مجله علوم پایه دانشگاه آزاد اسلامی، (JSIAU)
سال ۱۸، شماره ۷۰/۲ ، زمستان ۱۳۸۷

حل مساله تعمیم یافته واگذاری با هزینه‌های نامتجانس فازی به کمک DEA

صابر ساعتی[*]

گروه ریاضی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران شمال، تهران، ایران

سعید محرابیان

گروه ریاضی، دانشگاه تربیت معلم، تهران، ایران

عزیزاله معماریانی

گروه مهندسی صنایع، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران

Archive of SID

چکیده

روشهای موجود برای حل مساله واگذاری برای حالاتی طراحی شده‌اند که برای هر واگذاری یک و یا چند هزینه متجانس و یا نامتجانس با مقادیر قطعی و دقیق در نظر گرفته شده است. اما در بسیاری از مسائل واقعی واگذاری، اکثراً تمام هزینه‌ها قطعی نبوده و ممکن است به صورت تقریبی باشد. در چنین مواقعی، هزینه‌ها به صورت فازی بیان می‌شوند. در این مقاله، پس از ارایه و بررسی مساله واگذاری با هزینه‌های نامتجانس فازی، روشی برای حل این نوع مسائل بر اساس تحلیل پوششی داده‌های فازی ارایه می‌گردد.

واژه‌های کلیدی: مسالهٔ واگذاری، برنامه‌ریزی خطی فازی، برنامه‌ریزی چند هدفی، تحلیل پوششی داده‌ها

مقدمه

مسأله واگذاری یکی از حالات خاص مسأله حمل و نقل در تحقیق در عملیات است. در این مسأله، هر مبدأ تنها عرضه کننده یک کالا و هر مقصد فقط متقاضی یک کالاست. تخصیص کارمندان به شغل ها یا واگذاری پروژه‌ها به افراد با حداقل هزینه، نمونه‌هایی از مسأله واگذاری است. یکی از روشهای معروف برای حل این نوع از مسائل، روش مجارستانی است که اولین بار در سال ۱۹۵۵ توسط ریاضیدان مجارستانی به نام Kuhn ارایه گردید.[(1)] صورتهای مختلفی برای مسأله واگذاری مطرح شده است که از جمله می‌توان به مسأله واگذاری تعمیم یافته، مسأله تخصیص کانال، مسأله واگذاری تصادفی، مسأله واگذاری درجه دوم و غیره اشاره کرد. در اکثر روشهای حل این

[*] عهده دار مکاتبات: Email -ssaatim@yahoo.com

www.SID.ir

نوع مسائل، برای هر واگذاری تنها یک هزینه در نظر گرفته شده است. حال آنکه در پاره‌ای از مسائل واقعی واگذاری ممکن است هر تخصیص شامل چندین هزینه نامتجانس باشد. در این ارتباط(۲) روشی برای حل مسأله واگذاری پیشنهاد کردند که در آن برای واگذاری هرکار به هر ماشین چند هزینه نامتجانس قطعی وجود داشت. در روش پیشنهادی، آنها از مفاهیم تحلیل پوششی داده‌ها (DEA)، مجموعه مشترک وزنها (CSW) و برنامه‌ریزی خطی چند هدفه (MOLP) استفاده نمودند.

در بسیاری از مسائل واگذاری اکثراً تمام هزینه‌ها قطعی نیستند. به‌عنوان مثال، هزینه‌ای که برای تخصیص یک شغل به یک کارگر در نظر گرفته می‌شود ممکن است به‌صورت تقریبی باشد. در چنین مواقعی هزینه‌ها به‌صورت فازی بیان می‌شوند. در این مقاله، پس از ارایه و بررسی مسائل واگذاری با هزینه‌های نامتجانس فازی، روشی برای حل این نوع مسائل براساس تحلیل پوششی داده‌های فازی، مجموعه مشترک وزنها و برنامه‌ریزی چند هدفه بیان می‌کنیم.

