

مهاجرت لرزه‌ای کیرشهف با تفکیک‌پذیری بالا به روش کمترین مربعات منظم شده با نرم-۱

تکتیم زند^۱، حمیدرضا سیاه‌کوهی^{۲*} و علی غلامی^۳

۱. دانشجوی دکتری، گروه فیزیک زمین، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران

۲. استاد، گروه فیزیک زمین، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران

۳. دانشیار، گروه فیزیک زمین، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران

(دریافت: ۹۶/۱۱/۲۹، پذیرش نهایی: ۹۷/۷/۳)

چکیده

مهاجرت به روش کیرشهف یکی از ساده‌ترین و رایج‌ترین الگوریتم‌های مهاجرت داده‌های لرزه‌ای است. از آنجا که عملگر مهاجرت کیرشهف، الحاقی عملگر مدل‌سازی است، قادر به بازسازی درست دامنه بازتاب‌ها نبوده و تصویر نهایی مهاجرت یافته دارای وضوح کافی نخواهد بود. مهاجرت کمترین مربعات برای رفع این مشکل و بازسازی صحیح دامنه معرفی شد اما بخاطر ابعاد بزرگ ماتریس‌ها، حل مسأله به‌صورت تکراری انجام می‌شود که زمان‌بر است. اگرچه در مقایسه با حل الحاقی، حل کمترین مربعات موجب بهبود دامنه می‌شود، ولی تصویر حاصل کماکان وضوح کافی نخواهد داشت. در این مقاله با منظم‌سازی نرم-۱ برای تزریق تنگی به جواب کمترین مربعات کیرشهف یک روش مهاجرت با تفکیک‌پذیری بالا ارائه می‌شود. در اینجا مهاجرت لرزه‌ای به شکل یک مسأله بهینه‌سازی با قید تنگی فرمول‌بندی و با الگوریتم شکافت عملگری برگمن حل می‌شود. از خصوصیات مطلوب این الگوریتم همگرایی بالا و حل مسائل مقید بدون نیاز به محاسبات وارون ماتریس و تنها با استفاده از عملگرهای مهاجرت و مدل‌سازی است. نتایج حاصل از داده‌های شبیه‌سازی شده عملکرد بسیار بهتر الگوریتم پیشنهادی به لحاظ تفکیک‌پذیری در قیاس با الگوریتم مرسوم مهاجرت کیرشهف را نشان می‌دهند. مهاجرت کمترین مربعات قادر به کاهش اثرات ناشی از ناقص بودن داده در تصویر مهاجرت یافته می‌باشد. لذا روش پیشنهادی نیز با افزایش کیفیت تصویر حاصل از مهاجرت کمترین مربعات، تصویری مهاجرت یافته از یک داده ناقص با تفکیک‌پذیری بالاتری تولید خواهد کرد. نتایج حاصل از اعمال روش بر روی داده مصنوعی و واقعی عملکرد مطلوب آن را نشان می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: مهاجرت کیرشهف، مهاجرت کمترین مربعات، تفکیک‌پذیری، منظم‌سازی نرم-۱، تنگی، بهینه‌سازی تنگ، شکافت عملگری برگمن.

۱. مقدمه

مشاهده شده، توصیف شود (کلربوت، ۱۹۹۲). مهاجرت، رویدادهای شیب‌دار را به محل صحیح منتقل کرده، پراش‌ها را جمع کرده و مقدار حاصل را به محل قله پراش اختصاص می‌دهد و لذا سبب افزایش تفکیک‌پذیری مکانی می‌شود و در نهایت پس از عمل مهاجرت است که می‌توان به تصویر دریافت شده از زیر سطح زمین استناد کرد (یوسف‌زاده، ۲۰۱۲). مهاجرت در حقیقت تصویری منطبق‌تر بر واقعیت زمین‌شناسی از بازتابنده‌ها تولید می‌کند.

مهاجرت کیرشهف ساده‌ترین توضیح سینماتیک را داراست. این روش به دلیل سهولت در کدشدن و اجرا و محاسبات سریع و ارزان، توانایی مدیریت امواج تبدیلی، کارکرد در مواجهه با مدل سرعت متغیر و توانایی کاربرد روی بخشی از داده، یکی از پرکاربردترین روش‌های

در برداشت داده‌های لرزه‌ای هرآنچه توسط گیرنده دریافت می‌شود به مکانی زیر نقطه میانی آن ردلرزه نسبت داده می‌شود، درحالی‌که این روند همیشه منطبق بر واقعیت نیست. در مناطقی با ساختار زمین‌شناختی پیچیده، مانند وجود گسل‌های رورانده، سازندهای با شیب تند، وجود گنبد‌های نمکی و ساختارهای تاقدیسی-ناودیسی، اجرای تمامی فرآیندهای پردازشی، برای تولید تصویری مورد وثوق و معتبر از ساختار زیرسطحی کفایت نخواهد کرد و ضرورت عمل مهاجرت لرزه‌ای برای بازگرداندن هر رویداد به محل تولیدش احساس می‌شود.

مهاجرت داده‌های لرزه‌ای، از دیدگاه ریاضی، یک نگاشت غیرخطی در مختصات زمانی و مکانی بر روی تصویر به‌دست آمده از زیر سطح است و می‌تواند به‌صورت اعمال عملگر الحاقی مدل‌سازی بر روی داده

مهاجرت در صنعت محسوب می‌شود (یوسف‌زاده، ۲۰۱۲). با فرض معلوم بودن محل چشمه و گیرنده، هر نمونه از ردلرزه در زمان، شامل انرژی بازتاب شده از نقطه‌ای در عمق است که مجموع زمان طی شده از چشمه تا آن نقطه و از آن نقطه تا گیرنده برابر با زمان رسید آن نمونه باشد. در شرایطی که سرعت ثابت است، این نقاط روی یک بیضوی با کانون‌های چشمه و گیرنده برای داده پیش از برانبارش و در شرایط دورافت صفر، یعنی برای داده پس از برانبارش، روی یک کره به مرکز نقطه میانی قرار می‌گیرند. بنابراین تمام نقاط روی این نیم کره می‌توانند نقطه بازتابنده باشند و مهاجرت چیزی جز پخش کردن انرژی هر نمونه زمانی روی تمام نقاط نیم کره مربوطه و تکرار این روند برای تمام نمونه‌های زمانی در تمام ردلرزه‌ها نخواهد بود. در نهایت نیز تصویر مهاجرت داده شده حاصل جمع تمامی این تصاویر است. در حقیقت در عمل مهاجرت، معکوس راه طی شده برای تولید داده (مدل‌سازی) باید پیموده شود (گری و همکاران، ۲۰۰۱).

