

فرآیند مغناطش در قطب نمای کوانتومی یک بعدی

محمد رضا سلطانی

گروه فیزیک، واحد شهرری، دانشگاه آزاد اسلامی، شهرری، ایران

تاریخ پذیرش: ۸۹/۴/۱۶

تاریخ دریافت: ۸۹/۲/۲۲

چکیده

مقدمه: ما مدل قطب نمای کوانتومی یک بعدی با اسپین $1/2$ را در نظر می گیریم. در دمای صفر مطلق، افت و خیزهای کوانتومی حاکم بر رفتار سیستم می باشند. در این دما، مدل فوق را روی خط بحرانی در نظر گرفته و یک میدان مغناطیسی عرضی اعمال می کنیم. با استفاده از روش عددی لنگشوز حالت پایه ی سیستم را برای سیستم هایی تا 20 اسپین محاسبه کرده و مغناطش سیستم را بر حسب میدان مغناطیسی اعمالی به دست می آوریم. نشان داده می شود که بر اساس نسبت اندازه قدرت برهمکنش های تبدلی مقدار مغناطش تا یک مقدار میدان بحرانی می تواند صفر بماند و همچنین در میدان های بزرگ فرآیند اشباع صورت می گیرد.

هدف: اثر میدان مغناطیسی عرضی را در مغناطش مدل قطب نمای کوانتومی مورد بررسی قرار داده ایم.

روش بررسی: برای مطالعه از روش عددی لنگشوز برای محاسبه ی حالت پایه استفاده کرده ایم. برای بررسی

تعداد ذرات مورد بررسی را 20 ذره در نظر گرفته ایم و سپس مغناطش سیستم را به روش عددی محاسبه نموده ایم.

نتایج: نشان داده شده است که با اعمال میدان مغناطیسی عرضی، مغناطش سیستم به کندی افزایش می یابد.

با افزایش بیشتر میدان، شیب منحنی مغناطش بسیار زیاد شده و سریع افزایش پیدا می کند. نهایتاً در یک مقدار مشخص، فرآیند اشباع مغناطیسی روی می دهد.

نتیجه گیری: با اعمال میدان مغناطیسی عرضی مغناطش مدل قطب نمای کوانتومی افزایش می یابد و به حالت

اشباع می رسد.

واژه های کلیدی: مدل قطب نمای کوانتومی، مغناطش

مقدمه

مطالعه‌ی مواد مغناطیسی به سبب اهمیتی که در صنعت دارند، یکی از مهم ترین مباحث فیزیک به شمار می‌روند. این مطالعات معمولاً محدود به دمای متناهی در محدوده‌ی دماهای معمولی (دمای اتاق) می‌شوند. در دهه‌ی اخیر مطالعه در دمای صفر مطلق به عنوان یکی از جالب ترین موضوعات پدیده شناختی مطرح شده است. در این دما، رفتار سیستم به طور کامل توسط افت و خیزهای کوانتومی کنترل شده و تمام آنچه که در توابع پاسخ سیستم‌ها مشاهده می‌شود را باید از نظریه‌ی کوانتوم مورد تحلیل قرار داد.^(۱) گذار فازهایی که در این دما روی می‌دهند را گذارهای کوانتومی گویند. این گذار فازها، تغییرات ایجاد شده توسط افت و خیزهای کوانتومی، در حالت پایه‌ی یک سیستم بس ذره‌ای را شرح می‌دهند. در واقع، یک عامل خارجی غیر از دما، افت و خیز کوانتومی ایجاد می‌کنند و افت و خیزهای فوق‌نظم‌های مرسوم در دمای صفر را از بین می‌برند. یک زمینه‌ی مناسب برای مطالعه‌ی گذارهای فاز فوق، مدل‌های اسپینی کم-بعد می‌باشند.

