Archive of SID

ارائهٔ مدل ساختاری مؤلفه‌های مؤثر در یادگیری عبارت‌های جبری دورهٔ جدید متوسطه، با استفاده از روش سلسله‌مراتبی ویژگی‌ها

شیوا مفاخری* احمد شاهورانی سمنانی** محمدحسن بهزادی*** علی برهمند****

چکیده:

در فرایند آموزش و یادگیری ریاضیات پایه، مباحث مرتبط با عبارت‌های جبری اساس بسیاری از مباحث اصلی و مهم در ریاضیات مدرسه‌ای و ریاضیات پیشرفته است و به‌خصوص در موضوع‌های مرتبط با تابع‌ها و عملگرها از آن استفاده می‌شود. ازاین‌رو، یافتن روابط و میزان ابعاد آن‌ها بین مؤلفه‌های مؤثر در سطح دانش و مهارت دانش‌آموزان به‌صورت الگو یا مدلی کاربردی، برای آموزشگران ریاضی حائز اهمیت است.

این پژوهش، می‌کوشد برای موضوع عبارت‌های جبری در دورهٔ متوسطه، با استفاده از ابزار آزمون ریاضی و سپس با تحلیل داده‌ها توسط نرم‌افزار R، به‌کارگیری شیوه‌های «ارزیابی تشخیصی و شناختی» برای آنالیز داده‌ها و سپس استخراج نتایج از شیوه «سلسله‌مراتبی ویژگی‌ها» یک مدل ساختاری ارائه دهد.

نتایج حاصل در آغاز با سه حیطهٔ محتوایی «شناخت و تشخیص»، «ساده کردن» و «فاکتورگیری و پخش‌پذیری» بررسی شدند، مدل ساختاری، بنا بر آنالیز نتایج الگویی هم گرا و خطی را برای مدل ارتباطی میان مؤلفه‌ها نشان داد که با مدل اندازه‌گیری برای یافتن ابعاد، روایی، پایایی و برازش مدل تثبیت شد.

کلید واژه‌ها: **ارزیابی، روش ارزیابی تشخیصی و شناختی، عبارت جبری، روش سلسله‌مراتبی ویژگی‌ها، آیتم**

▣ تاریخ دریافت مقاله: ۹۷/۱۱/۱ ▣ تاریخ شروع بررسی: ۹۷/۱۱/۸ ▣ تاریخ پذیرش مقاله: ۹۸/۴/۱۵

* دانشجوی دکترا، گروه ریاضی، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

** دانشیار گروه ریاضی، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران (نویسنده مسئول)..... Ahmad.shahvarani@yahoo.com

*** دانشیار گروه آمار، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

**** استادیار گروه ریاضی، واحد همدان، دانشگاه آزاد اسلامی، همدان، ایران

www.SID.ir

Archive of SID

مقدمه

به گفتهٔ کیل پاتریک و سوافور[1] (۲۰۰۲ / ۱۳۹۵)، جبر دروازهٔ ورود به ریاضیات سطح بالاتر است. عبارت‌های جبری کاربردهای فراوانی دارند. برای مثال، رابطهٔ فیثاغورث در مثلث‌های قائم‌الزاویه یک تساوی بین دو عبارت جبری است که در محاسبه‌های هندسی از آن استفاده می‌شود. در مصر و بابل کهن و همچنین در دوره‌های جدیدتر در هند، با مقدمه‌های جبر آشنا بودند و با توجه به داده‌های مسئله، می‌توانستند معادله را تشکیل دهند و برخی گونه‌های آن را حل کنند. البته آن‌ها از حروف برای نشان دادن داده‌ها و مجهول‌ها آگاهی نداشتند و نمی‌توانستند معادله‌ها را به‌صورت کلی خود تنظیم کنند. در دوران ریاضیات کاربردی، عنصرهای جبری ادامهٔ دانش حساب تلقی می‌شدند. با وجود این، به‌ویژه بابلی‌ها تا مرز فراتری از جبر جلو رفته بودند و می‌توانستند مسئله‌های عملی را که به گونه‌هایی از معادلهٔ درجه دوم و در بعضی حالت‌ها حتی درجه سوم منجر شود، حل کنند. برای نخستین بار در سدهٔ نهم میلادی و در کارهای محمد، فرزند موسی، مشهور به خوارزمی به واژهٔ «جبر» برخورد می‌کنیم. خوارزمی کتاب «حساب جبر و مقابله» را به تشکیل و حل معادله‌ها اختصاص داده است. او از شش نوع معادله صحبت می‌کند که یکی از آن‌ها، معادلهٔ درجهٔ اول و پنج گونهٔ دیگر درجهٔ دوم هستند (درواقع معادلهٔ درجهٔ اول را هم حالت خاصی از معادلهٔ درجه دوم، وقتی‌که ضریب درجهٔ دوم برابر صفر باشد، در نظر می‌گیرد). «حساب جبر و مقابله» همه‌چیز را با واژه‌ها بیان می‌کند و هیچ‌گونه نماد حرفی ندارد. «شورای ملی معلمان ریاضی آمریکا (NCTM)[2]» (۲۰۰۰) معتقداست که همهٔ دانش‌آموزان باید جبر یاد بگیرند. همچنین، دربارهٔ جبر مدرسه‌ای بیان می‌دارد، که برنامه‌های آموزشی از پیش‌دبستان تا پایان پایهٔ دوازدهم باید همهٔ دانش‌آموزان را قادر سازد الگوها، روابط و توابع را درک کنند، موقعیت‌ها و ساختارهای ریاضی را با استفاده از نمادهای جبری بازنمایی و تجزیه‌وتحلیل کنند، مدل‌های ریاضی را برای بازنمایی و درک روابط کمّی به کار برند، و تغییر را در زمینه‌های گوناگون تجزیه‌وتحلیل کنند.

«سند برنامهٔ درسی ملی» (۱۳۹۱) نیز با اشاره به اهمیت ریاضیات و جایگاه جبر در برنامهٔ آموزش ریاضی مدرسه‌ای بیان می‌دارد:

> «در ریاضیات مدرسه‌ای، فعالیت‌های آموزشی باید برخاسته از ریاضیات محیط پیرامون باشد و به دانش‌آموزان کمک کند مفاهیم و گزاره‌های ریاضی را در محیط پیرامونی خود مشاهده، تجزیه‌وتحلیل و درک کنند و برای مفاهیم ریاضی در محیط پیرامونی تعبیرهای گوناگون به دست آورند... یادگیری عمیق مفاهیم ریاضی وقتی رخ می‌دهد که دانش‌آموزان خودشان طی حل یک مسئلهٔ قابل‌توجه به آن مفاهیم رسیده باشند و خودشان آن مفاهیم را ساخته باشند. بنابراین، در فرایند یاددهی ــ یادگیری ریاضی، دانش‌آموزان یاد می‌گیرند که چگونه مفاهیم جدید رخ می‌دهند، چگونه باید

www.SID.ir

Archive of SID

آن‌ها را نام‌گذاری کرد و چگونه می‌توان با آن‌ها کار کرد و آن‌ها را تعمیم داد. تا پایان دورهٔ آموزش عمومی موضوعات محتوایی این حوزه بر اساس تلفیقی از شبکه‌های مفهومی و مهارتی سازمان‌دهی می‌شوند و در دورهٔ متوسطهٔ دوم برحسب رشته‌های تحصیلی، در قالب موضوع‌های محوری با جهت‌گیری نظری یا کاربردی ارائه خواهند شد» (نگاشت سوم سند برنامهٔ درسی ملی، ۱۳۹۱ ص. ۳۴).

موارد مطرح‌شده، نشان از اهمیت پرداختن به موضوع جبر و ضرورت بررسی مطالب پیرامون یادگیری جبر در ریاضیات مدرسه‌ای دارد.