از نگاه دیگر، می‌توان هر نقطه از تصویر را یک پراشنده انرژی لرزه‌ای در نظر گرفت. این روش با برانبارش پراش‌ها، جانشین حل معادله موج است (میلر و همکاران، ۱۹۸۷). در این صورت، هر نقطه از تصویر مهاجرت داده شده در زمان از جمع شدن دامنه تمام نقاط داده که روی یک منحنی هذلولی، با عرض از مبدأ زمانی و سرعت متناظر، قرار گرفته باشند، به دست خواهد آمد.

مهاجرت کیرشیف تئوری بسیار ساده‌ای دارد ولی همیشه دقیق نیست. این روش در حقیقت از عملگر الحاقی مدل‌سازی، به عنوان تقریب، به جای عملگر وارون برای مهاجرت استفاده می‌کند. عملگر الحاقی یک تقریب ضعیف از عملگر وارون است، که با استفاده از آن نمی‌توان دامنه را بازیابی کرد. در شرایطی که داده دچار پدیده دگرنامی شدید، نوفه، قطع‌های ناگهانی و ناقص باشد، روش الحاقی دیگر تقریب خوبی برای مسئله وارون ارائه نمی‌دهد (کلریت، ۱۹۹۲). مهاجرت کیرشیف

توانایی مهاجرت دادن داده‌های ناقص با نمونه‌برداری نامنظم را داراست که البته تصویر مهاجرت داده شده در این شرایط مات خواهد بود (ژی، ۱۹۹۷؛ نمس و همکاران، ۱۹۹۹). برای فائق آمدن بر این مشکلات و تضعیف پردازش‌مانده‌های (رویدادهای غیرواقعی که پس از اعمال مهاجرت بر روی تصویر به دست آمده دیده می‌شوند) فرکانس پایین، استفاده از روش بهینه‌سازی کمترین مربعات روی مهاجرت کیرشیف پیشنهاد شده است (شوستر، ۱۹۹۳؛ نمس و همکاران، ۱۹۹۹). با جاگزینی عملگر شبه‌وارون مدل‌سازی به جای عملگر الحاقی به میزان قابل توجهی می‌توان کیفیت تصویر تولید شده را افزایش داد. اعمال عملگر شبه‌وارون بر داده‌ها جواب مهاجرت کمترین مربعات را تولید می‌کند (تاراتولا، ۱۹۸۷؛ نمس و همکاران، ۱۹۹۹؛ استمو و پلسیکس، ۲۰۰۲؛ کوهل و ساشی، ۲۰۰۳؛ پلسیکس و مولدر، ۲۰۰۴؛ دای، ۲۰۱۲). در مهاجرت کمترین مربعات، به جای استفاده از عملگر الحاقی، به دنبال مدلی هستیم که اگر مدل‌سازی بر روی آن اجرا شود داده‌های حاصل از آن منطبق بر داده‌های مشاهده شده خواهد بود و این مهم به وسیله تعریف یک تابع هزینه مناسب و بهینه‌سازی آن حاصل می‌شود. جواب حاصل از این بهینه‌سازی نیازمند محاسبه معکوس ماتریس هشین در حل معادلات نرمال است. بدلیل بزرگ بودن ماتریس هشین و اجتناب از وارون‌سازی آن معمولاً از الگوریتم‌های تکراری استفاده می‌شود که تنها تقریبی از جواب نهایی را ارائه می‌کند (لوو و هیل، ۲۰۱۴).

افزایش تفکیک پذیری مدل مهاجرت یافته با استفاده از منظم‌سازی با قید نرم-۱ امکان‌پذیر است. استفاده از یک منظم‌ساز مناسب می‌تواند بسیاری از مشکلات پیش‌روی مهاجرت کمترین مربعات را تقلیل دهد. با توجه به اینکه مدل بازتابنده‌ها در زمین را می‌توان مدلی تنک در نظر گرفت، مناسب‌ترین روش منظم‌سازی برای حل مسئله وارون برای بازیابی مدل بازتابنده‌ها، منظم‌سازی مقید نرم-۱ است.

گام دوم، روش به‌کارگیری منظم‌سازی تنک و سپس تئوری و شیوه به‌کارگیری الگوریتم شکافت عملگری برگمن برای حل این مسأله آورده خواهد شد. در نهایت نیز به تئوری مهاجرت کیرش‌هف با تفکیک‌پذیری بالا به روش کمترین مربعات با منظم‌سازی نرم-1 بر روی داده ناقص پرداخته خواهد شد.

۱-۲. مهاجرت کیرش‌هف

مهاجرت کیرش‌هف توسط اصل هوبگنس به این صورت توضیح داده می‌شود: وقتی موج به یک نقطه از مدل می‌رسد، این نقطه به‌صورت یک چشمه نقطه‌ای ثانویه، موج را به تمام جهات انتشار می‌دهد. لذا هر جبهه موج را می‌توان حاصل ترکیب جبهه موج‌های ثانویه ساطع شده از تمام نقاط روی جبهه موج قبل‌تر در نظر گرفت. با این فرض که تمام نقاط محیط می‌توانند یک پراشنده موج باشند، تصویر حاصل شده از مهاجرت کیرش‌هف از بازگرداندن داده مشاهده شده به محیط به‌دست خواهد آمد (نمس و همکاران، ۱۹۹۹). بازگرداندن داده مشاهده شده به محیط در این روش از طریق پخش دامنه هر نمونه زمانی بر روی یک هذلولی با مشخصات عرض از مبدأ زمانی و سرعت متناظر آن نقطه، صورت می‌پذیرد. در این حالت در واقع فرض می‌شود چشمه موج بر روی بازتابنده قرار گرفته است، لذا مدت زمان رسیدن موج به گیرنده نصف زمانی است که چشمه بر روی سطح قرار گرفته باشد. پس برای اینکه در محاسبات این اختلاف لحاظ شود باید سرعت به نیمی از سرعت حقیقی کاهش داده شود.

