

طراحی بهینه مأموریت‌های فضایی هم‌مدار در مدل‌سازی میدان ثقل

محمدعلی شریفی^{*۱} و محمدرضا سیف^۲

۱. دانشیار، دانشکده مهندسی نقشه‌برداری و اطلاعات مکانی، پردیس دانشکده‌های فنی دانشگاه تهران، تهران، ایران
۲. دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی نقشه‌برداری و اطلاعات مکانی، پردیس دانشکده‌های فنی دانشگاه تهران، تهران، ایران

(دریافت: ۹۵/۷/۷، پذیرش نهایی: ۹۶/۳/۲)

چکیده

در این مقاله نقش پارامترهای گوناگون مربوطه در افزایش قابلیت مأموریت‌های هم‌مدار پس از GRACE بررسی خواهد شد. این باز طراحی با توجه به توسعه دانش و فناوری روز بر اساس استفاده از فناوری لیزری به جای طول موج باند K، کاهش ارتفاع زوج ماهواره با فرض استفاده از فناوری پیشرفته فعال و موارد دیگر صورت خواهد گرفت. این نوع مأموریت‌ها علاوه بر پر کردن خلأ ناشی از پایان عمر مأموریت GRACE، در بهبود مدل‌سازی میدان ثقل نیز کمک شایانی خواهند داشت. در این مقاله پارامترهای طراحی یک مأموریت هم‌مدار شامل طراحی مدار، تعیین وضعیت زوج ماهواره نسبت به هم (فاصله بین زوج ماهواره) و دقت سیستم مشاهداتی بر اساس فناوری موجود و قابل دستیابی، بررسی خواهد شد. در همین راستا، در تعریف مدار ماهواره، شرط مدار تکرار شونده نیز در نظر گرفته شده است. در این شبیه‌سازی ارتفاع زوج ماهواره را با فرض مجهز شدن به سامانه‌های پیشرفته‌ای فعال تا ۳۵۰ کیلومتر کاهش دادیم. علاوه بر آن با توجه به مزیت اصلی سیستم‌های لیزری (افزایش دقت تا دو رقم اعشار) و محدودیت این سیستم (برد محدود تا ۱۰۰ کیلومتر)، جایگزینی آن سیستم را با سیستم فاصله‌سنجی باند K به عنوان یک سؤال مهم مطالعه و بررسی کرده‌ایم. نتایج شبیه‌سازی نشان داد که با توجه فناوری موجود، استفاده از ابزارهای لیزری با وجود دقت بیشتر تا دو رقم اعشار، به دلیل برد محدود به ۱۰۰ کیلومتر نمی‌تواند نتایجی بهتر از ابزار سنجش تغییرات فاصله به کمک طول موج باند K داشته باشد.

واژه‌های کلیدی: سیستم‌های فاصله‌سنجی، طراحی مدار ماهواره، مدل‌سازی میدان ثقل، مأموریت‌های فضایی جاذبی، مأموریت‌های هم‌مدار، مأموریت GRACE.

۱. مقدمه

طراحی و اجرایی کردن مأموریت‌هایی با قابلیت تولید مدل‌های ماهانه میدان ثقل بود. با تفسیر تغییرات ماهانه میدان ثقل می‌توان به اطلاعات سودمندی از تغییرات آب‌های زیرسطحی و سطحی دست یافت (تپلی و همکاران، ۲۰۰۴؛ فتح‌الله‌زاده و همکاران، ۲۰۱۶). بررسی تغییرات سطح آب‌های آزاد یکی دیگر از کاربردهای مأموریت‌های جاذبی در زمینه اقیانوس‌شناسی است (چن و همکاران، ۲۰۰۵). با تلفیق داده‌های آلتیمتری با داده‌های مأموریت‌های جاذبی، می‌توان دو عامل تغییرات سطح آب‌های آزاد را از هم جدا کرد (چمبرز، ۲۰۰۶؛ ریتبروک و همکاران، ۲۰۱۲). این دو عامل یکی افزایش آب‌های آزاد به دلیل آب‌شدن یخ‌های قطبی و دیگری تغییر چگالی به دلیل تغییرات دمایی و شوری آب است. از سویی دیگر از اطلاعات ماهانه مأموریت‌های

بررسی میدان ثقل به عنوان یک پدیده دینامیک از زمینه‌هایی است که در سال‌های اخیر با توجه به کاربردهای آن مورد توجه دانشمندان عرصه‌های مختلف قرار گرفته است. تا سال‌ها قبل به دلیل دشواری‌های جمع‌آوری اطلاعات ثقل‌سنجی و هزینه‌های زیاد آن، از این مشاهدات صرفاً جهت مدل‌سازی استاتیک میدان ثقل، آن هم عمدتاً به صورت محلی استفاده می‌شد. اما امروزه با استفاده از مأموریت‌های ماهواره‌ای می‌توان با هزینه‌های بسیار کم مجموعه مشاهداتی دقیق، چگال (بدون گپ)، با پراکندگی یکنواخت و قدرت تفکیک مناسب را جمع‌آوری کرد. با استفاده از این مشاهدات می‌توان تغییرات زمانی میدان ثقل را مطالعه کرد که دارای کاربردهای گوناگونی در زمینه‌های مختلف علوم زمین است. مطالعات هیدرولوژی یکی از اهداف مهم در

Experiment) با قراردادن دو ماهواره مشابه در ارتفاع ۴۵۰ کیلومتری و استفاده از ایده گرادیمتری زوج ماهواره‌ها در مدار قرار گرفت. بعدها با تولید گرادیمترهای دقیق، بهبود مدل‌سازی میدان ثقل به‌صورت کاهش ارتفاع پرواز به ۲۵۰ کیلومتر و استفاده از گرادیمتر به‌عنوان سیستم مشاهداتی برای مأموریت GOCE عملیاتی شد. اما به دلیل ارتفاع پایین این ماهواره، طول عمر آن بیش از دو سال در نظر گرفته نشد. در نتیجه، با وجود قدرت تفکیک مکانی نسبتاً مناسب این مأموریت در مقایسه با GRACE، از آن تنها برای مدل‌سازی بخش استاتیک میدان ثقل استفاده شد.

در بین تمامی مأموریت‌های جاذبی، مأموریت GRACE تنها مأموریتی است که توانایی ارائه مدل‌های ماهانه میدان ثقل یا به عبارت دیگر قابلیت مدل‌سازی تغییرات زمانی میدان ثقل را دارد. از این رو، طراحی یک مأموریت برای دوران پس از GRACE از اهمیت خاصی برخوردار است تا در ارائه سری زمانی مدل‌های ماهانه میدان ثقل خلی ایجاد نشود.

