دارای چنین نمودار همبستگی باشند، دارای حافظه بلندمدت هستند، یعنی نمی‌توان با وقفه‌های مشخص در بخش‌های خودهمبسته و میانگین متحرک این نوع فرآیندها را مدل‌سازی کرد (محمدی و طالبلو، ۱۳۸۹).

یکی از مهم‌ترین اهداف این تحقیق، بررسی رفتار سری زمانی تورم و مانایی آن است که در این راستا به بحث در خصوص همبستگی‌های بلندمدت و کوتاه‌مدت اجزای سری زمانی می‌پردازیم و مفهوم حافظه سری زمانی را به‌عنوان مورد همبستگی بلندمدت مورد تأکید قرار می‌دهیم.

1- Granger and Denig

رابینسون[1] (۲۰۰۳)، حافظه بلندمدت را چنین تعریف کرد: حافظه بلندمدت به‌طور معمول به تشریح جزیی از اتوکوواریانس یا ساختار چگالی طیفی می‌پردازد. در یک مدل کوواریانس مانا سری زمانی می‌توان چنین فرض کرد که اگر $x_t, t = 0, \pm 1, \ldots$ براساس نوع مدل سری زمانی در دوره t به‌صورتی تعریف شود که به این معنا باشد که $E(x_t) = \mu$ و $Cov(x_t, x_{t-1}) = \gamma(j)$ و هیچ وابستگی به زمان نداشته باشد، اگر x_t دارای ساختار تابع توزیع چگالی به صورت پیوسته باشد، در این صورت دارای چگالی طیفی براساس روش زیر است:

$$f(\lambda) = \frac{1}{2\pi}\sum_{j=-\infty}^{\infty}\gamma(j)e^{-ij\lambda} \quad , -\pi \le \lambda \le \pi \qquad (۱)$$

به‌طوری که $f(\lambda)$ تابعی غیرمنفی است و تابع دارای دوره تناوب 2π در بازه $[-\pi, \pi]$ است. بنابراین، می‌توان گفت که x_t فرآیند دارای حافظه بلندمدت است، اگر:

$$f(0) = \frac{1}{2\pi}\sum_{j=-\infty}^{\infty}\gamma(j) \to \infty \qquad (۲)$$

به‌طوری که $f(\lambda)$ دارای یک «قطب» در نوسان صفر است. در مقابل می‌توان در وضعیت صفر چنین نوشت:

$$f(0) = \frac{1}{2\pi}\sum_{j=-\infty}^{\infty}\gamma(j) = 0 \qquad (۳)$$

بنابراین، می‌توان چنین گفت که $\mathrm{x_t}$ دارای حافظه کوتاه‌مدت است، اگر:

$$0 < f(0) < \infty \qquad (۴)$$

مک لئود و هیپل[2] (۱۹۷۸)، حافظه بلندمدت را چنین تعریف کردند: فرض کنید Y_t یک سری زمانی گسسته با تابع خودهمبستگی ρ_j در وقفه j باشد، فرآیندی دارای حافظه بلندمدت است که مقدار عبارت زیر بی‌نهایت شود:

$$Y_t = \lim_{n\to\infty}\sum_{j=-n}^{n}|\rho_j| \qquad (۵)$$

1- Robinson.P.M
2- Mc Leod and Hipel

در حالی که یک فرآیند ARMA خودهمبستگی‌هایی دارد که هندسی هستند، یعنی با مقادیر بزرگ k می‌توان نوشت که $|\rho_j| \leq cm^{-k}, 0 < m < 1$ است. بنابراین، این فرآیند دارای حافظه کوتاه‌مدت است (محمدی و طالبلو، ۱۳۸۹).

فرآیندهای مانای معکوس‌پذیر ARMA دارای ACF نزولی نمایی هستند و حد مجموع قدر مطلق ضرایب خودهمبسته برای آن کوچک‌تر از بی‌نهایت است $M < \infty$. در فرآیندهای دارای ریشه واحد ARIMA، ACF به آرامی نزول می‌کند و $M = \infty$ است و با تفاضل‌گیری از سری زمانی ACF نزولی و $M < \infty$ می‌شود، اما فرآیندهایی متصور است که ACF نزولی غیرنمایی (برای مثال، هیپربولیک) دارند و ازاین‌رو، برای آنها $M = \infty$ و با تفاضل‌گیری هم $M < \infty$ نمی‌شود. این‌گونه فرآیندها دارای ریشه کسری هستند. فرآیندهای مانای ARIMA دارای حافظه کوتاه‌مدت هستند. ACF آنها در یک نقطه صفر می‌شود. فرآیندهای نوع سوم پایداری بیشتری از خود نشان می‌دهند و دارای حافظه بلندمدت هستند، یعنی نمی‌توان با وقفه‌های معین AR و MA این نوع فرآیندها را تولید کرد (محمدی و طالبلو، ۱۳۸۹).

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{j=-n}^{n} |\rho_j| = M \tag{۶}$$

در مطالعات اقتصاد کلان تلاش‌های گسترده‌ای برای بررسی ماهیت پویایی‌های تورم و بررسی ویژگی‌های شوک‌های تورمی و پایداری آنها انجام شده است. چنین استدلال می‌شود که سری شاخص قیمت سبد مصرف‌کننده دارای ریشه واحد است و با گرفتن لگاریتم و تفاضل از آن تبدیل به یک مدل مانا و I(0) می‌شود، در حالی که شواهد بسیاری وجود دارد که سری تورم دارای ریشه واحد و در طول زمان پایدار است (Grier, 1998). به‌طور کلی در تمام مراحل مدل‌سازی، هدف ایجاد مدل‌هایی با فرم ساده و حداقل تعداد پارامترها و رسایی مدل از لحاظ توان توضیح سری تورم است. در صورت تصریح مدل به شکل ARMA دچار کم تفاضل‌گیری و در صورت مدل‌سازی با ARIMA دچار بیش تفاضل‌گیری می‌شویم که در هر صورت نتایج تورش‌دار و پیش‌بینی‌ها نادرست خواهد بود و مدل مورد استفاده قادر به توضیح نوسانات تورم نخواهد بود. در مدل‌های سری زمانی، مقادیر آتی سری زمانی تنها براساس مقادیر گذشته سری پیش‌بینی می‌شود. تحلیل سری‌های زمانی مبتنی‌بر این فرض است که مدل مانا باشد و اگر مانا نباشد بتوان با تفاضل‌گیری آن را به مدلی مانا تبدیل کرد و بعد از انجام این کار می‌توان الگوهایی

را برای هر جزء سری زمانی در نظر گرفت و این سری‌ها را در قالب ترکیبی از چند مدل به‌دست آورد.