سازماندهی این مقاله چنین است: در بخش بعدی مرور مختصری در زمینه‌های مسأله واگذاری، مدلهای تحلیل پوششی داده‌های فازی و برنامه‌ریزی خطی چند هدفه به عمل آمده است. در بخش سوم، یک روش جدید برای حل مسأله واگذاری با هزینه‌های نامتجانس فازی پیشنهاد شده و به دنبال آن در بخش چهارم برای توضیح روش پیشنهادی یک مثال عددی ارایه می‌گردد. بالاخره در بخش پنجم بعضی از نتایج برگرفته از روش پیشنهادی ارایه می‌شود.

مواد و روشها

مروری بر ادبیات روش

در این بخش، بعضی از مفاهیم ضروری در ارتباط با مسأله واگذاری، مدلهای تحلیل پوششی داده‌های فازی و مسأله برنامه‌ریزی خطی چند هدفه ارایه می‌شوند.

مسأله واگذاری

در مسأله واگذاری، هدف یافتن بهترین راه تخصیص m پروژه به m فرد است، به‌طوری که هر پروژه به یک فرد واگذار شده و هر فرد تنها یک پروژه داشته باشد و در نهایت هزینه کلی این واگذاری کمینه گردد. اگر c_{ij} هزینه واگذاری شغل jام به فرد iام باشد ($i, j = ۱,\dots,m$)، مدل ریاضی مسأله واگذاری چنین خواهد بود:

$$
\begin{aligned}
\min \quad & \sum_{i=۱}^{m}\sum_{j=۱}^{m} c_{ij}x_{ij} \\
\text{s.t.} \quad & \sum_{i=۱}^{m} x_{ij} = ۱ \qquad j = ۱,\dots,m \\
& \sum_{j=۱}^{m} x_{ij} = ۱ \qquad i = ۱,\dots,m \\
& x_{ij} \in \{۰,۱\} \qquad i, j = ۱,\dots,m
\end{aligned} \tag{۱}
$$

Archive of SID

www.SID.ir

مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها

فرض کنیم n واحد تصمیم‌گیری داشته باشیم به‌طوری که هریک از آنها m ورودی را برای تولید s خروجی مصرف می‌کنند. اگر x_{ij} $(i=1,\ldots,m)$ ورودیها و y_{rj} $(r=1,\ldots,s)$ خروجی‌های DMU_j $(j=1,\ldots,n)$ باشند، دو مدل اساسی در تحلیل پوششی داده‌ها ت[۳-۴] ارایه شده است. این مدل‌ها به‌ترتیب به مدل CCR و مدل BCC معروف هستند. مدل‌های CCR و BCC از ماهیت خروجی برای ارزیابی واحد pام به صورت زیر هستند:

مدل CCR

$$\begin{aligned}
\min \quad & \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ip} \\
\text{s.t.} \quad & \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rp} = 1 \\
& \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} \le 0 \qquad \forall j \\
& v_i, u_r \ge 0 \qquad \forall i, r
\end{aligned}$$

مدل BCC

$$\begin{aligned}
\min \quad & \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ip} + u_0 \\
\text{s.t.} \quad & \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rp} = 1 \\
& \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} - u_0 \le 0 \qquad \forall j \\
& v_i, u_r \ge 0 \qquad \forall i, r
\end{aligned} \tag{۲}$$

Lovell و Pastor[۵] نشان دادند که دو مدل فوق، برای واحدهائی که چندین ورودی را برای تولید یک خروجی مساوی مصرف می‌کنند، معادل هستند.