مأموریت‌هایی را که دارای ساختار فضایی مشابه GRACE هستند، مأموریت‌های هم‌مدار می‌نامند. در این نوع از مأموریت‌ها، هر دو ماهواره در مداری مشابه اما با اختلاف در آنامولی متوسط در حرکتند. این آرایش فضایی، ساده‌ترین و قابل‌اجراترین آرایش فضایی زوج ماهواره‌هاست. علت قابلیت زیاد اجرایی آن را باید در برقراری ارتباط بین زوج ماهواره در ارسال و دریافت سیگنال سیستم فاصله‌سنجی جستجو کرد. بر اساس همین ویژگی‌ها در سال ۲۰۱۱ نیز، در مأموریتی مشابه با نام GRAIL ماهواره‌ای جهت تعیین میدان ثقل ماه به فضا پرتاب شد که اولین مأموریت بین سیاره‌ای جاذبی به شمار می‌رود (کلینگر و همکاران، ۲۰۱۴). به عبارت دیگر با وجود برخی انتقادات وارد به این آرایش فضایی، مأموریت‌های هم‌مدار هنوز هم در نوع خود از اهمیت و جایگاه خاصی برخوردارند.

با انگیزه کاهش خطرپذیری و هزینه‌های طراحی،

جاذبی می‌توان به اطلاعات سودمندی در مورد بهبود مدل‌های جزرومدی اقیانوسی دست یافت (میرگور و همکاران، ۲۰۱۲؛ هان و همکاران، ۲۰۰۷).

از جمله ملزومات حیاتی در مطالعات جریانات اقیانوسی، در اختیار داشتن یک ژئوئید جهانی با دقت مناسب است. توپوگرافی سطح دریا (See Surface Topography) یا آنچه که در اقیانوس‌شناسی به توپوگرافی دینامیکی میانگین (Mean Dynamic Ocean Topography) معروف است، چیزی جز اختلاف متوسط آب‌های آزاد از ژئوئید به‌عنوان یک سطح هم‌پتانسیل نیست. با این تعریف روشن است که اقیانوس‌شناسان به یک ژئوئید دقیق آن هم به‌صورت جهانی نه محلی، نیاز دارند. تعیین دقیق توپوگرافی سطح دریا از مقدمات شناسایی و مطالعه جریانات دریایی است (نودسین و همکاران ۲۰۱۱؛ بکر و همکاران، ۲۰۱۴).

با استفاده از مشاهدات ماهواره‌های جاذبی می‌توان تغییرات سیگنال جاذبی ناشی از کاهش جرم یخ‌های قطبی و پدیده رجعت ایزوستازی را اندازه‌گیری کرد. رجعت ایزوستازی پاسخ ویسکوالاستیک پوسته زمین به آب شدن یخ‌ها در طول سالیان متمادی است (چن و همکاران، ۲۰۰۶). علاوه بر کاربردهای یادشده در سال‌های اخیر از مشاهدات جاذبی ماهواره‌ها به منظور اندازه‌گیری و پیش‌بینی جابه‌جایی پوسته زمین استفاده شده است. امکان اندازه‌گیری جابه‌جایی‌های هم‌لرزه‌ای (Coseismic Displacement) و تغییر شکل‌های پس‌لرزه‌ای (Postseismic Deformation) از دیگر کاربردهای مفید این مشاهدات است (هیدکی و ماتسوی، ۲۰۱۰).

این کاربردها انگیزه اصلی در پرتاب ماهواره‌های جاذبی بود. ماهواره CHAMP (Challenging Minisatellite) اولین ماهواره جاذبی بود که در مدار قرار گرفت. اما از آنجا که این ماهواره در ارتفاع ۴۵۰ کیلومتری زمین قرار داشت، عملاً تنها طول موج‌های بلند و متوسط میدان جاذبه را احساس می‌کرد. در سال ۲۰۰۲ مأموریت GRACE (Gravity Recovery and Climate)

دارد. معیارهای بهینگی یک مأموریت بر اساس اهداف آن تعریف خواهد شد. پارامترهای طراحی مأموریت شامل المان‌های متریک مدار یعنی ارتفاع ماهواره، میل مداری و خروج از مرکزیت ماهواره، فاصله بین زوج ماهواره است. ارتفاع ماهواره مهم‌ترین فاکتور در طراحی مأموریت‌های فضایی است. این فاکتور از یک سو با طول عمر یک مأموریت مرتبط است (به دلیل اثر اصطکاک جوی) و از سوی دیگر با توانایی آن در بازیابی فرکانس‌های بالای میدان ثقل. هرچه قدر ارتفاع ماهواره را کاهش دهیم، توانایی این مأموریت را برای مدل‌سازی جزئیات بیشتری از میدان ثقل افزایش داده‌ایم. بر اساس نتیجه‌ای که از ضریب تضعیف‌کننده سیگنال $(R/r)^{n+1}$ می‌توان گرفت، توانایی بازیابی طول موج‌های کوتاه میدان ثقل برای ماهواره‌های با ارتفاع بیشتر کاهش می‌یابد.

هرچند در نگاه ابتدایی کاهش ارتفاع عامل مهمی در افزایش کارایی مأموریت فضایی در مدل‌سازی میدان ثقل خواهد بود، اما این کاهش ارتفاع برابر با افزایش چشمگیر اصطکاک جوی و اثر آن در کاهش ارتفاع ماهواره و در نهایت پایان عمر آن است. با افزایش ارتفاع از سطح بیضوی مبنا چگالی جو و متناظر با آن، نیروی اصطکاک جوی مؤثر بر ماهواره کاهش می‌یابد. تجربه ماهواره GOCE نشان داد که کاهش ارتفاع ماهواره تا ۲۵۰ کیلومتری نیازمند استفاده از یک سیستم پیش‌رانه برای خنثی‌سازی این نیروی اغتشاشی است. علی‌رغم وجود این سیستم پیش‌رانه، عمر این مأموریت بیشتر از دو سال قابل انتظار نبود. از سوی دیگر، پیاده‌سازی چنین سیستم پیش‌رانه‌ای برای یک مأموریت، معادل نیاز بیشتر به سوخت ذخیره است و این یعنی افزایش وزن محموله فضایی برای ارسال به فضا.

در اختیار داشتن مجموعه داده‌ای با پوشش جهانی یکنواخت و هم‌وزن از مشاهدات ماهواره‌ای، نیازمند طراحی مدار قطبی و تا حد ممکن دایره‌ای شکل برای ماهواره پیش‌رو است (ویسه و همکاران، ۲۰۱۲). عدم استفاده از مدار دایره‌ای شکل برای ماهواره‌های جاذبی

مأموریت‌های جدیدتر نیز می‌توانند یک مدل بازطراحی‌شده از مأموریت فعلی با آرایش فضایی هم‌مدار اما با اندکی بهبود و توسعه باشد. جایگزینی سیستم مایکروویو با ابزار سنجش فاصله لیزری به صورت آزمایشی بخشی از این بهبود است (شرد و همکاران، ۲۰۱۲). تغییر ارتفاع زوج ماهواره، تغییر فاصله بین زوج ماهواره و مجهز کردن این مأموریت به یک سیستم پیش‌رانه فعال عاری از اصطکاک جوی (drag-free) نیز می‌تواند از این پیشنهادات باشد.

در این پژوهش نقش و مقدار اثر هریک از این پیشنهادات را در بهبود مدل‌سازی میدان ثقل در غالب یک شبیه‌سازی بررسی می‌کنیم. در این شبیه‌سازی چندین سناریو برای مأموریت‌های هم‌مدار بررسی خواهد شد. این شبیه‌سازی از سه مرحله کلی تشکیل شده است:

۱- طراحی مأموریت ماهواره‌ای؛

۲- انتشار مدار و تولید مشاهدات شبیه‌سازی‌شده؛

۳- تعیین میدان ثقل با استفاده از روش متداول شتاب.