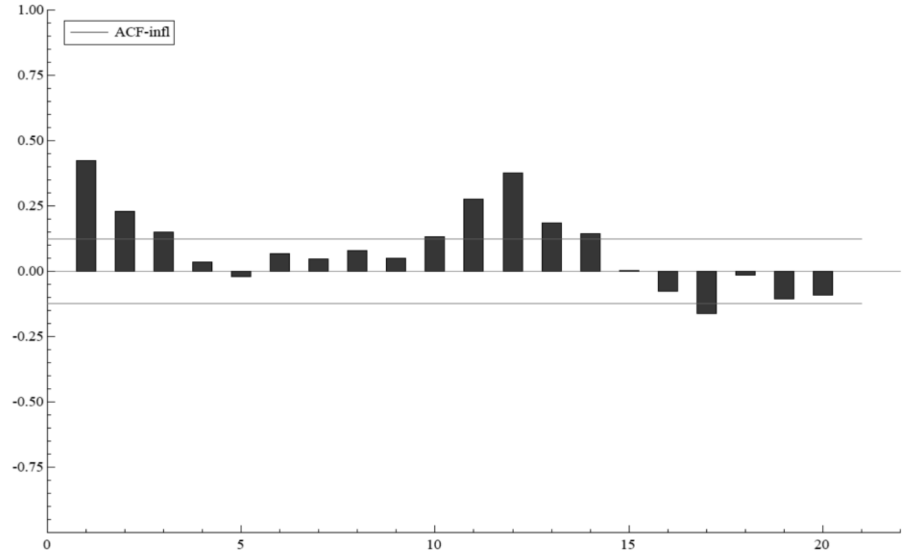
به دنبال بررسی‌های صورت گرفته در مورد مسأله مانایی و نامانایی سری‌های زمانی و به دنبال آن وجود هم‌انباشتگی بین متغیرها تحقیقات وسیعی در زمینه دسته‌های دیگری از نامایی سری‌های زمانی، به‌ویژه در بازارهای پولی و مالی صورت گرفت، به‌طوری که متغیر حالت پایداری در جذب شوک داشت و شوک وارد شده به بازار در دوره زمانی طولانی از بین نمی‌رفت. این مطالعات به بررسی وجود حافظه بلندمدت در سری‌های زمانی در مورد شوک‌های وارد شده منجر شد. نخستین مطالعات صورت گرفته در این زمینه توسط هرست (۱۹۵۱) صورت گرفت، به‌طوری که وی به وجود سری‌های زمانی دارای حافظه بلندمدت که دارای ریشه کمتر از یک بودند پی برد. این مدل‌های معروف به مدل‌های خودهمبسته میانگین متحرک انباشته کسری (ARFIMA) هستند. درجه انباشتگی در این نوع مدل‌ها را حافظه بلندمدت متغیر می‌نامند و آن را با d نشان می‌دهند.

۳-۲- مدل‌های خودهمبسته میانگین متحرک انباشته کسری

یکی از ویژگی‌های مشاهده شده در بسیاری از داده‌های سری زمانی مالی، وجود حافظه بلندمدت در میانگین و واریانس شرطی آنهاست. این بدان معناست که اثر شوک‌های وارد شده بر سری‌های زمانی مالی دیرپا بوده و مدت زمان زیادی طول می‌کشد که اثر این شوک‌ها در بازدهی دارایی و تلاطم آن از بین برود. یک روش برای مدل‌سازی چنین رفتاری در این سری‌های زمانی، استفاده از فرآیند سری زمانی انباشته کسری است که به‌واسطه آن، مرتبه انباشتگی سری زمانی بین فرآیندهای $I(1)$ و $I(0)$ قرار دارد. مدل‌های سری زمانی انباشته کسری می‌توانند مانا یا نامانا باشند. حتی زمانی که این فرآیندها به‌طور ضعیف مانا هستند، این فرآیندها انباشته کسری دارای توابع خودهمبستگی‌اند که به‌آرامی و به‌تدریج به صفر میل می‌کنند و به عبارت دیگر، دارای حافظه بلندمدت هستند. فرآیندهای انباشته کسری هم می‌توانند در مدل‌های $ARMA$ به کار گرفته شوند که در این صورت، فرآیند مدل‌سازی شده را $ARFIMA$ می‌نامند [و نیز در مدل‌سازی واریانس شرطی یک فرآیند که به صورت فرآیند GARCH با انباشتگی کسری واریانس‌های شرطی به صورت FIGAREH مورد استفاده قرار می‌گیرند] نمودار شماره ۱،

مقادیر ضرایب خودهمبستگی، نرخ تورم ماهیانه را در دوره ۱۳۹۰/۰۸–۱۳۶۹/۰۱ که با نرم‌افزار OX-Metrics استخراج شده است، نشان می‌دهد.

نمودار ۱- مقادیر ضرایب خودهمبستگی نرخ تورم ماهیانه ایران در دوره ۱۳۹۰/۰۸ – ۱۳۶۹/۰۱



به‌خوبی روشن است که در نمودار ضرایب خودهمبستگی می‌توان اثرات فصلی را در نرخ تورم ماهیانه ایران مشاهده کرد، بنابراین، لازم است به مدل‌سازی ریشه تورم و تعداد تفاضل‌های محدود برای مانایی آن پرداخته شود.

۳-۳- انباشتگی کسری

یک فرآیند انباشته کسری نوفه سفید X_t دارای شکل ریاضی زیر است.

$$(1-\beta)^d x_t = \varepsilon_t \qquad (۷)$$

که در آن، ε_t دارای ویژگی نوفه سفید با میانگین صفر و واریانس σ_ε^2 بوده و x_t بعداز گذر از فیلتر $(1-\beta)^d$ نوفه سفید می‌شود. روشن است که برای $d=0$ فرآیند x_t نوفه سفید بوده و برای $d=1$، به یک فرآیند گام تصادفی تبدیل می‌شود و نامانا خواهد بود (کشاورز حداد، ۱۳۸۸).

به‌منظور برآورد حداکثر راست‌نمایی پارامتر تفاضل‌گیری در سری زمانی نرخ تورم ماهیانه می‌توان مدل زیر را که دارای توزیع گوسین است، در نظر گرفت:

$$\emptyset(B)(1-B)^d\{(1-B)^m x_t\} = \theta(B).\,\varepsilon_t \qquad (۸)$$

که در آن، x_t یک فرآیند خودهمبسته با میانگین متحرک با واریانس $\sigma_\varepsilon^2 = \mathrm{var}(\varepsilon_t)$ است. همچنین $\emptyset(B) = \sum_{j=0}^{p} \emptyset_j\, B^j$ و $\theta(B) = \sum_{j=0}^{q} \theta_j\, B^j$ چندجمله‌ای‌هایی با ریشه خارج از دایره واحد فرض می‌شود. سرانجام، $m \geq 0$ یک عدد صحیح و $d \in (-۰/۵,۰/۵)$ است. عدد صحیح نامنفی m تعداد دفعات تفاضل‌گیری بوده که برای مانا شدن فرآیند x_t لازم است، به‌طوری که $(1-\beta)^m x_t$ یک فرآیند خودهمبسته با میانگین متحرک و انباشته کسری $ARFIMA(p,d,q)$ با امید ریاضی صفر است.

