

## بررسی عملکرد ریاضی دانشجویان در ارزیابی قلم-کاغذی و پویای الکترونیکی

فهیمة کلاهدوز<sup>۱\*</sup>، فرزاد رادمهر<sup>۲</sup>، سید حسن علم الهدائی<sup>۳</sup> و مجید میرزاوزیری<sup>۴</sup>

### چکیده

هدف از مطالعه حاضر بررسی توانایی دانشجویان سال اول رشته ریاضی در استفاده از یک قضیه ریاضی در حل یک مسئله از طریق ارزیابی قلم-کاغذی و ارزیابی پویای الکترونیکی بود. در این پژوهش از روش نمونه‌گیری در دسترس و هدفمند استفاده شد. ۳۵ نفر از دانشجویان یکی از دانشگاه‌های دولتی کشور داوطلبانه در این مطالعه حضور داشتند. جمع‌آوری و تحلیل داده‌ها با دو رویکرد کمی و کیفی در قالب پژوهش ترکیبی صورت گرفت. روش کمی استفاده شده روش توصیفی بود. همچنین برای مقایسه عملکرد دانشجویان در ارزیابی قلم-کاغذی و عملکرد آنها در ارزیابی پویا از طرح شبه آزمایشی استفاده شد. در رویکرد کیفی بررسی نگرش دانشجویان به ارزیابی پویا در نتیجه مصاحبه نیمه‌ساختار یافته با برخی از دانشجویان انجام گرفت. تحلیل داده‌ها نشان داد که اغلب دانشجویان در اعمال شرایط قضیه برای حل مسئله عملکرد موفقی در ارزیابی قلم-کاغذی ندارند و عملکرد آنها در ارزیابی پویا بعد از دریافت بازخوردهای آموزشی ارتقا یافته است. همچنین اغلب دانشجویان بر این باور بودند که دریافت بازخوردها در مسیر ارزیابی پویا بر عملکرد آنها تاثیر مثبتی داشته و به آنها کمک کرده است تا درک بهتری از قضیه مورد نظر داشته باشند. با توجه به یافته‌ها به نظر می‌رسد ارزیابی پویا یکی از روش‌های مؤثر ارزیابی برای دروس ریاضی دانشگاهی است و می‌تواند به بهبود یادگیری ریاضی دانشجویان کمک کند.

**کلیدواژه‌گان:** درک قضایای ریاضی، دانشجویان رشته ریاضی، کاربرد قضیه، ارزیابی قلم-کاغذی، ارزیابی پویای الکترونیکی.

۱. دکترای آموزش ریاضی، دانشکده علوم ریاضی دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران.

\* نویسنده مسئول: math65fa@gmail.com

۲. استادیار دانشکده علوم ریاضی دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران: f.radmehr65@um.ac.ir

۳. استاد دانشکده علوم ریاضی دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران: alam@um.ac.ir

۴. استاد دانشکده علوم ریاضی دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران: mirzavaziri@gmail.com

پذیرش مقاله: ۱۳۹۷/۸/۱۶

دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۱۲/۱۶

## مقدمه

زمانی که دانش‌آموزان برای تحصیل در دوره کارشناسی از دبیرستان وارد دانشگاه می‌شوند، تغییرات زیادی در شرایط آموزش و یادگیری آنها رخ می‌دهد (Bardelle & Di Martino, 2012)؛ آنها از موقعیتی که در آن مفاهیم شالوده‌ای شهودی و تجربی دارند، به موقعیتی وارد می‌شوند که در آن مفاهیم توسط تعاریف رسمی تصریح و ویژگی‌های آنها از طریق استنتاج‌های منطقی بازسازی می‌شوند (Tall, 1992). این تغییرات را می‌توان نوعی انتقال از تفکر ریاضی مقدماتی به تفکر ریاضی پیشرفته و همچنین حرکت از توصیف به سمت تعریف و از متقاعد شدن به سمت اثبات کردن به شیوه منطقی و بر اساس تعاریف دانست (Tall, 2002). برای مثال، درخصوص اثبات کردن، کلارک و لاوریک (Clark & Lovric, 2008) دریافتند که در سطح دانشگاهی تغییری در ماهیت اشیای ریاضی، تغییری در نوع استدلالی که در خصوص آن اشیاء صورت می‌گیرد و چرخشی از زبان غیررسمی به زبان رسمی صورت می‌پذیرد.

مطالعات بسیاری درباره مشکلات فرهنگی، اجتماعی و علمی که در فرایند این انتقال رخ می‌دهد، انجام شده است (Clark & Lovric, 2009; Guedet, 2008; Selden, 2011; Bardelle & Di Martino, 2012). اغلب مطالعات نشان می‌دهند که دانشجویان، به‌ویژه کسانی که تازه از دبیرستان وارد دانشگاه می‌شوند، در زمینه بسیاری از فرایندهای ریاضی با مشکلات جدی مواجه هستند (Selden, 2012; Bardelle & Di Martino, 2011). در بسیاری از کشورها با ورود به دانشگاه، رویکرد محاسباتی و حل مسئله‌ای در دروس ریاضی جای خود را به رویکردی می‌دهد که بیشتر مبتنی بر اثبات است (Selden, 2011). یکی از انتظارات استادان و آموزشگران ریاضی آن است که دانشجویان سعی کنند اثبات قضایای ارائه شده در کتاب‌های درسی خود را بفهمند و ایده‌های موجود در فرایند اثبات مد نظر را درک کنند و همچنین از ایده‌ها و روش‌های به کار رفته در فرایند اثبات یاد بگیرند و اینکه تا چه اندازه این هدف آموزشی محقق می‌شود، تا اندازه‌ای ناشناخته است و به نظر می‌رسد که این ناشناخته بودن تا حدودی به دلیل نبود ابزارهای ارزیابی مناسب درخصوص درک دانشجویان از مفاهیم و فرایندهای ریاضی است (Mejia-Ramos, Fuller, Weber, Rhoads & Samkoff, 2012; Selden, 2011).

یکی از روش‌هایی که می‌تواند درخصوص شناسایی مشکلات دانشجویان مؤثر باشد و در عین حال، آموزشی مناسب در زمینه اهداف مد نظر به همراه داشته باشد، اجرای ارزیابی مناسب است. در واقع، ارزیابی و آموزش می‌توانند رابطه‌ای متقابل با یکدیگر داشته باشند. تحقیقات نشان می‌دهند که ارزیابی می‌تواند به‌عنوان ابزاری برای ارتقای کیفیت آموزش ریاضی استفاده شود، به‌گونه‌ای که بهبود و توسعه ارزیابی موجب بهبود آموزش باشد (Van den Heuvel-Panhuizen, Kolovou, & Peltenburg, 2011; Wang, 2010, 2014). ارزیابی پویا یکی از انواع ارزیابی است که می‌تواند به‌منظور توسعه مداخلات آموزشی و کمک به آموزش یادگیرندگان استفاده شود. این ارزیابی دو ویژگی عمده دارد: یکی اینکه می‌تواند برای افراد فرصت یادگیری را فراهم سازد و دیگر اینکه شامل آموزش و بازخورد است

(Elliott, 2003). در مطالعه حاضر سه هدف اصلی مد نظر بود: ۱. ارزیابی دانشجویان سال اول رشته ریاضی در خصوص استفاده از یک قضیه ریاضی در حل یک مسئله ریاضی؛ ۲. مقایسه عملکرد دانشجویان در ارزیابی قلم - کاغذی و ارزیابی پویا مبتنی بر بازخورد؛ ۳. بررسی نگرش دانشجویان به ارزیابی پویا.

### ادبیات نظری و پیشینه

در این بخش به برخی از مطالعات انجام شده درباره انتقال دانشجویان از دبیرستان به دانشگاه و نقش ارزیابی پویا در عرصه آموزش اشاره شده است.

**انتقال از دبیرستان به دانشگاه:** در دهه‌های اخیر، انتقال از دوره دبیرستان به دانشگاه یکی از مشکلات اصلی و موضوع گسترده‌ای در تحقیقات آموزش ریاضی به‌شمار می‌رود. دانشجویان، ریاضیدانان و آموزشگران مشکلاتی را که دانشجویان در ریاضیات پیشرفته با آن مواجه‌اند، تأیید کرده‌اند (Gueudet, 2008; Selden, 2011; Bardelle & Di Martino, 2012).