در فاز اول پارامترهای تعریف یک مأموریت فضایی هم‌مدار شامل ارتفاع، خروج از مرکزیت، میل مداری و فاصله زوج ماهواره معین خواهد شد. در مراحل بعد، با استفاده از مدل‌های نیروی معلوم، مشاهدات ماهواره‌ها شبیه‌سازی می‌شود و در فاز بعدی با استفاده از این مشاهدات میدان ثقل مدل‌سازی خواهد شد. نتایج حاصل از میدان‌های بازیابی‌شده برای هر سناریو نیز با میدان معلوم اولیه مقایسه شده و بر اساس معیارهای سنجش کیفیت مدل‌سازی بررسی و داوری خواهند شد.

۲. طراحی مأموریت فضایی

اساساً هر مأموریت فضایی هم‌مدار از یک ماهواره پیش‌رو (leader) و یک ماهواره پیرو (follower) تشکیل شده است. تعریف یک مأموریت فضایی، طراحی مدار ماهواره پیش‌رو و مشخص کردن وضعیت نسبی ماهواره پیرو نسبت به آن است. تعیین میدان ثقل با استفاده از مشاهدات زوج ماهواره، وابستگی شدیدی به طراحی بهینه این مأموریت

خواهد آمد (ویسه و همکاران، ۲۰۱۲):

$$C_2 a^{7/2} + C_1 a^2 + C_0 = 0 \quad (1)$$

که در آن

$$\begin{aligned} C_2 &= \frac{\beta}{\alpha} \omega_e \\ C_1 &= -\sqrt{GM} \\ C_0 &= 3\sqrt{GM} J_2 R_e^2 \left[\frac{\beta}{\alpha} 2 \cos(i) + 1 - \right. \\ &\quad \left. 5/\cos^2(i) - (3\cos^2(i) - 1) \epsilon \right] \quad (2) \end{aligned}$$

به طوری که

$$\epsilon = (1 - e^2)^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

در این معادله GM ثابت گرانشی، R_e شعاع زمین و J_2 منفی ضریب نرمالایز نشده C_{20} است که بیانگر بیضوی گون بودن زمین است. همچنین در این معادله e خروج از مرکزیت و i میل صفحه مداری است. علاوه بر طراحی مدار ماهواره پیشرو، تعریف المان‌های مداری ماهواره پیرو نسبت به ماهواره پیشرو سهم مهمی در بازیابی میدان ثقل از مشاهدات ماهواره-به-ماهواره دارد. آرایش زوج ماهواره هم‌مدار اولین ساختار ماهواره‌ای بود که در مأموریت‌های جاذبی به کار رفت. در این ساختار دو ماهواره در مداری مشابه و با آنامولی متوسط مختلف یکدیگر را تعقیب می‌کنند. تغییر فاصله زوج ماهواره یکی از پارامترهایی است که در مدل‌سازی میدان ثقل اثرگذار خواهد بود.

در سیستم‌های نوین فاصله‌سنجی امکان جایگزینی سیستم لیزری با سیستم فاصله‌سنجی باند K فراهم شده است. دقت این سیستم تا حدود دو رقم اعشار بهتر از سیستم قبلی است که علت آن طول موج کوتاه‌تر لیزر در مقایسه با امواج الکترومغناطیس است، اما به دلیل میراشدن سیگنال برد کمتری دارد و در طراحی برد میانگین ۱۰۰ کیلومتر را برای آن در نظر می‌گیرند (ریبیل و همکاران، ۲۰۱۲). این در حالی است که برد سیستم فاصله‌سنجی باند K تا ۲۲۰ کیلومتر نیز در مأموریت GRACE می‌رسد. تأثیر دقت‌های مختلف سیستم فاصله‌سنجی و فاصله زوج

سبب کاهش کیفیت مدل‌های ثقل به دست آمده از آن‌ها خواهد شد. دلیل این عامل را باید در غیریکنواختی داده‌های تولیدشده از مدارهای غیردایره‌ای جستجو کرد. مقدار دقیق ارتفاع ماهواره بر اساس شرط مدار تکرارشونده انتخاب خواهد شد. ماهواره‌ها بعد از تعداد روز معین، وارد مدار تکراری خواهند شد. اینکه یک ماهواره بعد از چند روز وارد مدار تکراری شود، کاملاً به هدف اصلی در طراحی آن مأموریت وابسته است. اگر ماهواره زودتر از زمان موردنظر وارد مدار تکراری شود، گذرهای متوالی ماهواره با گذر زمان بر روی هم منطبق می‌شود و نمی‌توان با افزایش زمان، قدرت تفکیک مکانی را افزایش داد. به عبارت دیگر، حرکت ماهواره در مدار تکراری به معنای عدم تغییر قدرت تفکیک مکانی حتی با گذشت زمان است. بنابراین یکی از نکات کلیدی در طراحی مأموریت‌های فضایی، طراحی یک مدار تکرارشونده برای ماهواره بر اساس قدرت تفکیک هدف‌گذاری شده است؛ به عنوان مثال در مأموریت‌های جاذبی با هدف مدل‌سازی ماهانه میدان ثقل، ماهواره بعد از یک ماه وارد مدار تکراری خواهد شد.

گذرهای ماهواره از نقاط مختلف زمین عملاً تحت تأثیر حرکت مداری ماهواره، چرخش زمین و تغییرات غیرپریودیک (secular) صفحه مداری ماهواره تحت تأثیر میدان جاذبه زمین است. مهم‌ترین ترم اثرگذار در حرکت غیرپریودیک صفحه مداری، ترم بیضویت زمین است. چرخش صفحه مداری تحت اثر بیضویت زمین تابعی از المان‌های متریک ماهواره یعنی ارتفاع، خروج از مرکزیت و میل مداری ماهواره است. با معلوم‌بودن میل مداری ماهواره و خروج از مرکزیت آن، ارتفاع دقیق بر اساس شرط مدار تکرارشونده تعریف خواهد شد. در مأموریت‌های جاذبی، میل مدار با تعریف قطبی‌بودن مدار و خروج از مرکزیت با تعریف دایره‌ای‌بودن آن معلوم می‌شود. در نتیجه برای مأموریتی که در α روز β دوران به دور زمین داشته باشد (با شرط اول‌بودن دو عدد α و β نسبت به هم)، ارتفاع دقیق از حل معادله زیر به دست

موج باند K ، رنج بایاس شده است. رنج بایاس شده $(Biased\ Range)$ در حقیقت اختلاف بین فاصله واقعی بین دو ماهواره و یک مقدار ثابت مجهول (ابهام فاز) است (کیس و همکاران، ۲۰۰۲). این مقدار مجهول همان ابهام فاز در سیستم مشاهداتی فاصله‌سنجی است و در صورت عدم قطعی سیگنالی ثابت خواهد ماند. این مقدار معمولاً در طول روز ثابت است. پس از اعمال تصحیحات لازم به این مشاهده و پُرکردن گپی داده‌ها به کمک روش‌های درونیایی، با اعمال اپراتور مشتق به این مشاهدات، بردار تغییرات زمانی رنج $(range-rate)$ و شتاب تغییرات آن $(range-acceleration)$ به دست خواهد آمد. محاسبه مشتق و فیلتر مشاهدات بر اساس فیلتر دیجیتال CRN محاسبه می‌شود (وو و همکاران، ۲۰۰۶). این فیلتر یک فیلتر پایین‌گذر است که برای هموارسازی نویز و مشتق‌گیری از سری زمانی مشاهدات پایه سیستم فاصله‌سنجی استفاده می‌شود. کاربرد اصلی این فیلتر، پردازش سری زمانی داده‌های رنج مأموریت GRACE و استخراج مشتقات زمانی آن است.