مدل‌سازی $ARFIMA(0,d,0)$ با $-0.5 < d < 0.5$ از انعطاف‌پذیری کافی برای فرآیندهای سری زمانی برخوردار نیست، زیرا این مدل $ARIMA$ تنها پارامترهای d، میانگین و واریانس را برآورد می‌کند، در حالی که علاوه بر وجود حافظه بلندمدت در یک سری زمانی که با استفاده از d مدل‌سازی می‌شود، ممکن است از ساختار حافظه‌ای کوتاه‌مدت نیز برخوردار باشد. برای در نظر گرفتن هم‌زمان هر دو اثر حافظه بلندمدت و کوتاه‌مدت در یک مدل‌سازی سری زمانی تک‌متغیره لازم است تفاضل‌گیری کسری با مدل‌سازی باکس و جنکینز ترکیب شود که در این صورت بار دیگر فرآیند $ARFIMA(p,d,q)$ به‌دست می‌آید، با این تفاوت که در اینجا d به‌لزوم عدد صحیح نیست، اما پارامترهای p و q اعداد صحیح نامنفی هستند (کشاورز حداد، ۱۳۸۵).

٤- مدل تجربی و بررسی داده‌ها

مدلی که در این مقاله برآورد خواهد شد به این صورت است:

$$\begin{aligned} &ARFIMA(p,d,q) - FIGARCH(p,d,q): \\ &\emptyset(B)(1-B)^d(y_t - \mu - b'\,x_{1t} - \delta\,\sigma_t) = \theta(B).\,\varepsilon_t \\ &\varepsilon_t \,\big|\, \Omega_{t-1} \sim D(0,\sigma_t^2) \qquad (۹) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\nu_t = \varepsilon_t^2 - \sigma_t^2 \\ &\emptyset(B)(1-B)^d\,\varepsilon_t^2 = \omega(1-\beta(B))\nu_t \qquad (۱۰) \end{aligned}$$

در معادله (۶) y_t تورم برحسب شاخص قیمت مصرف‌کننده CPI است. x_t نیز برداری از متغیرهای از پیش تعیین شده است. μ میانگین فرآیند بوده و سایر متغیرهای موجود در مدل بدین شکل هستند (Baillie and Chung, 1996).

$$\emptyset(B) = 1 - \emptyset_1 B - \ldots - \emptyset_P B^P, \theta(B) = 1 + \theta_1 B + \ldots + \theta q B^q, \quad \beta(B) = 1 - \beta_1 B + \ldots + \beta_p B^p \qquad (۱۱)$$

تمام ریشه‌های β(B)، θ(B) و φ(B) خارج از ریشه واحدند. اگر $\delta = 0$ و b=0 باشند، معادلات (۴) و (۵) یک فرآیند ARFIMA را که به‌وسیله گرنجر (۱۹۸۰، ۱۹۸۱) و گرنجر و جویکس (۱۹۸۰) ابداع شد، معرفی می‌کند. اگر $\delta \neq 0$ باشد، مدل توسعه می‌یابد و اجازه می‌دهد نوسانات تورم روی میانگین تأثیرگذار باشند. فرض می‌شود اخلال‌های ε_t دارای یک چگالی شرطی d بوده که دارای توزیع نرمال یا t-student است. واریانس ناهمسانی زمان σ_t^2 از یک مدل خودهمبسته واریانس ناهمسان شرطی تعمیم‌یافته انباشته کسری FIGARCH(p, d,q) پیروی می‌کند. متغیر تأخیری تورم یا متغیر از پیش تعیین شده x_{2t} امکان وارد کردن واریانس شرطی را از طریق معادله (۶) می‌دهد. گرنجر و جویکس نشان دادند که در یک مدل ARFIMA، اگر $-۰/۵ < d < ۰/۵$ فرآیند y_t در معادله (۱) مانای ضعیف[1] است و ضرایب فرآیند میانگین متحرک به صورت هیپربولیکی کاهش می‌یابد؛ در مقایسه با یک فرآیند مانای معکوس‌پذیر ARMA که ضرایب میانگین متحرک با وقفه‌های صعودی به‌طور نمایی کاهش می‌یابد. بیلی (۱۹۹۵)، با دقت و جزییات بیشتری این مسأله را مورد بررسی قرار داد. گوک و پورتر- هوداک[2] (۱۹۸۳)، تخمین شبه‌پارامتریک[3] از ضریب انباشتگی d را که در کارهای کاربردی دیبولد و رودبوش[4] (۱۹۸۹)، استفاده شده است، پیشنهاد کردند. آگیاک اوقلو و همکاران[5] (۱۹۹۲)، نشان دادند که در بیشتر موارد این تخمین‌زننده خصوصیات نمونه‌های کوچک را دارد و قابلیت تخمین با مدل حداکثر درست‌نمایی را دارد. تحت فرض نرمال (همبستگی) بودن لگاریتم تابع درست‌نمایی در داده‌های سری زمانی بدین صورت است:

$$L(\mu, d, \varphi, \theta, \sigma 2) = -(T/2)log(2\pi) - (1/2)log\left|\sum\right| - (1/2)(y - \mu)' \sum^{-1}(y - \mu) \qquad (۱۲)$$

1- Covariance Stationary
2- Geweke and Porter-Hudak
3- Semi-parametric Estimate
4- Diebold and Rudebusch
5- Agiakoglou et al

y بردار T بعدی از y_t بوده و $\sum$ ماتریس اتوکوواریانس T.T است که هر عنصر از آن تابعی غیرخطی از یک تابع فوق هندسی است (Chung, 1994) سوول[1] (۱۹۹۲)، مدل ARFIMA را با استفاده از روش FMLE تحت فرض نرمال غیرشرطی و بدون اثرات ARCH برآورد کرد. به‌منظور تخمین فرآیند ARFIMA- GARCH در معادلات (۴) تا (۶) با فرض نرمال غیرشرطی برای جملات اخلال، از برآوردگرهای مجموع مربعات شرطی[2] (CSS) که مقدار این معادله را حداقل می‌کند، استفاده کرده‌ایم (Baillie and Chung, 1996).

$$S\left(\mu, d, \varphi, b, \delta, \theta, \beta, \omega\right) = \left(\frac{1}{2}\right)\log\left(\sigma_t^2\right) + \left(\frac{1}{2}\right)\sum_{t=1}^{T} \varepsilon_t^2 \Big/ \sigma_t^2 \qquad (۱۳)$$

به‌طوری که در معادله یادشده:

$$\varepsilon_t = \theta(B) - 1\varphi(B)(1-B)^d\left(y_t - b' x_{1t} - \delta\,\sigma_t - \mu\right),\ \sigma_t^2 = \beta(B) - 1[\omega + \gamma' x_{2t} + \alpha(B)\,\varepsilon_t^2] \qquad (۱۴)$$