مهاجرت کیرش‌هف پیش از برانبارش در دو بعد، توسط اشنایدر (۱۹۷۸) با استفاده از توابع گرین بر مبنای حل معادله موج عددی به‌صورت زیر نوشته شد:

$$\varphi(x, z, t = 0) = \frac{\partial}{\partial t} \int \frac{(\cos \theta_0 + \cos \theta)}{\sqrt{4\pi cr}} \phi_{obs}(x', z' = 0, t - \frac{r+r_0}{c}) dx' \quad (1)$$

مسأله منظم‌سازی مقید از آنجایی که نرم-1 مشتق‌ناپذیر است، غیرخطی بوده و به‌راحتی قابل حل نمی‌باشد. روش‌های بسیاری برای حل این‌گونه توابع هزینه پیشنهاد شده است که از جمله آنها می‌توان به روش تصویرکردن گردایان برای بازسازی تنک (فیگویردو و همکاران، ۲۰۰۷)، روش آستانه‌گذاری تکراری (دابشیز و همکاران، ۲۰۰۴)، روش سریع آستانه‌گذاری تکراری (بک و تیپوله، ۲۰۰۹)، روش تکراری کمترین مربعات وزن‌دار شده (دابشیز و همکاران، ۲۰۱۰) و روش شکافت عملگری برگمن (ژنگ و همکاران، ۲۰۱۰؛ گلدشتاین و اشرف، ۲۰۰۹) اشاره کرد. از میان روش‌های ارائه شده، روش شکافت عملگری برگمن که در ابتدا توسط اشرف و همکاران (۲۰۰۵) برای تصویرسازی معرفی شد، در اینجا به‌کار گرفته شده است. این روش همچنین سبب افزایش همگرایی مسأله می‌شود.

قدرت روش کمترین مربعات منظم‌سازی شده نسبت به روش‌های مرسوم مهاجرت کیرش‌هف در رویارویی با داده‌های ناقص بیشتر نمایان می‌شود. داده‌های ناقص ممکن است حاصل رویدادهایی چون قطع ناحیه نمونه‌برداری، توزیع تنک چشمه و گیرنده و وجود شکاف در خطوط نمونه‌برداری به سبب موانع محیطی باشد. پس از مهاجرت، ناقصی داده خود را به‌صورت نوفه در تصویر مهاجرت داده شده نشان می‌دهد (نمس و همکاران، ۱۹۹۹). منظم‌سازی مهاجرت کمترین مربعات قادر به تولید تصویری با تفکیک‌پذیری بالا از داده ناقص است. در این مقاله دو مورد آخری مسبب ناقصی داده، روی داده مصنوعی شبیه‌سازی شده و نتایج مهاجرت آنها به‌وسیله روش مهاجرت کمترین مربعات با منظم‌سازی نرم-1 نشان داده شده است.

۲. روش تحقیق

در این بخش با هدف معرفی الگوریتمی برای مهاجرت کیرش‌هف با تفکیک‌پذیری بالا، تئوری مهاجرت کیرش‌هف در ابتدا، تئوری مهاجرت کمترین مربعات در

ندارد لذا همان‌طور که در مقدمه نیز اشاره شد عملگر مهاجرت کیرشهف تقریبی از L^{-1} و در حقیقت الحاقی عملگر مدل‌سازی خواهد بود. لذا تصویر مهاجرت داده شده توسط روش کیرشهف به ترتیب زیر به دست خواهد آمد:

$$m = L^T d_{obs} \quad (5)$$

که L^T الحاقی عملگر مدل‌سازی است و جمع داده‌ها روی منحنی‌های هذلولوی با مشخصات عرض از مبدأ و مدل سرعت داده شده را انجام می‌دهد. به این روش که در آن مهاجرت تنها با اعمال عملگر الحاقی مدل‌سازی بر روی داده صورت می‌گیرد، مهاجرت الحاقی می‌گویند.

۲-۲. مهاجرت کمترین مربعات کیرشهف

مدل ضرایب بازتاب به دست آمده از مهاجرت کیرشهف نمی‌تواند دقیق باشد، چراکه از عملگر الحاقی به جای وارون استفاده شده است (کلربوت، ۱۹۹۲). در نتیجه این عمل دامنه‌های دقیق ضرایب بازتاب به دست نخواهند آمد و داده‌ای که توسط عملگر مدل‌سازی از روی مدل حاصل از مهاجرت به دست می‌آید، داده مشاهده شده را پوشش نمی‌دهد. لذا ضرورت ترتیب دادن یک تابع هزینه کمترین مربعات برای محاسبه دقیق‌تر مدل مهاجرت داده شده با انطباق داده به دست آمده از تصویر مهاجرت یافته با داده مشاهده شده احساس می‌شود. تابع هزینه مهاجرت کمترین مربعات به روش کیرشهف به صورت زیر است:

$$J = \|Lm - d_{obs}\|_2^2 \quad (6)$$

با توجه به وجود نوفه‌های احتمالی بر روی داده، مدل به دست آمده از این روش نیز، دارای تفکیک‌پذیری مطلوب نخواهد بود. برای سوق دادن مسئله به سوی یافتن مدلی با تفکیک‌پذیری بالا اضافه کردن قیود تنگ‌کننده به تابع هزینه مفید واقع خواهد شد.

۲-۳. منظم‌سازی با قید تنگی

افزایش تفکیک‌پذیری روش مهاجرت کمترین مربعات

در رابطه بالا، $\varphi(x, z, t=0)$ تصویر مهاجرت داده شده، c سرعت زمینه، d_{obs} داده مشاهده شده در محل گیرنده $(x', z', t=0)$ ، مختصات نقاط تصویر، (x_0, z_0) مختصات چشمه، فاصله شعاعی نقاط تصویر از چشمه، $r_0 = \sqrt{(x-x_0)^2 + (z-z_0)^2}$ فاصله شعاعی نقاط تصویر از گیرنده، $r = \sqrt{(x'-x)^2 + (z'-z)^2}$ فاصله شعاعی نقاط تصویر از گیرنده، $\cos \theta_0 = \frac{x-x_0}{r_0}$ و $\cos \theta = \frac{x'-x}{r}$ زاویه فرود پرتو چشمه و زاویه فرود پرتو گیرنده در هر مقطع از تصویر هستند. وقتی برانبارش بر روی داده مشاهده شده انجام شود مقطع دورافت صفر حاصل آن خواهد بود و مهاجرت پس از برانبارش کیرشهف با قرار دادن $x_0 = x'$ و $z_0 = z'$ در نتیجه $r_0 = r$ و $\theta_0 = \theta$ در رابطه (۱) حاصل می‌شود.