در سال‌های اخیر بسیاری از دانشگاه‌ها در تلاش هستند تا در خصوص دروس ریاضی مرحله انتقال به آموزش عالی را با انجام دادن اقداماتی به آرامی طی کنند، اقداماتی مانند ارائه دروس مناسب برای دانشجویان ورودی، کاهش محتوای برخی از دروس ریاضی و هماهنگی سبک تدریس دانشگاه با دبیرستان که در بسیاری موارد نتیجه مؤثری به‌دست نیامده است (Bardelle & Di Martino, 2012). گوئدت (Gueudet, 2008) معتقد است که شفاف‌سازی مشکلات دانشجویان قدم اول برای طراحی فعالیت‌های مرتبط آموزشی است. او نیاز به شناسایی دلایل مشکل و طراحی مدلی برای مشکلات دانشجویان در ریاضی را پیشنهاد می‌کند که ممکن است سبب توسعه فعالیت‌های آموزشی مناسب در سطح گسترده شود. البته، واضح است که آگاهی از تمام نیازهای فردی دانشجویان تقریباً ناممکن به نظر می‌رسد و نیازمند بررسی تعداد زیادی از دانشجویان سال اول و ارائه واحدهای حضوری است. برخی از تحقیقات نشان می‌دهند که فضای فناوری اطلاعات و ارتباطات<sup>۵</sup> می‌تواند در مرحله انتقال به دانشجویان کمک کند تا یادگیری مستقل را بیاموزند و برخی از نیازهای آموزشی خود را برطرف کنند (Selden, 2011; Bardelle & Di Martino, 2012). همچنین به‌طور خاص، یادگیری الکترونیکی به‌عنوان نوعی از یادگیری در محیط فناوری اطلاعات و ارتباطات ممکن است شرایطی را برای شخصی‌سازی روش‌های یادگیری فردی به همان خوبی شرکت در فعالیت‌های گروهی فراهم آورد (Selden, 2011; Roy, 2011; Alcock & Inglis, 2010; Alcock & Wilkinson, 2011). سیستم‌های الکترونیکی این قابلیت را دارند که دانشجویان را در فرایند یادگیری راهنمایی کنند و ارتباط متقابل با آنها داشته باشند، پاسخ‌های آنان را ارزیابی کنند و عکس‌العمل فردی به آنان بدهند و سیستم یادگیری مناسب را به آنها پیشنهاد کنند (Alcock, 2009; Alcock & Wilkinson, 2011). اگرچه دوره انتقال و استفاده از فناوری به‌طور

گسترده در آموزش ریاضی بررسی شده‌اند، تحقیقات اندکی درباره نقش فناوری در کمک به دانشجویان در مرحله انتقال به آموزش عالی وجود دارد (Bardelle & Di Martino, 2012).  
**ارزیابی پویا:** نوعی از ارزیابی‌های مؤثر که می‌تواند موجب توسعه و ارتقای یادگیری فراگیران شود، ارزیابی پویاست. ارزیابی پویا شامل فرایندهای ارزیابی، آموزش و بازخورد است و شرایط تعامل یادگیرندگان و ارزیابی در این محیط فراهم می‌شود که می‌تواند برای افراد فرصت یادگیری را فراهم سازد (Elliott, 2003). مبنای ارزیابی پویا نظریه "منطقه تقریبی رشد"<sup>۶</sup> است که اولین بار ویگوتسکی آن را برای نشان دادن تفاوت سطح شناختی یادگیرندگان در رسیدن به اهداف آموزشی با و بدون کمک دیگران معرفی کرد (Wang, 2014). بر اساس دیدگاه ویگوتسکی (Vygotsky, 1998) این نوع از ارزیابی برای نمایان کردن توانایی یادگیری و توسعه یادگیری طراحی می‌شود.

معمولاً دو شکل از ارزیابی پویا شامل شکل ساندویچ<sup>۷</sup> و شکل کیک<sup>۸</sup> وجود دارد که هر دو شکل در قالب "آزمون، آموزش-آزمون مجدد" اجرا می‌شوند. ارزیابی پویا به شکل ساندویچ بدین معناست که آموزش بین پیش‌آزمون و پس‌آزمون انجام می‌گیرد و بنابراین، فرایندی شبیه یک ساندویچ شکل می‌گیرد. در ارزیابی پویا به شکل کیک ارزیابی همیشه به شکل فردی اجرا می‌شود و افراد آموزش را از طریق پاسخگویی به سؤالات یکی پس از دیگری دریافت می‌کنند؛ موقعی که شخص به یک سؤال پاسخ نادرست می‌دهد، مجموعه راهنمایی‌هایی<sup>۹</sup> که او دریافت می‌کند، شبیه لایه‌های کیک هستند. در بسیاری از موارد مجموعه راهنمایی‌ها برای همه افراد یکسان و چیزی که متفاوت است، تعداد راهنمایی‌هایی است که هر فرد دریافت می‌کند (Sternberg & Grigorenko, 2001). تفاوت اصلی ارزیابی به شکل ساندویچ و کیک در آن است که "آموزش" و "ارزیابی" در شکل ساندویچ مجزا هستند، اما این دو فرایند در ارزیابی به شکل کیک با هم ترکیب شده‌اند.

ارزیابی پویای کامپیوتری<sup>۱۰</sup> مدلی مداخله‌گر همراه با وساطت‌هایی است که از فهرستی شامل سرخ‌ها و هدایت‌های از پیش تعیین شده و سؤالات مرحله به مرحله تشکیل شده است و می‌تواند خطای یادگیرندگان را پیگیری کند و در قبال این خطاها تکلیف آموزشی را برای اصلاح آنها ارائه دهد. در این ارزیابی نوع وساطت‌ها از طریق ماهیت خطاهای آزمودنی مشخص می‌شود (Lantolf & Poehner, 2004). در ارزیابی در محیط فناوری اطلاعات و ارتباطات می‌توان فعالیت‌هایی را اجرا و مهارت‌هایی را ارزیابی کرد که از طریق آزمون قلم- کاغذی نمی‌توان به آن دست یافت؛ برای مثال، نتایج تحقیقات نشان می‌دهد که ویژگی تعاملی<sup>۱۱</sup> محیط کامپیوتر که در شکل ارزیابی قلم-کاغذی وجود ندارد، می‌تواند بر عملکرد

6. Zone of Proximal Development (ZPD)

7. Sandwich Format (SF)

8. Cake Format (CF)

9. Hint

10. Computerized – Dynamic Assessment (C- DA)

11. Interactional

یادگیرندگان تأثیر بگذارد و نتایج مفیدی را ارائه دهد (Burkhardt & Pead, 2003; Hanafizadeh, & Hoda Pour, 2008). وانگ (Wang, 2011) درباره تأثیر ارزیابی پویای الکترونیکی بر عملکرد دانش‌آموزان مقطع متوسطه بررسی و در پاسخ به عمل یادگیرندگان در سؤالات ارزیابی، بازخوردهایی را ارائه کرد و به این نتیجه دست یافت که این نوع ارزیابی می‌تواند علاوه بر بررسی عملکرد دانش‌آموزان، به بهبود یادگیری آنها نیز کمک کند. همچنین تحقیقات نشان می‌دهد که یادگیری الکترونیکی در قالب ارزیابی فرصتی را برای ارزیابی فردی مداوم ایجاد می‌کند (Bardelle & Ferrari, 2010) و در انگیزه و نگرش فرد و دانستن اینکه تا چه اندازه قدم به قدم پیشرفت داشته است، تأثیر مثبت می‌گذارد (Bardelle & Di Martino, 2012; Wang, 2010, 2014).

یکی از اهداف مطالعه حاضر بررسی تأثیر ارزیابی پویای الکترونیکی بر عملکرد دانشجویان سال اول رشته ریاضی در آزمون و همچنین نگرش آنها به این نوع ارزیابی بود. لذا، طراحی ارزیابی پویا بر اساس اصول ارزیابی به شکل کبک و با استفاده از کامپیوتر صورت گرفت و سیستم ارزیابی رهنمودهای درجه‌بندی شده<sup>۱۲</sup> مبنای طراحی ارزیابی پویا در نظر گرفته شد. این سیستم که کمپون<sup>۱۳</sup> آن را پیشنهاد کرد، تعامل بین آزمودنی و آزمون‌گیرنده را برجسته می‌سازد و تأکید می‌کند هنگامی که فراگیران در حل مسائل مشکل دارند، آزمون‌گیرنده برای کشف یا به‌کارگیری برخی قوانین به‌منظور حل مسئله از طریق واسطه مرحله به مرحله به فراگیر کمک می‌کند (Poehner, 2008).

## روش پژوهش

در این مطالعه پارادایم اصالت عمل (عمل‌گرایی)<sup>۱۴</sup> (Creswell, 2009; Tashakkori & Teddlie, 2013) انتخاب شد تا بتوان از هر دو رویکرد کمی و کیفی برای جمع‌آوری داده‌ها استفاده کرد. این پارادایم به رویکرد خاصی (کیفی یا کمی) برای جمع‌آوری داده وابسته نیست و تلاش می‌شود از شیوه‌های مختلف برای جمع‌آوری اطلاعات درباره سؤالات پژوهش استفاده شود. در این مطالعه پژوهشگران به دنبال کسب دانش و واقعیت موجود در ذهن دانشجویان بودند و برای به‌دست آوردن اطلاعات کامل‌تر و بررسی دیدگاه دانشجویان درباره درک پدیده و مسائل پیرامون آن از رویکردهای مختلف استفاده کردند.