مدل CCR با داده‌های فازی را می‌توان بصورت زیر درنظر گرفت:

$$\begin{aligned}
\min \quad & \sum_{i=1}^{m} v_i \tilde{x}_{ip} \\
\text{s.t.} \quad & \sum_{r=1}^{s} u_r \tilde{y}_{rp} = 1 \\
& \sum_{r=1}^{s} u_r \tilde{y}_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i \tilde{x}_{ij} \le 0 \qquad j = 1,\ldots,n \\
& v_i, u_r \ge 0 \qquad i = 1,\ldots,m, \quad r = 1,\ldots,s
\end{aligned} \tag{۳}$$

که در آن، نماد '~' نشان‌دهنده فازی بودن داده‌هاست.

بدلیل کاربرد زیاد اعداد فازی مثلثی و ذوزنقه‌ای در مسائل عملی، در این مدل، ضرائب را به‌صورت یک عدد فازی مثلثی درنظر می‌گیریم. با اعمال روش ارایه شده [۳-۶]، مسأله برنامه‌ریزی خطی با ضرایب قطعی زیر را خواهیم داشت:

Archive of SID

www.SID.ir

$$
\begin{aligned}
\min \quad & \sum_{i=1}^{m} \bar{x}_{ip} && \\
\text{s.t.} \quad & \sum_{r=1}^{s} \bar{y}_{rp} = 1 && \\
& \sum_{r=1}^{s} \bar{y}_{rj} - \sum_{i=1}^{m} \bar{x}_{ij} \le 0 && j=1,\dots,n \\
& v_i\left(\alpha x_{ij}^{m} + (1-\alpha)x_{ij}^{l}\right) \le \bar{x}_{ij} \le v_i\left(\alpha x_{ij}^{m} + (1-\alpha)x_{ij}^{u}\right) && i=1,\dots,m,\quad j=1,\dots,n \\
& u_r\left(\alpha y_{rj}^{m} + (1-\alpha)y_{rj}^{l}\right) \le \bar{y}_{rj} \le u_r\left(\alpha y_{rj}^{m} + (1-\alpha)y_{rj}^{u}\right) && r=1,\dots,s,\quad j=1,\dots,n \\
& v_i,\, u_r \ge 0 && i=1,\dots,m,\quad r=1,\dots,s
\end{aligned} \tag{4}
$$

برنامه‌ریزی خطی چند هدفه

یک مسأله برنامه‌ریزی خطی چند هدفی عبارت از بهینه‌سازی چند تابع روی یک مجموعه از قیود است. به‌عبارت دیگر می‌توان یک مسأله برنامه‌ریزی خطی چند هدفه را به‌صورت زیر نشان داد:

$$
\begin{aligned}
\min \quad & \{f_1(\mathbf{x}),\dots,f_n(\mathbf{x})\} \\
\text{s.t.} \quad & \mathbf{x}\in X
\end{aligned} \tag{5}
$$

که در آن $f_i(\mathbf{x})$ $(i=1,\dots,n)$ توابع هدف بوده و X ناحیه شدنی مسأله است. روشهای مختلفی برای حل این مسأله وجود دارد. یکی از روشهای موجود برای حل این مسأله روش مجموع وزین است.[7] در این روش، ابتدا با حل مسائل زیر، آرمانهای تک تک توابع هدف تعیین می‌گردد:

$$
\begin{aligned}
f_i^* = \min \; & f_i(\mathbf{x}), \quad i=1,\dots,n \\
\text{s.t.} \; & \mathbf{x}\in X
\end{aligned}
$$

سپس به کمک مسأله برنامه‌ریزی خطی زیر یک جواب رضایتبخش برای مسأله (۵) بدست می‌آید:

$$
\begin{aligned}
\min \quad & \sum_{i=1}^{n} \frac{f_i(\mathbf{x})}{f_i^*} \\
\text{s.t.} \quad & \mathbf{x}\in X
\end{aligned} \tag{6}
$$