در مدل یادشده $b=\delta=\gamma=0$ است. وقتی چگالی شرطی[3] در معادله (۲) دارای توزیع t-student با درجه آزادی f باشد، تخمین‌زن حداکثر درست‌نمایی لگاریتمی CSS که توسط بالرسلو (۱۹۸۷)، پیشنهاد شد، بدین شکل محاسبه می‌شود:

$$L(\mu, d, \phi, \theta, \beta, \sigma^2, \nu) = T\left[\log\Gamma\left\{\frac{\nu+1}{2}\right\} - \log\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right) - \left(\frac{1}{2}\right)\log(\nu-2)\right] - \left(\frac{1}{2}\right)\sum_{t=1,T}\{\log(\sigma_t^2) + (\nu+1)[\log(1+\varepsilon_t^2\sigma_t^{-2}(\nu-2)^{-1}]\} \qquad (۱۵)$$

در ابتدا مشاهدات $y_0, y_{-1}, y_{-2}, \ldots$ ثابت فرض می‌شوند، بنابراین، با حداقل کردن تابع مجموع مربعات شرطی به‌طور مجانبی این تابع به FMLE میل می‌کند. هاسکینگ (۱۹۸۴) نخستین کسی بود که فرآیند تخمین CSS را با مفهوم فرآیند ARFIMA پیشنهاد کرد. یادآوری می‌شود در روش‌های تخمین مشابه از مدل‌های مانای معکوس‌پذیر ARMA استفاده شده است (Baillie and Chung, 1996). چانگ و بیلی (۱۹۹۳)، نشان دادند که عملکرد برآوردگرهای CSS وقتی در مدل‌های ARFIMA(p, d, q) ضرایب p, q برابر باشند با ۰، ۱ یا ۲، $-۰/۵ < d < ۰/۵$ و اندازه نمونه بزرگ‌تر از ۱۰۰ باشد. فاکس و تاکیو[4] (۱۹۸۶) به‌جای استفاده

1- Sowell
2- Conditional Sum of Squares
3- Conditional Density
4- Fox and Taqqu

از داده‌های سری زمانی، از داده‌های مقطعی برای تخمین مدل ARFIMA استفاده کردند که تقریب تخمین حداکثر درست‌نمایی تحت فرض نرمال[1] بودن نام دارد.

در آزمون‌های دیکی فولر افزوده و فلیپس پرون، وجود ریشه واحد در فرضیه H_0 قرار داده می‌شود. شوارت[2] (۱۹۸۷)، نشان داد که شواهد قوی برای رد فرضیه صفر لازم است که به رد فرضیه H_1 به نفع فرضیه مقابل منجر می‌شود.

کیاتواسکی، فیلیپس، اسمیت و شین (۱۹۹۲)[3]، شیوه جدیدی را برای آزمون ریشه واحد پیشنهاد دادند که در آن فرضیه ریشه واحد در H_1 قرار دارد. یک سری زمانی را می‌توان به مجموع یک روند قطعی، گام تصادفی و جمله اختلال مانا تجزیه کرد. KPSS نشان داد که آماره آزمون ریشه واحد را با فرضیه صفر، می‌توان برای مانایی بدین صورت محاسبه کرد:

$$\eta = T^{-2} \sum_{t=1}^{T} s_t^2 \,/\, s^2(k) \tag{۱۶}$$

به‌طوری که در معادله یادشده:

$$S_t = \sum_{i=1}^{t} e_i$$

که S_t مجموع جملات پسماند e_i است، وقتی سری را روی یک عرض از مبدأ و احتمالاً روی یک روند زمانی برازش می‌کنیم و T اندازه نمونه باشد. $s^2(k)$ تخمین ناپارامتری سازگار از واریانس جملات اخلال است. وقتی که جملات اخلال در معادله‌ای با عرض از مبدأ مورد محاسبه قرار می‌گیرد، آماره آزمون با $\tilde{\eta}_\mu$ نشان داده می‌شود و زمانی که به برازش اولیه یک جمله روند اضافه می‌کنیم، آماره آزمون محاسبه شده با معادلات بالا را با $\tilde{\eta}_\tau$ نمایش می‌دهیم. تحت فرضیه H_0، یعنی زمانی که سری زمانی I(0) است، آزمون KPSS نشان می‌دهد که هر دوی $\tilde{\eta}_\mu$ و $\tilde{\eta}_\tau$ به‌طور مجانبی توابعی از جملات اخلال هستند. آنها جدولی از مقادیر بحرانی را برای $\tilde{\eta}_\mu$ و $\tilde{\eta}_\tau$ محاسبه کردند. محاسبه آماره آزمون با ترکیب آزمون فلیپس پرون (PP) و KPSS چهار پیامد را در پی دارد.

1- Approximate MLE under Normality
2- Schwert
3- Kwiatkowski, Phillips, Schmidt and Shin

۱- رد با آماره PP و عدم رد با آماره KPSS نشانه قوی است از کوواریانس مانایی، یعنی وجود فرآیند I(0).

۲- عدم رد با آماره PP و رد با آماره KPSS، نشانه ظهور ریشه واحد، یعنی فرآیند I(1) است.

۳- عدم رد با هر دو آماره KPSS و PP احتمالاً مربوط به داده‌هاست که اطلاعات مفید و کافی از ویژگی‌های بلندمدت فرآیند را ندارند.

۴- رد با هر دو آماره KPSS و PP نشان می‌دهد که سری زمانی با هیچ‌کدام از فرآیندهای I(0)و I(1) توضیح داده نمی‌شود.

از آنجا که آزمون KPSS فرضیه مانایی را در H_0 قرار می‌دهد، به‌راحتی می‌تواند یک آزمون ترکیبی را تشریح کند، زیرا این آزمون شرایط فلیپس (۱۹۸۷) و فلیپس- پرون را تأمین می‌کند. با توجه به این نکته که فرآیند انباشتگی کسری I(d) این شرایط را تأمین نمی‌کند، رد آزمون ریشه واحد به‌وسلیه آماره KPSS با رفتار انباشتگی کسری I(d) سازگار است. نکات مهم و قابل توجهی توسط دیبولد و رودبوش (۱۹۹۱) در ارتباط با انباشتگی کسری بیان شده است، آنها نشان دادند که آزمون ریشه واحد دیکی- فولر قدرت کمی در شناسایی ریشه واحد از انباشتگی کسری دارد.