جمع‌آوری و تحلیل داده‌ها و همچنین استنباط نتایج، با مرتبط ساختن دو رویکرد کمی و کیفی در قالب روش پژوهش ترکیبی صورت گرفت (Creswell, 2009). روش کمی استفاده شده روش توصیفی بود (Gal, Burg & Gal, 2003)؛ بدین معنا که داده‌های کمی، داده‌های حاصل از عملکرد دانشجویان در ارزیابی‌های قلم-کاغذی و پویا هستند. همچنین در این مطالعه از طرح شبه آزمایشی استفاده شد؛ این طرح روشی از پژوهش است که با یک گروه، بدون گروه کنترل، در قالب پیش‌آزمون و پس‌آزمون صورت

12. Graduated Prompting Assessment (GPA)

13. Campione

14. Pragmatic

می‌گیرد (Sarmad, Bazargan & Hejazi, 2008). در مطالعه حاضر عملکرد دانشجویان در ارزیابی قلم-کاغذی به‌عنوان پیش‌آزمون و عملکرد دانشجویان در ارزیابی پویا به‌عنوان عملکرد آنها در پس‌آزمون در نظر گرفته شد. متغیر مستقل در این مطالعه ارائه بازخوردها در ارزیابی پویا بود.

جامعه آماری دانشجویان ترم اول رشته ریاضی (۱۱۰ نفر) در یکی از دانشگاه‌های دولتی کشور بود. دلیل انتخاب دانشجویان ترم اول آن بود که بر طبق نتایج برخی از تحقیقات (Tall, 2002; Alcock, 2009; Anapa & Şamkar, 2010; Selden, 2011) به نظر می‌رسید انتظار استادان و تصور آنها از این دانشجویان به‌گونه‌ای است که طبق روند ریاضیات پیشرفته، آنها باید بتوانند در ارائه استدلال‌ها و اثبات‌های منطقی از توانایی لازم برخوردار باشند. گاهی ناآگاهی از فرایند شناختی دانشجویانی که با تفکر ریاضیاتی مقطع دبیرستان تربیت شده‌اند، مشکلاتی را هم برای دانشجویان در زمینه یادگیری و هم برای استادان در خصوص آموزش مفاهیم ریاضی ایجاد می‌کند. تعداد افراد نمونه ۳۵ نفر بود که با توجه به اهداف مطالعه، زمان، هزینه و امکانات، روش نمونه‌گیری در دسترس و هدفمند استفاده شد (Gal et al., 2003). در ترم اول فقط دو کلاس ریاضی عمومی متشکل از دانشجویان رشته ریاضی در دانشکده ریاضی وجود داشت که از هر کلاس به ترتیب ۱۶ و ۱۹ نفر برای شرکت در مطالعه داوطلب شدند که تعداد زنان ۲۰ نفر و تعداد مردان ۱۵ نفر بود. پس از اجرای ارزیابی قلم-کاغذی، ارزیابی پویا و مقایسه داده‌های به‌دست آمده از این دو ارزیابی، برای بررسی عمیق‌تر تأثیر ارزیابی پویا و همچنین تأثیر ارائه پیام‌ها و بازخوردها در ارزیابی پویا بر عملکرد دانشجویان، تعداد ۱۰ نفر از آنها برای مصاحبه‌ای نیمه ساختار یافته انتخاب و دعوت شدند. انتخاب این افراد از میان دانشجویانی بود که نوع پاسخ‌های آنها در دو نوع ارزیابی قلم-کاغذی و پویای الکترونیکی از نظر درستی یا نادرستی متفاوت بود؛ به بیان دیگر، دانشجویانی که درصد فراوانی پاسخ‌های درست آنها در ارزیابی پویای الکترونیکی به‌طور معنادار نسبت به ارزیابی قلم-کاغذی افزایش یافته یا دانشجویانی که درصد فراوانی پاسخ درست یا نادرست آنها در دو ارزیابی تغییری نکرده بود، برای بررسی عمیق‌تر ارزیابی شدند. در خصوص جمع‌آوری داده‌های کیفی از جمله مصاحبه تعداد ۴ تا ۱۰ شرکت کننده برای یک مطالعه پژوهشی کیفی کافی است (Eisenhardt, 1989).

گفتنی است که مطالعه حاضر قسمتی از پژوهش رساله دکتری است. در واقع، سؤالات ارزیابی قلم-کاغذی و ارزیابی پویا بر اساس برخی از مطالعات (Conradie & Frith, 2000; Mejia-Ramos et al., 2012; Wang, 2014) و با هدف بررسی توانایی دانشجویان در برقراری ارتباط بین قضیه "تعمیم یافته مقدار میانگین کوشی" (ارائه شده در ارزیابی قلم - کاغذی و ارزیابی پویا) (جدول ۱) و سایر قضایای ریاضی در موقعیت حل مسئله طراحی شد که به دلیل محدودیت صفحات مقاله فقط بخشی از آنها ارائه شده است.

جدول ۱- قضیه تعمیم یافته مقدار میانگین کوش

قضیه A: اگر توابع  $f(x)$  و  $g(x)$  بر بازه  $[a, b]$  پیوسته و بر بازه  $(a, b)$  مشتق پذیر باشند و اگر به ازای هر  $x$  متعلق به بازه  $(a, b)$  داشته باشیم  $g'(x) \neq 0$ . آن گاه نقطه‌ای مانند  $k$  متعلق به بازه  $(a, b)$  هست، به طوری که

$$\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \frac{f'(k)}{g'(k)}$$

هر کدام از سؤالات ارزیابی هدف مشخصی داشت و هدف از سؤال مد نظر در این مطالعه (جدول ۲) آن بود که دانشجو بتواند فرض و حکم یک قضیه ریاضی را به خوبی شناسایی و درک کند و شرایط قضیه را در حل مسئله تشخیص دهد. گفتنی است در ارزیابی قلم - کاغذی نیز همین سؤال، ولی به صورت تشریحی بیان شده است.

جدول ۲- سؤال مورد نظر در ارزیابی پویا

در پاسخ به سؤال زیر، ۴ دانشجو ۴ پاسخ متفاوت داده‌اند. فکر می‌کنید پاسخ کدام یک صحیح است؟ سؤال: کدام یک از جفت توابع ارائه شده در قسمت الف و ب بر بازه داده شده، در قضیه A صدق می‌کنند؟ توابع  $f(x)$  و  $g(x)$  را به ترتیب همان توابع بیان شده با شرایط مذکور در قضیه A در نظر بگیرید و دلیل انتخاب خود را توضیح دهید.

الف)  $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x < 1 \\ 2 - x, & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$  و  $g(x) = x + 1$  در بازه  $[0, 2]$

ب)  $f(x) = (x + 1)^2$  و  $g(x) = x^2 - 1$  در بازه  $[0, 2]$

پاسخ دانشجوی A) توابع الف و ب هر دو در شرایط قضیه A صدق می‌کنند.

پاسخ دانشجوی B) توابع ب در شرایط قضیه A صدق می‌کنند، اما توابع الف در شرایط قضیه A صدق نمی‌کنند.

پاسخ دانشجوی C) توابع الف در شرایط قضیه A صدق می‌کنند، اما توابع ب در شرایط قضیه A صدق نمی‌کنند.

پاسخ دانشجوی D) هیچ کدام از جفت توابع الف و ب در شرایط قضیه A صدق نمی‌کنند.

پس از بررسی قضایای ریاضی در کتاب ریاضیات عمومی (Adams, 2007) و همچنین مشورت با تعدادی از استادان ریاضی قضیه "تعمیم یافته مقدار میانگین کوشی" برای هر دو نوع ارزیابی انتخاب شد. این قضیه مفاهیم حد، پیوستگی و مشتق را که از مفاهیم اساسی در ریاضیات دانشگاهی هستند، پوشش می‌دهد. البته، در ارزیابی‌ها این قضیه با عنوان قضیه A به دانشجویان ارائه شد. بعد از اجرای ارزیابی قلم-کاغذی با فاصله ۳۰ دقیقه، ارزیابی پویا اجرا شد. این ارزیابی که به صورت الکترونیکی و آنلاین برگزار شد، با استفاده از نرم‌افزار ویژوال سی شارپ<sup>۱۵</sup> طراحی شد. طراحی ارزیابی پویا بر اساس اصول ارزیابی به شکل کیک (Sternberg & Grigorenko, 2001) و با استفاده از کامپیوتر صورت گرفت و سیستم ارزیابی رهنمودهای درجه‌بندی شده مبنای طراحی ارزیابی پویا در نظر گرفته شد (Poehner, 2008).