دقت مشاهدات سیستم فاصله‌سنجی باند K بر اساس مأموریت GRACE $1.3 \times 10^{-7} m/s^2$ و دقت سیستم لیزری بر اساس تحقیقات قبلی $10^{-10} m/s^2$ در نظر گرفته شده است. پس از فرایند محاسبه مدار و تولید مشاهدات، مرحله برگشت در شبیه‌سازی حلقه بسته بر اساس مدل‌سازی میدان ثقل از مشاهدات شبیه‌سازی شده طراحی و اجرا شده است.

۴. مدل‌سازی میدان ثقل بر اساس مشاهدات HL-SST

بر اساس الگوریتم روش شتاب، گرادیان جاذبی با شتاب فاصله زوج ماهواره $\ddot{\rho}$ و سرعت نسبی بین ماهواره‌ها مرتبط می‌شود (لیو، ۲۰۰۸):

$$\Delta \ddot{r} \cdot e = \ddot{\rho} + \frac{\dot{\rho}^2 - \|\Delta \dot{r}\|^2}{\rho} \quad (4)$$

این معادله، رابطه اساسی در برقراری ارتباط بین مشاهدات سیستم فاصله‌سنجی و مجهولات میدان ثقل است که در آن ρ فاصله بین زوج ماهواره، $\dot{\rho}$ نرخ تغییرات فاصله و $\ddot{\rho}$

ماهواره در بازیابی میدان ثقل در این تحقیق بررسی شده است.

۳. انتشار مدار و شبیه‌سازی مشاهدات

خروجی فرایند طراحی مدار و تعریف آرایش فضایی معمولاً به صورت المان‌های مداری متوسط است که پس از در نظر گرفتن الزاماتی به بردار وضعیت اولیه ماهواره تبدیل خواهند شد. از این بردار وضعیت جهت حل معادله حرکت و انتشار مدار ماهواره استفاده خواهد شد. این المان‌های متوسط پس از اعمال اثر طول موج‌های کوتاه و بلند نیروی اغتشاشی ناشی از بیضویت زمین، به المان‌های بوسان (لحظه‌ای) تبدیل خواهند شد. این تبدیل بر اساس تبدیل تحلیلی مرتبه اول انجام گرفته است (شاب و جانکین، ۲۰۰۳). این تبدیل بر اساس معادلات سیاره‌ای لاگرانژ نوشته می‌شود.

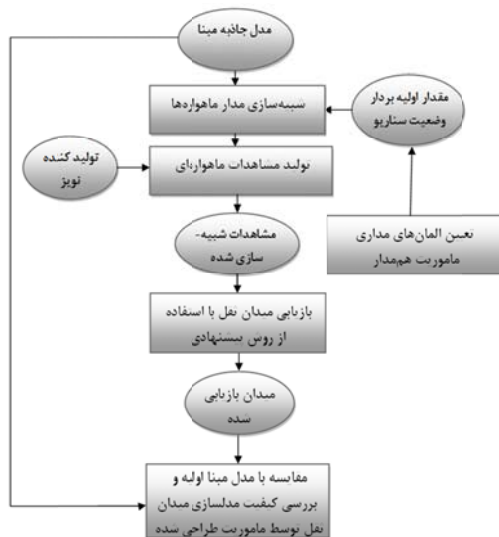
انتگرال‌گیری مدار باید بر اساس مقادیر اولیه به دست آمده از المان‌های بوسان انجام گیرد. انتگرال‌گیری مدار با استفاده از روش‌های عددی حل معادله دیفرانسیل صورت گرفته است. محاسبه مدار در مدت ۲۹ روز و در بازه زمانی ۵ ثانیه انجام گرفت. برای این محاسبه از میدان جاذبی EGM96 تا درجه/مرتبه ۱۲۰ استفاده شده است. مشاهدات سیستم فاصله‌سنجی نیز از مدار شبیه‌سازی شده تولید شد. مدار این زوج ماهواره هر کدام به شکل معجزا به ۱ سانتی‌متر نویز آلوده می‌شود. خطای در نظر گرفته شده برای مدار نسبی نیز ۵ میلی‌متر در نظر گرفته شد. منظور از مدار نسبی، اختلاف مدار زوج ماهواره است. این دقت منطبق بر نتایجی است که کرووز و همکاران در سال ۲۰۰۵ در تعیین مدار نسبی زوج ماهواره GRACE با استفاده از روش‌های تفاضلی به دست آوردند (کرووز و همکاران، ۲۰۰۵).

علاوه بر مشاهدات GPS در تعیین مدار نسبی زوج ماهواره، سیستم مشاهداتی دیگری در مأموریت GRACE تعبیه شد که قادر است تغییرات فاصله بین زوج ماهواره را اندازه‌گیری کند. مشاهدات پایه سیستم فاصله‌سنجی طول

همان گونه که از این تعریف نیز برمی آید، RMS_n متوسط خطای ضرایب هارمونیک است که همگی در مؤلفه درجه یکسان هستند.

۵. آنالیز عددی

در این بخش نتایج مدل سازی میدان ثقل با استفاده از سناریوهای مختلف بررسی خواهد شد. این بررسی بر اساس الگوریتم ترسیم شده در فلوجارت شکل ۱ انجام گرفته است. بر این اساس، پس از طراحی مدار زوج ماهواره‌ها بر اساس مبانی بیان شده در بخش‌های قبل، مدار هر کدام از ماهواره‌ها محاسبه خواهد شد. این مدار مبنای شبیه سازی مشاهدات قرار خواهد گرفت و در نهایت از این مشاهدات به عنوان ورودی فرایند مدل سازی میدان ثقل استفاده خواهد شد. در نهایت نیز مدل های ثقل به دست آمده از سناریوهای مختلف بر اساس معیارهای بررسی کیفیت مدل سازی میدان ثقل با یکدیگر مقایسه خواهند شد.



شکل ۱. الگوریتم بررسی کیفیت مدل سازی ثقل توسط سناریوهای هم مدار مختلف.

هر کدام از این سناریوها بر اساس پارامترهای طراحی مأموریت هم مدار تولید خواهند شد. این پارامترها پس از تعیین خروج از مرکزیت و میل مداری، در یک مأموریت هم مدار عبارتند از ارتفاع ماهواره، دقت سیستم مشاهداتی

شتاب فاصله است. همچنین در این رابطه e بردار یکه شده موقعیت نسبی (بردار اختلاف موقعیت زوج ماهواره) و $\Delta \vec{r}$ نشان دهنده شتاب نسبی این زوج ماهواره است. اساس مشاهدات سیستم فاصله سنجی باند کی یا KBR (K-Band Ranging) بر اندازه گیری نرخ تغییرات فاصله زوج ماهواره استوار است و برای اندازه گیری فاصله بین زوج ماهواره از اندازه گیری های GPS به صورت نسبی استفاده می شود. \vec{r} بردار سرعت ماهواره است که از طریق مشتق گیری عددی از بردار موقعیت به دست آمده از GPS محاسبه می شود.