● هدف‌های آموزش جبر در دورهٔ متوسطه

هدف‌های بیان‌شده در کتاب‌های راهنمای معلم برای کتاب دهم متوسطه به‌این‌ترتیب است که دانش‌آموز بتواند عبارت‌های یک‌جمله‌ای را تشخیص دهد و مفهوم ضریب عددی و قسمت حرفی را بفهمد. مفهوم چندجمله‌ای را درک کند و بتواند چندجمله‌ای را برحسب توان‌های نزولی متغیر مرتب کند. در این دوره‌ها، کتاب‌ها معمولاً در مورد چندجمله‌ای‌هایی با یک متغیر بحث می‌کنند. یکی دیگر از هدف‌های جزئی کتاب‌ها این است که دانش‌آموزان بتوانند تفاوت اتحاد با معادله را بدانند، و مفهوم اتحادهای درجهٔ دو را به‌خوبی و درستی درک کنند و بتوانند آن‌ها را از طریق روش‌های جبری و هندسی بیان کنند. در کنار این هدف‌های، می‌توان به هدف‌های دیگری مانند استفاده از ب.م.م (بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک) در تجزیهٔ چندجمله‌ای‌ها و تجزیهٔ سه‌جمله‌ای‌ها به کمک اتحاد مربع دوجمله‌ای و اتحاد جملهٔ مشترک نیز اشاره کرد. لذا می‌توان اهمیت جایگاه جبر در ریاضیات مدرسه‌ای و لزوم پرداختن به آن را از زاویه‌های متفاوت متوجه شد. در کنار مباحث اشاره شده، عبارت‌های جبری با یکی از مهم‌ترین مباحث در ریاضی به نام «تابع» نیز مرتبط‌اند. ازاین‌رو، آشنایی دانش‌آموزان با جبر در پایه‌های ابتدایی و ایجاد درک عمیق نسبت به آن در دوره‌های بالاتر، ضروری است. (راهنمای معلم ریاضی دهم/۱۱۰۳۶۴/سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی،۱۳۹۷) البته همان‌طور که غلام آزاد (۱۳۸۰) بیان کرده است «با توسعه برنامه‌های آموزشی و پیشرفت فناوری لازم است نگرشی نو به برنامه جبر دبیرستانی داشته باشیم و به‌جای انجام عملیات دستی طولانی و پرزحمت تمرکز آموزش را بر تفکر جبری قرار دهیم.» (نقل‌شده در حسین پور، ابراهیم‌زاده و شریعتی، ۱۳۹۷). دستیابی به هدف فوق، مستلزم برنامه‌ریزی صحیح برای معرفی به‌موقع و دقیق جبر و معادله و مباحث مربوط به آن‌ها، در طول سال‌های تحصیل است که بخشی از این کار بر عهدهٔ برنامه‌ریزان درسی و بخش دیگر بر عهدهٔ مؤلفان کتاب‌های درسی ریاضی است.

با توجه به مطالب اشاره‌شده، هدف از این پژوهش به‌کارگیری روشی جدید به نام روش

www.SID.ir

Archive of SID

«سلسله‌مراتبی ویژگی‌ها» در برنامهٔ ریاضیات متوسطه، و به‌صورت جزئی، در آموزش عبارت‌های جبری بر پایهٔ روش‌های تشخیصی عملیاتی، به‌منظور استخراج و تعمیم استنباط‌های شناختی دربارهٔ مهارت‌های حل مسئله ریاضی دانش‌آموزان است. روش سلسله‌مراتبی ویژگی‌ها یک روش روان‌سنجی برای طبقه‌بندی پاسخ‌های داوطلبان به آیتم آزمون در مجموعه‌ای از الگوهای آیتم ساختاریافتهٔ مرتبط با یک مدل شناختی است. اکثر آزمون‌های آموزشی بر پایهٔ تکالیف حل مسئله شناختی هستند. از روش‌های طراحی آزمون اصولی، برای طراحی آزمون و ارزیابی اطلاعات پاسخ‌های دانش‌آموزان استفاده می‌شود (بارنی[3]، ۲۰۱۲). واژه‌های «اندازه‌گیری» و «ارزشیابی» دو واژهٔ شبیه به هم اما متفاوت هستند که امکان دارد گاهی به‌جای یکدیگر به کار روند. برای پیشگیری از چنین اشتباهی باید به تعریف‌ها و تفاوت این دو واژه دقت کرد. بنا بر تعریف آلوس[4] (۲۰۱۱) از مراحل تحلیل روش سلسله‌مراتبی ویژگی‌ها (AHM)[5] برای هر تحلیل دو مرحله زیر وجود دارد:

- **مرحلهٔ اول:** ارائهٔ مدل شناختی و ساخت آیتم، در مرحلهٔ اول الگوهای پاسخ مورد انتظار آزمودنی برای سلسله‌مراتب مؤلفه‌ها محاسبه می‌شوند. تنها خلاصه‌ای مختصر از به‌کارگیری عبارت‌های جبری موردنیاز برای ایجاد ماتریس پاسخ مورد انتظار نهایی ارائه می‌شوند. گیرل، ونگ و ژو (۲۰۰۳) گیرل، ونگ و ژو[6] (۲۰۰۸) آموزش کامل این مرحله، با مثال‌ها ارائه و روابط بین مؤلفه‌ها در سلسله‌مراتب را با استفاده از ماتریس مجاورت و قابلیت دسترسی تعریف کرده‌اند.
- **مرحلهٔ دوم:** تحلیل روان‌سنجی سلسله‌مراتب ویژگی‌ها پس از طراحی آزمون اصولی در مرحلهٔ اول، در مرحلهٔ دوم تجزیه‌وتحلیل سلسله‌مراتب ویژگی‌ها انجام می‌شود. نخست تناسب بین الگوهای پاسخ مورد انتظار آزمودنی از سلسله‌مراتب ویژگی‌ها و الگوهای پاسخ واقعی آزمودنی از یک اجرای آزمون عملیاتی ارزیابی می‌شود. اگر تناسب مدل-داده کافی باشد، الگوهای پاسخ مشاهده‌شدهٔ آزمودنی می‌توانند برای ایجاد نمره‌های مبتنی بر آیتم طبقه‌بندی شوند. ثبات تشخیصی این نمره‌ها را می‌توان با استفاده از براوردهای اعتبار مؤلفه‌ها تعیین کرد. در اینجا، برای روشن شدن موضوع، ویژگی‌های فرایندهای تحلیل سلسله‌مراتب بیان می‌شوند.

● ویژگی‌های فرایند تحلیل سلسله‌مراتبی

الف) یکتایی مدل[7]: این فرایند مدلی یکتا، ساده و انعطاف‌پذیر برای حل محدودهٔ وسیعی از مسائل بدون ساختار است که به‌راحتی آن را درک می‌کنند.

www.SID.ir

Archive of SID

ب) **پیچیدگی**[۸]: برای حل مسائل پیچیده، این فرایند هم نگرش سیستمی و هم تحلیل جزءبه‌جزء را به‌صورت توأم به کار می‌برد. عموماً افراد در تحلیل مسائل یا کل‌نگری می‌کنند و یا به جزئیات می‌پردازند و کلیات را رها می‌کنند، درحالی‌که فرایند تحلیل سلسله‌مراتبی هر دو بعد را با هم به کار می‌بندد.

پ) **وابستگی متقابل**[۹]: وابستگی را به‌صورت خطی در نظر می‌گیرد، ولی برای حل مسائلی که در آن‌ها اجزا به‌صورت غیرخطی وابسته‌اند نیز به کار گرفته می‌شود.

ت) **ساختار سلسله‌مراتبی**[۱۰]: اجزای یک سیستم را به‌صورت سلسله‌مراتبی سازمان‌دهی می‌کند. این نوع سازمان‌دهی با تفکر انسان تطابق دارد و اجزا در سطوح مختلف طبقه‌بندی می‌شوند.

ث) **اندازه‌گیری**[۱۱]: مقیاسی برای اندازه‌گیری معیارهای کیفی و روشی برای تخمین و براورد اولویت‌ها فراهم می‌کند.

ج) **سازگاری**[۱۲]: سازگاری منطقی قضاوت‌های استفاده‌شده در تعیین اولویت‌ها را محاسبه و ارائه می‌کند.