حال این پرسش مطرح می‌شود که مدل‌های ARFIMA چقدر برای کاربرد در شاخص تورم صلاحیت دارند. برای روشن شدن موضوع، ما چند مدل ARMA را با درجات بالا که در مقالات مختلف تخمین زده شده بود با نتایج این مقاله مقایسه می‌کنیم. یکی از خصوصیات بارز مدل‌های ARFIMA، ماهیت انعطاف‌پذیر آنها در وزن‌های واکنش تکانه[1] است که اطلاعات مفیدی درباره اهمیت شوک‌های گذشته[2] فراهم می‌کند. وزن‌های واکنش تکانه تجمعی[3] با در نظر گرفتن سری تورم تفاضلی[4] y_t یا $\Delta \log (CPI_t)$ معادله زیر به‌دست می‌آید:

$$y_t = \Delta\, log\, (CPI_t) = \mu + (1-B)^{-d}\varphi(B)^{-1}\,\theta(B)\,\varepsilon_t = \mu + \sum_{j=0}^{\infty}\lambda_j L_j \varepsilon_t \quad (۱۷)$$

مدل ARFIMA(p,d,q) دارای شکل کلی به صورت زیر است:

$$\Phi(L)(1-L)^d(y_t-\mu) = \Theta(L)\varepsilon_t \quad (۱۸)$$

1- Impulse Response Weights
2- Past Shocks
3- Cumulative Impulse Response Weights
4- Differenced Inflation Series

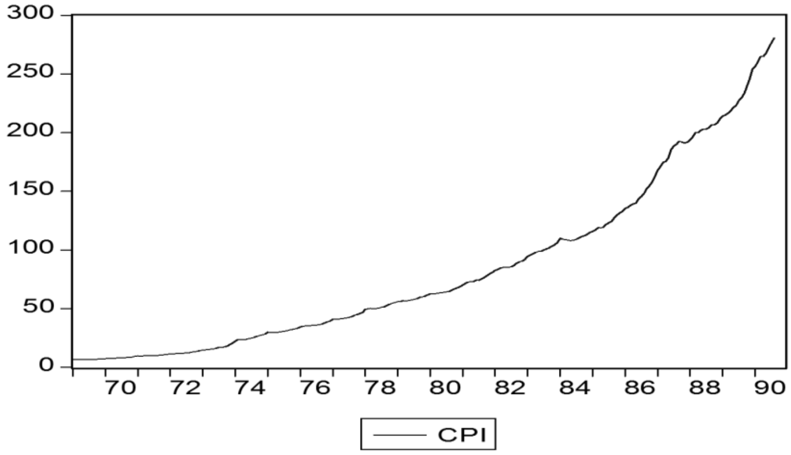
در این رابطه d پارامتر تفاضل‌گیری و μ می‌تواند هر تابع معین از زمان باشد، L عملگر وقفه است، به‌طوری که $y_{t-1} = \mathrm{L}y_t$ چندجمله‌ای $\Phi(L)$ و $\Theta(L)$ نیز به ترتیب نشان‌دهنده مرتبه خودهمبسته و میانگین متحرک هستند.

به‌ازای $0 < d < 0.5$ با توجه به تعریف اول از فرآیندهای با حافظه بلندمدت، این فرآیند دارای حافظه بلندمدت است، به عبارت دیگر، این فرآیندها پایداری بیشتری را از خود نشان می‌دهد و تابع خودهمبستگی آنها بسیار آهسته‌تر از تابع خودهمبستگی ARMA و ARIMA میرا می‌شوند. به این نوع از فرآیندها، فرآیند نویز سیاه گویند. این فرآیند به‌ازای $0.5 < d < 1$ به علت اینکه دارای واریانس محدود نیستند، مانا و معکوس‌پذیر نیستند. حافظه فرآیند ARFIMA، به‌شدت به مقدار عددی d و نحوه میرا شدن تابع خودهمبستگی بستگی دارد، اگر $d = 0.5$، آنگاه فرآیند دارای نوفه سفید بوده که این فرضیه بیشتر روش‌ها برای تخمین پارامترهاست (محمدی و طالبلو، ۱۳۸۹).

٤-١- آزمون‌های بررسی وجود ریشه واحد در شاخص تورم

داده‌هایی که در این قسمت مورد استفاده قرار گرفته، مربوط به شاخص قیمت مصرف‌کننده است که توسط بانک مرکزی منتشر شده و داده‌های استفاده شده در این تحقیق داده‌های ماهیانه تورم برای سال‌های ۱۳۹۰/۰۸ – ۱۳۶۹/۰۱ بوده که آن نیز توسط بانک مرکزی منتشر شده است. تعداد این داده‌ها ۲۶۰ مشاهده را دربر می‌گیرد.

نمودار ۲– روند تغییرات در شاخص قیمت مصرف‌کننده در دوره ۱۳۹۰/۰۸ – ۱۳٦۹/۰۱



برای استفاده از داده‌های شاخص قیمت مصرف‌کننده باید آن به نرخ تورم تبدیل کرد که برای محاسبه آن از عبارت زیر استفاده شده که برابر است با: تغییرات لگاریتمی تورم ضرب‌در ۱۰۰:

$$\dot{P}_t = \left(\log(\mathrm{cpi_t}) - \log(\mathrm{cpi_{t-1}})\right) * 100 \qquad (۱۹)$$

روش‌های سنتی اقتصادسنجی برای بررسی وضعیت مانایی متغیر بر این فرض استوار است که متغیرهای الگو مانا (پایا) باشند. در بیشتر موارد، فرضیه مانایی با نامانا بودن و ریشه واحد سری (خودهمبسته بودن سری) آزمون می‌شود. یکی از آزمون‌های ریشه واحد، آزمون ADF است؛ همان‌گونه که بیان شد فرض صفر این آزمون دلالت بر وجود ریشه واحد در متغیر بوده، اما نقطه ضعف این آزمون و آزمون‌های مشابه در این است که بیشتر آزمون‌ها دارای توان آزمون پایینی در برابر مانایی هستند و در نتیجه، به‌طور معمول فرضیه صفر پذیرفته می‌شود و در بیشتر موارد این رویکرد مرسوم، مانایی سری‌ها را به اشتباه رد می‌کند. برای این منظور در این قسمت از تحقیق، آزمون ریشه واحد از طریق آزمون‌های دیکی فولر افزوده (ADF) و فیلیپس پرون (PP) که فرض صفر این آزمون‌ها دلالت بر وجود ریشه واحد و نامانایی متغیر دارد و آزمون KPSS که قدرت بالایی در تشخیص ریشه واحد دارد و فرض صفر در این آزمون دلالت بر نبود ریشه واحد و مانایی متغیر دارد، بررسی خواهد شد.

همان‌طور که در جدول شماره ۱، ملاحظه می‌شود، مطابق آزمون‌های دیکی ـ فولر افزوده، فلیپس پرون و KPSS متغیر نرخ تورم ناماناست، زیرا براساس آماره آزمون دیکی فولر و فیلیپس پرون فرضیه صفر مبنی‌بر ریشه واحد بودن متغیر رد نمی‌شود و در آماره آزمون KPSS فرضیه صفر مبنی‌بر مانا بودن متغیر رد می‌شود و فرض مقابل که اشاره بر نامانایی متغیر در سطح با عرض از مبدأ و روند دارد. بنابراین، با وجود ریشه واحد در مدل مقدار این ریشه مشخص نیست که آیا این عدد دقیقاً یک است یا یک مقدار کسری بوده که برای پی بردن به این میزان به برآورد و بررسی این ریشه با استفاده از مدل‌های ARFIMA می‌پردازیم.

