

مدل سه بعدی جریانها در دریای خزر با اثر چینه بندی چگالی پیوسته

سوسن حاجی مبینی*

گروه فیزیک دریا، واحد علوم و تحقیقات دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

محمد رضا بنزاده ماهانی

گروه فیزیک دریا، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

عباسعلی علی اکبری بیدختی

گروه فیزیک دریا، واحد علوم و تحقیقات دانشگاه آزاد اسلامی، دانشکده ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران

چکیده

این مطالعه بر اساس یک مدل شبیه سازی بزرگ مقیاس بر اساس کارهای اسمولارکیویچ و مارگولین ۱۹۹۵ می باشد که برای دریای خزر نوشته و اجرا شده است، مدل غیرهیدروستاتیک است که در آن از تقریب بوسینسک استفاده شده، برای وارد کردن اثر ناهمواری سطح در مدل از تبدیل مختصات گال-چن استفاده شده است. الگوریتم بکار رفته برای حل معادله فرارفت، الگوریتم بالا سوی وزن دار MPDATA^۱ است. در این الگوریتم از سرعت پادپخش برای تعدیل اثر پخش بالای طرحواره پاد جریانسو و برای حل معادله بیضوی حاصل از مدل، از روش باقیمانده همیوخ تعمیم یافته استفاده می-شود. اطلاعات از گشت دریایی سال ۱۳۷۴ در ماههای شهریور و مهر توسط کشتی تحقیقاتی بخش هیدرولوژی سازمان هواشناسی آذربایجان و حمایت آژانس بین المللی انرژی اتمی و با مشارکت کشورهای حاشیه دریا با نمونه برداری از ۱۳ ایستگاه گرفته شده است.

پروفیل تغییرات سرعت افقی و قائم و میدان شارش در فواصل مختلف رسم شده که با مشاهدات همخوانی دارد.

واژگان کلیدی: مدل عددی، سرعت، معادله بیضوی، فرمول بندی مدل

*عهدہ دار مکاتبات

مقدمه

مدل های عددی که فقط هندسه دریاچه را در نظر گرفته و قادر به پیشگویی نمونه های گردش برای جهت های متفاوت باد می باشد، توسط هامبلین^۱ شروع و تا سال ۱۹۷۲ توسط دیگران ادامه و توسعه داده شد^(۱). اولین مدل های عددی سه بعدی از گردش و ساختار دما بصورت ترکیبی از دو لایه یا بیشتر با در نظر گرفتن مبادلات بین سطوح توسط لی و لیجت^۲، بنت و شووب^۳ استفاده و توسعه داده شد که تکنیک هایی را در نحوه مدل کردن ساختار گردش و ساختار دما در دریاچه ها نشان می داد. کسندی^۴ و بنت و سیمونس^۵ به طور گسترده در اقداماتی هماهنگ درکی از محدودیت ها و پایداری از این مدل ها در بررسی تحلیلی و شبه تحلیلی ارائه دادند که در کارهای بعدی آنها و همچنین محققان دیگر روی مدل کردن دریاچه ها مورد استفاده قرار گرفت. با توجه به نتایج حاصل از کارهای فوق در صحت و پایداری مدل، یک مدل عددی برای دریای خزر بررسی شد. در این مطالعه از مدل های عددی که در شبیه سازی بزرگ مقیاس، مخصوصاً برای سطوح ناهمگن که می تواند اطلاعات مفیدی را در میدان شارش و تغییرات سرعت در دریای خزر را مورد بحث قرار دهد، استفاده شده است.

معرفی الگوریتم

برای حل معادله فرارفت در مدل، الگوریتم بالاسوی وزن دار ترابرد مثبت معین چند بعدی *MPDATA* استفاده می شود. اساس این الگوریتم طرحواره ساده پاد جریانسو است که در آن از مفهوم سرعت پاد پخش برای تعدیل اثر پخش موجود در طرحواره استفاده می شود.

صورت کلی معادله فرارفت در مختصات خمیده خط چنین است^(۲):

$$\frac{\partial G\psi}{\partial t} + \nabla \cdot (v\psi) = GR \quad (1)$$

در این رابطه $G = G(x)$ ژاکوبی تبدیل از مختصات کارتیزین x_e به فضای خمیده خط x, v بردار سرعت فرارفت است و بصورت $v = Gx$ تعریف می شود و R مجموع تمام واداشتها است. صورت کلی الگوریتم در مختصات خمیده خط بصورت زیر است^(۲):

$$\psi_i^{n+1} = MPDATA(\psi^n + 0.5\Delta t R^n, V^{n+1/2}, G) + 0.5\Delta t R_i^{n+1} \quad (2)$$

جمله اول نشان دهنده برآورد معادله فرارفت با واداشت صفر است و جمله اول داخل پوانتز میدان ترابرد کمی است. ψ_i^n تقریب عددی حل معادله (۱) در نقاط (t^n, x_i) می باشد.