چ) **تلفیق**[۱۳]: به برآورد رتبهٔ نهایی هر آیتم منجر می‌شود.

ح) **تعادل**[۱۴]: اولویت‌های وابسته به فاکتورها را در یک سیستم در نظر می‌گیرد، بین آن‌ها تعادل برقرار می‌کند و فرد را قادر می‌سازد بهترین گزینه را بر اساس هدف‌هایش انتخاب کند.

خ) **قضاوت و توافق**[۱۵]: بر روی توافق گروهی آموزشگران اصرار و پافشاری ندارد، ولی می‌تواند تلفیقی از قضاوت‌های گوناگون را ارائه کند.

د) **تکرار فرایند**[۱۶]: فرد را قادر می‌سازد تعریف خود را از یک مسئله تصحیح کند و قضاوت و تصمیم خود را بهبود بخشد. (لیم، سیا، چو، کور، تان[۱۷]، ۲۰۱۷).

با توجه به ویژگی‌های فوق، فرایند سلسله‌مراتبی به‌عنوان شیوهٔ اجرایی پژوهش انتخاب شد. در ادامه، نوع تحقیق در اجرا بیان می‌شود.

■ روش‌شناسی تحقیق

بنا بر طبقه‌بندی امبرتسون[۱۸] (۱۹۹۵)، مدل‌های شناختی برای «ارزیابی تشخیصی شناختی» (CDA)[۱۹] حداقل چهار ویژگی توصیفی دارند:

۱. مدل شامل مهارت‌هایی است که در مقیاس کوچک هستند، زیرا این مهارت‌ها باید فرایندهای شناختی زیربنایی عملکرد آزمون را مشخص کنند. این مقیاس کوچک باید به‌طور مداوم مشخص شود، به‌گونه‌ای که بتوان دانش و مهارت‌ها را در مدل برای نشان دادن انواع تفسیرهای تشخیصی که در گزارش نمره ارائه شده‌اند، مرتب کرد.

www.SID.ir

Archive of SID

۲. مهارت‌ها باید قابل‌اندازه‌گیری باشند. به این صورت که هر مهارت باید به‌گونه‌ای توصیف شود که به یک سازندهٔ آزمون اجازه دهد، که آیتمی را برای اندازه‌گیری آن مهارت ایجاد کند. در تحقیق حاضر، آیتم‌های موردنظر به‌صورت سؤالات پنج گزینه‌ای مرتبط با موضوع در نظر گرفته شده‌اند.

۳. مهارت‌ها باید از نظر ساختاری برای گروه وسیعی از دست‌اندرکاران آموزشی، از جمله آموزشگران ریاضی و دانش‌آموزان، مناسب باشند. حاصل مهارت‌های تشخیصی، به‌عنوان نمره، برای دست‌اندرکاران گزارش خواهد شد. ازاین‌رو، بازخورد نمره باید به‌وضوح ابلاغ شود.

۴. هر مدل شناختی غالباً یک سلسله‌مراتب از مهارت‌های ترتیب یافته در یک حوزه را نشان خواهد داد، زیرا فرایندهای شناختی، وابستگی‌ها و عملکرد را در شبکه‌ای بزرگ‌تر از فرایندهای مربوط به شایستگی‌ها و مهارت‌ها به اشتراک می‌گذارند. ارزیابی‌ها را می‌توان بر اساس مدل شناختی توسعه داد، به‌گونه‌ای که آیتم‌های آزمون به‌طور مستقیم مهارت‌های شناختی را ارزیابی کنند. در نتیجه عملکرد آزمون دانش‌آموزان با اطلاعاتی دربارهٔ نقاط ضعف و قوت شناختی‌شان مرتبط می‌شود.

برای مشخص شدن نحوهٔ به کاربردن چهار ویژگی ذکرشده در عمل، در این قسمت یک مثال اجرایی با تمرکز بر هر یک از ویژگی‌ها، به تفکیک، بیان می‌شود. به‌عنوان یک مهارت پیش‌فرض، شکل ۱، توالی سه آیتم از مرحلهٔ سادهٔ ابتدایی عملیات ریاضی به مرحلهٔ خاصیت عامل‌ها و سپس کاربرد آن‌ها را نشان می‌دهد. آیتم شناختی A۱ شامل اساسی‌ترین مهارت‌های عملیاتی ریاضی، مانند جمع، تفریق، ضرب و تقسیم عددها می‌شود. در آیتم A۲ لازم است فرد مهارت‌های ریاضی پایه (مانند آیتم A۱) و همچنین دانش خاصیت عامل‌های تجزیه را داشته باشد. در آیتم A۳ آزمودنی نه‌تنها به مهارت‌های ریاضی پایه (مانند آیتم A۱) و دانش فاکتورگیری (مانند آیتم A۲)، بلکه به مهارت در کاربرد فاکتورگیری نیز نیاز دارد. مؤلفه‌ها در یک مقیاس کوچک مشخص شده‌اند. هر آیتم قابل‌اندازه‌گیری است و هر آیتم و آیتم‌های مرتبط با آن طوری در نظر گرفته شده‌اند که از نظر ساختاری مربوط و معنادار باشد. مؤلفه‌ها از ساده به پیچیده‌تر، همان‌طور که از A۱ به A۳ حرکت می‌کنیم، مرتب شده‌اند. دیگر ساختارهای سلسله‌مراتبی را همچنین می‌توان برای پردازش اطلاعات مدل شناختی انتخاب کرد. گیرل، آلوس و تیلور[۲۰] (۲۰۱۰)، و گیرل، وانگ و ژو[۲۱] (۲۰۰۸) چهار شکل از ساختارهای سلسله‌مراتبی، از جمله «مدل‌های غیرخطی[۲۲]» را شناسایی و پیامدهای احتمالی آن‌ها را برای نمایش ساختار و توسعهٔ آزمون توصیف کردند. در شکل ۱، سه آیتم نمونهٔ طراحی‌شده برای ارزیابی سه مهارت ترتیب یافته در یک مدل شناختی خطی مشاهده می‌کنید.

www.SID.ir

Archive of SID

آیتم ۳: اگر $4a+4b=3c-3d$ باشد، پس ؟= $\frac{2a+2b}{5c-5d}$

A. ۲/۵
B. ۴/۳
C. ۳/۴
D. ۸/۱۵
E. ۳/۱۰

آیتم ۲: اگر $(x+1)(m-1)=0$ و $m\neq 1$ باشد، مقدار x چند است؟

A. ۲
B. -۱
C. ۰
D. ۱
E. -۲

آیتم ۱: اگر $6(m+n)-3=15$ باشد، پس ؟ $m+n=$

A. ۲
B. ۳
C. ۴
D. ۵
E. ۶

A۳: کاربرد فاکتورگیری **A۲:** ویژگی‌های عامل‌ها **A۱:** عملیات ریاضی

A۲: ویژگی‌های عامل‌ها **A۱:** عملیات ریاضی

A۱: عملیات ریاضی

شکل ۱. سه آیتم نمونهٔ طراحی‌شده برای ارزیابی سه مهارت ترتیب یافته در یک مدل شناختی خطی

به‌عنوان یک مهارت پیش‌فرض، آیتم شناختی A۱ به سنجش درک دانش‌آموز از مفاهیم ساده و بنیادی مثل جمع و تفریق می‌پردازد. در آیتم A۲ لازم است دانش‌آموز مهارت‌های ریاضی آیتم A۱ به اضافهٔ دانش خاصیت عامل‌ها را داشته باشد. در آیتم A۳ آزمودنی نه‌تنها به مهارت‌های ریاضی آیتم A۱ و دانش فاکتورگیری آیتم A۲، بلکه به مهارت در کاربرد فاکتورگیری نیاز دارد.

در آغاز کار، با مطالعهٔ منابع و هم‌فکری با استادان و همچنین نظرخواهی از همکاران باتجربه در تدریس، برای مهارت‌های اصلی در جبر چندجمله‌ای‌ها در دورهٔ دوم متوسطه، چهار حیطهٔ اصلی یافت شد و که اساس کار بر سه حیطهٔ اصلی بیان‌شده در کتاب‌های نونگاشت نهاده شد.