مسأله واگذاری با هزینه‌های نامتجانس فازی

در مسأله واگذاری[1] برای هر تخصیص تنها یک هزینه در نظر گرفته شده است. حال آنکه در بسیاری از مسائل واقعی، ممکن است هر تخصیص شامل چندین هزینه نامتجانس فازی باشد. مسأله واگذاری m پروژه به m فرد را درنظر گرفته و فرض کنید برای تخصیص پروژه jام $(j=1,\dots,m)$ به فرد iام $(i=1,\dots,m)$، k هزینه نامتجانس فازی به‌صورت $\tilde{c}_{ij}^{s}$ $(s=1,\dots,k)$ وجود داشته باشد. در این حالت، جدول مسألهٔ واگذاری با بردار هزینه فازی $\tilde{C}_{ij}=(\tilde{c}_{ij}^{1},\dots,\tilde{c}_{ij}^{k})$ به صورت زیر است:

Archive of SID

	M_1	$\cdots$	M_j	$\cdots$	M_m
P_1	$\tilde{C}_{11}$	$\cdots$	$\tilde{C}_{1j}$	$\cdots$	$\tilde{C}_{1m}$
$\vdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$
P_i	$\tilde{C}_{i1}$	$\cdots$	$\tilde{C}_{ij}$	$\cdots$	$\tilde{C}_{im}$
$\vdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$
P_m	$\tilde{C}_{m1}$	$\cdots$	$\tilde{C}_{mj}$	$\cdots$	$\tilde{C}_{mm}$

جدول ۱: جدول واگذاری

از آنجایی‌که تمام افراد، پروژه jام $(j=1,\ldots,m)$ را با نتیجه یکسانی انجام می‌دهند، لذا هر خانه موجود در ستون jام جدول واگذاری را به‌صورت یک واحد تصمیم‌گیری با k ورودی هزینه‌های نامتجانس فازی و یک خروجی واحد درنظر می‌گیریم. بنابراین، DMU_{ij} $(i, j=1,\ldots,m)$ واحدی است که متناظر با خانه سطر iام و ستون jام از جدول واگذاری که ورودی‌های آن هزینه‌های نامتجانس فازی بوده و تنها خروجی آن، واحد است.

از آنجائیکه هرچقدر هزینه‌ها در خانه‌های جدول مسأله واگذاری کمتر باشد شانس تخصیص پروژه بفرد مربوطه بیشتر شده و از طرفی در ماهیت خروجی مدل CCR، واحدی ناکارا است که میزان کارایی آن بیشتر از یک شود، بنابراین می‌توان هزینه‌ای که از ترکیب هزینه‌های نامتجانس به کمک مدل CCR با ماهیت خروجی بدست آمده را با کارایی واحد متناظر معادل دانست. از این رو از مدل CCR با ماهیت خروجی در روش پیشنهادی استفاده می‌کنیم.

روش پیشنهادی

ابتدا مدل CCR فازی با ماهیت خروجی را برای واحدهای واقع در هر ستون جدول واگذاری بکار می‌گیریم. بنابراین، برای ارزیابی واحد pام در ستون jام با k ورودی $\tilde{c}_{ij}^{k},\ldots,\tilde{c}_{ij}^{1}$ و یک خروجی واحد، مدل زیر را داریم:

$$\begin{aligned}
\min\quad & \sum_{s=1}^{k} v_s \tilde{c}_{pj}^{s} \\
\text{s.t.}\quad & \sum_{s=1}^{k} v_s \tilde{c}_{tj} \geq \tilde{1} \qquad t=1,\ldots,m \\
& v_s \geq 0 \qquad s=1,\ldots,k
\end{aligned} \tag{7}$$

در واقع مدل فوق با تخصیص وزنهایی به هزینه‌های نامتجانس فازی DMU_{pj} بدنبال ترکیب بهینه‌ای از این هزینه‌هاست. هدف ما در اینجا بدست آوردن یک وزن مشترک برای تمام خانه‌های ستون jام $(j=1,\ldots,m)$ جدول واگذاری است به طوری که ترکیب بهینه‌ای از هزینه‌های نامتجانس هر خانه را حاصل کند. از طرفی به ازای هر DMU_{pj} $(p=1,\ldots,m)$ از مدل(۷) وزنهای مختلفی برای ترکیب هزینه‌های نامتجانس هرخانه از ستون jام