اخیراً در زمینه‌ی مدل‌های اسپینی، کارهای نظری بر نقش درجه‌ی آزادی مداری در ویژگی‌های مغناطیسی مواد متمرکز شده است. مشاهدات تجربی روی عایق‌های مات (Mott) یک واقع‌گرایی از اثر درجه‌ی آزادی مداری روی رفتار انرژی-پایین (low-energy) یک سیستم می‌باشند. یک کاندیدای خوب برای شرح رفتار دمای-پایین بعضی عایق‌های مات، مدل قطب‌نمای کوانتومی است.^(۲-۳) در این مدل درجات آزادی مداری توسط عملگرهای شبه-اسپین با اسپین-۱/۲ جایگزین شده‌اند. همیلتونی مدل قطب‌نمای کوانتومی یک بعدی روی یک زنجیره شامل N سایت به شکل زیر معرفی می‌شود:^(۴)

$$H = \sum_{i=1}^{N/2} J_1 \sigma_{2i-1}^z \sigma_{2i}^z + J_2 \sigma_{2i-1}^x \sigma_{2i}^x + L_1 \sigma_{2i}^z \sigma_{2i+1}^z \quad (1)$$

که در این رابطه، $\sigma_i^{x,z}$ عملگر پائولی در سایت i ام است و پارامترهای J_1, J_2, L_1 ثابت‌های تبادلی‌اند. انرژی حالت پایه و طیف انرژی مدل فوق با نداشتن به مدل آیزینگ کوانتومی به طور دقیق تعیین شده‌اند.^(۵) نشان داده شده که در فضای فاز کوانتومی سیستم، یک گذار فاز مرتبه‌ی اول در $J_1 = 0$ روی می‌دهد. تبهگنی حالت پایه در نقطه‌ی بحرانی فوق از مرتبه‌ی $2 \times 2^{N/2}$ است و گاف انرژی در در این نقطه بسته می‌شود. همچنین مدل فوق توسط تبدیلات جوردن-ویگنر به طور دقیق قطری شده است.^(۶) روش فوق نیز گذار فاز مرتبه‌ی اول را تایید کرده است.

اخیراً اثر میدان مغناطیسی روی مدل فوق مطالعه شده است.^(۷) در این وضعیت، مدل فوق توسط تبدیلات جوردن-ویگنر به طور کامل قطری شده و طیف انرژی سیستم تعیین شده است. همچنین فیدلیتی (Fidelity) و درهم‌تنیدگی در حضور میدان مغناطیسی محاسبه شده‌اند. موضوعی که در هیچ مطالعه‌ی روی آن انجام نشده است مسئله‌ی فرآیند مغناطش سیستم در حضور میدان مغناطیسی است. ما در این مقاله مدل فوق را روی خط بحرانی مرتبه‌ی اول در نظر گرفته و یک میدان مغناطیسی عرضی به آن اعمال می‌کنیم. همیلتونی سیستم در حضور میدان عرضی در راستای محور y به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$H = \sum_{i=1}^{N/2} J_1 \sigma_{2i-1}^z \sigma_{2i}^z + J_2 \sigma_{2i-1}^x \sigma_{2i}^x + L_1 \sigma_{2i}^z \sigma_{2i+1}^z - h \sum_{i=1}^N \sigma_i^y \quad (2)$$

که پارامتر h میدان مغناطیسی خارجی اعمال شده به سیستم است. انتظار می رود که میدان مغناطیسی فوق باعث مغناطیده شدن سیستم شود. هدف از این کار مطالعه ی فرآیند مغناطش در سیستم قطب‌نمای کوانتومی توسط روش عددی لنگشوز می‌باشد. در بخش بعد، روش لنگشوز توضیح داده می شود و سپس نتایج به دست آمده از روش لنگشوز روی مغناطش سیستم ارایه شده و مورد تحلیل قرار می گیرند.

روش لنگشوز

به منظور قطری کردن یک ماتریس توسط رایانه، یک روش معمول، سه قطری کردن در گام اول و بعد قطری کردن کامل آن است. روش لنگشوز به عنوان یک روش کارا و مفید برای سه قطری کردن ماتریس‌های پراکنده بزرگ شناخته شده است که ابزار محاسباتی مفیدی برای مطالعه‌ی گذرا فاز کوانتومی در سیستم‌های اسپینی است.^(۸-۹) اگر فرض کنیم ماتریس T سه قطری شده‌ی ماتریس اصلی H توسط تبدیل V باشد، رابطه‌ی زیر را خواهیم داشت:

$$T=V^{-1}HV \quad \text{یا} \quad VT=HV \quad (3)$$

ماتریس تبدیل V را می‌توان با بردارهای ستونی به صورت $V = (v_1, v_2, \dots, v_m)$ و عناصر قطری T را به صورت $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ و همچنین عناصر روقطر و زیر قطر T را به صورت $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{m-1}$ نشان داد، ماتریس سه قطری T به شکل زیر می‌باشد:

$$T = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & o & \dots & o & o \\ \beta_1 & \alpha_2 & \beta_2 & \dots & o & o \\ o & \beta_2 & \alpha_3 & \beta_3 & \dots & o \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \\ o & o & o & \dots & \alpha_{m-1} & \beta_{m-1} \\ o & o & o & \dots & \beta_{m-1} & \alpha_m \end{pmatrix} \quad (4)$$

با استفاده از رابطه $HV=VT$ می‌توان نوشت:

$$H|v_{m-1}\rangle = \beta_{m-2}|v_{m-2}\rangle + \alpha_{m-1}|v_{m-2}\rangle + \beta_{m-1}|v_m\rangle \quad (5)$$

$$H|v_m\rangle = \beta_{m-1}|v_{m-1}\rangle + \alpha_m|v_m\rangle$$

$$|v_m\rangle = \frac{(H|v_{m-1}\rangle - \beta_{m-2}|v_{m-2}\rangle - \alpha_{m-1}|v_{m-1}\rangle)}{\beta_{m-1}} \quad (6)$$

در رابطه‌ی (۶) بردار $|v_{m+1}\rangle$ وجود ندارد زیرا در یک فضای m بعدی فقط m بردار می‌توان یافت که برهم متعام باشند و برای این منظور کافی است که $|v_k\rangle$ ها بریکدیگر عمود باشند. در یک فضای m بعدی، روابط مربوط به تعیین β_i و α_i را می‌توان به شکل زیر پیدا کرد:

$$\alpha_i = \langle v_i | H | v_i \rangle, \quad \beta_i = \| H | v_i \rangle - \beta_{i-1} | v_{i-1} \rangle - \alpha_i | v_i \rangle \| \quad (7)$$

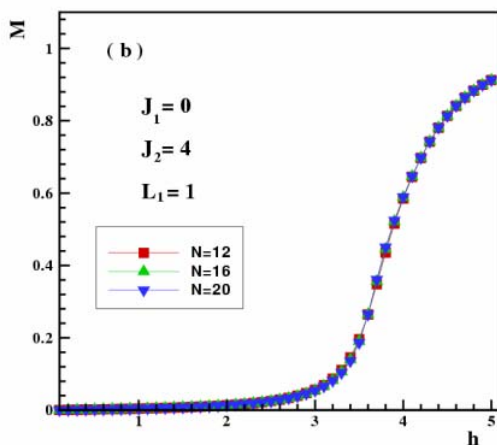
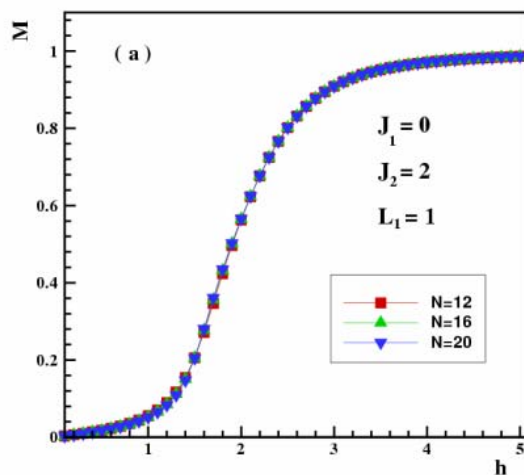
معادله (۶) نشان می‌دهد که چگونه شکل سه قطری T را از H می‌توان به دست آورد و بعد از سه قطری سازی، قطری سازی نهایی توسط یکی از روش های استاندارد انجام می‌شود. باید متذکر شد که شکل سه قطری که از H می‌سازیم فضای حافظه را تنها به صورت یک مرتبه‌ی خطی از بعد ماتریس (یعنی N) اشغال می‌کند. چون با این روش عناصر همیلتنونی بزرگ مقیاس اصلی را در حافظه ذخیره نمی‌کنیم بنابراین بخش بزرگی از فضای حافظه حفظ می‌شود. در واقع در محاسبه‌ی چندین ویژه مقدار کوچک از ماتریس همیلتنونی، دنباله‌ی کامل $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ و $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{m-1}$ را به دست نمی‌آوریم، زیرا همگرایی روش لنگشوز در α_j و β_j هایی که $\langle m \rangle$ می‌باشد اتفاق می‌افتد.