1-Hamblin
2-Lee and Liggett
3-Bennett and Schwab
4-Csanady
5-Simons
6-Upwind weighted algorithm

معرفی مدل

مدلی که در این مطالعه استفاده می شود یک مدل غیرهیدروستاتیک^۱ است که در فرمول بندی آن از تقریب بوسینسک^۲ به صورت معادلات لیپس^۳ (۱۹۹۰) و نیز از تبدیل مختصات خمیده خط گال-چن^۴ استفاده شده است. در این مدل، شاره بی دررو و چینه بندی شده است و در آن از نمایه های محیطی میانگین:

$$\theta_e = \theta_e(X_c) \quad V_c = [u_e(X_c), v_e(X_c)]$$

استفاده می شود.

رابطه مؤلفه های مختصات دکارتی (X_c) و خمیده خط بصورت زیر می باشد.

$$[x, y, z] = [x_c, y_c, H \frac{(z_c - h)}{(H - h)}]$$

اندیس c نشان دهنده مختصات دکارتی، $h = h(x, y)$ داده های توپوگرافی منطقه و H عمق مدل است.

در تبدیل دستگاه مختصات از ضرایب متریک $G^{IJ} = \sum_{k=1}^M \frac{\partial X^I}{\partial X_c^k} \frac{\partial X^J}{\partial X_c^k}$ و ژاکوبین تبدیل

$$G = \det\left\{\frac{\partial X_c}{\partial X}\right\} = (\det\{G^{IJ}\})^{-1/2}$$

با توجه به روابط بیان شده فرمول بندی مدل بصورت زیر است (۳):

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{\partial \pi}{\partial x} - G^{13} \frac{\partial \pi}{\partial t} + f(v - v_e) - \alpha(u - u_e) - \frac{\partial \tau_{1j}}{\partial x_j} \equiv F^u \quad (۳-الف)$$

$$\frac{Dv}{Dt} = -\frac{\partial \pi}{\partial x} - G^{23} \frac{\partial \pi}{\partial z} - f(u - u_e) - \alpha(v - v_e) - \frac{\partial \tau_{2j}}{\partial x_j} \equiv F^v \quad (۳-ب)$$

$$\frac{Dw}{Dt} = -G^{-1} \frac{\partial \pi}{\partial z} + g(\theta - \theta_e) / \bar{\theta} - \alpha(w - w_e) - \frac{\partial \tau_{3j}}{\partial x_j} \equiv F^w \quad (۳-ج)$$

$$\frac{D\theta}{Dt} = \alpha 1(\theta - \theta_e) \equiv F^\theta \quad (۳-د)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} G u}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\rho} G v}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\rho} G \omega}{\partial z} = 0 \quad (۳-و)$$

π پریشیدگی فشار نسبت به نمایه های محیطی است که بوسیله چگالی بهنجار شده، θ دمای پتانسیلی است که در اجرای مدل برای دریای خزر بوسیله فشار سطح دریا بهنجار شده است، f پارامتر کوریولیس، g شتاب گرانی و $\omega = \dot{z}$ مؤلفه عمودی سرعت در مختصات غیر متعامد، F نشان دهنده مجموع واداشتها، τ_{ij} تانسور تنش هستند که در طول محاسبات از آنها صرفنظر می شود.

$\bar{\rho}$ و $\bar{\theta}$ نشان دهنده یک حالت مرجع هیدروستاتیک است که با توجه به داده های اولیه مشخص می شود.