۴-۱. معیارهای بررسی کیفیت مدل سازی میدان ثقل

مانند هر مدل سازی دیگری، آنچه که باید در ابتدا به آن پاسخ داده شود، نحوه بررسی کیفیت مدل سازی است. در این مقاله، کیفیت مدل های بازایی شده در بعد طیفی بررسی خواهد شد. یکی از متداول ترین ابزارهای بررسی طیفی، واریانس خطای هر درجه error degree variance است. اگر بزرگی خطا برای ضرایب هارمونیک را با ΔC_{nm} ، ΔS_{nm} نشان دهیم، واریانس خطای هر درجه دارای رابطه زیر خواهد بود:

$$\sigma_n^2 = \sum_{m=0}^n (\Delta C_{nm}^2 + \Delta S_{nm}^2) \quad (5)$$

این معیار بیانگر بزرگی مجموع خطاهای موجود در مدل سازی میدان ثقل از جمله خطای ناشی از نوبز مشاهدات و ضعف مدل سازی است.

در شبیه سازی مقدار خطای هر ضریب از اختلاف ضرایب بازایی شده و ضرایب مدل ژئوپتانسیل مبنا به دست می آید. این میدان مبنا، همان میدانی است که در ابتدا، شبیه سازی مشاهدات به وسیله آن انجام گرفته بود. از آنجایی که تعداد ضرایب در هر درجه $2n+1$ است، واریانس متوسط خطا برای هر درجه $\sigma_n^2 / (2n+1)$ خواهد بود که مجذور آن، همان RMS خطا برای هر درجه است.

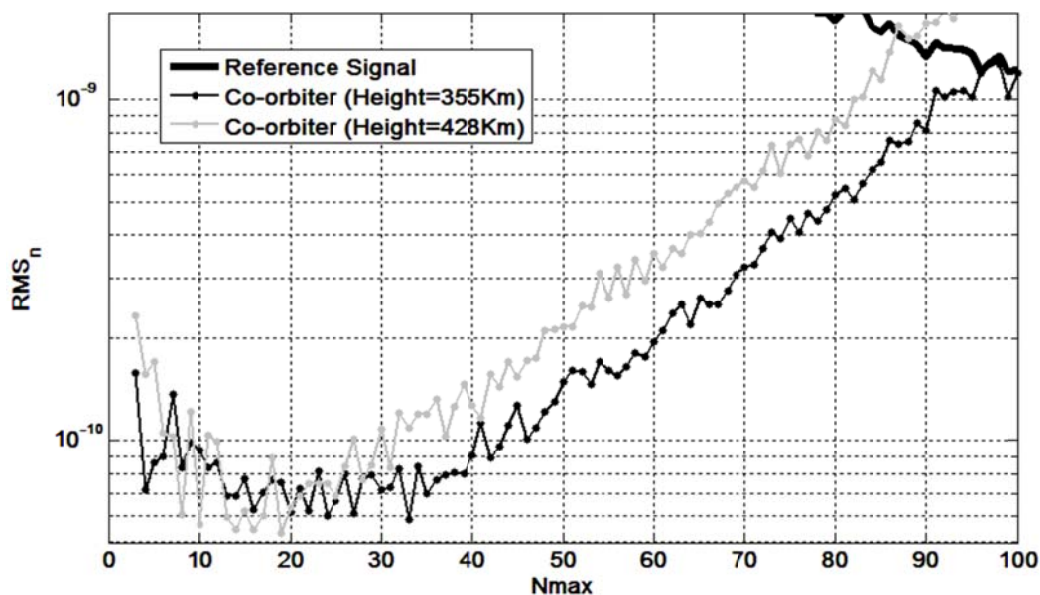
$$RMS_n = \sqrt{\frac{1}{2n+1} \sigma_n^2} \quad (6)$$

برای این مأموریت طراحی شده حدود ۲ دقیقه از روز خورشیدی کوتاه‌تر است. المان‌های مداری ماهواره پیشرو برای هر سناریو در جدول ۱ خلاصه شده است. در گام نخست شبیه‌سازی، سیستم فاصله‌سنجی برای مأموریت طراحی شده، سیستم باند K با فاصله ۲۰۰ کیلومتری در نظر گرفته شد. در شکل ۲، کیفیت مدل‌سازی میدان ثقل بر اساس RMS خطای هر درجه برای مأموریت هم‌مدار با ارتفاع‌های مختلف نمایش داده شده است. در این شکل مقصود از سیگنال مبنا (Reference Signal) همان مدل ژئوتانسیل EGM96 است. منظور از سیگنال مبنا نمودار واریانس به ازای هر درجه برای میدان جاذبه‌ای است که مشاهدات در مرحله شبیه‌سازی با استفاده از آن تولید شده است و میدان‌های بازیابی شده نسبت به آن سنجیده می‌شوند.

(لیزری و باند K) و فاصله زوج ماهواره از یکدیگر. ابتدا ارتفاع زوج ماهواره را در بازیابی میدان ثقل به‌عنوان مهم‌ترین پارامتر طراحی مأموریت ارزیابی می‌کنیم. برای این منظور مداری مشابه با مأموریت GRACE به‌صورت قطبی و دایره‌ای شکل با میل ۸۹ درجه و خروج از مرکزیت ۰/۰۰۳ در نظر گرفته شد. سپس ارتفاع مداری با توجه به تعریف مدار تکرارشونده تعریف شد. با هدف قرار دادن ۲۹ روز نودال ارتفاع مداری برای دو سناریو محاسبه شد. این ارتفاع در جدول ۱ نمایش داده شده است. روز نودال، مدت زمانی است که زمین نسبت به نقطه گرهی صفحه مداری دوران می‌کند. از آنجا که این نقطه در فضا به دلیل اثر بیضویت زمین ثابت نیست، روز نودال چند دقیقه از روز خورشیدی، بسته به جهت چرخش صفحه مداری، کمتر یا بیشتر است. روز نودال

جدول ۱. المان‌های مداری مأموریت هم‌مدار تعریف شده با ارتفاع مختلف.

| | h_{sat} (km) | Eccentricity | Inclination(deg) | β/a |
|--------|----------------|--------------|------------------|-----------|
| Case 1 | 355.226 | 0.003 | 89 | 449/29 |
| Case 2 | 428.901 | 0.003 | 89 | 451/29 |



شکل ۲. کیفیت مدل‌های ثقل به‌دست‌آمده از مأموریت فضایی هم‌مدار با ارتفاع‌های مختلف.