- **حیطهٔ اول: شناخت و تشخیص:** به معنای شناختن چندجمله‌ای‌ها و تعریف‌های پایه در جبر عبارت‌های جبری، مثل اصل حوزهٔ صحیح، جای‌گذاری متغیرها و...
- **حیطهٔ دوم: ساده کردن:** به معنای استفاده از اعمال جمع، تفریق و ضرب در عبارت‌های جبری به‌صورت پایه‌ای و اولیه در **مسائل مرتبط با عبارت‌های جبری**.

www.SID.ir

Archive of SID

- **حیطهٔ سوم: فاکتورگیری، پخش‌پذیری و ساده کردن:** برای پیداکردن مقادیر مجهول یا استفاده در عبارت‌های گویا و ساده کردن مسائل.

با توجه به میزان هم‌پوشانی مطالب در زمینه‌های متفاوت و پس از غربال‌های متعدد، طراحی اولیهٔ سؤال‌ها انجام شد.

■ ابزار پژوهش

با هم‌فکری متخصصان آموزش ریاضی و دبیران مجرب ریاضی دورهٔ دوم متوسطهٔ پایهٔ دهم (ریاضی دهم پایهٔ دهم دورهٔ دوم متوسطه ۱۱۰۲۱۱– ۱۳۹۷)، ۱۱ آیتم برای سؤال از دانش‌آموزان طراحی و انتخاب شد. با تأیید و هم‌فکری این استادان و تعدیل سؤال‌ها ابتدا پروژه به‌صورت آزمایشی[۲۳]، در یک نمونهٔ تصادفی ۲۰ نفره اجرا و ضریب دشواری و ضریب تمیز سؤالات محاسبه و تأیید شد.

سپس مجدداً سؤال‌ها برای ۷ نفر دیگر از دبیران ریاضی و آموزشگران ریاضی، به‌صورت مجزا، ارسال شدند و ضریب توافق به دست آمد. با گرفتن تأییدیه‌های نهایی و پس از انجام این مقدمات، در مرحلهٔ اجرایی، برای ۳۰۰ نفر دانش‌آموز پایهٔ دهم دبیرستان آزمون برگزار شد و نتایج دریک ماتریس گردآوری شد. داده‌ها در نرم‌افزار R به‌صورت ماتریس وارد و در مرحله تعدیل ماتریس درنهایت ۲۸۶ پاسخ از آزمون‌ها تحلیل شدند.

سؤال‌های آزمون در جدول ۱ آورده شده‌اند. سعی شد حیطه‌ها بنا بر استانداردهای معرفی‌شده در سرفصل جبر «سند شورای ملی معلمان ریاضی آمریکا» آموزش عبارت‌های جبری انتخاب شوند:

- **حیطهٔ اول** به شناخت پایه از چندجمله‌ای‌ها اختصاص دارد. در این حیطه اعمالی ابتدایی، همچون جای‌گذاری مقادیر به‌جای متغیرها یا اصل حوزهٔ صحیح شناخت جمله‌ها و دسته‌بندی جمله‌ها مدنظراست. در این قسمت سه آیتم طراحی شدند تا فقط مفاهیم پایه‌ای را بسنجند (آیتم‌های ۱، ۲ و ۳).
- **حیطهٔ دوم** حول مفاهیم ساده کردن و اعمال ابتدایی روی عبارت‌های جبری است. در این حیطه، آیتم‌ها برحسب اعمالی چون ضرب اسکالر در چندجمله‌ای، ضرب چندجمله‌ای در چندجمله‌ای و تشخیص یک‌جمله‌ای‌های متشابه و جمع و تفریق آن‌ها انتخاب گردید (آیتم‌های ۴، ۵، ۶ و ۷). برای کاربردی کردن بیشتر مفهوم در آیتم ۴ سعی شد به کمک شکل، کاربردی از چندجمله‌ای‌ها (در هندسه) مطرح شود.
- در **حیطهٔ سوم**، از مباحث اصلی فاکتورگیری و ساده کردن عبارت‌های جبری و عبارت‌های گویا آیتم‌هایی مطرح شدند. مفاهیم فاکتورگیری، دسته‌بندی و ساده کردن از مفاهیم اساسی هستند که در عملیات پایهٔ جبری به کار گرفته می‌شوند (آیتم‌های ۸، ۹، ۱۰ و ۱۱).

www.SID.ir

Archive of SID

جدول ۱. سؤالات آزمون

● **حیطهٔ ۱.** *شناخت و تشخیص:* **به معنای شناختن چندجمله‌ای‌ها و تعریف‌های پایه در جبر عبارت‌های جبری، مثل اصل حوزهٔ صحیح، جای‌گذاری متغیرها و...**

آیتم ۱. اگر $(x+1)(m-1)=0$ و $m\neq 1$ باشد، مقدار x چند است؟

الف) ۲ ب) -۱ ج) ۰ د) ۱ هـ) -۲

آیتم ۲. اگر $4a+4b=3c-3d$ باشد، پس حاصل $\frac{2a+2b}{5c-5d}$ چقدر است؟

الف) $\frac{2}{5}$ ب) $\frac{4}{3}$ ج) $\frac{3}{4}$ د) $\frac{8}{15}$ هـ) $\frac{3}{10}$

آیتم ۳. مقدار x^2+2y برای مقدار $x=-1$ و $y=3$ مساوی چقدر است؟

الف) -۳ ب) ۷ ج) -۵ د) ۵ هـ) -۷

● **حیطهٔ ۲.** *ساده‌کردن:* **به معنای استفاده از اعمال جمع، تفریق و ضرب در عبارت‌های جبری، به‌صورت پایه‌ای و ابتدایی در مسائل مرتبط با عبارت‌های جبری**

آیتم ۴. حاصل عبارت مقابل کدام است: $-(8x-2y-5)+3(y-7x+9)$

الف) $-y+15x-34$ ب) $29x-5y-32$ ج) $y-15x+4$
د) $5y-23x+32$ هـ) $-29x+5y+32$

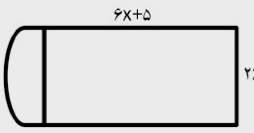
آیتم ۵. ساده‌شدهٔ عبارت $-2c-[-(5c-(3))-[-8c]]$ کدام است؟

الف) $-20c-30$ ب) $-10c+3$ ج) $20c+3$
د) $-10c-3$ هـ) $10c-3$

آیتم ۶. تعداد جمله‌های حاصل $(x-y+z)(m+n+p)$ چقدر است؟

الف) ۹ ب) ۶ ج) ۳ د) ۱۲ هـ) ۵

آیتم ۷. محیط این شکل به‌صورت جبری و همچنین مقدار عادی برای $x=2$ و $\pi=3$ چقدر است؟



الف) ۵۲ و $20x+12$ ب) ۳۲ و $10x+12$
ج) ۴۶ و $17x+12$ د) ۴۸ و $18x+12$
هـ) ۴۲ و $15x+12$

● **حیطهٔ ۳. فاکتورگیری، پخش‌پذیری و ساده کردن برای پیداکردن مقادیر مجهول یا استفاده در عبارت‌های گویا و ساده کردن مسائل**

آیتم ۸. عبارت جبری $(x-y+z)(m+n+p)$ با کدام مورد برابر است؟

الف) $7x^2y^2(6y-5)$ ب) $42xy^2-35x^2y^2$ ج) $6xy^2(7y-5x^2)$
د) $6xy^2(7y-5x^2)$ هـ) $7xy^2(6y-5x)$

www.SID.ir

Archive of SID

آیتم ۹. ساده شدهٔ عبارت $\frac{x^{۴}y^{۳}-x^{۳}y^{۴}}{x^{۵}y^{۴}-x^{۴}y^{۵}}$ $(x,y\neq ۰)$ کدام است؟

الف) x,y ب) $\frac{۱}{x.y}$ ج) $\frac{x-y}{x+y}$ د) $\frac{x+y}{x-y}$ هـ) $\frac{x}{y}$