ارزیابی پویا شامل همان سؤالات ارزیابی قلم-کاغذی، اما به صورت چندگزینه‌ای بود. طراحی این گزینه‌ها و بازخوردهای مربوط بر اساس نتایج یافته‌های تحقیقات قبلی صورت گرفت (Anapa & Şamkar, 2010; Harel & Sowder, 2007; Weber, 2004; Yang & Lin, 2008; Mejia-Ramos et al., 2012; Reyhani, Fathollahi & Kolahdouz, 2015)

تعداد پیام‌هایی (بازخوردهایی) که دانشجویان در این ارزیابی با انتخاب هر گزینه دریافت می‌کنند، یکسان نیست. در واقع، آزمون الکترونیکی به گونه‌ای طراحی شده است که در هر سؤال با انتخاب هر گزینه پیامی هماهنگ با هدف آن گزینه به دانشجو ارائه می‌شود. پیام‌ها مرحله به مرحله دانشجو را به انتخاب پاسخ صحیح هدایت می‌کنند. برخی از این پیام‌ها صرفاً انتخاب دانشجو را تأیید یا با ارائه توضیحاتی درباره دلیل انتخاب نادرست، آن انتخاب را رد می‌کنند. برخی از پیام‌ها نیز به صورت سؤالاتی مطرح می‌شوند که دانش و عملکرد دانشجو را در خصوص برخی مفاهیم مرتبط با سؤال مد نظر ارزیابی کنند. به طور کلی، پیام‌ها جنبه آموزشی یا تشخیصی دارند. بازخوردهای طراحی شده در چند مرحله ویرایش شد. ابتدا این بازخوردها را سه استاد ریاضی بازبینی کردند و سپس، بر اساس نظرهای آنها سؤالات و بازخوردها اصلاح شد (جدول ۳). در فرایند ارزیابی پویا اگر دانشجو گزینه نادرست را انتخاب کند، ابتدا دلیل نادرستی آن گزینه بیان (پیام آموزشی) و سپس، درباره گزینه صحیح و جزئیات آن سؤالات چند گزینه‌ای دیگر برای بررسی عمیق‌تر درک دانشجویان از حل مسئله و انتخاب گزینه مد نظر مطرح می‌شود (پیام تشخیصی) که مجدداً با انتخاب هر گزینه دانشجو یک پیام (بازخورد) آموزشی یا تشخیصی دریافت می‌کند. با انتخاب هر گزینه در پاسخ به سؤال مد نظر، دانشجو مسیری را طی می‌کند که شامل حداقل دو پیام آموزشی و دو پیام تشخیصی است. برای نمونه، بخشی از بازخوردهای ارائه شده در ارزیابی پویا به دانشجویی که در پاسخ به سؤال مد نظر "پاسخ دانشجوی C" را انتخاب می‌کند، در جدول ۳ ارائه شده است.

### جدول ۳- قسمتی از بازخوردهای ارائه شده به دانشجویان در پاسخ به سؤال در ارزیابی پویا

پاسخ دانشجوی C پاسخ صحیحی نیست. اگر دقت کنید، هر دو تابع در قسمت B در شرایط قضیه A صدق می‌کنند، زیرا فرض قضیه برای هر دو تابع  $f$  و  $g$  برقرار است. در واقع، هر دو در بازه مد نظر پیوسته و مشتق پذیر هستند و  $g'(x) \neq 0$ . اما تابع در قسمت الف در شرایط قضیه A صدق نمی‌کند. مجدداً به توابع دقت کنید.

الف)  $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x < 1 \\ 2-x, & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$  و  $g(x) = x + 1$  در بازه  $[0, 2]$

ب)  $f(x) = (x + 1)^2$  و  $g(x) = x^2 - 1$  در بازه  $[0, 2]$

به نظر شما در قسمت الف، تابع  $f$  کدام یک از شرایط قضیه A را ندارد؟

گزینه ۱) تابع  $f$  در یکی از نقاط دامنه مشتق پذیر نیست.

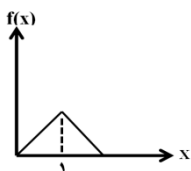
گزینه ۲) مشتق تابع  $f$  در یکی از نقاط دامنه برابر صفر می‌شود.

گزینه ۳) تابع  $f$  در یکی از نقاط دامنه پیوسته نیست.



در بازخورد به گزینه ۱ در سطر بالا پیام زیر ظاهر می‌شود؛ به عبارت دیگر، اگر دانشجو گزینه ۱ را در سطر بالا انتخاب کند، پیام زیر ظاهر می‌شود):

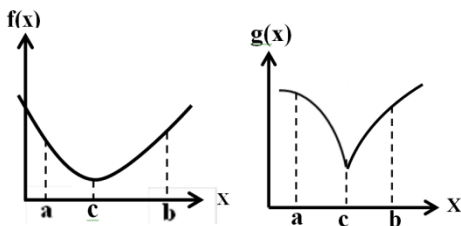
حق با شماست، تابع  $f$  در قسمت الف در شرایط قضیه A صدق نمی‌کند. با توجه به شکل تابع  $f$  مشاهده می‌کنیم که تابع  $f$  در نقطه  $x = 1$  مشتق‌پذیر نیست.



(سپس، سؤال دیگری از دانشجو ولی با همان هدف سؤال مد نظر پرسیده می‌شود)

و اما یک سؤال، فکر می‌کنید در شکل زیر توابع  $f$  و  $g$  در شرایط قضیه A صدق می‌کنند؟ (توابع  $f$  و  $g$  را به ترتیبی که در صورت قضیه A آمده است، در نظر بگیرید)

گزینه ۱) بله گزینه ۲) خیر



(بازخورد به گزینه ۱؛ بله):

اگر بیشتر تأمل کنیم، مشاهده می‌کنیم که تابع  $g$  با شرایط قضیه A منطبق نیست.

دقت کنید که بر اساس شکل، در تابع  $g$  کدام یک از شرایط قضیه A وجود ندارد؟

گزینه ۱) تابع  $g$  در نقطه  $c$  مشتق‌پذیر نیست که این موضوع نشان می‌دهد فرض قضیه A برقرار نیست، پس ممکن است حکم قضیه نیز برقرار نباشد.

گزینه ۲) مشتق تابع  $f$  در نقطه  $c$  برابر صفر است که این موضوع نشان می‌دهد فرض قضیه A برقرار نیست، پس ممکن است حکم قضیه نیز برقرار نباشد.

گزینه ۳) با توجه به شکل، درمی‌یابیم که  $g'(x) = 0$  و این موضوع نشان می‌دهد فرض قضیه A برقرار نیست، پس ممکن است حکم قضیه نیز برقرار نباشد.

(بازخوردها ادامه دارد و به دلیل محدودیت صفحات مقاله، ادامه بازخوردها ذکر نمی‌شود).

شایان ذکر است که هنگام پاسخگویی دانشجویان به سؤالات هر دو نوع ارزیابی، برگه‌ای شامل برخی از مفاهیم مرتبط با قضیه مد نظر از جمله مفاهیم پیوستگی و مشتق‌پذیری به دانشجویان ارائه شد تا بتوان در حدی تأثیر دانش قبلی در پاسخگویی دانشجویان به سؤالات ارزیابی را کاهش داد. همچنین پس از اجرای ارزیابی پویا مصاحبه‌ای نیمه ساختار با ۱۰ نفر از دانشجویان برای بررسی نگرش آنها به ارزیابی پویا و تأثیر دریافت پیام‌ها انجام گرفت. در مصاحبه سؤالی که از هر دانشجو درباره ارزیابی پویا پرسیده شد این بود که " نظر تان درباره ارزیابی الکترونیکی چیست؟ و آیا پیام‌ها و بازخوردهایی که در ارزیابی الکترونیکی

دریافت می‌کردید، در پیشرفت کار شما تأثیر داشت یا نه". هنگام توضیح دانشجویان در طی مصاحبه، چنانچه از نظر مصاحبه‌کننده ابهام یا واقعیت پنهانی وجود داشت، از دانشجو سؤالات مرتبط پرسیده می‌شد و بررسی عمیق‌تر صورت می‌گرفت.

روش‌های مختلفی برای بررسی روایی ابزار وجود دارد که در مطالعه حاضر از بین روش‌های موجود (سازه<sup>۶</sup>، پیش‌بین<sup>۷</sup>، محتوا<sup>۱۸</sup> و همزمان<sup>۱۹</sup>) روایی محتوا برای بررسی اعتبار و کیفیت ابزار گردآوری داده‌های کمی استفاده شد. روایی محتوا بیانگر آن است که آیا ابزار جمع‌آوری داده‌ها معرف همه مفهوم و محتوایی است که باید اندازه‌گیری شود (Sarmad, Bazargan & Hejazi, 2008)؟ بدین منظور، سؤالات ارزیابی قلم-کاغذی و بازخوردهای ارزیابی پویا به سه نفر از استادان ریاضی برای بررسی محتوای سؤالات با توجه به اهداف مطالعه کلی ارائه و طبق نظرهای آنها برخی تغییرات اعمال شد. همچنین برای اطمینان از روایی یافته‌ها از روش همسوسازی<sup>۲۰</sup> داده‌ها استفاده شد. فرایند همسوسازی داده‌ها شامل به‌کارگیری شیوه‌های مختلف جمع‌آوری داده‌ها یا تحلیل‌گران یا نظریه‌هایی است که به‌منظور بررسی اعتبار یافته‌ها به‌کار برده می‌شود (Gal et al., 2003). در مطالعه حاضر بررسی درک دانشجویان با استفاده از ارزیابی قلم-کاغذی و ارزیابی پویا انجام شد و در نهایت، برای بررسی دقیق‌تر کارکرد این ابزار با برخی از مشارکت‌کنندگان مصاحبه به عمل آمد.