رابطه ω با مؤلفه های سرعت در مختصات کارتزین بصورت زیر است:

$$\omega = G^{-1} w + G^{13} u + G^{23} v$$

1-Non-hydrostatic
2-Boussinesq
3-Lipps
4-Gal-Chen

پارامترهای α و $\alpha 1$ در معادلات (۳) کار جذب امواج گرانی را در لبه های مدل انجام داده و جوابها را در

$$\alpha 1 = \alpha = \frac{1}{1000} s^{-1} \quad \text{مرزها بسمت نمایه های محیطی سوق می دهند:}$$

۱- فرمولبندی اویلری

در فرمولبندی اویلری، معادلات پیش یافتی (۳-الف) تا (۳-د) بصورت پایستار زیر تقلیل داده می شوند:

$$\frac{\partial \rho^* \psi}{\partial t} + \nabla \cdot (v \psi) = \rho^* F^\psi \quad (5)$$

که $\rho^* = \rho G$ ، $v = \bar{\rho} G V$ ، عبارت از هر کدام از متغیر های وابسته (u, v, w, θ) و F^ψ واداشتهای مربوط به این متغیرها $(F^u, F^v, F^w, F^\theta)$ است.

رابطه (۵) بصورت کلی رابطه (۱) است، بنابراین ψ^{n+1} را طبق رابطه (۲) بصورت زیر می توان برآورد کرد:

$$\psi_i^{n+1} = A_i(\tilde{\psi}^n, \alpha^{n+1/2}, \rho^*) + 0.5 \Delta t F^\psi \quad (6)$$

در این رابطه A_i معرف *MPDATA* ی غیرنوسانی، $(v^1 \frac{\Delta t}{\Delta x^1}, \dots, v^M \frac{\Delta t}{\Delta x^M})$ ، عدد کورانت فرارفتی و $\tilde{\psi} = \psi + 0.5 \Delta t F^\psi$ است.

برای محاسبه α در تراز زمانی $n + 1/2$ از برونیابی خطی استفاده می شود:

$$\alpha_{n+1/2} = 0.5(3\alpha^n - \alpha^{n-1}) + O((\Delta t)^2) \quad (7)$$

که با فرض $\nabla \cdot (\alpha^{n-1}) = 0$ و $\nabla \cdot (\alpha^n) = 0$ می توان نتیجه گرفت که $\nabla \cdot (\alpha^{n+1/2}) = 0$ است. این نتیجه با توجه به غیر کشسان بودن مدل حایز اهمیت است.

۲- فرمول بندی نیمه لاگرانژی

در فرمولبندی نیمه لاگرانژی، معادلات (۳-الف) تا (۳-د) بصورت فشرده زیر نوشته می شوند:

$$\frac{D\psi}{Dt} = F^\psi$$

تقریب مرتبه دوم نیمه لاگرانژی این معادله در طول مسیر جریان بصورت زیر در می آید:

$$\psi_i^{n+1} = (\psi + 0.5 \Delta t F^\psi)_0^n + 0.5 \Delta t F^\psi |_i^{n+1} = \tilde{\psi}_0^n + 0.5 \Delta t F^\psi \quad (8)$$

بطوریکه $\tilde{\psi}_0^n = \psi_0^n + 0.5 \Delta t F^\psi$ است. برای بدست آوردن ψ_i^{n+1} نیاز به داشتن ψ در زمان t_0 و در مکان X_0 (نقطه مبدأ) داریم. با توجه به اینکه X_0 لزوماً روی نقطه شبکه ای نیست، نیاز به درونیابی ψ در مکان X_0 وجود دارد. روشهای مرسوم استفاده از درونیابی های چند جمله ای است. اشکال این روشها ایجاد نوسانات شدید در منطقه ای با گرادیانهای شدید است. در اینجا از حل معادله فرارفت بجای درونیابی های مرسوم استفاده می شود (اسمولارکیویچ و گرل، ۱۹۹۲).

نقطه مبدأ X_0 مورد نیاز در معادله (۸)، از حل معادله مسیر بدست می آید: $\frac{DX}{Dt} \equiv V \equiv [u, v, w]$

V بردار سرعت در مختصات خمیده خط می باشد. با استفاده از میدان سرعت در نقطه میانی (X_m, t_m) ، X_0 بصورت زیر تقریب زده می شود:

$$X_0 = X_i - (t_1 - t_0)V(X_m, t_m) \quad (9)$$

تقریب مرتبه دوم $V(X_m, t_m)$ را می توان با بسط مرتبه دوم تیلور حول نقطه (X_0, t_0) بدست آورد:

$$V(X_m, t_m) = V(X_0, t_0) + \frac{1}{2} \Delta t dV(X_0, t_0)$$

بنابراین (۹) را می توان بصورت زیر نوشت:

$$X_0 = X_i - \Delta t (V + 0.5 \Delta t F^V)_0 \equiv X_i - \Delta t \tilde{V}_0, \quad \tilde{V}_0 = V + 0.5 \Delta t F^V$$

به دلیل ماهیت ضمنی این معادله برای حل آن از روش تکرار استفاده می شود. با حدس اولیه $X_0 = X_i - \Delta t V|_i$ ، یک تکرار برای بدست آوردن تقریب مرتبه دوم برای X_0 کافی است^(۳).