Archive of SID

www.SID.ir

$(j=1,\ldots,m)$ جدول واگذاری حاصل می‌شود. بنابراین، نیازمند تعیین یک مجموعه مشترک از وزنها برای خانه‌های هر ستون جدول واگذاری هستیم. برای این منظور از مفهوم مجموعه مشترک وزنها در تحلیل پوششی داده‌ها استفاده می‌کنیم. برای یافتن مجموعه مشترک وزنها، مسأله برنامه‌ریزی خطی چند هدفۀ فازی زیر را متناظر با ستون j ام $(j=1,\ldots,m)$ در نظر می‌گیریم:

$$\begin{aligned} \min \quad & \left\{\sum_{s=1}^{k} v_s \tilde{c}_{1j}^{s}, \ldots, \sum_{s=1}^{k} v_s \tilde{c}_{mj}^{s}\right\} \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{s=1}^{k} v_s \tilde{c}_{tj}^{s} \geq \tilde{1} \qquad t=1,\ldots,m \\ & v_s \geq 0 \qquad s=1,\ldots,k \end{aligned} \tag{8}$$

چون مینیمم تک‌تک توابع هدف مدل(۸) بزرگتر یا مساوی یک است، پس برای حل این مدل از روش Minimax استفاده می‌کنیم.[7] برای این منظور داریم:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{t=1}^{m} \sum_{s=1}^{k} v_s \tilde{c}_{tj}^{s} \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{s=1}^{k} v_s \tilde{c}_{tj}^{s} \geq \tilde{1} \qquad t=1,\ldots,m \\ & v_s \geq 0 \qquad s=1,\ldots,k \end{aligned} \tag{9}$$

از آنجائی که این مدل یک برنامه‌ریزی خطی با داده‌های فازی است، پس برای قطعی نمودن این مدل فرض می‌کنیم هزینه‌ها به‌صورت اعداد فازی مثلثی به شکل $\tilde{c}_{tj}^{s} = \left((\tilde{c}_{tj}^{s})^m, (\tilde{c}_{tj}^{s})^l, (\tilde{c}_{tj}^{s})^u\right)$ و $\tilde{1} = (1^m, 1^l, 1^u)$ باشند. داریم:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{t=1}^{m} \sum_{s=1}^{k} v_s \left((\tilde{c}_{tj}^{s})^m, (\tilde{c}_{tj}^{s})^l, (\tilde{c}_{tj}^{s})^u\right) \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{s=1}^{k} v_s \left((\tilde{c}_{tj}^{s})^m, (\tilde{c}_{tj}^{s})^l, (\tilde{c}_{tj}^{s})^u\right) \geq (1^m, 1^l, 1^u) \qquad t=1,\ldots,m \\ & v_s \geq 0 \qquad s=1,\ldots,k \end{aligned} \tag{10}$$

برای حل مدل (۱۰) از روش ارایه شده [6] استفاده می‌کنیم. بدین منظور با در نظر گرفتن α-برش قیود مدل (۱۰)، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{t=1}^{m} \sum_{s=1}^{k} v_s \left[\alpha(\tilde{c}_{tj}^{s})^m + (1-\alpha)(\tilde{c}_{tj}^{s})^l, \alpha(\tilde{c}_{tj}^{s})^m + (1-\alpha)(\tilde{c}_{tj}^{s})^u\right] \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{s=1}^{k} v_s \left[\alpha(\tilde{c}_{tj}^{s})^m + (1-\alpha)(\tilde{c}_{tj}^{s})^l, \alpha(\tilde{c}_{tj}^{s})^m + (1-\alpha)(\tilde{c}_{tj}^{s})^u\right] \\ & \geq \left[\alpha 1^m + (1-\alpha)1^l, \alpha 1^m + (1-\alpha)1^u\right], \qquad t=1,\ldots,m \\ & v_s \geq 0 \qquad s=1,\ldots,k \end{aligned} \tag{11}$$