$$\varphi(x, z, t=0) = \frac{\partial}{\partial t} \int \frac{\cos \theta}{\sqrt{\pi v r}} \phi_{co}(x', z', t=0, t - \frac{r}{v}) dx' \quad (2)$$

در رابطه بالا $c = \frac{v}{2}$ قرار داده شده است و $\phi_{co}(x', z', t)$ داده دورافت صفر پس از برانبارش می‌باشد. برای حل عددی، رابطه بالا به صورت ماتریسی بازنویسی خواهد شد. اگر فرض شود که L عملگر خطی مدل‌سازی باشد، داده مشاهده شد به صورت زیر به دست خواهد آمد:

$$d_{obs} = Lm_0 \quad (3)$$

که در این رابطه d_{obs} داده دورافت صفر متناظر با داده مشاهده شده و m_0 مدل ضرایب بازتاب می‌باشد. به این ترتیب در صورت امکان مدل از داده به صورت زیر به دست می‌آید:

$$m_0 = L^{-1} d_{obs} \quad (4)$$

رابطه بالا شکل گسسته رابطه انتگرالی (۲) می‌باشد. به این ترتیب که m_0 شکل گسسته $\varphi(x, z, t)$ و d_{obs} شکل گسسته $\phi_{co}(x', z', t)$ است. در عمل L^{-1} وجود

تابعی محدب $J(\cdot)$ بین دو نقطه u و v به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$D_J^p(u, v) = J(u) - J(v) - \langle p, u - v \rangle \quad (۸)$$

در این رابطه p یک زیر مشتق از J در نقطه v است. فاصله برگمن یک بیان معمول از فاصله نیست، چراکه در حالت عمومی متقارن نیست ولی به هر حال بیانی از میزان نزدیکی دو نقطه است. با استفاده از فاصله برگمن، مسأله کمینه‌سازی مقید (۷) را می‌توان به صورت روش دوگام تکراری برگمن حل کرد (اشر و همکاران، ۲۰۰۵). در سال‌های اخیر، استفاده از روش تکرار برگمن در مسائل بازسازی تنک به سبب سرعت، سادگی، کارآمدی و پایداری محبوبیت زیادی یافته است (گلدشتاین و اشرف، ۲۰۰۹؛ غلامی و سیاهکوهی، ۲۰۱۰؛ غلامی و ساشی، ۲۰۱۲؛ غلامی و ساشی، ۲۰۱۳؛ لاری و غلامی، ۲۰۱۴؛ غلامی، ۲۰۱۵؛ غلامی، ۲۰۱۶). الگوریتم برگمن مسأله (۷) را به شکل تکراری زیر حل می‌کند:

$$\begin{cases} m^{k+1} = \arg \min_m \|Lm - d^k\|_2^2 + \lambda \|m\|_1 \\ d^{k+1} = d^k + d_{obs} - Lm^{k+1} \end{cases} \quad (۹)$$

در رابطه بالا، λ یک پارامتر مثبت و نه لزوماً بزرگ است. تا به اینجا مسأله مقید (۷) به صورت حل یک مسأله منظم‌سازی نامقید (زیرمسأله اول در رابطه (۹)) و یک گام روزرسانی داده درآمد.

حل مستقیم زیرمسأله اول گاهی می‌تواند دشوار و کند باشد چراکه شامل یک وارون‌سازی ماتریس L که عموماً ابعاد بسیار بزرگی دارد و بخش مشتق‌ناپذیر نرم-۱ می‌باشد.

ژنک و همکاران (۲۰۱۰) از جداسازی عملگر پیش‌رو-پس‌رو (کومبتس و واژس، ۲۰۰۵) برای حل مسأله (۹) استفاده کردند. این روش که موسوم به شکافت عملگری برگمن (BOS) است، مسأله (۹) را به صورت زیر در می‌آورد:

کیرشهف با استفاده از منظم‌سازی توسط قید نرم-۱ امکان‌پذیر می‌باشد. استفاده از یک منظم‌ساز مناسب می‌تواند بسیاری از مشکلات پیش‌رو مهاجرت کمترین مربعات کیرشهف را تقلیل دهد. با توجه به اینکه مدل بازتابنده‌ها در زمین را می‌توان مدلی تنک در نظر گرفت، یک منظم‌سازی مناسب برای حل مسأله وارون بازیابی مدل بازتابنده‌ها، منظم‌سازی مقید نرم-۱ مدل بازتابنده است (غلامی و ساشی، ۲۰۱۳). استفاده از این قید مسأله را به سمت پیدا کردن جوابی که کمترین میزان نرم-۱ را در بین جواب‌ها دارد، سوق می‌دهد. در بین منظم‌سازی‌های متفاوت، استفاده از این منظم‌ساز علاوه بر تولید تصویری با کیفیت مناسب، کاهش حجم محاسبات از طریق همگرایی سریع‌تر به یک جواب مناسب را هم ممکن می‌سازد. با اضافه کردن این قید به مسأله تابع هزینه مسأله کمترین مربعات کیرشهف به صورت زیر در خواهد آمد:

$$\min_m \|m\|_1 \quad \text{subject to} \quad \|Lm - d_{obs}\|_2 \leq \varepsilon \quad (۷)$$

که ε باند خطای داده می‌باشد. این مسأله مقید به علت مشتق‌ناپذیری نرم-۱ به سادگی قابل حل نمی‌باشد (گلدشتاین و اشرف، ۲۰۰۹)، لذا از روش‌های مبتنی بر گرادیان برای حل آن نمی‌توان کمک گرفت. در ادامه یک روش مناسب برای حل رابطه (۷) به کار گرفته می‌شود.