آیتم ۱۰. $(-۲m-۳n)(-۳n-۲m)$ حاصل عبارت کدام است؟

الف) $-۶m^{۲}-۱۵mn+۶n^{۲}$ ب) $۶m^{۲}+۱۵mn+۶n^{۲}$ ج) $۶m^{۲}+۱۵mn+۶n^{۲}$

د) $-۶m^{۲}-۱۵mn-۶n^{۲}$ هـ) $۶m^{۲}+۱۵mn-۶n^{۲}$

آیتم ۱۱. عامل مشترک میان $۶m^{۲}+۱۵mn-۶n^{۲}$ و $x^{۴}-۵x^{۲}+۴$ کدام است؟

الف) $x^{۴}-۵x^{۲}+۴$ ب) $(x-۲)(x-۱)$ ج) $(x+۲)(x-۱)$

د) $(x+۲)(x+۱)$ هـ) $(x-۱)(x+۱)$

در اولین مرحله، مدل‌های شـناختی اولیه برای سه حوزهٔ محتوایی ایجاد شدند. این کار به‌صورت مقدماتی انجام گرفت. بنابراین، آزمونگرهایی که مسئول اعتبارسنجی مدل‌های شناختی اولیه بودند، یک نقطهٔ شـروع برای بررسی خود داشتند. مدیر آزمون، مدل‌های شـناختی خود را با استفاده از محتوای توصیف‌شده در شواهد، برنامهٔ ریاضیات متوسطه از مطالعات با شاخص‌های پیشرفت ایجاد کرد. برنامهٔ مطالعـات باورهایی دربارهٔ ریاضیات، نتایج کلی، نتایج خاص و شـاخص‌های پیشـرفت را در حوزهٔ محتوایی شناسایی می‌کند.

در مرحلهٔ دوم، مدل‌های شناختی ایجادشده به‌وسیلهٔ محقق بررسی شدند. بر این اساس، در شناخت دانش‌آمـوز، یادگیری و آموزش در میان متخصصان محتوا برای توسـعهٔ مدل شـناختی ضروری بود، زیـرا آن‌ها دانش و مهارت‌های کوچک مقیاس موردنیاز را برای حل مسـائل در ریاضیات شناسـایی کردند. این مهارت‌ها را در هر مدل مرتب کردند و این مؤلفه‌ها شـناختی را، به شـیوه‌ای که هم از نظر سـاختاری واضح و هم برای گروه وسـیعی از دست‌اندرکاران آموزشی معنادار باشند، توصیف کردند. همهٔ متخصصان محتوا در توسعهٔ آزمون‌های آموزشی در مقیاس بزرگ تجربه داشتند.

■ یافته‌های پژوهش

مدل DINA[۲۴] یکی از موجزترین مدل‌های CDM[۲۵] است که فقط به دو پارامتر تغییرپذیر نیاز دارد. این مدل اساس سایر مدل‌های استفاده‌شده در آزمون‌های تشخیصی شناختی است. برای انتخاب مدل سنجش شناختی دو مدل غیر جبرانی RRUM[۲۶] و DINA بررسی شدند. جدول ۲ شاخص برازش مدل داده‌ها را نشان می‌دهد همان‌طور که (در جدول ۲) دیده می‌شود. مقادیر کمتر شاخص‌های AIC[۲۷] و BIC[۲۸] به معنای برازش مناسب مدل با داده‌ها است.

www.SID.ir

Archive of SID

جدول ۲. شاخص‌های برازش مدل با داده‌ها

مدل	AIC	BIC	RMSEA
RRUM	۳۹۰۰/۴۴	۴۰۳۷/۴۸۰	۰/۰۴۸
DINA	۳۹۳۵/۰۳	۴۰۲۷/۶۲۶	۰/۰۱۸

میانگین RMSEA[۲۹] برای سؤال‌ها نیز مورداستفاده قرار گرفت. مقادیر RMSEA < ۰/۱ نشان‌دهندهٔ برازش مناسب مدل است. مقدار AIC در مدل RRUM، شاخص RMSEA و BIC در مدل DINA کمترند. به دلیل اینکه شاخص RMSEA نشان داد، مدل DINA برازش مناسب‌تری با هرکدام از سؤال‌ها دارد، و با توجه به تحقیقات پیشین که ساختار سلسله‌مراتبی را برای داده‌های ریاضیات با مدل DINA به کار گرفته‌اند و اینکه مدل DINA در مقایسه با RRUM به پارامترهای کمتری نیاز دارد، مدل DINA برای این پژوهش انتخاب شد.

● روایی ماتریس Q

برای بررسی روایی ماتریس Q از «روش دلاتوره» (۲۰۰۸) استفاده شد. در این روش، برای شناسایی عناصر ماتریس Q که به اصلاح نیاز دارند از ضریب تمیز سؤال بهره گرفته می‌شود. نتایج این روش نشان داد، تغییر در هیچ کدام از عناصر ماتریس Q پیشنهادی محقق به بهبود معنادار در شاخص تمیز سؤال‌ها منجر نمی‌شود. بنابراین می‌توان ادعا کرد ماتریس پیشنهادی از روایی لازم برخوردار است.

جدول ۳ پارامترهای حدس و لغزش مربوط به مدل DINA را نشان می‌دهد. پارامتر حدس نشان‌دهندهٔ احتمال پاسخ صحیح به سؤال برای آزمودنی‌هایی است که به مهارت‌های لازم برای پاسخ‌گویی به سؤال تسلط ندارند. کمترین مقدار پارامتر حدس g=۰/۱۰۷ مربوط به سؤال شمارهٔ ۲ و بیشترین مقدار پارامتر حدس g=۰/۶۶ مربوط به سؤال شمارهٔ ۴ است. پارامتر حدس سؤال‌های ۴، ۳، ۶، و ۸ بزرگ‌تر از ۰/۵ است که مقدار بزرگ‌تری محسوب می‌شود. پارامترهای حدس سایر سؤال‌ها در حدس متوسط و کوچک است. پارامتر لغزش نشان‌دهندهٔ احتمال پاسخ نادرست به سؤال برای آزمودنی‌هایی است که به همهٔ مهارت‌های لازم برای پاسخگویی به سؤال تسلط یافته‌اند. بیشترین پارامتر لغزش s=۰/۶۶۵ مربوط به سؤال ۷ و کمترین مقدار پارامتر لغزش s=۰/۰۰۱ مربوط به سؤال ۱۱ است. پارامتر لغزش سؤال‌های ۲ و ۷ بزرگ‌تر از ۰/۵ است و پارامتر لغزش سؤال شمارهٔ ۵ برابر ۰/۴۱ است.

www.SID.ir

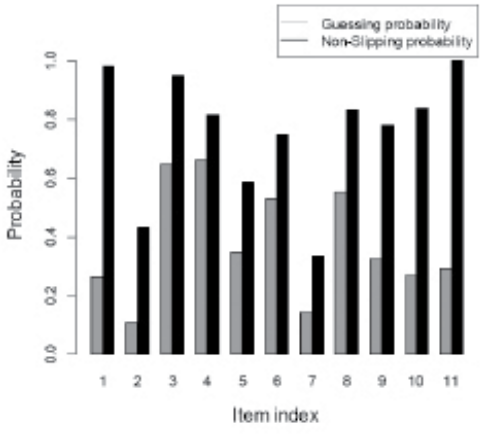
Archive of SID

جدول ۳. پارامترهای حدس و لغزش سؤالات آزمون[۳۰]

سؤال	حدس	لغزش
q۱	۰/۲۶۵	۰/۰۱۸
q۲	۰/۱۰۷	۰/۵۶۷
q۳	۰/۶۴۹	۰/۵۱۰
q۴	۰/۶۶۰	۰/۱۸۷
q۵	۰/۳۴۶	۰/۴۱۳
q۶	۰/۵۲۷	۰/۲۵۴
q۷	۰/۱۴۴	۰/۶۶۵
q۸	۰/۵۵۴	۰/۱۶۸
q۹	۰/۳۲۶	۰/۲۲۰
q۱۰	۰/۲۷۰	۰/۱۶۱
q۱۱	۰/۲۹۲	۰/۰۰۱

این مقدارها نشان‌دهندهٔ احتمال بالای لغزش برای آزمودنی‌هایی است که به مهارت‌های موردنیاز برای پاسخ‌گویی به هر سؤال تسلط یافته‌اند. پارامترهای لغزش سایر سؤال‌ها کوچک و در حد قابل‌قبول است.