با تغییر متغیر

Archive of SID

$$\bar{c}_{tj}^{s} \in \left[\alpha\left(\tilde{c}_{tj}^{s}\right)^{m} + (1-\alpha)\left(\tilde{c}_{tj}^{s}\right)^{l}, \alpha\left(\tilde{c}_{tj}^{s}\right)^{m} + (1-\alpha)\left(\tilde{c}_{tj}^{s}\right)^{u}\right], \quad t = 1,\ldots,m$$

خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{t=1}^{m}\sum_{s=1}^{k} v_s \bar{c}_{tj}^{s} && \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{s=1}^{k} v_s \bar{c}_{tj}^{s} \geq a, && t = 1,\ldots,m \\ & \alpha\left(\tilde{c}_{tj}^{s}\right)^{m} + (1-\alpha)\left(\tilde{c}_{tj}^{s}\right)^{l} \leq \bar{c}_{tj}^{s} \leq \alpha\left(\tilde{c}_{tj}^{s}\right)^{m} + (1-\alpha)\left(\tilde{c}_{tj}^{s}\right)^{u}, && t = 1,\ldots,m \\ & \alpha 1^{m} + (1-\alpha)1^{l} \leq a \leq \alpha 1^{m} + (1-\alpha)1^{u} && \\ & v_s \geq 0 && s = 1,\ldots,k \end{aligned} \tag{۱۲}$$

حال با تغییر متغیر $w_{tj}^{s} = v_s \bar{c}_{tj}^{s}$، $(t = 1,\ldots,m)$ مدل غیرخطی (۱۲) به مدل خطی زیر تبدیل می‌شود:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{t=1}^{m}\sum_{s=1}^{k} w_{tj}^{s} && \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{s=1}^{k} w_{tj}^{s} \geq a, && t = 1,\ldots,m \\ & \left[\alpha\left(\tilde{c}_{tj}^{s}\right)^{m} + (1-\alpha)\left(\tilde{c}_{tj}^{s}\right)^{l}\right]v_s \leq w_{tj}^{s} \leq \left[\alpha\left(\tilde{c}_{tj}^{s}\right)^{m} + (1-\alpha)\left(\tilde{c}_{tj}^{s}\right)^{u}\right]v_s && \forall t,s \\ & \alpha 1^{m} + (1-\alpha)1^{l} \leq a \leq \alpha 1^{m} + (1-\alpha)1^{u} && \end{aligned} \tag{۱۳}$$

تعریف: در مساله (۱۳)، DMU_{tj} را کارا گوئیم هرگاه $\sum_{s=1}^{k} w_{tj}^{s} = 1$.

طبق تعریف فوق لازم است $1^m = 1^l = 1^u$، یعنی $a=1$ و لذا خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{t=1}^{m}\sum_{s=1}^{k} w_{tj}^{s} && \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{s=1}^{k} w_{tj}^{s} \geq 1, \quad t = 1,\ldots,m && \\ & \left[\alpha\left(\tilde{c}_{tj}^{s}\right)^{m} + (1-\alpha)\left(\tilde{c}_{tj}^{s}\right)^{l}\right]v_s \leq w_{tj}^{s} \leq \left[\alpha\left(\tilde{c}_{tj}^{s}\right)^{m} + (1-\alpha)\left(\tilde{c}_{tj}^{s}\right)^{u}\right]v_s && \forall t,s \\ & \alpha 1^{m} + (1-\alpha)1^{l} \leq a \leq \alpha 1^{m} + (1-\alpha)1^{u} && \\ & v_s \geq 0 \qquad s = 1,\ldots,k && \end{aligned} \tag{۱۴}$$