مسأله مقدار مرزی

در الگوریتم مدل، یک معادله فشار بیضوی با استفاده از معادله پایداری جرم (۳-و) وارد شده و با استفاده از (۳-د)، θ را محاسبه کرده و در جمله شناوری (۳-ج) جایگذاری می کنیم. سپس روابط (۳-الف) تا (۳-ج) را نسبت به u, v, w وارون کرده، معادلات بدست آمده را در معادله ω (رابطه ۴) جایگذاری تا مؤلفه های سرعت غیر متعامد در رابطه (۳-و) بدست آید. با شرایط مرزی مناسب برای مؤلفه های عمودی سرعت می توان این معادله بیضوی را با استفاده از روش مانده همیوگ تعمیم یافته (GCR) حل کرد. پس از به دست آوردن مقادیر جدید w, u, v, ω از روی معادله (۴) بدست می آید. سرانجام با داشتن مقادیر جدید متغیر های مدل، می توان واداشتهای مورد نیاز برای گام زمانی بعدی را محاسبه کرد.

کاربست مدل

میدان سرعت میانگین محیطی V_e را می توانیم به صورت زیر در نظر بگیریم:

$$V_e = V_{ND} + N_{NC}$$

در این رابطه V_{ND} و V_{NC} به ترتیب عبارتند از مؤلفه ناواگرا و مؤلفه ناچرخان سرعت، بنابراین

$$\nabla \cdot V_{ND} = 0$$

$$\nabla \times V_{NC} = 0 \Rightarrow V_{NC} = \nabla \phi$$

بطوریکه ϕ یک تابع نرده ای است.

برای آغازگری میدان سرعت از شارش ناواگرا استفاده می کنیم.

$$\nabla \cdot (V_e - \nabla \phi) = 0$$

بعد از حل معادله پواسون، V_{ND} برای آغازگری مدل بدست می آید. میدان فشار میانگین در هر تراز ثابت در نظر گرفته، فقط پرشیدگی فشار در محاسبات وارد می شود. با استفاده از میدان سرعت بدست آمده در معادله برنولی، حدس اولیه پرشیدگی فشار (π) در معادله بیضوی فشار بدست می آید. برای ورودی مدل مقادیر میانگین محیطی فشار، دما، سرعت در مختصات ($0,0$) حوزه محاسباتی درون یابی (برای اجرای مدل روی توپوگرافی واقعی) و سپس در هر تراز ثابت در نظر گرفته و روی نقاط شبکه درون یابی می شوند. تنش باد در طول محاسبات صفر می باشد. در طول محاسبات متغیرهای سرعت در تک تک نقاط شبکه تعریف شده و پرشیدگی فشار در نقاط میانی شبکه درونیابی می گردند.

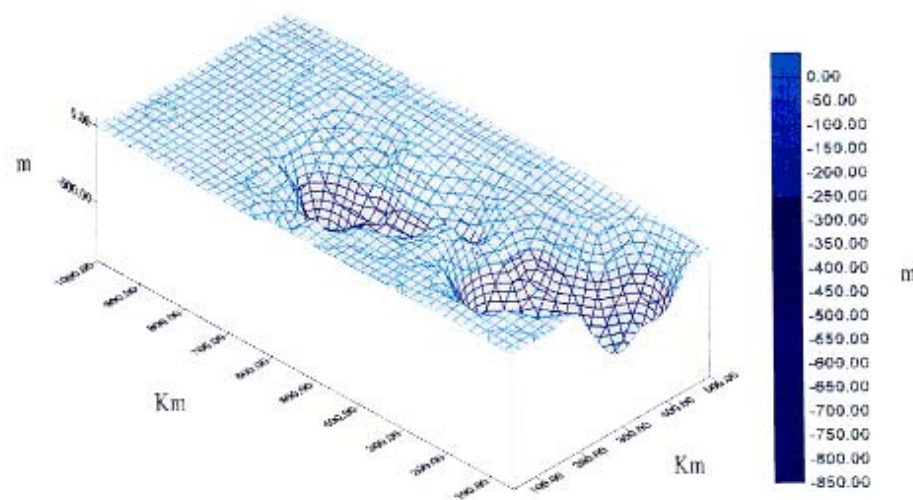
نتایج

در این مقاله از مدل سه بعدی غیر هیدروستاتیک مربوط به اسمولارکیویچ و مارگولین ۱۹۹۵ که در آن از تقریب بوسینسک، تنش باد صفر، تقریب سطح سخت $\Delta x = \Delta y = 50 \text{ Km}$ و $\Delta z = 50 \text{ m}$ و $\Delta t = 10 \text{ s}$ استفاده شده و مدت انتگرال گیری ۷ روز می باشد. ورودی مدل از داده های کشتی تحقیقاتی آذربایجان شوروی در شهریور ۱۳۷۴ و خروجی مدل نشان دهنده سرعت ها و میدان شارش می باشد.