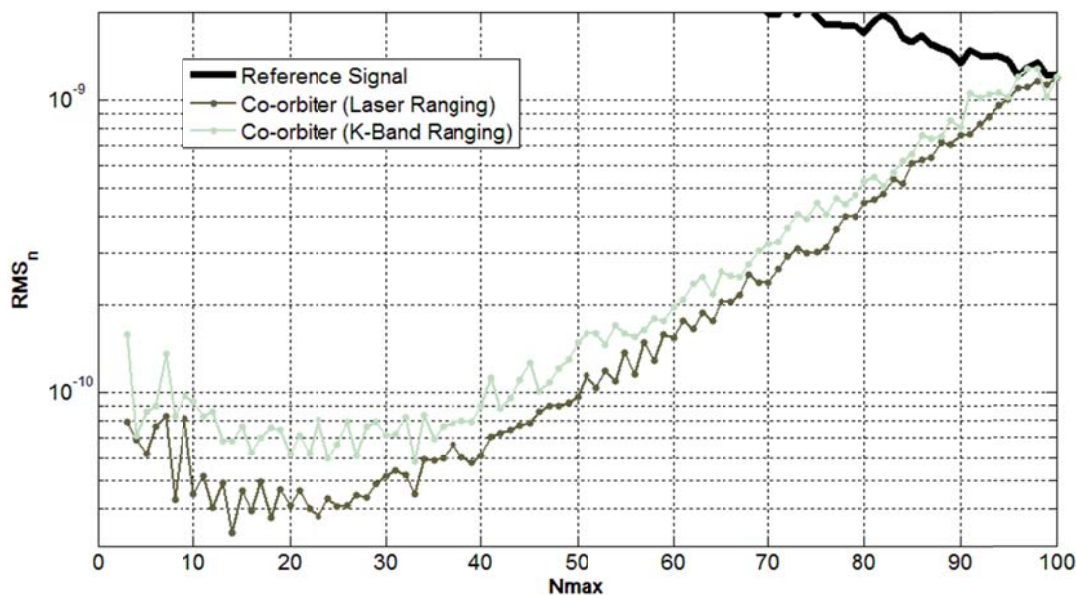
شده است که سیستم لیزری محدودیتی از نظر برد و میرایی سیگنال ندارد. هرچند این فرضیه در عمل نادرست است، اما بیانگر این حقیقت است که در صورت دستیابی به فناوری لیزری جدید در آینده می توان به مأموریت های کاراتری امیدوار بود. در ادامه این بخش، فرضیات منطبق بر حقایق موجود مبنای محاسبات قرار خواهد گرفت.

در ادامه فاصله زوج ماهواره را بررسی خواهیم کرد. برای این منظور مأموریت های هم مدارای طراحی شد که در آن ارتفاع ماهواره در حدود ۴۰۰ کیلومتر از سطح زمین است. مدار این مأموریت به صورت قطبی و دایره ای شکل طراحی شد. نتایج نشان دهنده این واقعیت بود که افزایش فاصله بین زوج ماهواره باعث افزایش کارایی این مأموریت در مدل سازی میدان ثقل خواهد شد. علت این مسئله را باید در افزایش بزرگی کمیت اندازه گیری و افزایش نسبت سیگنال به نویز دانست. در شکل ۴، مجذور واریانس خطای بازیابی میدان ثقل به ازای هر مرتبه برای مأموریت هایی با فواصل مختلف نمایش داده شده است. به بیانی دیگر با افزایش فاصله زوج ماهواره ها از یکدیگر می توان به جزئیات بیشتری از میدان ثقل دست یافت.

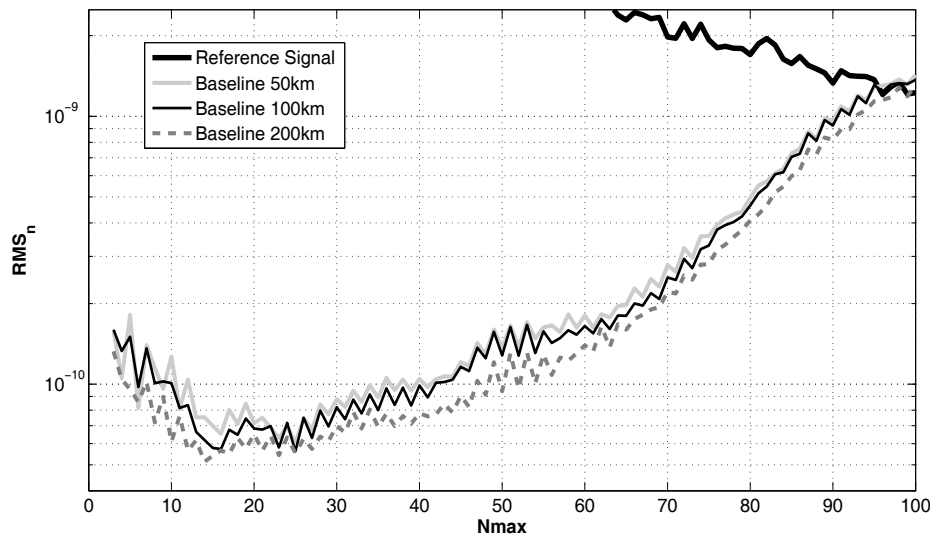
همان گونه که از قبل نیز انتظار می رفت افزایش ارتفاع منجر به کاهش قابلیت مأموریت در مدل سازی طول موج های کوتاه میدان ثقل خواهد شد. امروزه با کمک سیستم های پیشرفته فعال می توان ماهواره های با ارتفاع بیش از ۳۰۰ کیلومتر را تا مدت زمان بیش از ۱۰ سال در مدار نگه داشت (بلندینو و همکاران، ۲۰۰۸). این مدت زمان برای مأموریتی شبیه GOCE با ارتفاع تقریبی ۲۵۰ کیلومتر حدود ۴ سال است.

در ادامه این بحث، دقت سیستم اندازه گیری در مدل سازی میدان ثقل را بررسی خواهیم کرد. با فرض عدم محدودیت در فناوری، برای مأموریتی با ارتفاع ۳۳۵ کیلومتر و فاصله ۲۰۰ کیلومتری، استفاده از دو سیستم لیزری و باند K را تحقیق می کنیم. در شکل ۳، مجذور واریانس خطای مدل سازی میدان ثقل به دست آمده از مأموریت های مجهز به سیستم فاصله سنجی لیزری و باند K نمایش داده شده است.

همان گونه که در این شکل نیز نشان داده شده است، استفاده از سیستم لیزری می تواند بازیابی میدان ثقل را به ازای تمامی مرتبه ها بهبود دهد؛ البته در این آنالیز فرض



شکل ۳. کیفیت مدل سازی میدان ثقل بر اساس مأموریت هم مدار مجهز به سیستم فاصله سنجی لیزری و باند K.