جدول ۱– آزمون‌های ریشه واحد فیلیپس پرون و دیکی فولر افزوده و KPSS

متغیر	آزمون دیکی فولر افزوده			آزمون KPSS			آزمون فیلیپس – پرون		
	آماره ADF	مقدار بحرانی ٪۱	مقدار بحرانی ٪۵	آماره آزمون	مقدار بحرانی ٪۱	مقدار بحرانی ٪۵	آماره PP	مقدار بحرانی ٪۱	مقدار بحرانی ٪۵
تورم	۳/۶۱	−۳/۹۹	−۳/۴۲	۰/۱۸	۰/۲۱	۰/۱۴	۳/۷۲	−۳/۹۹	−۳/۴۲

مأخذ: نتایج به‌دست آمده از تحقیق.

برای پیش‌بینی باید در ابتدا یک رابطه تابعی استخراج کنیم. در این مقاله، قصد داریم برای معادله میانگین یکی از مدل‌های خطی یا غیرخطی سری‌های زمانی را برازش کنیم. معادله مورد نظر یکی از مدل‌های ARIMA است، اما با توجه به نتیجه‌گیری‌های مربوط به ریشه واحد و مانایی، نمی‌توانیم مدل‌های ARIMA یا ARMA را انتخاب کنیم، زیرا در مدل ARMA فرض بر این بوده که مدل ماناست، در حالی که در مورد داده‌های تورم، آماره KPSS این فرضیه را رد کرده است. این نتیجه‌گیری ما را به استفاده از مدل‌های ARFIMA هدایت می‌کند. برای انتخاب یک مدل خوب از روش باکس جنکینز عمل می‌کنیم. در جدول شماره ۲، تصریح مدل مورد نظر آورده شده است.

جدول ۲- مدل‌سازی $ARFIMA(12, d, 5)$ برای نرخ تورم ماهیانه ایران در دوره ۱۳۹۰/۰۸ – ۱۳٦۹/۰۱

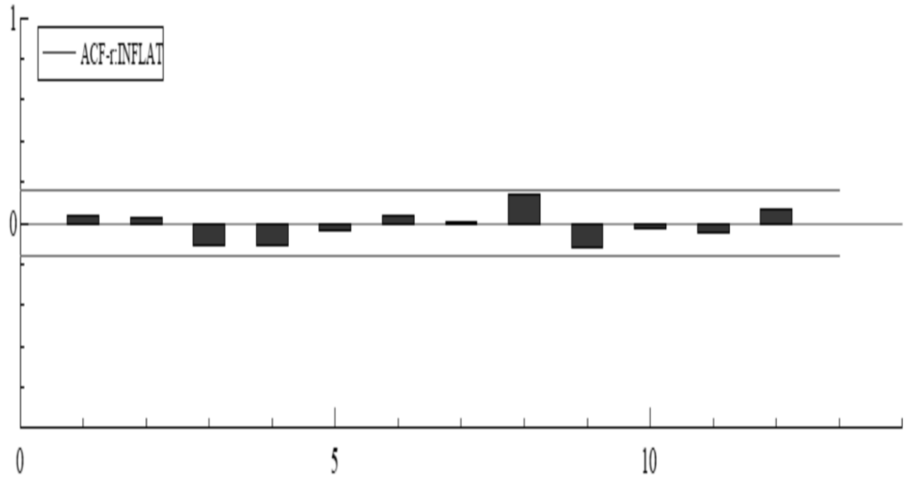
متغیرها	ضرایب	خطای استاندارد	t-value	t-prob
d	۰/۴۶	۰/۲۲	۲/۰۸	۰/۰۳
AR(2)	۰/۶۴	۰/۱۳	۴/۸۴	۰/۰۰
AR(4)	−۱/۰۲	۰/۲۹	−۳/۰۵	۰/۰۰
AR(6)	۰/۶۳	۰/۳۲	۱/۹۴	۰/۰۴
AR(11)	۰/۳۰	۰/۱۱	۲/۷۴	۰/۰۰
AR(12)	−۰/۱۹	۰/۰۹	−۲/۰۷	۰/۰۴
MA(1)	۰/۱۸	۰/۱۰	۱/۸۰	۰/۰۰
MA(2)	−۰/۴۹	۰/۰۶	−۷/۵۱	۰/۰۰
MA(3)	−۰/۶۱	۰/۰۵	−۱۲/۲	۰/۰۰
MA(4)	۰/۵۳	۰/۰۷	۷/۵۷	۰/۰۰
MA(5)	۰/۷۰	۰/۱۰	۶/۶۹	۰/۰۰
عرض از مبدأ	۱/۳۸	۱/۱۴	۹/۴۴	۰/۰۰

مأخذ: نتایج به‌دست آمده از تحقیق.

با توجه به نتایج جدول مشاهده می‌شود که تمام ضرایب وقفه‌ها خودهمبسته و میانگین متحرک معنادار است و پارامتر حافظه برآورد شده مقدار ۰/۴۶ را نشان می‌دهد که بیان‌کننده وجود حافظه بلندمدت در داده‌های نرخ تورم است.

بعد از محاسبه مدل بهینه آزمون‌های صورت گرفته نشان‌دهنده برازش خوب مدل و رفع هر گونه خودهمبستگی‌های موجود است که در نمودار شماره ۳، می‌توان روند حرکتی نمودار خودهمبستگی را مشاهده کرد که تمام وقفه‌های آن ماناست.

نمودار ۳- نمودار خودهمبستگی سری زمانی تورم ماهیانه ایران ۱۳۹۰/۰۸ – ۱۳۶۹/۰۱



به‌منظور بررسی مقدار عددی حافظه سری تورم، پارامتر d به سه روش برآورد حداکثر راست‌نمایی[1] (MLE)، تابع حداکثر راست‌نمایی اصلاح شده[2] (MPL) و حداقل مربعات غیرخطی[3] (NLS) تخمین زده شده و نتایج این تخمین در جدول شماره ۳، ارایه شده است.

جدول ۳- مقایسه برآورد پارامتر d با روش‌های مختلف

روش	مقدار تخمین d	انجراف معیار
MLE	۰/۴۰	۰/۱۷
MPL	۰/۴۶	۰/۲۲
NLS	۰/۲۹	۰/۱۴

مأخذ: نتایج به‌دست آمده از تحقیق.

در سه روش MLE، MPL و NLS مدل به شکل کامل تصریح شد، اما روش برآورد حداقل مربعات غیرخطی به عدد مشخصی هم‌گرا نشد؛ در نتیجه، یکی از متغیرهای بخش خودهمبسته حذف و مدل دوباره برآورد شد و نتایج جدول نشان‌دهنده این است که برآورد روش

1- Maximun Likelihood
2- Modified Profile Likelihood
3- Non-Linear Least Squares

غیرخطی کمتر از دو روش دیگر است که شاید دلیل آن حذف یکی از متغیرهای وقفه خودهمبسته باشد. از سوی دیگر، برای توجیه این تفاوت باید به گوناگونی روش‌ها در پاسخ به حساسیت‌های ناشی از روندهای قطعی یا غیرقطعی و شکست‌های احتمالی در ساختار سری توجه کرد.