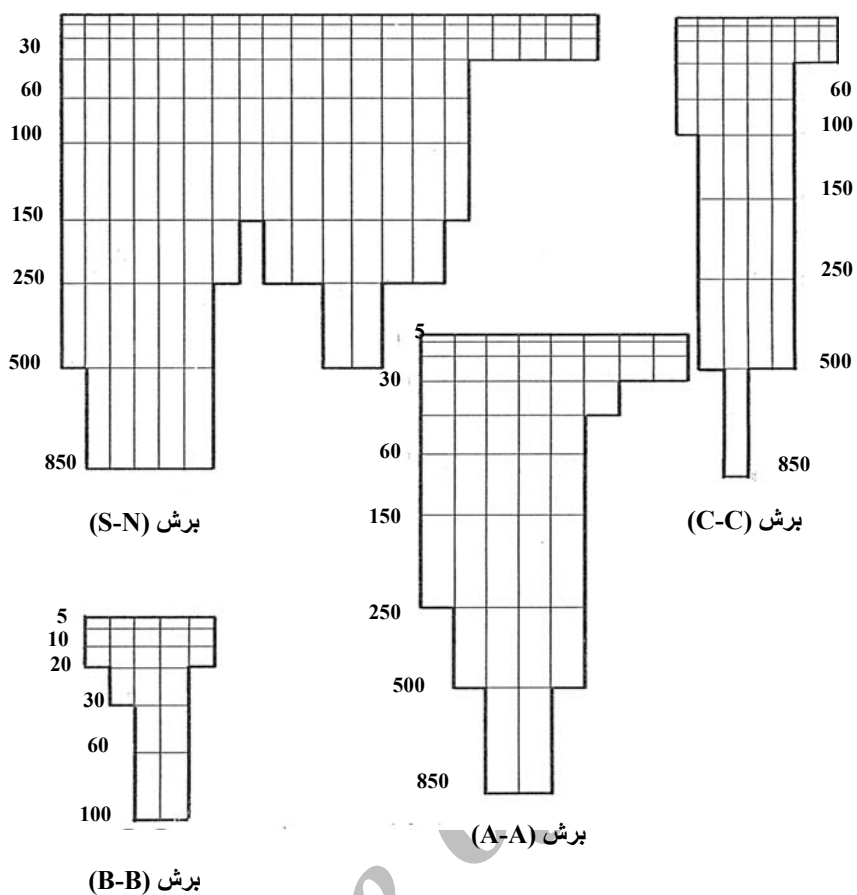
کاربست مدل در منطقه ای در دریای خزر بین دو حوزه شمالی و جنوبی روی پشته ای که بین این دو حوزه قرار دارد، می باشد.

در شکل های (۳) تا (۷) پروفیل قائم تغییرات سرعت افقی و قائم در فواصل مختلف رسم شده است که با اندازه گیری ها و مشاهدات کشتی تحقیقاتی همخوانی دارد. کم شدن سرعت بعلت برخورد به توپوگرافی منطقه و افزایش سرعت، بعلت افزایش تاوایی می باشد.

شکل (۸) میدان شارش در صفحه $Z = 5 \text{ m}$ رسم شده که از 0.00086 cm/s تا 13.24 cm/s تغییر می کند و در شکل (۹) میدان شارش در صفحه $Z = 50 \text{ m}$ رسم شده که از 0.001 cm/s تا $3/8 \text{ cm/s}$ تغییر می کند. علت اختلاف این دو شکل بعلت وضعیت توپوگرافی در منطقه مورد بررسی می باشد.