نمودار ۱ احتمال پاسخ صحیح به هرکدام از ۱۱ سؤال آزمون را در حالت حدس زدن و حالت نبود لغزش نشان می‌دهد. سؤال ۲ کمترین احتمال پاسخ صحیح از طریق حدس را دارد. احتمال پاسخ صحیح بدون لغزش نیز پایین و کمی بیشتر از ۰/۴ است. سؤال ۷ کمترین احتمال پاسخ صحیح برای حالت فقدان لغزش را دارد که حدود ۰/۳۴ است. احتمال پاسخ صحیح بدون لغزش برای سؤال‌های ۱، ۳ و ۱۱ بیشتر از ۰/۹۰ است.



نمودار ۱. احتمال پاسخ صحیح به سؤال‌ها با حدس

www.SID.ir

Archive of SID

شـاخص RMSEA یکی از شاخص‌های اصلی نیکویی برازش در مدل یابی معادلات ساختاری اسـت. از ریشـهٔ میانگین مربعات خطاهای تخمین یا همان RMSEA در بیشـتر تحلیل‌های عاملی تأییدی و مدل‌های معادلات ساختاری استفاده می‌شود. بیشتر پژوهشگران از این قاعده استفاده می‌کنند کـه اگر شـاخص RMSEA کوچک‌تر از ۰/۱ باشـد، برازندگی مدل خوب اسـت و اگر بزرگ‌تر از این مقدار باشـد، مدل ضعیف طراحی شـده است. جدول ۴ شـاخص‌های تشخیص سؤال (IDI) و شـاخص‌های برازش سؤال (RMSEA) بر اساس مدل DINA را نشان می‌دهد. شاخص تشخیص سـؤال با شـاخص حدس و شاخص لغزش سؤال رابطه معکوسـی دارد. هرچه این دو شاخص کمتر باشند، شاخص تشخیص سؤال بالاتر خواهد بود.

جدول ٤. پارامترهای تمیز و شاخص RMSEA سؤال‌های آزمون

سؤال	تمیز	RMSEA
q۱	۰/۷۱۷	۰/۰۰۲
q۲	۰/۳۲۶	۰/۰۴۳
q۳	۰/۳۰۰	۰/۰۰۵
q۴	۰/۱۵۳	۰/۰۳۰
q۵	۰/۲۴۰	۰/۰۰۲
q۶	۰/۲۱۹	۰/۰۲۸
q۷	۰/۱۹۱	۰/۰۰۷
q۸	۰/۲۷۸	۰/۰۳۸
q۹	۰/۴۵۴	۰/۰۲۳
q۱۰	۰/۵۷۰	۰/۰۱۹
q۱۱	۰/۷۰۸	۰/۰۱۱

بزرگ‌ترین شـاخص تشـخیص سـؤال IDI=۰/۷۱۱ مربوط به سـؤال ۱ و کوچک‌ترین شاخص تشـخیص سـؤال IDI=۰/۱۵۳ مربوط به سؤال ۴ است. شاخص RMSEA برازش هر سؤال با مدل شـناختی را نشان می‌دهد. مقادیر RMSEA < ۰/۰۵ نشان‌دهندهٔ برازش عالی سؤال با مدل شناختی مورداسـتفاده هستند. بزرگ‌ترین مقدار RMSEA مشاهده‌شـده ۰/۰۴۳ برای سؤال ۲ است. کمترین مقدار شـاخص RMSEA به سـؤال‌های ۱ و ۵ مربوط و برابر ۰/۰۰۲ است. مقدار RMSEA برای سؤال‌ها نشان‌دهندهٔ برازش مناسب سؤال‌ها با مدل شناختی DINA است.

www.SID.ir

Archive of SID

● ضریب هم‌بستگی تتراکوریک[۳۱]

از این ضریب هنگامی استفاده می‌شود که هر دو متغیر مورد مطالعه، دو ارزشی ساختگی باشند. یعنی دو متغیر درواقع پیوسته (کمی) و نرمال باشند، اما به‌عمد و از روی ضرورت آن‌ها را به‌صورت دو ارزشی درآورده باشیم. بنابراین، می‌توان برای داده‌های رتبه‌ای در مقابل از داده‌های رتبه‌ای استفاده کرد که ویژگی‌های فوق را داشته باشند. فرمول محاسبهٔ ضریب هم‌بستگی تتراکوریک از این قرار است:

$$r_{tet} = \cos(۱۸۰ / (۱+\sqrt{ad / bc}))$$

● a، b، c و d فراوانی هر یک از خانه‌های جدول داده‌ها

نتایج هم‌بستگی پلی‌کوریک در جدول ۵ نشان می‌دهد، مهارت‌های مورداندازه‌گیری هم‌بستگی بالایی با یکدیگر دارند. هم‌بستگی فاکتورگیری و بخش‌پذیری با شناخت و تشخیص ۰/۹۳ است که هم‌بستگی بزرگی محسوب می‌شود. مهارت‌های مرتبط با ساده‌کردن، با شناخت و تشخیص و فاکتورگیری هم‌بستگی کاملی دارد.

جدول ۵. ماتریس هم‌بستگی تتراکوریک بین مهارت‌ها

	مهارت‌ها	۱	۲	۳
۱	شناخت و تشخیص	۱		
۲	ساده کردن	۰/۹۹	۱	
۳	فاکتورگیری و بخش‌پذیری	۰/۹۳	۰/۹۹	۱

هرچند ضریب هم‌بستگی تتراکوریک برای متغیرهای دوارزشی مناسب است، اما با توجه به بالا بودن هم‌بستگی‌های تتراکوریک، محقق به محاسبهٔ ضرایب هم‌بستگی پیرسون بین مهارت‌ها اقدام کرد. هم‌بستگی پیرسون بین فاکتورگیری و بخش‌پذیری با شناخت و تشخیص ۰/۶۴ بود. هم‌بستگی شناخت و تشخیص با ساده کردن ۰/۷۳ به دست آمد و هم‌بستگی پیرسون ساده کردن با فاکتورگیری ۰/۸۸ بود. ضرایب هم‌بستگی پیرسون نیز نشان‌دهندهٔ ارتباط قوی بین مهارت‌ها هستند. این ارتباط قوی می‌تواند ناشی از کاهش تعداد الگوهای مهارت ممکن (چهار الگو) به دلیل ساختار سلسله‌مراتبی مفروض باشد.

جدول ۶ احتمال تسلط به هرکدام از سه مهارت را نشان می‌دهد. مهارت شناخت و تشخیص چندجمله‌ای‌ها بیشترین احتمال تسلط را دارد (P=۰/۵۶). این مقدار نشان می‌دهد ۵۶ درصد آزمودنی‌ها به مهارت شناخت و تشخیص چندجمله‌ای‌ها تسلط یافته‌اند. احتمال تسلط بر مهارت ساده‌کردن عبارت‌ها و کاربرد چندجمله‌ای‌ها برابر با ۰/۴۱ است. در نهایت ۳۵ درصد از آزمودنی‌ها به مهارت فاکتورگیری و بخش‌پذیری در عبارت‌های جبری تسلط یافته‌اند.

www.SID.ir

Archive of SID

جدول ٦. احتمال تسلط بر مهارت‌های سه‌گانهٔ موردانداز‌ه‌گیری توسط آزمون

مهارت‌ها	خرده مهارت‌ها	احتمال تسلط
شناخت و تشخیص	به‌کارگیری اصل حوزهٔ صحیح در عمل ساده کردن	۰/۵۶
	تشخیص فرض و حکم و استفاده از فاکتورگیری ساده و جای‌گذاری	
	جای‌گذاری مقادیر عددی در یک عبارت جبری	
ساده کردن	ساده کردن با استفاده از پخش‌پذیری جمع و تفریق یک‌جمله‌ای‌ها	۰/۴۱
	ساده کردن با استفاده از قرینه یابی	
	ضرب یک‌جمله‌ای‌ها و تشخیص یک‌جمله‌ای‌های مشابه	
	کاربرد چندجمله‌ای‌ها در مسائل دیگر	
فاکتورگیری و بخش‌پذیری	فاکتورگیری در چندجمله‌ای‌ها	۰/۳۵
	فاکتورگیری در عبارت‌های گویا	
	پخش‌پذیری چندجمله‌ای‌ها	
	استفاده از اتحادهای جبری	

همان‌طور که در جدول ۷ مشاهده می‌شود، ۴۴ درصد از اعضای نمونه به هیچ کدام از سه مهارت تسلط نیافته‌اند.