بعد از حل این مدل، به ازای هر $j = 1,\ldots,m$، مجموعه‌ای از مقادیر $\sum_{s=1}^{k} w_{tj}^{s}$ حاصل می‌شود که این مقادیر معادل با هزینه ترکیبی (نرمال شده) هریک از واگذاری‌ها می‌باشد. با استفاده از روش فوق، یک مساله واگذاری با هزینه‌های نامتجانس فازی، تبدیل به یک مساله واگذاری کلاسیک شده و از روش‌های موجود می‌توان آنرا حل نمود.

Archive of SID

www.SID.ir

	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5
	(٤,٠/٥,٠/٥)	(٢٣٢,١٢,١٠)	(٤٤,١,٢/٥)	(١٤٥٨,٥٥,٥٥)	(١٤٨,١٥,٥)
P_1	(٢/١,٠/٢,٠/٢)	(٣٢١,٨,٤)	(٢٩,٢,٢/٢)	(٢٣٥٧,٩٨,٦٥)	(٢٥٧,٩,٦)
	(١٣,١,٠/٩)	(١٢٥,٩,١٠)	(٦٥,٣,١/٩)	(٣٢٩٨,١٠١,٩٨)	(٣٢٩,١١,٩)
	(٢/٩,٠,٠)	(٣٠٠,١٠,١٢)	(٢٩,١/٢,٠)	(٢٥٧٩,٣٢,٢١)	(٢٥٩,١٢,١)
P_2	(١/٥,٠/١,٠/١)	(٤٥٦,١٤,١٠)	(٢٠,٢/١,٠/١)	(٣٨١٢,١٢١,١٠٠)	(٣١٢,١١,١٠)
	(١٥,١/٢,٠/٥)	(٢٣٦,١٠,١٤)	(٤٥,٢/٢,٠/٥)	(٣٣٣٣,٢٠٠,١٥٨)	(٣٣٣,٢٠,١٨)
	(٤/٩,٠/٥,٠/٥)	(٤٠٠,٩,٧)	(٣٩,١/٥,١/٥)	(٣٥٣٢,٧٥,٧٠)	(٣٥٢,١٥,٠)
P_3	(٢/٦,٠/٤,٠/٤)	(٧٤١,١٠,١٠)	(٢١,١/٤,١/٤)	(٢٩٠٠,١٠٠,١٠٠)	(٢٠٠,١٠,١٠)
	(١٢,٠/٩,١/١)	(٧٤٥,٩,١٠)	(٥٥,١/٩,١/١)	(٢٨٥٧,١٧٤,١٥٠)	(٢٨٥,١٤,١٠)
	(٤/١,٠/٧,٠/٧)	(١٥٨,١١,١١)	(٣٣,٢/٧,٢/٧)	(٢٤٣٢,٦٩,٨٥)	(٢٤٢,١٩,٥)
P_4	(٢/٣,٠/١,٠/١)	(٣٦٩,٧,٩)	(٢٥,٢/١,٢/١)	(٢١٤٥,٤٩,١٠١)	(٢٤٥,٩,١١)
	(١٨,١/٥,١/٢)	(٦٥٨,١٣,١٠)	(٦٠,٣/٥,١/٢)	(٣٠٢١,١٥٠,١٣٢)	(٣٠٢,١٠,١٢)
	(٦/٥,٠/٦,٠/٦)	(٢٧٥,٢١,١٧)	(٤١,٢/٦,١/٦)	(٣٠٠٠,٨٥,٨٠)	(٣٠٠,١٥,٠)
P_5	(٤/١,٠/٥,٠/٥)	(٢٥٨,١٥,١٥)	(٣٣,٢/٥,١/٥)	(٢٩٠٠,١٣٥,١٠٠)	(٢٠٠,١٥,١٠)
	(١١/١,١/٣,١/٤)	(٧٨٥,٩,١٠)	(٥٣,٢/٥,١/٤)	(٣٢٩٨,١٩٠,١٥٤)	(٣٢٩,١٠,١٤)