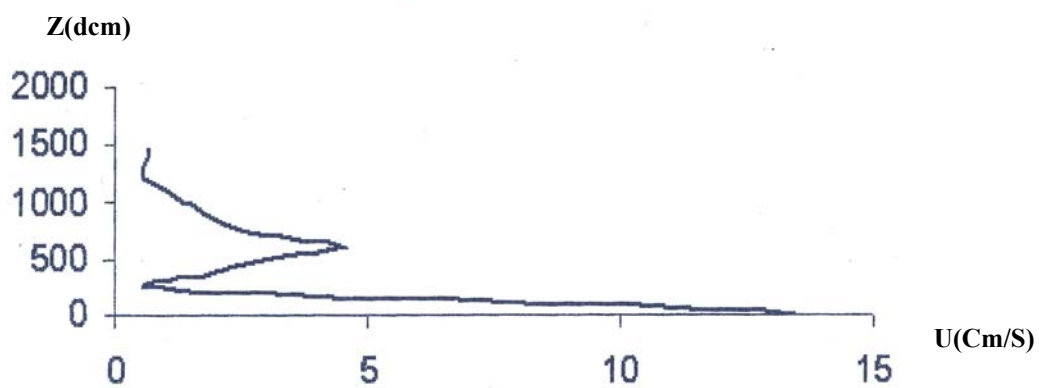


شکل (۱) هیدروگرافی دریای خزر در حالت سه بعدی

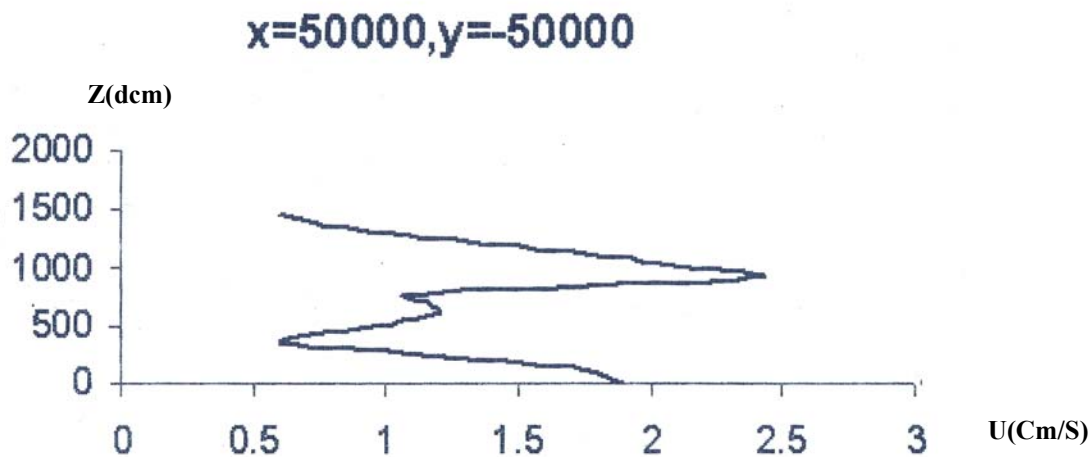


شکل (۲) شبکه بندی عمودی مدل

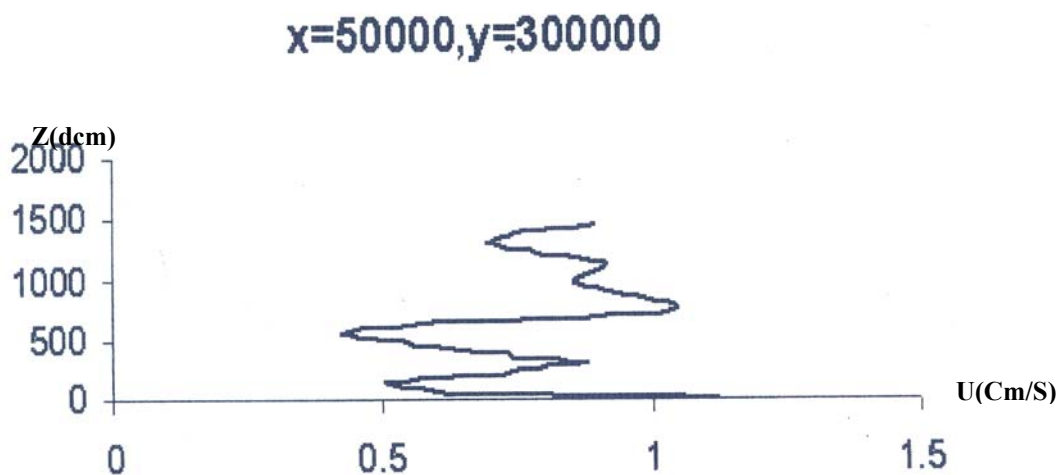