علاوه بر روایی، پایایی ابزار اندازه‌گیری نیز در پژوهش کمی اهمیت دارد، زیرا عمدتاً به دقت و کیفیت نتایج حاصل از آن اشاره می‌کند. روش‌های تعیین پایایی متنوع‌اند (آلفا، دونیمه کردن، گاتمن و موازی) (Sarmad, Bazargan & Hejazi, 2008). روش‌های دونیمه کردن<sup>۲۱</sup> و آلفای کرونباخ جزو روش‌های بررسی همبستگی درونی در ارزیابی پایایی ابزار مد نظر هستند. برای بررسی پایایی آزمون درک اثبات از هر دو روش استفاده شد تا همبستگی درونی بین سؤالات آزمون ارزیابی شود. روش دونیمه کردن روشی است که آزمون یا پرسشنامه مد نظر با گروه واحدی از شرکت‌کنندگان در پژوهش استفاده می‌شود (Nath, 2013). در مطالعه حاضر ضریب پایایی آزمون به روش دونیمه کردن ۰/۷۰ و به روش آلفای کرونباخ ۰/۸۰ است. مقدار این ضرایب بیانگر آن است که همبستگی درونی سؤالات آزمون تقریباً مناسب است.

برای تحلیل داده‌های کمی از شیوه‌های تحلیل توصیفی و آمار استنباطی و برای تحلیل داده‌های کیفی از تحلیل محتوایی داده‌های به‌دست آمده از مصاحبه استفاده شد. در مرحله اول داده‌های به‌دست آمده از ارزیابی قلم-کاغذی و ارزیابی پویا (مبتنی بر بازخورد) به‌صورت کمی بررسی شدند. بدین منظور از آمار

- 
- 16. Construct Validity
  - 17. Predictive
  - 18. Content
  - 19. Concurrent
  - 20. Triangulation
  - 21. Split-Half

توصیفی برای بررسی فراوانی پاسخ دانشجویان به هر سؤال در دو ارزیابی مذکور و همچنین از آمار استنباطی برای مقایسه فراوانی نوع پاسخ‌ها در هر دو ارزیابی استفاده شد. هدف از به‌کارگیری آمار استنباطی این بود که تغییر عملکرد دانشجویان در ارزیابی پویا نسبت به ارزیابی قلم-کاغذی به‌طور دقیق بررسی شود. پاسخ‌های دانشجویان به سؤالات ارزیابی قلم-کاغذی نیز کدگذاری شدند (جدول ۴).

جدول ۴- کدگذاری پاسخ به سؤالات ارزیابی قلم-کاغذی

کد اختصاص یافته به پاسخ مد نظر	نوع پاسخی که دانشجویان به سؤالات ارزیابی قلم-کاغذی داده‌اند.
۴	پاسخ درست
۳	پاسخ ناقص با اطلاعات زیاد
۲	پاسخ ناقص با اطلاعات کم
۱	پاسخ نادرست
۰	بدون پاسخ

منظور از پاسخ درست؛ یعنی پاسخی که به‌طور کامل درست است و تمام اطلاعات مورد نیاز برای حل مسئله را دانشجو ارائه کرده است. منظور از پاسخ ناقص با اطلاعات زیاد؛ یعنی پاسخی که کامل نیست، ولی دانشجو بسیاری از مراحل راه‌حل را ارائه کرده، اما به جواب درست دست نیافته است. پاسخ ناقص با اطلاعات کم؛ یعنی پاسخی که کامل نیست، اما دانشجو به اختصار به برخی از موارد درخصوص حل مسئله اشاره کرده است. پاسخ نادرست؛ یعنی هیچ اطلاعات درستی در پاسخ دانشجو به سؤال مد نظر مشاهده نمی‌شود و بدون پاسخ؛ یعنی دانشجو هیچ پاسخی به سؤال نداده است. همچنین پاسخ دانشجویان و مسیری که با انتخاب هر گزینه در ارزیابی پویا طی می‌کنند، کدگذاری شد (جدول ۵).

جدول ۵- کدگذاری پاسخ دانشجویان به سؤالات چند گزینه‌ای در ارزیابی پویا

کد اختصاص یافته به پاسخ مد نظر	تعداد انتخاب‌های نادرست دانشجویان در طول مسیر پاسخ به سؤالات
۵	تمام انتخاب‌ها درست
۴	فقط یک انتخاب نادرست
۳	دو انتخاب نادرست
۲	سه انتخاب نادرست
۱	بیش از سه انتخاب نادرست

همچنین پاسخ دانشجویان بعد از مصاحبه تحلیل شد. رویکرد تحلیل داده‌ها رویکرد استقرایی<sup>۲۲</sup> بود (Wildemuth, 2009). در این رویکرد با بررسی دقیق، اجزای ساختار متن نوشتاری مصاحبه؛ یعنی واژه‌ها و مفاهیم و اصطلاحات و میزان تکرارشان شمارش و بررسی می‌شود تا الگوهای موجود در یافته‌ها کشف شود (Karimi & Nasr, 2012). بدین منظور فایل‌های صوتی بررسی و بر روی کاغذ پیاده شدند و پس از فرایند کدگذاری اجزای ساختار متن، مقوله‌های کلی تری از مجموعه کدها استخراج شد. در مصاحبه سعی بر آن بود که نگرش دانشجویان درخصوص ارزیابی پویا بررسی شود.

### یافته‌ها

عملکرد دانشجویان در هر دو نوع ارزیابی بر اساس جدول‌های ۴ و ۵ کدگذاری شد و فراوانی نوع پاسخ دانشجویان به هر سؤال در دو نوع ارزیابی به دست آمد که با توجه به هدف مطالعه صرفاً عملکرد دانشجویان در هر دو آزمون قلم-کاغذی و پویا در سؤال مد نظر در جدول ۶ ارائه شده است.

جدول ۶- فراوانی پاسخ دانشجویان به سؤال مد نظر در ارزیابی قلم-کاغذی و ارزیابی پویا

کد پاسخ‌ها	فراوانی پاسخ‌ها به سؤال	
۰	۶	کد اختصاص یافته به پاسخ مورد نظر در ارزیابی قلم-کاغذی
۱	۸	
۲	۳	
۳	۵	
۴	۱۳	
	مجموع = ۳۵	
۱	۳	کد اختصاص یافته به پاسخ مورد نظر در ارزیابی پویا
۲	۱	
۳	۱۰	
۴	۱۲	
۵	۹	
	مجموع = ۳۵	

در پاسخ به این سؤال، دانشجویان بر اساس قضیه A باید شرایط پیوستگی و مشتق‌پذیری برای توابع ارائه شده در بازه معین و همچنین غیر صفر بودن تابع  $g'(x)$  در هر قسمت از سؤال را بررسی می‌کردند. با توجه به جدول ۶ کمتر از نیمی از دانشجویان در ارزیابی قلم-کاغذی به سؤال مد نظر پاسخ صحیح دادند. پاسخ اغلب دانشجویان به سؤال یادشده، بیانگر ناتوانی آنها در بررسی مشتق‌پذیری و پیوستگی توابع

$f$  و  $g$  در سؤال ارزیابی بود. نتایج تحقیقات در آموزش ریاضی نشان داد که با وجود نقش مهمی که تعریف‌ها و مفاهیم در یادگیری ریاضی و نیز انجام دادن عملیات ریاضی دارند، تعداد زیادی از یادگیرندگان برای درک تعریف‌ها و مفاهیم جدید و کاربرد آنها به‌طور مناسب مشکل دارند و از نقش تعریف‌ها و مفاهیم در حل مسئله و ایجاد اثبات‌ها آگاهی ندارند (Selden, 2011). مور (Moore, 1994) در مطالعه خود در مصاحبه با دانشجویان دریافت گرچه آنها ادعا می‌کنند که تعاریف را می‌دانند، اما بیشتر مواقع نمی‌توانند حتی تعاریف استفاده شده در کلاس درس را به‌درستی بیان یا برای نوشتن اثبات از آنها استفاده کنند. او بیان می‌دارد که برخی از دانشجویان در مطالعه او می‌توانستند تعاریف و مفاهیم را به زبان خودشان بیان کنند، اما در بیان این مفاهیم به زبان ریاضی یا استفاده از نمادهای ریاضی مشکل داشتند. در برخی موارد نیز آنها نمی‌دانستند که چگونه از تعاریف برای رسیدن به ساختار کلی اثبات استفاده کنند. حتی آنها گاهی به‌دلیل نداشتن دانش درباره نمادهای ریاضی، برخی مفاهیم و تعاریف ریاضی را نمی‌فهمیدند.

سلدن (Selden, 2011) اشاره می‌کند که برای استفاده صحیح از یک مفهوم در فرایند اثبات باید تصور مفهومی غنی<sup>۳۳</sup> از آن مفهوم داشت. بنابراین، به نظر می‌رسد که نداشتن تصور مفهومی مناسب از مفاهیم مرتبط با فرایند اثبات می‌تواند در عملکرد دانشجو مؤثر باشد. در مطالعه حاضر نیز تعدادی از دانشجویان از حکم قضیه برای بررسی توابع استفاده و برخی نیز فقط شرط پیوستگی و مشتق‌پذیری توابع را بررسی کرده و شرط  $g'(x) \neq 0$  را بررسی نکرده‌اند. به‌طور کلی، اغلب دانشجویان نتوانستند شرایط قضیه A را در سؤال مد نظر به‌درستی بررسی کنند که اشتباه آنها یا ناشی از دانش ناکافی آنها در خصوص کاربرد تعاریف پیوستگی و مشتق‌پذیری یا ناشی از قایل نشدن تمایز بین استفاده از فرض و حکم قضیه بود (جدول ۷).