۲-۴. حل مسأله منظم‌سازی با به کارگیری شکافت

عملگری برگمن

همان‌طور که گفته شد، مسأله منظم‌سازی مقید (۷) از آنجایی که نرم-۱ مشتق‌ناپذیر است به راحتی قابل حل نمی‌باشد. روش تکراری شکافت برگمن (ژنک و همکاران، ۲۰۱۰) روشی مناسب برای حل آن است. این روش در ابتدا توسط اشرف و همکاران (۲۰۰۵) برای پردازش تصویر معرفی شد. روش تکراری برگمن بر پایه فاصله برگمن شکل گرفته است. فاصله برگمن برای یک

مهاجرت مرسوم تصویری آمیخته به نوفه تولید کرده و گاهاً دچار پدیده دگرنامی می‌شوند. این شرایط را می‌توان در روابط وارون‌سازی به صورت اعمال یک عملگر که به جای ردلرزه‌های از دست رفته یا برداشت نشده صفر قرار می‌دهد، مدیریت کرد. در تولید مصنوعی داده اگر عملگر کهنین نمونه‌برداری (undersampling) را S بنامیم (عملگر الحاقی آن به جای ردلرزه‌های حذف شده صفر قرار می‌دهد) و لذا رابطه (۷) به صورت زیر در خواهد آمد:

$$\min_m \|m\|_1 \quad s.t. \quad \|SLm - d_{obs}\|_2 \leq \varepsilon \quad (11)$$

۳. ارزیابی روش

این الگوریتم بر روی داده‌های مصنوعی مدل مبنای مارموسی و مدل مصنوعی ارائه شده توسط ایلماز (۲۰۰۱) و همچنین داده واقعی اعمال و نتایج آنها در این بخش آورده شده است. در همه مثال‌ها مرزهای چپ و راست و پایین مدل‌ها به شکل آینه‌ای گسترش داده شده و پس از مهاجرت تنها بخش اصلی نتایج نمایش داده شده است، لذا در نتایج نمایش داده شده اثر دهانه مهاجرت در مرزها دیده نمی‌شود.

۳-۱. نتایج داده مصنوعی

مدل مارموسی برای بررسی و مقایسه نتایج الگوریتم مهاجرت کیرشهف با تفکیک‌پذیری بالا به روش کمترین مربعات با منظم‌سازی نرم-۱، به کار گرفته شده است. به این صورت که با داشتن مدل سرعت و مدل بازتابنده مارموسی، ابتدا داده مصنوعی دورافت صفر (معادل با مقطع برانبارش) به روش مدل‌سازی با انفجار بازتابنده و ردیابی پرتو (لونتال و همکاران، ۱۹۷۶) تولید می‌شود که در شکل ۱ قابل ملاحظه است.

$$\begin{cases} v^{k+1} = m^k - \delta L^T (Lm^k - d^k) \\ m^{k+1} = \arg \min_m \|m - v^{k+1}\|_2^2 + \delta \lambda \|m\|_1 \\ d^{k+1} = d^k + d - Lm^{k+1} \end{cases} \quad (10)$$

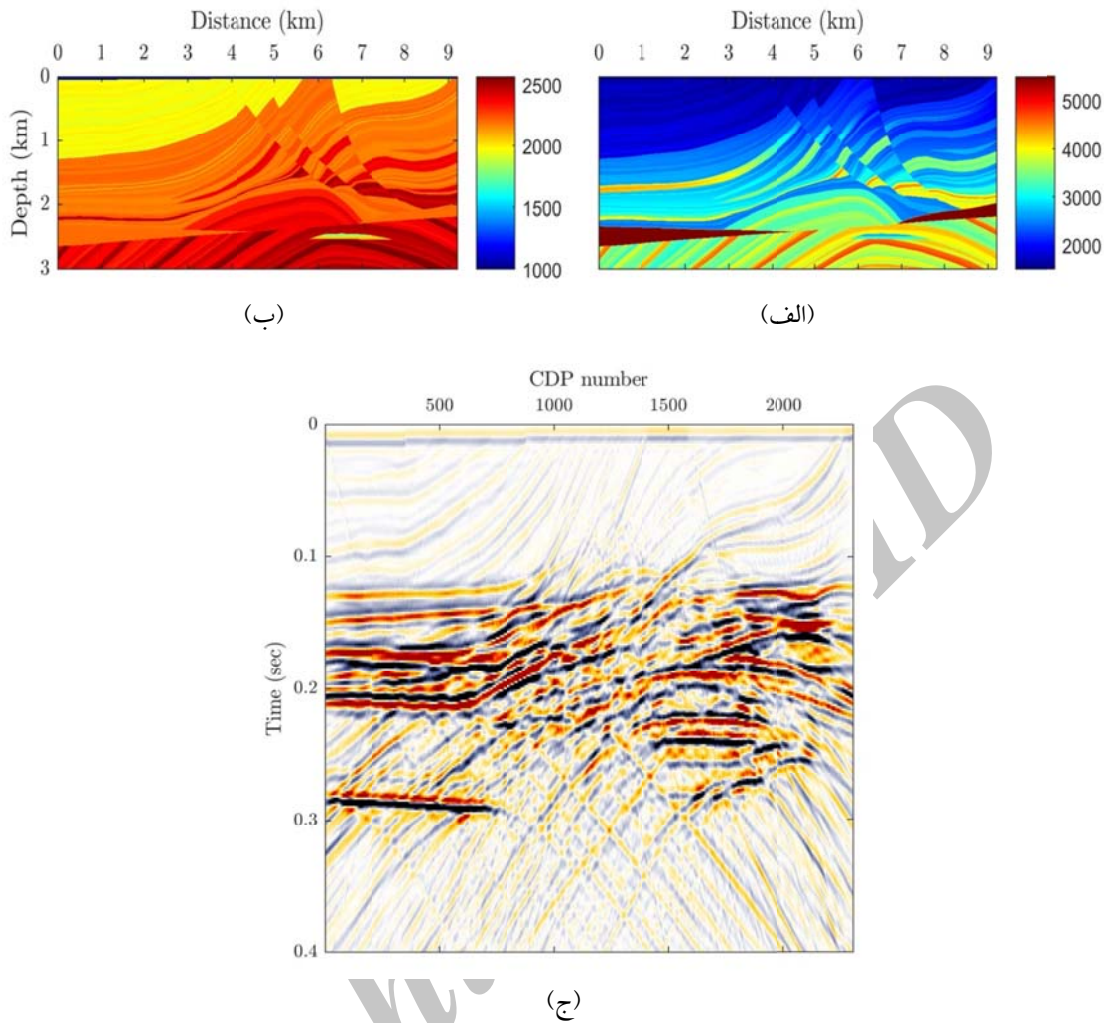
اثبات همگرایی این روش در ژنگ و همکاران (۲۰۱۰) آورده شده است. جمله دوم در رابطه (۱۰) مسئول اعمال قید تنگی است و جواب گام اول را به جواب‌های ارضاء‌کننده قید نزدیک‌تر می‌کند. این بخش به مانند یک مسأله حذف نوفه است.