جدول ۲- داده‌های مثال عددی

مثال عددی

فرض کنیم، شرکتی پنج پروژه M_1، M_2، M_3، M_4 و M_5 را جهت اجرا به مناقصه گذاشته و پنج پیمانکار P_1، P_2، P_3، P_4 و P_5 در این مناقصه شرکت کرده‌اند. برای هر واگذاری، سه هزینه فازی در نظر گرفته شده است. پیشنهادات ارایه شده در جدول ۲ نشان داده شده است.

Archive of SID

سیاست شرکت بدین صورت است که برای هر پیمانکار تنها یک پروژه واگذار شود. با استفاده از روش پیشنهادی، هزینه‌های سه‌گانه فازی پس از ادغام، تبدیل به یک امتیاز شدند. به عبارت دیگر، می‌توان این امتیازها را معادل با هزینهٔ واگذاری پروژه‌ها به پیمانکاران دانست. این امتیازات در جدول ۳ نشان داده شده است. این جدول یک مساله واگذاری کلاسیک را نشان می‌دهد. با حل این مساله بروش مجارستانی، واگذاری پروژه‌ها به پیمانکاران بصورت پروژه M_1 به پیمانکار P_5؛ پروژه M_2 به پیمانکار P_4؛ پروژه M_3 به پیمانکار P_2؛ پروژه M_4 به پیمانکار P_3 و پروژه M_5 به پیمانکار P_1 خواهد بود.

	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5
P_1	۱/۰۹	۱/۰۹	۰/۷۲	۱٤/۰٤	۱/۰۷
P_2	۱/۰۷	۰/۷۸	۱/۰٦	۰/۹٦	/۹٦
P_3	۱/۱۱	۰/۵۱	۰/۹۹	۱/۰٦	۱/۰۵
P_4	۰/۸٦	۱/۰۷	۰/۹۲	۱/۰۵	۱/۰۴
P_5	۱/۱۳	۱/۰۷	۰/۸۷	۰/۹۵	۱/۰٦

جدول ۳- نتایج حاصل از ادغام هزینه‌های نامتجانس

نتیجه‌گیری

مساله واگذاری یکی از مسایل مهم در صنعت، اقتصاد، سیاست و نظایر آنهاست. در اکثر این چنین مسایلی، همیشه نمی‌توان یک هزینه قطعی برای واگذاری در نظر گرفت. در این مقاله، با استفاده از مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها، مجموعه مشترک وزن‌ها و برنامه‌ریزی چند هدفه، الگوریتمی طراحی شده است که می‌توان مساله واگذاری با چند هزینه نامتجانس فازی را توسط آن حل نمود.

Archive of SID

www.SID.ir

References:

1. Kuhn, H.W., *Naval Res. Logist. Quart.*, **2**, 83 (1955).
2. Zarafat-Angiz, M., Saati, S., and Mokhtaran, M., *Far East Journal of Applied Mathematics*, **10**, 29 (2003).
3. Charnes, A., Cooper, W.W., and Rhodes, E., *European Journal of Operational Research*, **2**, 429 (1978).
4. Banker, R.D., Charnes, A., and Cooper, W.W., *Management Science*, **30**, 1078 (1984).
5. Lovell, C.A.K., PASTOR, J.T., *European Journal of Operational Research*, **118**, 46 (1999).
6. Saati, S., Memariani, A., and Jahanshahloo, G.R., *Fuzzy Optimization and Decision Making*, **1**, 255 (2002).
7. Boychuck, L.M., and Ovchinniuov, V.O., *Soviet Automatic Control*, **6**, 1 (1973).

Archive of SID

www.SID.ir