#### جدول ۷- نمونه‌ای از پاسخ دانشجویان در ارزیابی قلم کاغذی

نمونه پاسخ ناقص با اطلاعات زیاد (کد ۳): قسمت ب، زیرا تابع چند ضابطه‌ای در الف پیوسته است، اما مشتق پذیر نیست، ولی شرایط برای ب برقرار است.

نمونه پاسخ ناقص با اطلاعات کم (کد ۲): قسمت الف، زیرا در قسمت الف به ازای هر  $x$  در بازه  $(a, b)$ ،  $g'(x) \neq 0$

اما در قسمت ب، به ازای  $x = 0$ ،  $g'(x) = 2 \times 0 = 0$

نمونه پاسخ نادرست (کد ۱): توابع قسمت الف، زیرا

$$\frac{f(2) - f(0)}{g(2) - g(0)} = \frac{0 - 0}{3 - 1}$$

نمونه بدون پاسخ (کد ۰): نمی‌دانم. نمی‌توانم با مثال عددی حل کنم.

بررسی مسیر پاسخگویی دانشجویان در ارزیابی پویا برخی از مشکلات، اشتباهات یا بدفهمی‌های آنها را در خصوص درک اثبات یا مفاهیم پیوستگی و مشتق‌پذیری نشان می‌دهد. در پاسخگویی به سؤال مد نظر،

مشکل برخی از دانشجویان در هر دو ارزیابی در تشخیص مشتق پذیری توابع به خوبی مشخص شد. با وجود این، در ارزیابی پویا بعد از انتخاب گزینه‌های نادرست توسط دانشجویان در پاسخ به سؤال، توضیحاتی به‌عنوان بازخورد به انتخاب نادرست آنها ارائه و سپس، سؤال دیگری با همان هدف از آنها پرسیده شد (جدول ۳). در واقع، محققان به دنبال آن بودند که تأثیر بازخوردهای ارائه شده در سؤال اصلی را بر یادگیری کاربرد مفاهیم پیوستگی و مشتق پذیری در سؤال دیگری بررسی کنند که در این مرحله، اغلب دانشجویان به سؤال جدید در ارزیابی پویا پاسخ درست دادند و در طی مصاحبه‌ای که با برخی از دانشجویان بعد از این ارزیابی انجام شد، اغلب آنها تأثیر بازخوردهای آموزشی را بر روند کار خود تأیید کردند.

بررسی فراوانی پاسخ دانشجویان به ارزیابی پویا در جدول ۶ نشان می‌دهد که ۹ نفر از آنها مسیر پاسخ به سؤال را در ارزیابی پویا به‌درستی طی کردند و به ۱۲ نفر از دانشجویان اختصاص کد ۴ بدین معناست که این افراد یک اشتباه در مسیر پاسخگویی داشته‌اند که اغلب دانشجویان با کد ۴ در ارزیابی پویا، به سؤال دوم (بازخورد ردیابی) درست پاسخ داده بودند. در واقع، آنها به سؤالاتی که در بخش دوم ارزیابی پویا، تأثیر پیام‌های آموزشی قبلی را بر یادگیری کاربرد مفاهیم پیوستگی و مشتق پذیری بررسی می‌کرد، درست پاسخ داده بودند. سپس، با استفاده از آزمون آماری ناپارامتریک ویلکاکسون پاسخ دانشجویان در هر دو ارزیابی قلم-کاغذی و پویا مقایسه شد که در سطح خطای ۵ درصد، سطح معناداری آن  $0/001$  به‌دست آمد. این مقدار از  $0/05$  کمتر است که بیانگر تفاوت معنادار بین پاسخ دانشجویان در ارزیابی قلم-کاغذی و ارزیابی پویاست.

در کنار اجرای ارزیابی پویای الکترونیکی، برای محقق ضرورت داشت که نگرش دانشجویان را به این نوع ارزیابی در مقایسه با ارزیابی قلم-کاغذی بررسی کند تا تأثیر ارزیابی پویای الکترونیکی بر عملکرد دانشجویان از دیدگاه خود آنها مشخص شود. لذا، یکی دیگر از اهداف مطالعه حاضر بررسی نگرش دانشجویان به پتانسیل و کارایی ارزیابی پویای الکترونیکی در یادگیری فرایندهای اثبات ریاضی بود. لذا، پس از بررسی پاسخ دانشجویان به هر دو نوع ارزیابی بعد از گذشت یک هفته، با ۱۰ نفر از آنها مصاحبه شد. در طی مصاحبه اگر از نظر مصاحبه‌کننده توضیحات دانشجو مبهم یا کوتاه بود، با مطرح کردن سؤالات جزئی‌تر بررسی عمیق‌تر صورت گرفت. سپس، متن مصاحبه که توسط مؤلف اول پیاده‌سازی شده بود، مطالعه و نکات و جملات کلیدی آنها استخراج شد.

دانشجویان شرکت‌کننده در مصاحبه هر کدام به نکاتی درباره ارزیابی پویا اشاره کردند که پس از بررسی پاسخ دانشجویان در مصاحبه انجام یافته و فرایند کدگذاری، مقوله‌های کلی‌تری از مجموعه کدها استخراج شد که عبارت‌اند از: "جنبه آموزشی" ارزیابی پویا، رضایت از "بیان دلیل انتخاب اشتباه" در ارزیابی پویا و تأثیر دریافت پیام‌های تأییدی بر "ایجاد انگیزه در پاسخ به سؤالات ارزیابی". هر ۱۰ نفر از دانشجویان که در مصاحبه شرکت کردند، به‌طورکلی، به "جنبه آموزشی" ارزیابی پویا اشاره کردند که نمونه‌ای از نظرهای آنها بیان می‌شود (هر دانشجو با شماره ویژه خود که در مطالعه شرکت داشته است، مشخص شده است).

دانشجوی شماره ۱: "... در ارزیابی الکترونیکی فهمیدم چقدر راحت از کنار جزئیات می‌گذریم. با ارزیابی الکترونیکی در دانشگاه موافقم و خیلی خوبه. به نظرم خوبه در ترم‌های اول سؤالات این‌قدر ریز بشوند، ولی در ترم‌های بالاتر نه. چون در ترم‌های اول ما یاد می‌گیریم و استاد می‌فهمد که دانشجویها اکثراً در کجا مشکل دارند...". دانشجوی شماره ۴: "... با پیام‌هایی که دریافت می‌کردم، نکات جدیدی در مورد آن قضیه یاد گرفتم و این جالب بود؛ یعنی جنبه آموزشی برایم داشت و نکات ریزی را گفته بود...". پنج نفر از دانشجویان نیز به "تأثیر پیام‌ها بر پیشرفت کارشان" اشاره داشتند. دانشجوی شماره ۳: "... بعضی سؤالات را به کمک پیام‌ها بود که توانستم درست جواب بدهم...". دانشجوی شماره ۱۴: "... به نظر من روشی که شما در ارزیابی الکترونیکی پیش گرفتید و با انتخاب گزینه به دانشجو پیام می‌دادید، در پیشرفت کار مؤثر است، چون هر بار دانشجو اشتباه می‌کند، تذکر می‌دهد و دلیلش را می‌گوید و پله پله دانشجو را تا مقصد می‌رساند".

هر ۱۰ نفر از دانشجویان از اینکه در ارزیابی پویا "دلیل انتخاب اشتباه" آنها بیان می‌شد، احساس رضایت داشتند. دانشجوی شماره ۴: "... وقتی گزینه اشتباه را انتخاب می‌کردیم، شاید به موضوعی فکر نکرده بودیم که وقتی دلیل نادرستی را توضیح می‌داد، خودش یک دیدگاه جدیدی بود که به آن فکر نکرده بودیم...". دانشجوی شماره ۱۶: "... اگر من اشتباه انتخاب می‌کردم، چون اشتباهم را توضیح می‌داد، ذهنم بازتر می‌شد و انگیزه پیدا می‌کردم...". دانشجوی شماره ۲۸: "... در کلاس خیلی فرصت نیست که درباره پاسخ و نظرات دانشجویان بحث بشود، اما در ارزیابی الکترونیکی دلایل درست و نادرست مشخص و بحث می‌شد. اگر دانشجو خسته نباشد، پیام‌ها و بازخوردها خیلی می‌توانست تأثیر داشته باشد، چون هر گزینه‌ای که دانشجو انتخاب می‌کند، بررسی می‌شود و دلایل به او گفته می‌شود و همین موضوع می‌تواند باعث اعتماد به نفس دانشجو باشد. در صورتی که در امتحان اگر جواب اشتباه باشد، شاید فقط یک خط کشیده بشود و دلیل بیان نشود و آنالیز نمی‌شود...".

همچنین پنج نفر از دانشجویان معتقد بودند که دریافت پیام‌های تأییدی برای "ایجاد انگیزه" در آنها در پاسخگویی به سؤالات مؤثر بوده است. دانشجوی شماره ۱۲: "... وقتی گزینه‌ای را درست انتخاب می‌کردم و تأیید می‌کرد، به آدم امیدواری می‌داد و اطمینان می‌داد و باعث می‌شد ادامه مسیر را دقت بیشتری بکنم و هم آدم امیدوار می‌شد که یک چیزی بلده...". دانشجوی شماره ۱۶: "... یک چیز دیگه. ... تو سؤال که پاسخ درست می‌دادم و تأیید می‌کرد، ... انگیزه پیدا می‌کردم...".