در جمله سوم نیز در هر مرحله تغییری بر روی داده‌های حاصل از لرزه‌نگاشت اعمال می‌شود و سپس با داده‌های حاصل از مدل تخمین زده شده مقایسه می‌شوند. این تغییر اثر قسمت‌هایی از لرزه‌نگاشت که مدل تخمین زده شده تا مرحله قبل قادر به تولید آنها نبوده است را تقویت می‌کند تا الگوریتم را به سوی در نظر گرفتن آنها سوق دهد. در نهایت جواب مسأله در هر تکرار نتیجه‌ای از اعمال هر سه بخش است.

جواب حاصل از این الگوریتم، دامنه واقعی بازتابنده‌ها را نتیجه می‌دهد، چرا که روش‌های کمترین مربعات در حالت کلی مسأله معکوس را حل می‌کنند نه تقریبی از آن راه، از این سو روش‌های مهاجرت بر پایه کمترین مربعات بازتابی دامنه را تضمین می‌کنند (کلربوت، ۱۹۹۲).

۲-۵. مهاجرت داده ناقص

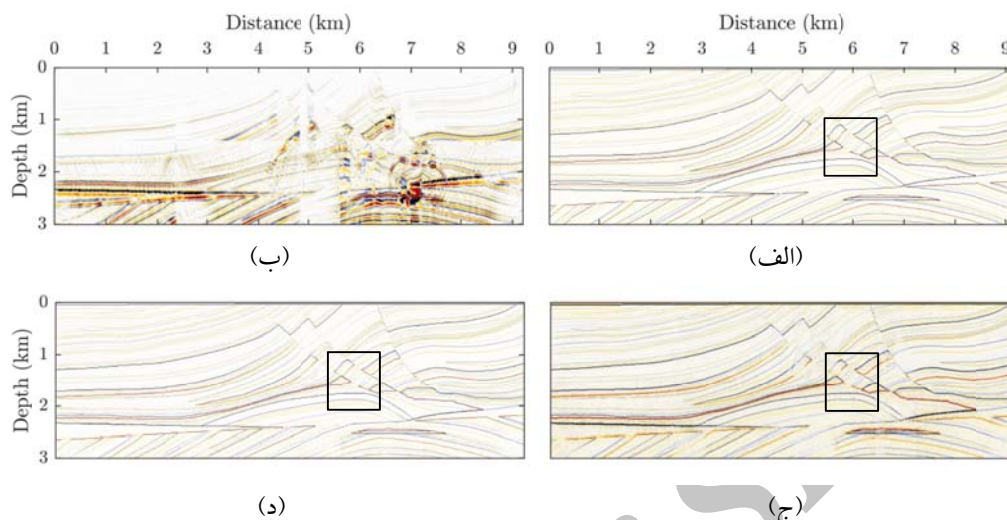
کاهش نمونه‌برداری، به این معناست که یا فاصله گیرنده‌ها در داده به عمد افزایش یافته است، یا به علت خاصی داده ثبت شده توسط برخی از گیرنده‌ها غیرقابل استفاده بوده است و یا به علل محیطی در نقاطی امکان برداشت داده وجود نداشته است. با وجود این شرایط روش‌های



شکل ۱. (الف) مدل سرعت مبنای ماروسی (ب) مدل چگالی (ج) داده مصنوعی دورافت سفر (مقطع برانبارش).

عمل مهاجرت کیرشهف به شیوه الحاقی است. شکل ۲-ج مدل ضرایب بازتاب حاصل از عمل مهاجرت کیرشهف به شیوه کمترین مربعات آورده شده است و در نهایت در شکل ۲-د مدل ضرایب بازتاب حاصل از عمل مهاجرت با الگوریتم پیشنهادی این مقاله آورده شده است. با مقایسه دو شکل ۲-ج و ۲-د در شکل ۱ ملاحظه می‌شود که با اعمال قید تنکی همان‌طور که طرح‌ریزی شده بود، تفکیک‌پذیری تصویر حاصل از مهاجرت افزایش یافته است.

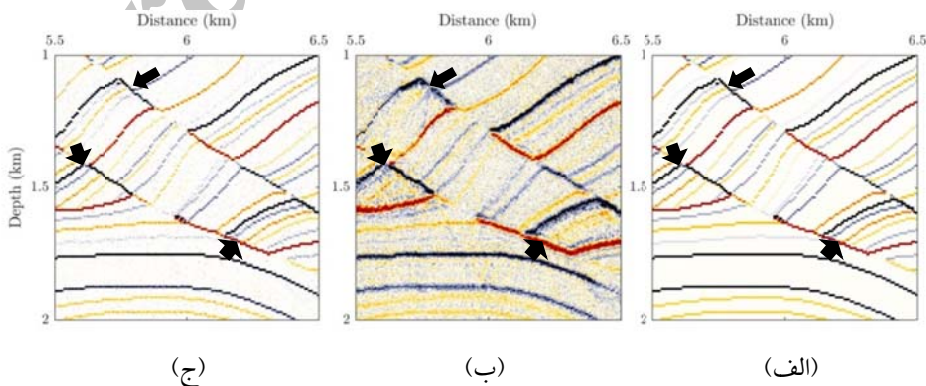
سپس این داده مصنوعی و مدل سرعت به‌عنوان ورودی الگوریتم استفاده می‌شوند. مدل ضرایب بازتاب حاصل از مهاجرت کیرشهف به سه شیوه، الحاقی مطابق رابطه (۵)، کمترین مربعات رابطه (۶) که توسط روش گرادیان مزدوج (کلی، ۱۹۹۵) حل شده است و کمترین مربعات با منظم‌سازی نرم-۱ رابطه (۱۰)، روش پیشنهادی این مقاله، به‌دست آورده شده است. نتایج در شکل ۲ آورده شده است. در شکل ۲-الف مدل ضرایب بازتاب می‌باشند. شکل ۲-ب، مدل ضرایب بازتاب حاصل از



شکل ۲. (الف) مدل ضرایب بازتاب (ب) نتایج مهاجرت بر روی داده‌های مصنوعی تولید شده از مدل مارموسی، به سه روش، مهاجرت کیرشهف مرسوم (ج) مهاجرت کیرشهف به شیوه کمترین مربعات (د) و مهاجرت کیرشهف به شیوه کمترین مربعات با منظم‌سازی نرم-۱.