٤-۲- آماره آزمون LM-ARCH

بعد از اینکه معادله میانگین تصریح شد، باید ناهمسانی واریانس مقادیر باقی‌مانده بررسی شود. نتایج حاصل از آزمون وجود داشتن اثرات ARCH در مدل آزمون ARCH- LM TEST انجام گرفت و نتایج آن نشان‌دهنده این بود که مقدار آماره F برابر با ۳۰/۸۱ است و سطح معناداری آن ۰/۰۰ بود که نشان‌دهنده رد فرضیه مبنی‌بر نبود اثرات واریانس ناهمسانی است.

$$\text{ARCH } 1-1 \text{ test:} \quad F(1,234) \;=\; 30.811\ [0.0000]$$

٤-۳- مدل خودهمبسته واریانس ناهمسان شرطی انباشته کسری FIGARCH

برای نشان دادن حافظه بلندمدت در داده‌های پولی و مالی، بیلی (۱۹۹۶)، مدل FIGARCH را با جای‌گذاری متغیر $(1-\mathrm{B})$ با یک متغیر عملگر کسری $(1-B)^d$ که در آن $0 \leq d < 1$ است، به‌دست آورد، یعنی مدل FIGARCH(p,d,q) به صورت زیر است:

$$\nu_t = \varepsilon_t^2 - \sigma_t^2 \quad , \quad \phi(B)(1-B)^d \varepsilon_t^2 = \omega(1-\beta(B))\nu_t \qquad (۲۰)$$

به‌طوری که در صورتی که مقادیر d برابر با صفر یا یک شود، مدل‌های GARCH و IGARCH را نیز دربر می‌گیرد (کشاورز و صمدی، ۱۳۸۸).

چندین مدل از خانواده مدل‌های خودهمبسته واریانس ناهمسان تخمین زده شد. در بعضی از آنها، مدل‌ها یا ضرایب معنادار نبودند یا مدل تمام اثرات را توضیح نمی‌داد یا مقادیر پسماند دارای توزیع نرمال نبودند.

با توجه به بررسی مانایی مدل، می‌توان چنین بررسی کرد که سری نرخ تورم ایران مانا یا ناماناست. این موضوع نیاز به برازش مدلی مانند FIGARCH دارد که در جدول شماره ۴، نتایج حاصل از برازش مدل که دارای وقفه‌های خودهمبسته و میانگین متحرک، جزء ARCH و GARCH بوده، برازش شده است. با توجه به آماره‌های آکاییک و شوارتز، بهترین مدل در جدول شماره ۴، مشخص شده است.

جدول ٤- برآورد مدل ARFIMA(4,d,4) – FIGARCH(1,d,1) برای نرخ تورم ماهیانه ایران

متغیرها	ضرایب	خطای استاندارد	t-value	t-prob
عرض از مبدأ (معادله میانگین)	۱/۲۹	۰/۱۰۰	۱۲/۷۲	۰/۰۰
AR(1)	۰/۴۱	۰/۱۳	۳/۰۰	۰/۰۲
AR(2)	-۰/۲۶	۰/۱۵	-۱/۷۲	۰/۰۸
AR(3)	۰/۶۹	۰/۱۴	۴/۷۸	۰/۰۰
AR(4)	-۰/۵۹	۰/۲۲	-۲/۶۹	۰/۰۱
MA(1)	۰/۳۱	۰/۱۵	۲/۰۳	۰/۰۰
MA(2)	۰/۴۶	۰/۲۶	۱/۷۷	۰/۰۷
MA(3)	-۰/۴۸	۰/۲۷	-۱/۷۵	۰/۰۸
MA(4)	۰/۴۲	۰/۱۶	۲/۵۹	۰/۰۰
عرض از مبدأ (معادله واریانس)	۰/۳۵	۰/۱۳	۲/۵۵	۰/۰۰
d-FIGARCH	۰/۲۶	۰/۰۸	۳/۰۶	۰/۰۰
ARCH(Phi1)	-۰/۶۰	۰/۱۵	-۳/۸۲	۰/۰۰
GARCH(Beta1)	-۰/۶۵	۰/۱۱	-۵/۷۶	۰/۰۰

مأخذ: نتایج حاصل از تحقیق.

بهترین مدل برآورد شده به صورت ARFIMA(4,d,4) – FIGARCH(1,d,1) است، زیرا با افزودن وقفه‌های دیگر مدل قابلیت هم‌گرایی را نداشت. با توجه به نتایج، مشاهده می‌شود که تمام ضرایب معنادار بوده و از آنجا که مجموع ضرایب مثبت کمتر از یک است، این موضوع مانایی کوواریانس فرآیند واریانس شرطی را نشان می‌دهد. ضریب d به دلیل این مسأله که کمتر از نیم است، نشان‌دهنده پایداری شوک و حافظه بلندمدت آن است. با توجه به نتایج به‌دست آمده می‌توان گفت که سری تورم مانا بوده است.

۵- نتیجه‌گیری و پیشنهادهای سیاستی

هدف اصلی این تحقیق بررسی تغییرات در نرخ تورم ماهیانه ایران و ریشه کسری نرخ تورم بود. برای این منظور سری تورم حاصل از شاخص CPI مورد استفاده قرار گرفت. در ابتدا برای اینکه تمام آثار قابل پیش‌بینی از سری تورم کسر شود، از مدل‌بندی سری‌های زمانی استفاده شد. برای

تعیین این مدل در وهله اول، چند آزمون انجام شد تا نشان داده شود که تورم در اقتصاد ایران، نه ماناست و نه دارای ریشه واحد است.

نتایج این آزمون‌ها نشان‌دهنده این موضوع بود که درجه انباشتگی نرخ تورم باید بین صفر و یک باشد. بنابراین، فرضیه حافظه‌دار بودن سری تورم مطرح شد و مورد بررسی قرار گرفت. آزمون فرضیه حافظه بلندمدت در سری تورم ایران، از طریق سه روش تخمین، مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان دادند که سری تورم دارای درجه انباشتگی حدود ۰/۴۵ است. به‌طور کلی نتیجه گرفته شد که سری تورم اقتصاد ایران دارای حافظه بلندمدت است و آثار هر تکانه بر این سری تا دوره‌های طولانی باقی می‌ماند.