آزمایش عددی

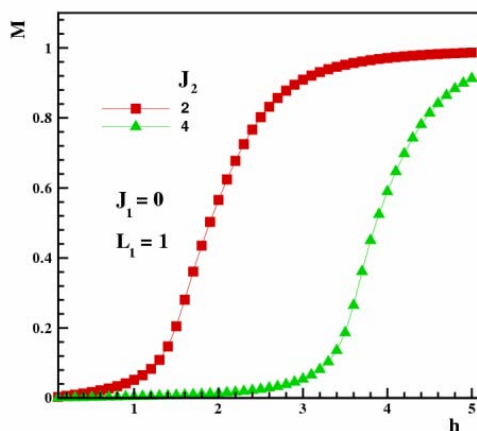
در این بخش با در نظر گرفتن میدان مغناطیسی خارجی به عنوان پارامتر کنترل، رفتار مدل فوق را در دمای صفر مطلق مطالعه کرده ایم. همچنانکه ذکر شد یک روش بسیار مؤثر و کار آمد برای بررسی گذارهای فاز کوانتومی، روش لنگشوز می‌باشد. توسط این روش همیلتنونی مدل قطب نمای کوانتومی یک بعدی روی زنجیره هایی با طولهای مختلف $N = 12, 16, 20$ قطری شده و حالت پایه‌ی سیستم را تعیین کرده ایم. برای محاسبات عددی فوق، شرط مرزی دوره‌ای در نظر گرفته شده و همچنین به دلیل اینکه، جمله‌ی مربوط به برهمکنش میدان مغناطیسی با جمله‌ی مربوط به برهمکنش اسپین‌ها در همیلتنونی با هم جا به جا نمی‌شوند، تمام فضای هیلبرت سیستم به طور کامل در نظر گرفته شده است. تابع مغناطش به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$M = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \langle GS | \sigma_i^y | GS \rangle \quad (8)$$

که در این رابطه، $\langle GS | \dots | GS \rangle$ مقدار چشمداشتی روی حالت پایه‌ی سیستم را نشان می‌دهد. در شکل ۱ تابع مغناطش سیستم برحسب میدان عرضی h برای زنجیره‌های منتهای $N = 12, 16, 20$ ذره رسم شده است. حالت پایه‌ی سیستم برای مقادیر ثابت های تبدالی (a) $J_1=0, J_2=2, L_1=1$ و (b) $J_1=0, J_2=4, L_1=1$ توسط روش لنگشوز محاسبه کرده و مغناطش را به دست آورده ایم. همچنانکه دیده می‌شود، در غیاب میدان مغناطیسی عرضی، یعنی $h=0$ مغناطش سیستم صفر است که در توافق کامل با مطالعات قبلی است.^(۶-۴) با اعمال میدان، مغناطش سیستم به کندی افزایش می‌یابد و با افزایش بیشتر میدان، شیب منحنی مغناطش بسیار زیاد شده و سریع افزایش پیدا می‌کند. نهایتاً در یک مقدار مشخص، فرآیند اشباع مغناطیسی روی می‌دهد. از شکل ۱ (b) دیده می‌شود که پهنای ناحیه‌ی ابتدایی منحنی مغناطش، که در این ناحیه مغناطش به کندی افزایش می‌یابد، با افزایش قدرت برهمکنش J_2 بزرگ می‌شود. همچنین میدانی که در آن پدیده‌ی اشباع روی می‌دهد نیز با افزایش قدرت برهمکنش J_2 بزرگ می‌شود. این نشان می‌دهد که با افزایش J_2 همبستگی های کوانتومی اسپینی بزرگ تر شده و برای از بین بردن این همبستگی ها میدان های بزرگ تری لازم است. در شکل ۲ منحنی مغناطش برای دو مقدار متفاوت از برهمکنش تبدالی J_2 نشان داده شده است. داده های مربوط به شکل فوق برای زنجیره‌ای شامل $N = 20$ اسپین می‌باشند. به وضوح افزایش پهنای ناحیه‌ی اول و مقدار میدان اشباع با افزایش برهمکنش تبدالی J_2 در این شکل دیده می‌شود.