۳-ب پخش شده و بازتابنده مشخصی قابل مشاهده نیست. در صورتی که اصل مدل بازتابنده در شکل ۳-الف گویای وجود لایه‌هایی در این مناطق است. ولی روش پیشنهاد شده توسط این مقاله با افزایش تفکیک پذیری، همان گونه که در شکل ۳-ج قابل رؤیت است، در نواحی اشاره شده توانسته ضرایب بازتاب را بازسازی کند.

شکل ۳ نمایی نزدیک بخشی از نتایج آورده شده در شکل ۲ است که توسط مستطیل سیاه رنگ در شکل ۲ نشان داده شده است. افزایش تفکیک پذیری به صورت مشهود در این شکل قابل ملاحظه است. با توجه به مناطقی که توسط علائم به آنها اشاره شده است (شکل ۳)، انرژی ضرایب بازتاب این نواحی در شکل



شکل ۳. (الف) مدل ضرایب بازتاب اصلی، بزرگ‌نمایی شده داخل مستطیل (ب) مدل ضرایب بازتاب حاصل از روش مهاجرت کمترین مربعات کیرشهف (ج) و مدل ضرایب بازتاب حاصل از روش مهاجرت کیرشهف به شیوه کمترین مربعات با منظم‌سازی نرم-۱.

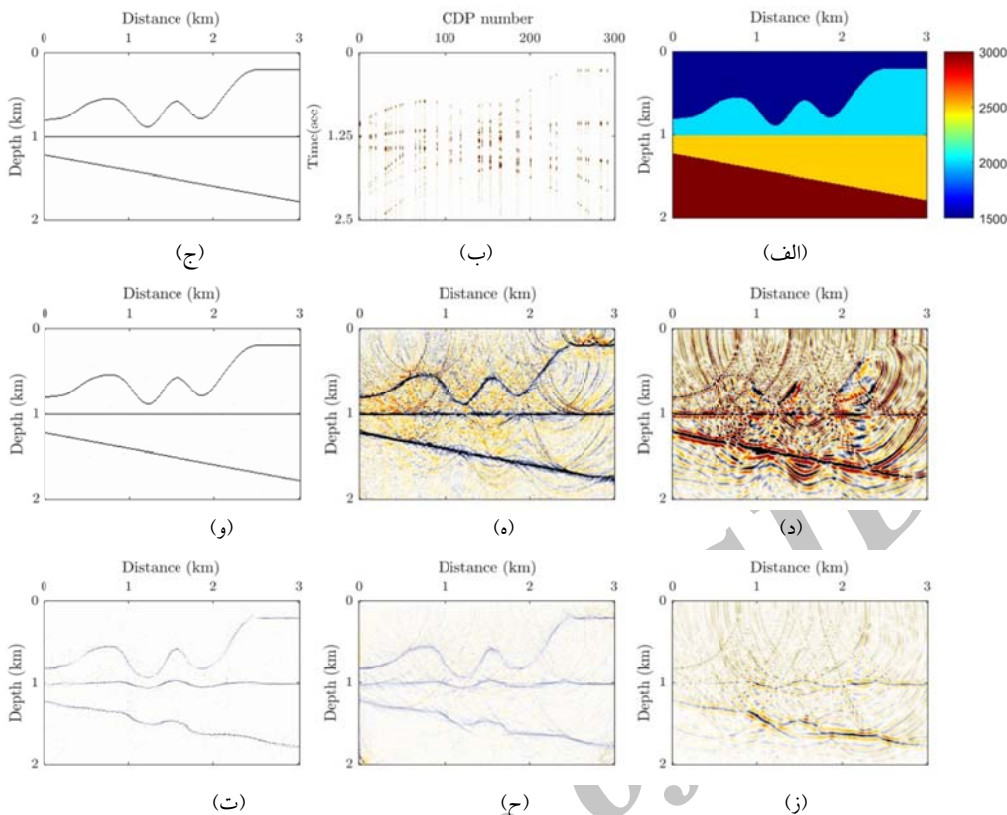
۳-۲. نتایج مهاجرت داده ناقص

در این بخش برای نشان دادن قدرت مهاجرت کیرشعف به روش کمترین مربعات در مواجهه با داده ناقص و یا کهنه نمونه‌برداری شده از یک مدل ضرایب بازتاب مصنوعی و مدل سرعت متناظر آن (ایلماز، ۲۰۰۱) برای شبیه‌سازی استفاده شده است. این مدل در ابعاد ۳۰۰۰ متر فاصله افقی و عمق ۲۰۰۰ متر در نظر گرفته شده است. با گسسته‌سازی با مش‌بندی ۱۰ متر در ۱۰ متر و بازه نمونه‌برداری زمانی ۴ میلی‌ثانیه داده مصنوعی دور افت صفر (مقطع برانبارش) به روش مدل‌سازی با انفجار بازتابنده (لونتال و همکارانش، ۱۹۷۶) تولید شده است، این داده با موجک ریکر با فرکانس مرکزی ۲۰ هرتز هم‌میخت شده و به آن ۰/۰۱ نوفه تصادفی اضافه شده است. از این داده برای آزمایش عملکرد الگوریتم‌ها در مواجهه با داده کهنه نمونه‌برداری شده و وجود شکاف در خط داده‌برداری در هنگام برداشت داده، استفاده شده است.