جدول ۷. احتمال مشاهده الگوهای مهارت‌ها در نمونه

الگو	کد	احتمال تسلط
نداشتن تسلط بر سه مهارت	۰۰۰	۰/۴۴
تسلط بر شناخت و تشخیص	۱۰۰	۰/۱۵
تسلط بر شناخت و تشخیص و ساده کردن	۱۱۰	۰/۰۶
تسلط بر هر سه مهارت	۱۱۱	۰/۳۵

www.SID.ir

Archive of SID

ایـــن الگوی مهارت رایج‌ترین الگو در بین آزمودنی‌ها اســـت. ۱۵ درصـــد از جامعهٔ نمونهٔ تحقیق تنها به مهارت شـــناخت و تشـــخیص تسلط یافته‌اند. ۶ درصد تنها به دو مهارت شناخت و تشخیص و ســـاده‌کردن تســـلط پیداکرده‌اند. ۳۵ درصد از جامعهٔ نمونه نیز به هر سه مهارت مورداندازه‌گیری آزمون تسلط یافته‌اند.

■ بحث و نتیجه‌گیری ■

پژوهش بر پایهٔ مطالبی که به تفضیل بیان شـــد، الگوی خطی حاصل از ماتریس Q به‌خوبی نشان‌دهندهٔ پیش‌نیاز بودن حیطهٔ ۱ برای حیطهٔ ۲ و هم‌چنین حیطهٔ ۲ برای حیطـــهٔ ۳ اســـت. اما با توجه به نمودارهای ۴ و تعریـــف حیطه‌ها، در حیطهٔ ۱ دربارهٔ شـــناخت و تشخیص چندجمله‌ای‌ها و عبارت‌های جبری بســـیار کلی و دربرگیرندهٔ حیطه‌های دیگر است. پس تمرکز روی تشریح دقیق مفاهیم اصلی و بنیادی شناخت چندجمله‌ای‌هـــا، از قبیل درجه جمله‌ها و تعداد جملات و یک‌جمله‌ای‌های متشـــابه و... بســـیار مهم و اســـاس کار یادگیری صحیح جبر محســـوب می‌شـــود. این مطالب به‌خوبی در کتاب‌های نونگاشـــت از ســـال هفتم دورهٔ اول متوســـطه بیان شده‌اند. اما در حیطهٔ دوم که دربارهٔ ساده کردن و مفاهیم مرتبط به آن است، در پایه‌های هفتم تا نهم تأکید کمتری شده است. نقص و ایراد در بیان و تمرین این حیطه موجب ضعف در حل مســـائل ریاضی مرتبط برای حل کردن و تجزیه‌وتحلیل کردن شـــده است. در پژوهش‌هـــای قبلی نیز به کم بودن مقدار تکالیف مرتبط با این مباحث اشـــاره شـــده است (حسین پور و همکاران، ۱۳۹۷).

نمودار ٤. مدل هم‌گرای نتایج

حیطهٔ ســـوم، هم در ارتباط با حیطهٔ دوم و هم به‌طور مســـتقیم در ارتباط با حیطهٔ اول اســـت. دانش‌آموزان غالباً از خواص فاکتورگیری و پخش‌پذیری بدون توجه به قواعد ساده‌کردن توسط دانش‌آموزان استفاده می‌کنند. ضعف در ارتباط با حیطهٔ دوم موجب می‌شـــود در چندجمله‌ای‌های دشـــوارتر که قواعد به‌وضوح قابل‌اجرا نیست، دانش‌آموزان به‌راحتی قادر به تجزیه‌وتحلیل و حل مســـئله نباشـــند. همان‌طور که در

www.SID.ir

Archive of SID

پژوهش طهماسبی (۱۳۹۵) به رابطهٔ مستقیم میان بالارفتن تعداد تکالیف با توانایی انجام تجزیه در دانش‌آموزان اشاره شده است، در این نمودار، با برای پرداختن به این موضوع، درک بهتری از چگونگی حل مسائل آزمون توسط دانش‌آموزان لازم است. علاوه بر این، تحقیقات بیشتری لازم است تا بفهمیم چگونه معلمان در مورد طرح مسائل آزمون فکر می‌کنند. در هر دو مورد، پروتکل تفکر بلند می‌تواند سودمند واقع شود. با تطبیق و ارزیابی انواع پروتکل، محقق می‌تواند بفهمد چگونه و چرا دانش‌آموزان مسائل آزمون را به شکل خاصی حل می‌کنند. تحلیل‌های پروتکل رویکردهای حل مسئله معلمان و دانش‌آموزان ممکن است پیوند ارزشمندی را برای مطالعهٔ چگونگی انتقال آموزش برای انتقال عملکرد آزمون مهیا سازد. برای درک اینکه چگونه مؤلفه‌ها باید برای توسعهٔ اصلاح و تشخیص شناختی و همچنین هدایت آموزش بیشتر سازمان‌دهی و ارائه شوند، به فعالیت‌های بیشتری نیازاست. ارزش‌های انفرادی افراد در هر خرده‌مقیاس یک طبقه‌بندی چندبعدی را می‌سازد که اطلاعات تشخیصی بیشتری را در مقایسه با نمره فراهم می‌آورد و می‌توان از آن به‌عنوان مبنایی برای بازخورد و حمایت استفاده کرد (سولیوان، کلارک، کلارک، فارل، گراند ،۲۰۱۳).

به عبارت دیگر، پارادایم‌های مبتنی بر نمرهٔ کل (نظریه های کلاسیک اندازه‌گیری) در مقابل دیدگاه توصیف عمیق از پیشرفت دانش‌آموزان که نیازمند فراهم آوردن اطلاعات تشخیصی است، به چالش کشیده شده‌اند.

هدف چنین تعاملی گسترش روش ساخت آزمونی است که برای دانش‌آموزان بازخوردهای تشخیصی مناسب دربارهٔ سطح تسلط آن‌ها در صفت‌های شناختی فراهم آورد تا دانش‌آموزان نقص‌هایشان را در مهارت‌هایی که به تسلط نرسیده‌اند، جبران کنند.

درنهایت دغدغهٔ اصلی این تحقیق ارائهٔ مدل با به‌کارگرفتن روش‌های نوین تحلیل داده، ساخت آزمون‌های استاندارد و استفاده از روش‌های دقیق شناختی و تشخیصی برای موضوع‌های مورد تدریس در کلاس‌های درس به‌جای آزمون‌های روتین و کلیشه‌ای و صرفاً جمع‌آوری اطلاعات آماری در حد توصیفی بوده است.