شکل ۱- منحنی مغناطش بر حسب میدان عرضی در $J_1 = 0$ برای زنجیره های شامل $N = 12, 16, 20$ ذره. شکل (a) مربوط به مقادیر $J_2 = 2, L_1 = 1$ و شکل (b) مربوط به مقادیر $J_2 = 4, L_1 = 1$ می باشد.



شکل ۲- منحنی مغناطش بر حسب میدان عرضی در $J_1 = 0, L_1 = 1$ و زنجیره ای به طول $N = 20$. مقادیر مربوط به J_2 متفاوت ($J_2 = 2, 4$) انتخاب شده اند.

نتیجه گیری

در این مقاله، مدل قطب نمای کوانتومی یک بعدی در نظر گرفته شد. توسط روش عددی لنگشوز، اثر میدان مغناطیسی عرضی روی سیستم فوق در دمای صفر مطلق مطالعه شد. ابتدا توسط روش فوق حالت پایه ی سیستم برای زنجیره های متناهی $N = 12, 16, 20$ ذره ای محاسبه شده و سپس تابع مغناطش سیستم توسط مقدار چشمداشتی روی حالت پایه به صورت عددی محاسبه شده است. در غیاب میدان مغناطیسی عرضی، یعنی $h = 0$ مغناطش سیستم صفر بوده که در توافق کامل با مطالعات قبلی است.^(۴-۶) با اعمال میدان، مغناطش سیستم به کندی افزایش می یابد. با افزایش بیشتر میدان، شیب منحنی مغناطش بسیار زیاد شده و سریع افزایش پیدا می کند. نهایتاً در یک مقدار مشخص، فرآیند اشباع مغناطیسی روی می دهد. همچنین پهنای ناحیه ی ابتدایی منحنی مغناطش، که در این ناحیه مغناطش به کندی افزایش می یابد، با افزایش قدرت برهمکنش J_2 بزرگ می شود. در نهایت میدانی که در آن پدیده ی اشباع روی می دهد نیز با افزایش قدرت برهمکنش J_2 بزرگ می شود. این نشان می دهد که با افزایش J_2 همبستگی های کوانتومی اسپینی بزرگ تر شده و برای از بین بردن این همبستگی ها میدان های بزرگ تری لازم است.

تشکر و قدردانی

تحقیق فوق برگرفته از طرح پژوهشی « مطالعه ی اثر میدان مغناطیسی بر مدل قطب نمای کوانتومی در بعد کم» می باشد که با حمایت مالی دانشگاه آزاد اسلامی واحد شهرری به اجرا در آمده است، بدین وسیله از آن واحد دانشگاهی، تقدیر و تشکر به عمل می آید.

References:

1. Vojta, M., *Rep. Prog. Phys.*, **66**, 2069 (2003).
2. Kugel, K.I., and Khomskii, D.I., *Sov. Phys. JETP*, **37**, 725 (1973).
3. Doucot, B.M., Fiegelman, V., Loffe, L.B., and Ioselevich, A.S., *Phys. Rev. B*, **71**, 02405 (2005).
4. Eriksson, E., and Johannesson, H., *Phys. Rev. B*, **79**, 224424 (2009).
5. Brzezicki, W., Działyga, J., and Oles, A.M., *Phys. Rev. B*, **75**, 134415 (2007).
6. Brzezicki, W., and Oles, A. M., *Acta Phys. Pol. A*, **115**, 162 (2009).
7. Sun, K. W., *Phys. Rev. B*, **80**, 174417 (2009).
8. Lanczos, C., *J. Res. Natl. Bur. Stand.*, **45**, 255 (1950).
9. Lin, H. Q., and Gubernatis, J. E., *Comput. Phys.*, **7**, 400 (1993).