$x=50000, y=-300000$



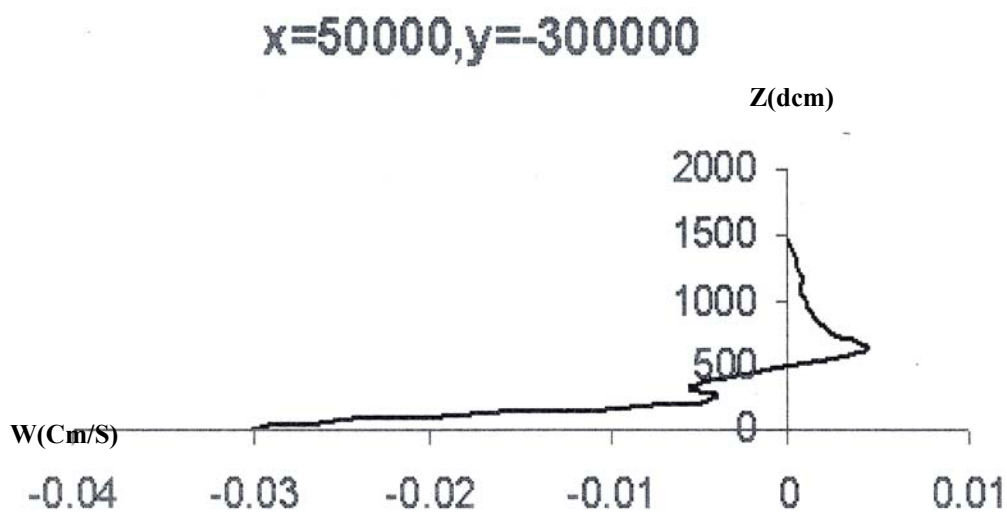
شکل (۳) پروفیل قائم تغییرات سرعت افقی در بعد پشته



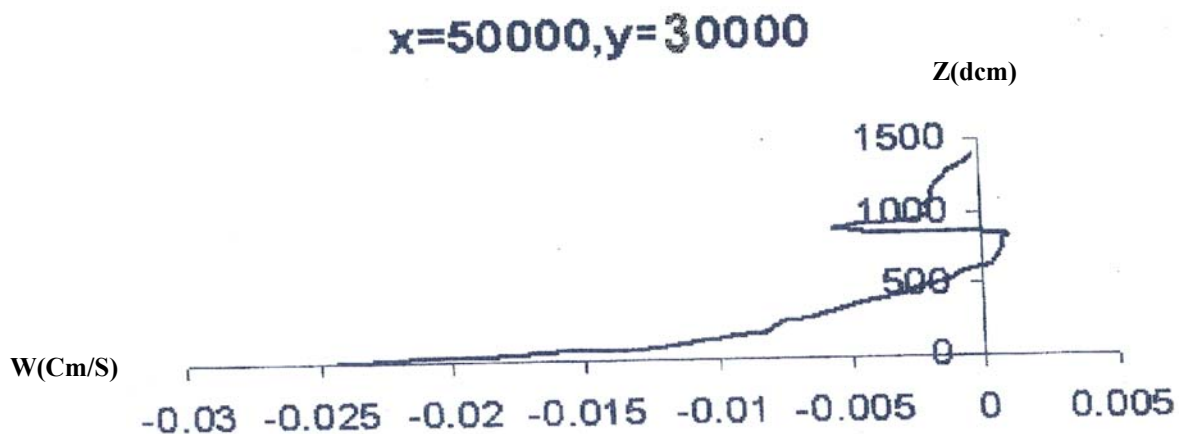
شکل (۴) پروفیل قائم تغییرات سرعت افقی در روی پشته