بنا بر نتایج حاصل در حوزهٔ شناخت و تشخیص، عدد احتمال تسلط دانش‌آموزان بالاتر به دست آمد. دلیل آن می‌تواند تکرار استفاده از فاکتورگیری و اصل حوزهٔ صحیح و جای‌گذاری مقادیر عددی در مسائل کلامی و جبری در ریاضیات دورهٔ

www.SID.ir

Archive of SID

دوم ابتدایی و متوسطهٔ اول باشد که باعث شده است دانش‌آموزان با این گونه مسائل به‌خوبی آشنا شوند و در کتاب‌های درسی مثال‌های بسیاری از آن آورده شده است. اما در دو حیطهٔ ساده‌کردن عبارت‌های جبری و استفاده از مفهوم‌های ساده‌کردن، فاکتورگیری و اتحادهای جبری، میزان تسلط دانش‌آموزان پایین‌تر است. دلیل عمدهٔ آن می‌تواند کمبود مسائل کلامی و تمرین‌های مناسب در این زمینه باشد. با توجه به اهمیت این موضوع، نیاز مبرم به تقویت این قسمت از کار در در مطالب بعدی و همچنین کاربرد آن‌ها در برخورد با موضوع‌های بعدی در ریاضی، هندسه و سایر درس‌های مرتبط، روشن است.

با شیوهٔ تحلیل داده‌ها آموزشگران به‌راحتی قادر خواهند بود که ارتباط میان درس‌ها و پیش‌نیازها را تعریف، تأیید یا رد کنند (مدل‌های تأییدی)، یا خود ارتباط میان مفهوم‌ها را تعریف و بررسی کنند (مدل اکتشافی).

استفاده از این شیوه‌ها متأسفانه در آموزش ریاضی ایران مورد غفلت واقع شده و اکثر پژوهشگران روش‌های کیفی سابق را ساده و مفید می‌دانند. درحالی‌که اکنون با نرم‌افزارهای جدید و شیوه‌های نوین می‌توان فرایند یادگیری از آموزش تا آزمون را رصد کرد و ارتقا کیفیت داد؛ و همچنین ایرادهای اصلی از محتوا تا بیان مطلب و نتیجه (سنجش) را بررسی کرد. در این پژوهش هم‌زمان مدلی برای ارتباط بین مفهوم‌های پایهٔ جبری استخراج (مدل اکتشافی) و به‌وسیلهٔ تحلیل داده‌ها سنجش شد (مدل تأییدی). در نهایت هم یک آزمون استاندارد از آیتم‌های موردنیاز در این صفت ها به دست آمد که می‌تواند در سنجش‌های بعدی برای یافتن اشکالات یادگیری دانش‌آموزان درگیر با این مباحث به کار بیاید. یعنی به‌وسیلهٔ شیوهٔ سلسله‌مراتب صفت‌ها که جزو شیوه‌های شبکه‌های عصبی است (و ارتباط میان آیتم‌ها و اولویت و نحوهٔ ارتباط‌ها را نشان می‌دهد)، چندین هدف، هم‌زمان به نتیجه رسانده شدند. برای پژوهش‌های بعدی پیشنهاد می‌شود، پژوهشگران با استفاده از روش AHM به تحلیل معناداری پیوستگی مطالب بخش جبر در پایه‌های متوسطهٔ اول بپردازند. همچنین تحلیل محتوای کتاب‌های نونگاشت ریاضی دورهٔ دوم متوسطه به کمک طراحی آزمون و شیوهٔ AHM می‌تواند نتایج کمی مناسبی از مطالب مطرح شده ارائه دهد.

www.SID.ir

Archive of SID

منابع

- حسین‌پور، حسن؛ ابراهیم‌زاده، الهام و شریعتی، ملیحه. (۱۳۹۷). *تحلیل فصل راهبردهای حل مسئله کتاب ریاضی هفتم از دیدگاه دبیران ریاضی متوسطهٔ اول*. مقاله پذیرفته‌شده در دومین کنفرانس آموزش و کاربرد ریاضیات، کرمانشاه.
- دبیرخانه طرح تحول تولید برنامه درسی ملی. (۱۳۹۱). *برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران* (نگاشت سوم سندبرنامه درسی ملی، ص ۳۴) تهران. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی.
- *راهنمای معلم ریاضی دهم*. (۱۳۹۷). وزارت آموزش وپرورش. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی. دفتربرنامه‌ریزی وتالیف کتاب‌های درسی دوره عمومی ونظری.
- طهماسبی، سیدعلی اکبر. (۱۳۹۵).*نقد و بررسی مفهوم تجزیه چندجمله‌ای‌ها درکتاب ریاضی پایهٔ نهم به روایت تألیف*. مقاله پذیرفته‌شده درچهاردهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران، شیراز.
- کیل پاتریک، جرمی و سوافورد، جین. (۱۳۹۵).*کمک کنیم کودکان ریاضی یاد بگیرند* (ترجمهٔ مهدی بهزاد و زهرا گویا). تهران: انتشارات فاطمی. (اثراصلی درسال ۲۰۰۲ چاپ شده است).
- Alves, C. (2012). *Making Diagnostic Inferences about Student Performance on the Alberta Education Diagnostic Mathematics Project: An Application of the Attribute Hierarchy Method* (Doctoral dissertation). Retrieved from Pro Quest Dissertations & Theses database. (Order No. NR81451).
- Burny, E. (2012). *Time-related Competences in Primary Education (Unpublished doctoral dissertation) Ghent University, Belgium*. Retrieved from https://biblio.ugent.be/ publication /4337147/file/7023842.pdf
- Embretson, S. E. (1995). A measurement model for linking individual learning to processes and Knowledge: Application to mathematical reasoning. *Journal of Educational Measurement, 32*(3), 277-294.
- Gierl, M.J., Wang, C., & Zhou, J. (2008). Using the Attribute Hierarchy Method to Make Diagnostic Inferences about Examinees' Cognitive Skills in Algebra on the SAT©. *Journal of Technology, Learning, and Assessment, 6*(6). Retrieved [date] from http://www.jtla.org.
- Gierl, M. J., Alves, C., & Taylor-Majeau, R. (2010). Using the Attribute Hierarchy Method to make diagnostic inferences about examinees' knowledge and skills in mathematics: An operational implementation of cognitive diagnostic assessment. *International Journal of Testing, 10*, 318-341.
- Lim, C. S., Sia, C. J. L., Chew, C. M., Kor, L. K., & Tan, P. L. (2017). *Revealing primary mathematics pupils' cognitive models in learning of "Time".* Penang, Malaysia: University Sains Malaysia.
- Sullivan, P., Clarke, D. J., Clarke, D., M., Farrell, Lesley, & Gerrard, J. (2013). Processes and priorities in planning mathematics teaching. *Mathematics Education Research Journal, 25*(4) 457-480.
- Sullivan, P., Clarke, D. J., Clarke, D., M., Farrell, Lesley, & Gerrard, J. (2013). Processes and priorities in planning mathematics teaching. *Mathematics Education Research Journal, 25*(4) 457-480.

www.SID.ir

Archive of SID

پی‌نوشت‌ها

1. Kilpatrick, J. & Swafford, J.
2.The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)
3. Burny
4. Alves
5. Attribute Hierarchy Method
6. Gierl, M.J., Wang, C., & Zhou, J.
7. Unity
8. Complexity
9. Interdependence
10. Structure Hierarchy
11. Measurement
12. Consistency
13. Synthesis
14. Tradeoffs
15. Consensus and Judgment
16. Repetition Process
17. Lim, C. S., Sia, C. J. L., Chew, C. M., Kor, L. K., & Tan, P. L.
18. Embretson
19. Cognitive Diagnostic Assessment
20. Gierl, M. J., Alves, C., & Taylor-Majeau, R
21. Gierl, M.J., Wang, C., & Zhou, J

۲۲. مدل خطی که درآن اجزا بصورت نقاط یک خط در امتداد هم هستند دربرابر مدل غیرخطی که بصورت هم گرا یا واگرا یا غیرساختاری هستند.

23. Pilot Study
24. Deterministic Input Noisy and Gate Model
25. Cognitive Diagnostic Models
26. Reduced Reparametrized Unified Model
27. Akaike's Information Criteria
28. Criteria Information Bayesian
29. Root Mean Square Error of Approximation

۳۰. مجموع پارامترهای حدس و لغزش برای هر سؤال باید از ۱ کمتر باشد، در اینصوردت در آستانه قابل قبول قراردارد.

31. tetra choric correlation coefficient
32. Sullivan, Clarke, D. J., Clarke, D., M., Farrell, Lesley, & Gerrard

www.SID.ir