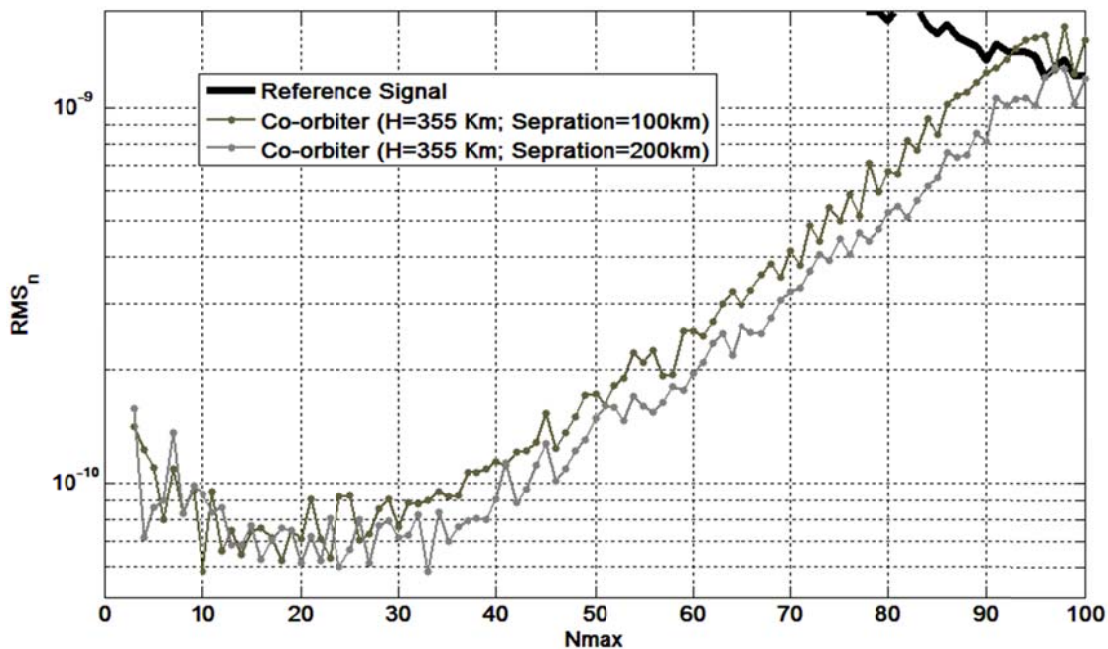
شکل ۴. کیفیت مدل‌سازی میدان ثقل بر اساس مأموریت هم‌مدار با فواصل گوناگون زوج ماهواره.

برای مأموریت مجهز به سیستم لیزری را ۱۰۰ کیلومتر و مأموریت مجهز به سیستم باند K را ۲۰۰ کیلومتر در نظر می‌گیریم. در شکل ۵، مجذور واریانس خطای بازیابی میدان ثقل به ازای هر مرتبه برای هر دو سناریو نمایش داده شده است.

نتایج بررسی نشان‌دهنده این حقیقت است که هرچند استفاده از سیستم‌های لیزری دقت اندازه‌گیری‌ها را به شکل قابل‌ملاحظه‌ای افزایش می‌دهند، اما به دلیل محدودیت برد سیستم مشاهداتی به سبب میراشدن سیگنال ناچار به محدود کردن فاصله زوج ماهواره تا ۱۰۰ کیلومتر خواهیم شد. استفاده از فاصله کمتر برای مأموریت لیزری مترادف با کاهش کیفیت مدل‌سازی میدان ثقل خواهد بود. برآیند نهایی افزایش دقت و کاهش فاصله زوج ماهواره در سیستم‌های لیزری، همچنان کفه ترازو را برای استفاده از سیستم‌های باند K سنگین‌تر خواهد کرد. این وضعیت مادامی‌که دستگاه‌های لیزری با توان بیشتر و فناوری بهتر تولید نشده‌اند، ادامه خواهد داشت. منظور از فناوری بهتر در اینجا، دستگاه تولید لیزری است که بتواند با حجم کمتر و با صرف حداقل انرژی (با توجه به محدودیت انرژی در ماهواره‌ها)، امواج لیزری را تا برد مورد نظر تولید کند.

همان‌گونه که انتظار می‌رفت افزایش فاصله زوج ماهواره باعث افزایش کارایی مأموریت جاذبی خواهد شد. اما باید این نکته را نیز در نظر گرفت که افزایش فاصله زوج ماهواره به دلیل محدودیت‌های فناوری به هر اندازه دلخواه ممکن نخواهد بود. در مأموریت‌هایی که مجهز به سیستم فاصله‌سنجی لیزری هستند، برد بیشینه مأموریت در حدود ۱۰۰ کیلومتر است. در نتیجه استفاده از مأموریتی با فناوری لیزری مستلزم محدود کردن فاصله بین زوج ماهواره تا ۱۰۰ کیلومتر است. این در حالی است که استفاده از موج باند K قابلیت خود را در اندازه‌گیری تغییرات فاصله بین زوج ماهواره تا ۲۲۰ کیلومتر نیز نشان داده است. استفاده از فواصل بلندتر برای زوج ماهواره به توسعه بیشتر فناوری لیزری نیاز دارد.

در ادامه این بررسی به دنبال شبیه‌سازی مأموریت‌های هم‌مدار بر اساس فناوری‌های در دسترس هستیم. در ادامه دو مأموریت در ارتفاع ۳۳۵ کیلومتری از سطح زمین شبیه‌سازی شدند که یکی مجهز به سیستم فاصله‌سنجی لیزری و دیگری مجهز به سیستم باند K بود. قابلیت این مأموریت‌ها را در مدل‌سازی میدان ثقل بررسی خواهیم کرد. با در نظر گرفتن محدودیت‌های فناوری و با توجه به بهینه‌بودن جواب برای بیشینه رنج، فاصله زوج ماهواره



شکل ۵. کیفیت مدل‌سازی میدان ثقل به کمک مأموریت‌های هم‌مدار بر اساس فناوری‌های لیزری با فاصله ۱۰۰ کیلومتر و فناوری فاصله‌سنجی باند K با فاصله ۲۰۰ کیلومتر.

۵. نتیجه‌گیری

در نهایت نیز با جایگزین کردن سیستم مشاهدات لیزری با سیستم مشاهدات باند K بهبود کیفیت این مأموریت را بررسی قرار کردیم. نتایج نشان‌دهنده این حقیقت است که با مبنای قراردادن فناوری موجود، استفاده از ابزارهای لیزری به دلیل برد محدود به ۱۰۰ کیلومتر، نمی‌تواند نتایجی بهتر از ابزار سنجش تغییرات فاصله به کمک طول موج باند K داشته باشد (هرچند در صورت عدم محدودیت برد سیگنال، برتری ابزار لیزری به دلیل دقت بیشتر آن کاملاً قابل انتظار است). در نتیجه برای استفاده از فناوری لیزری به‌عنوان یک جایگزین در مأموریت‌های هم‌مدار باید منتظر سیستم‌های لیزری جدیدتری برای ماهواره‌ها ماند که با استفاده از حداقل انرژی، توان تولید امواج لیزری قدرتمند را برای بردهای بلندتر داشته باشند.