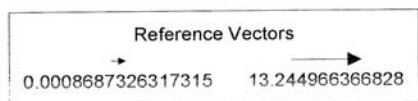
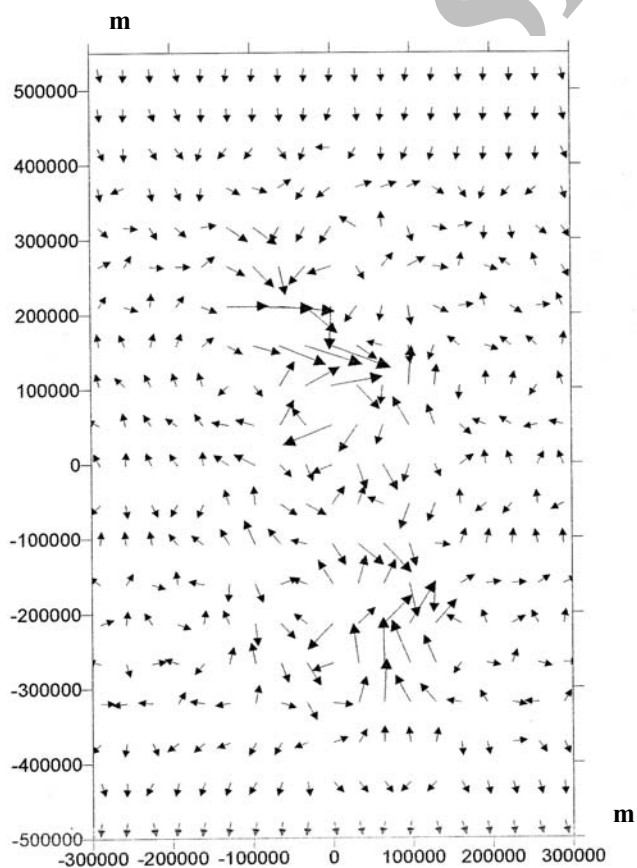
شکل (۵) پروفیل قائم تغییرات سرعت افقی در قبل پشته



شکل (۶) پروفیل قائم تغییرات سرعت قائم در بعد پشته

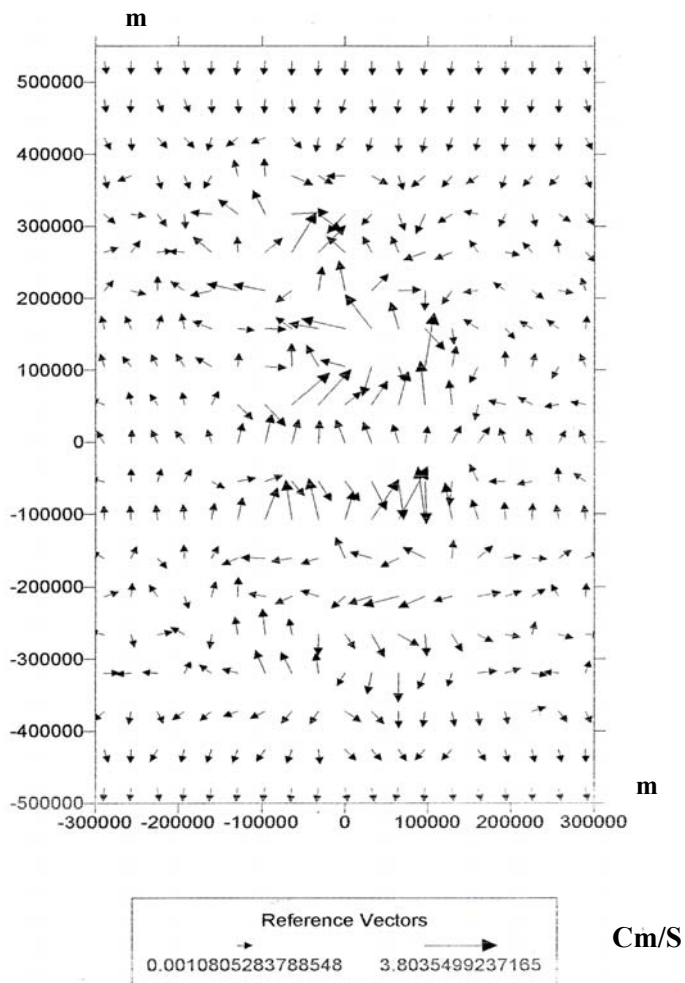


شکل (۷) پروفیل قائم تغییرات سرعت قائم در روی پشته



Cm/S

شکل (۸) میدان شارش در ارتفاع ۵ متری



شکل (۹) میدان شارش در ارتفاع ۵۰ متری

References

- 1- Frank, A. P. C, and Mccorquodale, J. A. *Chemical Dynamic in Fresh water Ecosystems*, edlewis publishers, Newyork, (1992).
- 2- Smolakiewicz, P. K. L., *Mon. Wea. Rev*, **121**, 1847 (1992).
- 3- Smolakiewicz, P. K. L., *J. Atmos-ocean special*, **35**, 127 (1995).
- 4- Rood, R. B., *Reveiws of Geophysics*, **25**, 71 (1987).
- 5- Smolakiewicz, P. K., *Wea. Rev*, **11**, 479 (1983).