با توجه به صحبت‌های دانشجویان در مصاحبه‌هایی که با آنها انجام گرفت، می‌توان گفت که اغلب آنها از روند ارزیابی پویا احساس رضایت داشتند و همه افراد شرکت‌کننده در مصاحبه به جنبه آموزشی پیام‌های دریافتی اشاره کردند. دویچ و همکاران (Deutsch, Herrmann, Frese & Sandholzer, 2012) در اجرای یک ارزیابی الکترونیکی مبتنی بر وب دریافتند که شرکت‌کنندگان در این ارزیابی نگرش مثبتی به سیستم ارزیابی مبتنی بر وب دارند. این محققان معتقدند که در آموزش عالی ارزیابی پویای الکترونیکی می‌تواند یک استراتژی جذاب برای یادگیرندگان باشد. وانگ (Wang, 2011, 2014) نیز در مطالعات

خود نشان داد که اجرای ارزیابی پویا به شکل الکترونیکی می‌تواند بر یادگیری دانش‌آموزان در درس ریاضی و ارتقای توانایی آنها در حل مسائل ریاضی مؤثر باشد و یادگیری آنها را ارتقا بخشد.

### بحث و نتیجه‌گیری

در مطالعه حاضر عملکرد دانشجویان سال اول رشته ریاضی در خصوص استفاده از یک قضیه ریاضی در حل یک مسئله ریاضی از طریق ارزیابی قلم-کاغذی و ارزیابی پویا مبتنی بر بازخورد (به شکل الکترونیکی) بررسی و همچنین نگرش دانشجویان به ارزیابی پویا بررسی شد. هدف از سؤال طراحی شده آن بود که دانشجویان بتوانند فرض و حکم قضیه را به خوبی شناسایی و درک کند و شرایط قضیه را در حل سؤال مد نظر تشخیص دهد و آن را عملی سازد. نتایج به دست آمده بیانگر عملکرد ضعیف دانشجویان در ارزیابی قلم-کاغذی در خصوص استفاده از قضیه مورد نظر برای حل مسئله بود.

تحقیقات نشان می‌دهند که دانشجویان دوره کارشناسی به‌ویژه در سال‌های اولیه تحصیل، در برخی موارد، نمی‌توانند قضیه‌های مرتبط را به درستی تفسیر یا استفاده کنند یا در اثبات اینکه شرایط فرضیه‌های یک قضیه برآورده شده است، ناکام می‌مانند (Selden, 2011).

کن ردیه و فریس (Conradie & Frith, 2000) در مطالعه خود به مشکلاتی در خصوص درک دانشجویان از اثبات‌های ریاضی اشاره و بیان کردند که این مشکلات در آزمون‌های عادی قابل تشخیص نیستند. برای مثال، آنها در مطالعه خود به این نکته اشاره کردند که برخی دانشجویان از نتیجه قضیه در اثباتشان استفاده می‌کنند و این مشکل را می‌توان در آزمون درک اثبات متوجه شد. این مشکل در پاسخ دانشجویان مطالعه حاضر در ارزیابی قلم-کاغذی نیز مشاهده شد. در واقع، برخی از دانشجویان برای بررسی توابع ارائه شده در سؤال از حکم قضیه استفاده و توابع را در حکم جایگذاری کرده‌اند (جدول ۷، نمونه پاسخ نادرست). همچنین پاسخ اغلب دانشجویان به سؤال مد نظر بیانگر ناتوانی آنها در بررسی مشتق‌پذیری و پیوستگی توابع بود. تحقیقات در آموزش ریاضی نشان داد که با وجود نقش مهمی که تعاریفها و مفاهیم در یادگیری ریاضی و انجام دادن عملیات ریاضی دارند، تعداد زیادی از یادگیرندگان برای درک تعاریف و مفاهیم جدید و کاربرد آنها به‌طور مناسب مشکل دارند و از نقش آنها در حل مسئله و ایجاد اثبات‌ها آگاهی ندارند (Zazkis & Leikin, 2008).

بررسی مسیر طی شده در ارزیابی پویا نشان داد که عملکرد اغلب دانشجویان بعد از دریافت بازخوردهای آموزشی اصلاح شد. این رویداد با نظریه "منطقه تقریبی رشد" ویگوتسکی توجیه‌پذیر است (Vygotsky, 1998). نظریه ویگوتسکی درباره نظریه منطقه تقریبی رشد زیربنای نظری ارزیابی پویا را شکل می‌دهد. اساس این نظریه این تصور است که سطح بالای تفکر با "واسطه"<sup>۲۴</sup> از طریق تعامل با دیگران و مصنوعات فیزیکی و نمادین (کتاب‌ها، کامپیوترها، اشکال، زبان و امثال این) عمل می‌کند (Lantolf & Poehner, 2008).



(2008). وانگ (Wang, 2011) نیز در مطالعه‌ای به این نتیجه دست یافت که بازخوردها و راهنمایی‌های مناسب و به‌موقع می‌تواند در بروز توانایی‌های یادگیرندگان مؤثر باشد و ارزیابی به مداخله آموزشی تبدیل شود. تحقیقات نشان می‌دهند که محیط فناوری اطلاعات و ارتباطات می‌تواند محیط مناسبی برای بررسی فرایندهای شناختی دانش‌آموزان باشد. لذا، تکالیف مبتنی بر ICT که در قالب ارزیابی پویا طراحی می‌شوند، در مقابل تکالیف مرسوم قلم-کاغذی را محققان به‌عنوان ارزیابی با کیفیت بالا حمایت می‌کنند. ون دن هاول پن هویزن و همکاران (Van den Heuvel-Panhuizen et al., 2011) در مطالعه‌ای درباره مقایسه پاسخ دانش‌آموزان در ارزیابی پویا مبتنی بر ICT و ارزیابی قلم-کاغذی مشاهده کردند که ارزیابی پویا در محیط ICT ابزار مناسبی برای مشاهده توانایی واقعی دانش‌آموزان در حل مسائل ریاضی است و از طریق این ابزار دانش‌آموزان توانستند صلاحیت و شایستگی خود را در حیطه ریاضیات قضاوت و ارزیابی کنند. این محققان معتقدند که توانایی این نوع از ارزیابی آن است که "منطقه تقریبی رشد" دانش‌آموزان را آشکار می‌کند و آموزشگر را درخصوص آموزش مورد نیاز آنها برای رسیدن به سطح بالای عملکرد آگاه می‌سازد.

باردله و مارتینو (Bardelle & Di Martino, 2012) در مطالعه‌ای نتایج اولیه اجرای یک دوره یادگیری الکترونیکی همراه با ارزیابی الکترونیکی را گزارش دادند که با هدف کمک به دانشجویان در مرحله بحرانی انتقال به آموزش عالی طراحی شده بود. یافته‌های آنها نشان داد که قدرت یادگیری الکترونیکی در شخصی‌سازی روش‌های یادگیری بر اساس نیازهای شخصی و ویژگی‌های فردی بسیار بالاست. به‌طور کلی، می‌توان گفت که در ارزیابی پویا ارزیابی و آموزش فعالیت واحدی هستند که همزمان رشد یادگیرنده را از طریق وساطت تشخیص و توسعه می‌دهند. به اعتقاد لانتلف و پوئنر (Lantolf & Poehner, 2008) ارزیابی و آموزش دو طرف یک سکه هستند (با هم در ارتباطاند) و هیچ سکه یک طرفه‌ای وجود ندارد.

در مطالعه حاضر با اجرای ارزیابی‌های قلم-کاغذی و پویا و همچنین انجام دادن مصاحبه با برخی از دانشجویان مورد مطالعه، این نتیجه به‌دست آمد که ارائه بازخوردهای آموزشی و ردیابی در بهبود یادگیری دانشجویان مؤثر است. البته، ادعا نمی‌شود که بدفهمی دانشجویان در سؤال مد نظر از طریق بازخوردهای آموزشی به‌طور کامل رفع شد، بلکه صرفاً تأثیر بازخوردها بر عملکرد دانشجو در یک سؤال از نوع ردیابی بررسی شد. به نظر می‌رسد که برنامه‌ریزی برای طراحی این نوع ارزیابی در همه مقاطع تحصیلی می‌تواند یکی از روش‌های مؤثر ارزیابی در آموزش یادگیرندگان باشد. به‌طور کلی، با توجه به نتایج به‌دست آمده، می‌توان استنباط کرد که ارزیابی قلم-کاغذی بیشتر جنبه بررسی توانایی دانشجویان را در درک فرایند اثبات داشت و ارزیابی پویای الکترونیکی، همراه با بررسی درک دانشجویان از فرایند اثبات، آموزش جنبه‌های مختلف درک فرایند اثبات به دانشجویان را نیز بر عهده داشت. علاوه بر این، با توجه به عملکرد دانشجویان در ارزیابی پویای الکترونیکی در مطالعه حاضر و همچنین داده‌های به‌دست آمده از مصاحبه با

دانشجویان این نتیجه حاصل شد که ارزیابی پویا در محیط فناوری این فرصت را برای دانشجویان فراهم می‌آورد که تقریباً بلافاصله در قبال عملکرد خود بازخورد دریافت کنند و لذا، درک و استدلال خویش را اصلاح کنند و بهبود بخشند. البته، ادعا نمی‌شود که بدفهمی دانشجویان در فرایند ارزیابی پویای الکترونیکی از طریق بازخوردهای آموزشی به‌طور کامل رفع شد، بلکه در مطالعه حاضر صرفاً تأثیر بازخوردها بر عملکرد دانشجویان در پاسخگویی به سؤالات و همچنین تأثیر ارائه بازخوردها بر نگرش دانشجویان بررسی شد.