برای بررسی اینکه در اقتصاد ایران نوسانات نرخ تورم طی زمان در حال تغییر است، آزمون LM-ARCH بر روی مقادیر پسماند حاصل از مدل آزمون ARFIMA (به‌عنوان معادله میانگین) انجام شد. نتایج نشان دادند که سری تورم دارای روند ARCH است و نتیجه گرفته شد که در طول زمان نرخ تورم در حال تغییر است. برای بررسی بیشتر نوسانات متغیر چندین مدل واریانس ناهمسانی برازش شد. نتایج نشان دادند که مدل مؤلفه‌ای FIGARCH بهترین مدل برازش برای این داده‌هاست. نتایج حاصل از برآورد مدل FIGARCH تأییدکننده ریشه کسری و وجود حافظه دایم در داده‌های نرخ تورم ایران بود.

بنابراین، می‌توان چنین بیان کرد که وجود ریشه کسری در تورم می‌تواند دارای عواقبی از این قبیل باشد که با هر شوک پولی که به افزایش تورم در ایران منجر شود، این شوک قیمت تا دوره طولانی در اقتصاد ایران پایدار است و می‌تواند باعث نااطمینانی و پایداری تورم و به دنبال آن تورم‌های فزاینده بعدی باشد. این در حالی است که در صورت وجود ریشه واحد در متغیر شوک نسبت به حالت ریشه کسری ناپایدارتر است و در دوره کوتاه‌تری از بین می‌رود. بنابراین، بی‌انضباطی‌های پولی می‌تواند به افسارگسیختگی تورم و تورم‌های فزاینده در جامعه منجر شود.

منابع

الف- فارسی

برایان، اسنودن (۱۹۸۰)، *راهنمای نوین اقتصاد کلان*، ترجمۀ منصور خلیلی عراقی و علی سوری، تهران، انتشارات برادران، ۱۳۸۳.

عباسی‌نژاد، حسین و احمد تشکینی (۱۳۸۹)، *اقتصادسنجی کاربردی پیشرفته*، تهران، انتشارات دانشکده علوم اقتصادی و نور علم.

عرفانی، علیرضا (۱۳۸۸)، *پیش‌بینی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران با مدل ARFIMA*، فصلنامه تحقیقات اقتصادی، شماره ۸۶.

کشاورز حداد، غلامرضا (۱۳۸۵)، *تحلیل اثرات تقویمی در نوسانات قیمت برخی از کالاهای اساسی (مطالعه موردی: داده‌های ماهیانه قیمت گوشت مرغ، گوشت قرمز و تخم مرغ)*، مجله تحقیقات اقتصادی، شماره ۷۳.

کشاورز حداد، غلامرضا و باقر صمدی (۱۳۸۸)، *برآورد و دقت پیش‌بینی تلاطم بازدهی در بازار سهام تهران و مقایسه دقت روش‌ها در تخمین ارزش در معرض خطر: کاربردی از مدل‌های خانواده FIGARCH*، مجله تحقیقات اقتصادی، شماره ۸۶.

کشاورز حداد، غلامرضا، (در دست چاپ)، *مباحثی در روش‌های اقتصادسنجی*، تهران، انتشارات نی.

محمدی، تیمور و رضا طالبلو (۱۳۸۹)، *پویایی‌های تورم و رابطه تورم و عدم اطمینان اسمی با استفاده از الگوی ARFIMA- GARCH*، پژوهشنامه اقتصادی، سال دهم، شماره اول.

محمودی، وحید، شاپور محمدی و هستی چیت‌سازان (۱۳۸۹)، *بررسی روند حافظه بلندمدت در بازارهای جهانی نفت*، فصلنامه تحقیقات مدل‌سازی اقصادی، سال اول، شماره اول.

مشیری، سعید و حبیب مروت (زمستان ۱۳۸۵)، *پیش‌بینی شاخص کل بازدهی سهام تهران با استفاده از مدل‌های خطی و غیرخطی*، فصلنامه پژوهشنامه بازرگانی، شماره ۴۱.

ب- لاتین

Baillie, R.T and Chung, F.C (1996), *Analysing inflation by the fractionally integrated ARFIMA–GARCH model*, Journal of Applied Econometrics, Vol 11.

Baillie, R. T. and Bollerslev (1992), *Prediction in Dynamic Models with Time Dependent Conditional Variance*, Journal of Econometric, Vol 52.

Ball, L (1992), *Why Does High Inflation Raise Inflation Uncertainty*?, Journal of Monetary Economics, Vol 29.

Bollerslev, T (1986), *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity,* Journal of Econometric, Vol 31.

Box, G. E. P. and G. M. Jenkins (1976), *Time Series Analysis, Forecasting and Control*, Holden-Day, San Francisco.

Brunner, A.D. and G.D. Hess (1993), *Are Higher Levels of Inflation Less Predictable? A State-dependent Conditional Heteroskedasticity Approach*, Journal of Business and Economic Statistics, Vol 11.

Bos.S. Charles, Koopman.S. Jan and Ooms.Marius (2007), *Long Memory Modelling of Inflation with Stochastic Variance and Structural Breaks*, Tinbergen Institute Discussion Paper, TI 2007-099/4.

Cheung, Y.-W and F. X. Diebold (1994), *On Maximum Likelihood Estimation of the Differencing Parameter of Fractionally Integrated Noise with Unknown Mean,* Journal of Econometrics, Vol 62.

Dickey, D. A. and W. A. Fuller (1979), *Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root*, Journal of the American Statistical Association, Vol 74.

Engle, R. F (1982), Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of U. K. Inflation, Econometrica, No. 50.

Geweke, J. and Porter-Hudak, S (1983), *The estimation and Application of Long Memory Time Series Models*, Journal of Time Series Analysis, No. 4.

Granger, C. W. J. (1980), *Long Memory Relationships and the Aggregation of Dynamic Models*, Journal of Econometrics, Vol 14.

Granger, C. W. J. and R. Joyeux (1980), *An Introduction to Long Memory Time Series Models and Fractional Differencing*, Journal of Time Series Analysis, Vol 1.

Hosking, J. R. M (1981), *Fractional Differencing*, Biometrika, Vol 68.

Kwiatkowski, D., P. C. B. Phillips, P. Schmidt and Y. Shin (1992), *Testing the Null hypothesis of Stationarity Against the Alternative* *of a Unit Root: How Sure are we that Economic Time Series are Non Stationary?* Journal of Econometrics, Vol 54.

Phillips, P. C. B. and Perron, P (1988), *Testing for a Unit Root in Time Series Regression*. Biometrika, No. 75.

R. T. Baillie (1996). *Long Memory Processes and Fractional Integration in Econometrics*, Journal of Econometrics, Vol 73.

Robinson, F. Peter (2003), *Time Series with Long Memory*, Oxford University Press.

Sowell, F. B. (1992), *Maximum Likelihood Estimation of Stationary Univariate Fractionally-integrated Time-Series Models*, Journal of Econometrics, Vol 53.

Tsay, Wen- Jen (2008), *Analysing Inflation by the ARFIMA Model with Markov-Switching Fractional Differencing Parameter*, The Institute of Economics, Academia Sinica, Taiwan.