مراجع

- Becker, S., Brockmann, J. and Schuh, W. D., 2014, Mean dynamic topography estimates purely based on goce gravity field models and altimetry. *Geophysical Research Letters* 41(6):2063–2069.
- Blandino, J. J., Marchetti, P. and Demetriou, M. A., 2008, Electric propulsion and controller design for drag-free spacecraft operation. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 45(6), 1303-1315.
- Chambers, D. P., 2006, Observing seasonal steric sea level variations with GRACE and satellite

- altimetry. *Journal of Geophysical Research: Oceans* (1978–2012), 111(C3).
- Case, K., Kruizinga, G. and Wu, S., 2002, GRACE level 1B data product user handbook. JPL Publication D-22027.
- Chen, J., Wilson, C., Tapley, B., Famiglietti, J. and Rodell, M., 2005, Seasonal global mean sea level change from satellite altimeter, grace and geophysical models. *Journal of Geodesy* 9(9):532–539.
- Chen, J., Wilson, C., Blankenship, D. and Tapley, B., 2006, Antarctic mass rates from grace. *Geophysical Research Letters* 33(11).
- Fatolazadeh, F., Voosoghi, B. and Naeeni, M. R., 2016, Wavelet and Gaussian approaches for estimation of groundwater variations using GRACE data. *Groundwater*, 54(1), 74-81.
- Han, S.C., Ray, R. D. and Luthcke, S. B., 2007, Ocean tidal solutions in antarctica from grace inter-satellite tracking data. *Geophysical Research Letters* 34(21).
- Heki, K. and Matsuo, K., 2010, Coseismic gravity changes of the 2010 earthquake in central chile from satellite gravimetry. *Geophysical Research Letters* 37(24).
- Knudsen, P., Bingham, R., Andersen, O. and Rio, M. H., 2011, A global mean dynamic topography and ocean circulation estimation using a preliminary goce gravity model. *Journal of Geodesy* 85(11):861-879.
- Klinger, B., Baur, O. and Mayer-Gürr, T., 2014, GRAIL gravity field recovery based on the short-arc integral equation technique: simulation studies and first real data results. *Planetary and Space science*, 91, 83-90.
- Kroes, R., Montenbruck, O., Bertiger, W. and Visser, P., 2005, Precise GRACE baseline determination using GPS. *GPS Solutions*, 9(1), 21-31.
- Liu, X., 2008, Global gravity field recovery from satellite-to-satellite tracking data with the acceleration approach (Doctoral dissertation, TU Delft, Delft University of Technology).
- Mayer-Gürr, T., Savcenko, R., Bosch, W., Daras, I., Flechtner, F. and Dahle, C., 2012, Ocean tides from satellite altimetry and GRACE. *Journal of Geodynamics*, 59, 28-38.
- Reubelt, T., Sneeuw, N. and Sharifi, M. 2010, Future mission design options for spatio-temporal geopotential recovery. In: *Gravity, Geoid and Earth Observation*, Springer, pp 163–170
- Rietbroek, R., Brunnabend, S. E., Kusche, J. and Schröter, J., 2012, Resolving sea level contributions by identifying fingerprints in time-variable gravity and altimetry. *Journal of Geodynamics*, 59, 72-81.
- Schaub, H. and Junkins, J. L., 2003, *Analytical mechanics of space systems*. Aiaa .
- Sheard, B. S., Heinzl, G., Danzmann, K., Shaddock, D. A., Klipstein, W. M. and Folkner, W. M., 2012, Intersatellite laser ranging instrument for the GRACE follow-on mission. *Journal of Geodesy*, 86(12), 1083-1095.
- Tapley, B. D., Bettadpur, S., Ries, J. C., Thompson, P. F. and Watkins, M. M., 2004, Grace measurements of mass variability in the earth system. *Science* 305(5683):503–505
- Wiese, D. N., Nerem, R. S. and Lemoine, F. G., 2012, Design considerations for a dedicated gravity recovery satellite mission consisting of two pairs of satellites. *Journal of Geodesy*, 86(2), 81-98.
- Wu, S. C., Kruizinga, G. and Bertiger, W., 2006, Algorithm theoretical basis document for grace level- 1b data processing v1. 2. Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology.

The optimal design of co-orbiter space missions for Earth's gravity modeling

Sharifi, M. A.^{1*} and Seif, M. R.²

1. Associate Professor, College of Surveying and Geomatics Engineering, Faculty of Engineering, University of Tehran, Iran
2. Ph.D. Student, College of Surveying and Geomatics Engineering, Faculty of Engineering, University of Tehran, Iran

(Received: 28 Sep 2016, Accepted: 23 May 2017)

Summary

In recent years, strong scientific interest has been generated in a better understanding of the physical system of the Earth. It has been heightened the need for improving our knowledge of the gravity field of the Earth, both in terms of accuracy and spatial resolution. This could be globally and homogeneously possible only by means of space gravity missions. Nowadays, it is becoming increasingly difficult to ignore the widely used applications of the satellite gravity mission's information in studying the Earth system. For example, the application of the gravity information in geophysical and geotechnical research, is a new dimension for geodynamic research and seismology, Oceanography and determining ocean circulation, Hydrological research, Ice mass balance and sea level study.

There have been many motivations behind launching the space gravity missions. After the first gravity mission CHALLENGING Minisatellite Payload (CHAMP) launched in 2000 for the gravity and atmosphere applications, Gravity Recovery And Climate Experiment (GRACE) mission was launched to improve the temporal and spatial resolution for hydrological and geophysical studies. As a new space-born gravity mission, Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer (GOCE) was designed based on the gradiometry observation in height about 250km. Because of the short life-time of GOCE, this mission was designed to determine static gravity field and the temporal gravity field modeling was assigned to other space-born missions like GRACE. The GRACE was designed to determine and interpret the temporal gravity variations. By the help of GRACE monthly solutions, it is easily possible to extract the periodic and quasi-periodic signals of the gravity. It allows researchers to interpret the time gravity variation as the mass redistribution in the Earth dynamic system. The temporal gravity variation might be caused the global water cycle, ice mass loss in the poles, the glacial isostatic adjustment, the earthquake subsequences and geodynamic activities.

A follow-on mission to GRACE is desirable to bridge the gap in the time-series of the monthly gravity models. After the successful GRACE mission, in order to minimize the cost and technical risk, the same space mission has been proposed to measure the gravity field variations. Then, the GRACE follow-on mission will be a rebuild of the original GRACE with a few developments. Laser interferometry will be tested as a new experiment to improve the ranging precision whereas, the mission will be equipped with the microwave ranging system similar to the GRACE. As the first mission in the planetary science, the lunar GRAIL mission was proposed as a pair co-orbiting spacecraft similar GRACE. GRAIL that was launched in 2011 to improve our knowledge about the moon's gravity field.

In this study, we investigate the role of various parameters of the co-orbiter mission design to improve the gravity field modeling for post-GRACE missions. A proper definition of these parameters will have a large effect to improve the gravity field modeling. The redesign has been carried out based on the science and technology developments in recent years. Using laser ranging system instead of K-band ranging system, and decreasing the satellite height (assuming the use of active propulsion system) are new suggestions. The mission could not only improve the quality of the gravity modeling, but also bridge the gap in the time-series of the monthly solutions. In the co-orbit missions, the mission design commonly consists of designing the orbit and satellite separation. Assuming the mission is equipped with an active propulsion system, the height of the satellite pair will be reduced to 350 km. Laser interferometry will be tested as a new experiment to improve the ranging precision by considering its advantage and disadvantages. The results show that using the mission equipped with laser ranging system could not improve the quality of the gravity modeling, because of the limitation in average range < 100 km.

Keywords: Earth's gravity modeling, Space Gravity Mission, Orbit Design, Co-orbiter formation, Ranging System.

*Corresponding author:

sharifi@ut.ac.ir