### پیشنهادات

با توجه به نتایج پژوهش پیشنهادهای زیر ارائه می‌شود:

۱. استادان ریاضی در دروس ریاضی دانشگاهی می‌توانند از ارزیابی پویای الکترونیکی با طراحی مناسب بیش از پیش استفاده کنند، به‌گونه‌ای که یکی از روش‌های مؤثر ارزیابی در خصوص آموزش یادگیرندگان باشد.
۲. در تحقیقات آتی می‌توان به بررسی میزان اثرگذاری ارزیابی پویا بر یادگیری دانشجویان با سطح توانایی متفاوت اشاره کرد، زیرا این سطح از تحلیل در این مقاله صورت نگرفته است. همچنین در صورت جمع‌آوری نمونه گسترده‌تر بررسی میزان اثرگذاری ارزیابی پویا بر یادگیری دانشجویان زن و مرد مفید به نظر می‌رسد.
۳. ارزیابی پویا برای دروس دیگر رشته ریاضی و همچنین سایر رشته‌ها طراحی و تأثیرات آن بر یادگیری دانشجویان بررسی شود.
۴. توصیه می‌شود دیدگاه استادان در خصوص ارزیابی پویا بررسی شود تا بتوان به درک بهتری از قابلیت استفاده از این نوع ارزیابی در دانشگاه دست یافت.

### References

1. Adams, R.U. (2007). *Calculus and integral*. Translation by Mohammad Ali Rezvani. Tehran: Scientific and Technical Publications. (Original publication, 2006) (in Persian).
2. Alcock, L. (2009). E-proofs: Students experience of online resources to aid understanding of mathematical proofs. In Proceedings of the 12th Conference for Research in Undergraduate *Mathematics Education*. Retrieved from <http://sigmaa.maa.org/rume/crume2009/proceedings.html>. Last downloaded January 20, 2014.
3. Alcock, L., & Wilkinson, N. (2011). E-proofs: Design of a resource to support proof comprehension in mathematics. *Educational Designer*, 1(4). Retrieved from <http://www.educationaldesigner.org/ed/volume1/issue4/article14/index.htm> Alevan, V. A. W. M. M., & Koedinger

4. Anapa, P., & Şamkar, H. (2010). Investigation of undergraduate students' perceptions of mathematical proof. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 2 (2), 2700-2706.
5. Bardelle, C., & Di Martino, P. (2012). E-learning in secondary-tertiary transition in mathematics: For what purpose?. *ZDM*, 44(6), 787-800.
6. Burkhardt, H., & Pead, D. (2003). Computer-based assessment: A platform for better tests? In C. Richardson (Ed.). *Whither assessment?* (pp. 133-148). London: Qualifications and Curriculum Authority.
7. Clark, M., & Lovric, M. (2008). Suggestion for a theoretical model for secondary-tertiary transition in mathematics. *Mathematics Education Research Journal*, 20 (2), 25-37.
8. Clark, M., & Lovric, M. (2009). Understanding secondary-tertiary transition in mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 40 (6), 755-776.
9. Conradie, J., & Frith, J. (2000). Comprehension tests in mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 42, 225-235
10. Creswell, J.W. (2009). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (3rd ed.) Thousand Oaks, CA: Sage.
11. Deutsch, T., Herrmann, K., Frese, T., & Sandholzer, H. (2012). Implementing computer-based assessment – a web-based mock examination changes attitudes. *Computers & Education*, 58(4), 1068–1075.
12. Eisenhardt, K.M. (1989). Building theories from case study research. *Academy of Management Review*, 14(4), 532-550.
13. Elliott, J.G. (2003). Dynamic assessment in educational settings: Realizing potential. *Educational Review*, 55, 15-32.
14. Gal, M., Burg, W., & Gal, J. (2003). *Quantitative and qualitative research methods in educational sciences and psychology*. Translation by Ahmad Reza Nasr, Hamidreza Arizi, and colleagues. Tehran: Shahid Beheshti University Press (Original publication, 1996) (in Persian).
15. Gueudet, G. (2008). Investigating the secondary-tertiary transition. *Educational Studies in Mathematics*, 67 , 237-254.

16. Hanafizadeh, P., Hanafizadeh, M.R., & Hoda Pour, R. (2008). Designing an e-readiness assessment model for Iranian universities and higher education institutions. *Quarterly Journal of Research and Planning in Higher Education*, 48, 137-103 (in Persian).
17. Harel, G., & Sowder, L. (2007). Toward comprehensive perspectives on the learning and teaching of proof. In F. K. Lester (Ed.). *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. Charlotte, NC: Information Age Publishing.
18. Karimi, P., & Nasr, A. (2012). Interview analysis methods. *Research*, 1, 4, 94-71 (in Persian).
19. Lantolf, J.P., & Poehner, M.E. (2004). Dynamic assessment of L2 development: Bringing the past into the future. *Journal of Applied Linguistics*, 1(1).
20. Lantolf, J.P., & Poehner, M.E. (2008). Dynamic assessment. In *Encyclopedia of language and education* (pp. 2406-2417). Springer US.
21. Mejia-Ramos, J.P., Fuller, E., Weber, K., Rhoads, K., & Samkoff, A. (2012). An assessment model for proof comprehension in undergraduate mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 79 (1), 3-18.
22. Nath, S. (2013). Best split-half and maximum reliability. *IOSR Journal of Research & Method in Education*, 3, 1.
23. Moore, R.C. (1994). Making the transition to formal proof. *Educational Studies in Mathematics*, 27(3), 249-266.
24. Poehner, M.E. (2008). *Dynamic assessment: A Vygotskian approach to understanding and promoting L2 development*. New York: Springer.
25. Reyhani, E., Fathollahi, F., & Kolahdouz, F. (2015). Students' perceptions of the process of mathematical proof based on the model of Mija Ramos and colleagues. *Educational Technology Journal*, 10(3), 227-215 (in Persian).
26. Roy, S., Alcock, L., & Inglis, M. (2010). Undergraduates proof comprehension: A comparative study of three forms of proof presentation. In Proceedings of the 13th Conference for Research in Undergraduate Mathematics Education.

27. Selden, A. (2011). Transitions and proof and proving at tertiary level. In *Proof and proving in mathematics education* (pp. 391-420). Springer Netherlands.
28. Sarmad, Z., Bazargan, A., & Hejazi, U. (2008). *Research Methods in Behavioral Sciences*. Tehran: Agah Publication (in Persian).
29. Sternberg, R.J., & Grigorenko, E.L. (2001). All testing is dynamic testing. *Issues in Education*, 7, 137-170.
30. Tall, D. (1992). The transition to advanced mathematical thinking: Functions, limits, infinity, and proof. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 495-511). New York: Macmillan.
31. Tall, D. (2002). The psychology of advanced mathematical thinking. In *Advanced mathematical thinking* (pp. 3-21). Springer Netherlands.
32. Tashakkori, A., & Teddlie, Q. (2013). *Combining qualitative and quantitative approaches to research in Leonard, Bickman and Debra, Rug. Social research methods*. Translation by Sajjad Yahak et al. Tehran: Publications of the Culture, Arts and Communication Research Center. (Original Publication, 2005) (in Persian).
33. Van den Heuvel-Panhuizen, M., Kolovou, A., & Peltenburg, M. (2011). Using ICT to improve assessment. *Assessment in the Mathematics Classroom: Yearbook*, 165-185.
34. Vygotsky, L.S. (1998) The problem of age. In R. W. Rieber (ed.) *The Collected Works of L. S. Vygotsky*. Vol. 5. Child Psychology. New York: Plenum.
35. Wang, T.H. (2010). Web-based dynamic assessment: Taking assessment as teaching and learning strategy for improving students' e-Learning effectiveness. *Computers & Education*, 54 (4), 1157-1166.
36. Wang, T.H. (2011). Implementation of web-based dynamic assessment in facilitating junior high school students to learn mathematics. *Computers & Education*, 56(4), 1062-1071.
37. Wang, T.H. (2014). Developing an assessment-centered e-learning system for improving student learning effectiveness. *Computers & Education*, 73, 189-203.

38. Weber, K. (2004). A framework for describing the processes that undergraduates use to construct proofs. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 425-432.
39. Wildemuth, B.M. (2009). *Applications of social research methods to questions in information and library science*. Westport, CT: Libraries Unlimited.
40. Yang, K.L., & Lin, F.L. (2008). A model of reading comprehension of geometry proof. *Educational Studies in Mathematics*, 67(1), 59-76.
41. Zazkis, R., & Leikin, R. (2008). Exemplifying definitions: A case of a square. *Educational Studies in Mathematics*, 69(2), 131-148.