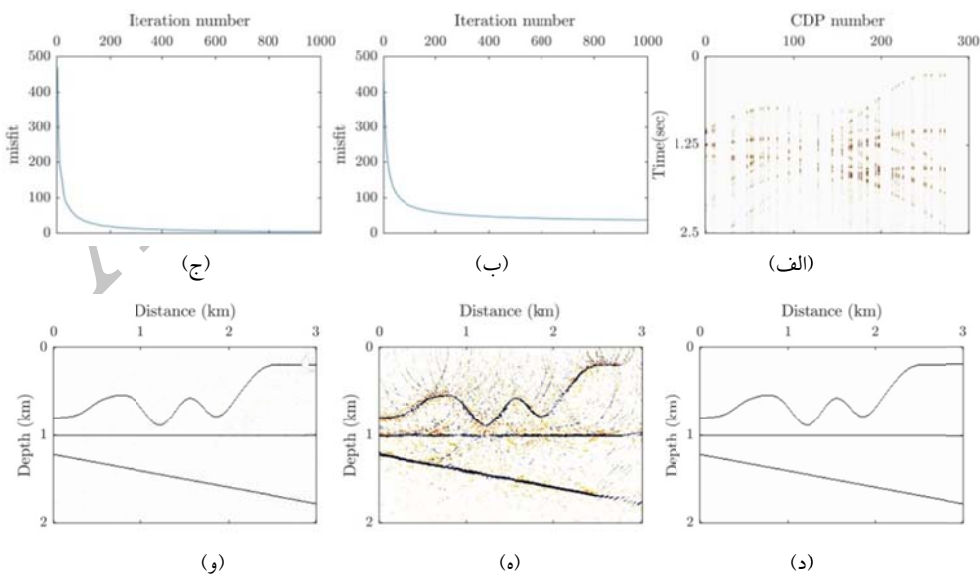
در ابتدا برای شبیه‌سازی تنک بودن گیرنده‌ها یا به عبارتی کهنه نمونه‌برداری مکانی، به شیوه تصادفی ۸۶ درصد از ردلرزه‌ها حذف شده و روی ردلرزه‌های باقی‌مانده مهاجرت کیرشعف به سه شیوه الحاقی مطابق رابطه (۵)، کمترین مربعات رابطه (۶) که توسط روش گرادیان مزدوج (کلی، ۱۹۹۵) حل شده است و کمترین مربعات با منظم‌سازی نرم-۱ رابطه (۱۰)، اعمال شده است. نتایج عملکرد هر سه روش در شکل ۴ آورده شده است. در این شکل، الف-۴، مدل سرعت، شکل ۴-ب داده مصنوعی تولید شده بعد از حذف تصادفی ۸۶ درصد ردلرزه‌ها، شکل ۴-ج مدل ضرایب بازتاب، شکل ۴-د مدل ضرایب بازتاب حاصل از عمل مهاجرت کیرشعف به شیوه الحاقی، شکل ۴-ه مدل ضرایب بازتاب حاصل از عمل مهاجرت کیرشعف به شیوه کمترین مربعات آورده شده است و در نهایت در شکل ۴-و مدل ضرایب بازتاب

حاصل از عمل مهاجرت با الگوریتم پیشنهادی این مقاله ملاحظه می‌شود. همان‌گونه که واضح است روش ارائه شده توسط این مقاله با کیفیت بهتر نتیجه را ارائه می‌دهد و در آن دیگر از پراش‌های بسیاری که در دو شکل ۴-د و ۴-ه، به سبب قطع ناگهانی داده، ملاحظه می‌شود اثری نیست. در شکل‌های ۴-ز، ۴-ح و ۴-ت متناظر با شکل‌های ۴-د، ۴-ه و ۴-و به ترتیب همان روش‌های مهاجرتی بر روی داده اعمال شده است درحالی‌که این‌بار از مدل سرعت هموار شده استفاده شده است. از مقایسه شکل‌های ۴-و و ۴-ت می‌توان دریافت که با کاهش دقت در مدل سرعت، افزایش خطا در تصویر مهاجرت داده شده مشهود است.

برتری نتایج مهاجرت روش ارائه شده در این مقاله رابطه (۱۰) با نتایج مهاجرت توسط روش کمترین مربعات رابطه (۵) نشان‌دهنده عمل موفق اعمال قید تنکی در مسأله مهاجرت کیرشعف به شیوه کمترین مربعات است. مسأله مقید ارائه شده غیرخطی است و با روش‌ها مختلف قابل حل است. در این مقاله ما از الگوریتم شکافت عملگری برگمن (*BOS*) برای نخستین بار در مسأله مهاجرت کمترین مربعات کیرشعف استفاده کردیم. از روش آستانه‌گذاری به شیوه تکرار (داجیز و همکاران، ۲۰۰۴) نیز برای مقایسه استفاده کردیم. در شکل ۵ نتایج استفاده از این دو روش در حل مسأله کمترین مربعات کیرشعف مقید به تنکی آورده شده است. در شکل ۵-الف داده مصنوعی که ۸۶ درصد ردلرزه‌هایش به‌طور تصادفی حذف شده‌اند، در شکل ۵-ب منحنی همگرایی روش آستانه‌گذاری به شیوه تکرار بر حسب تکرار، در شکل ۵-ج منحنی همگرایی روش *BOS* بر حسب تکرار، در شکل ۵-د مدل ضرایب بازتاب اصلی، در شکل ۵-ه مدل ضرایب بازتاب حاصل از روش آستانه‌گذاری به شیوه تکرار و در شکل ۵-و مدل ضرایب بازتاب حاصل از روش *BOS* نشان داده شده است.



شکل ۴. (الف) مدل سرعت (ب) داده مصنوعی دورافت صفر که ۸۶٪ ردلزه‌هایش به‌طور تصادفی حذف شده اند (ج) مدل ضرایب بازتاب (د) نتایج مهاجرت به سه روش مهاجرت کیرشیف الحاقی (ه) مهاجرت کیرشیف به شیوه کمترین مربعات (و) مهاجرت کیرشیف به شیوه کمترین مربعات با منظم‌سازی نرم-۱ (ز) نتایج مهاجرت شکل (ب) با مدل سرعت هموار شده به سه روش مهاجرت کیرشیف الحاقی (ت) مهاجرت کیرشیف به شیوه کمترین مربعات (ح) و مهاجرت کیرشیف به شیوه کمترین مربعات با منظم‌سازی نرم-۱.



شکل ۵. (الف) داده مصنوعی که ۸۶٪ ردلزه‌هایش به‌طور تصادفی حذف شده‌اند (ب) منحنی همگرایی روش آستانه‌گذاری به شیوه تکرار بر حسب تکرار (ج) منحنی همگرایی روش BOS بر حسب تکرار (د) مدل ضرایب بازتاب اصلی (ه) مدل ضرایب بازتاب حاصل از مهاجرت به روش آستانه گذاری به شیوه تکرار (و) مدل ضرایب بازتاب حاصل از مهاجرت به روش BOS

سرعت هموار شده استفاده شده است. از مقایسه شکل‌های ۶-و ۶-ت می‌توان دریافت که با کاهش دقت در مدل سرعت، افزایش خطا در تصویر مهاجرت داده شده مشهود است.

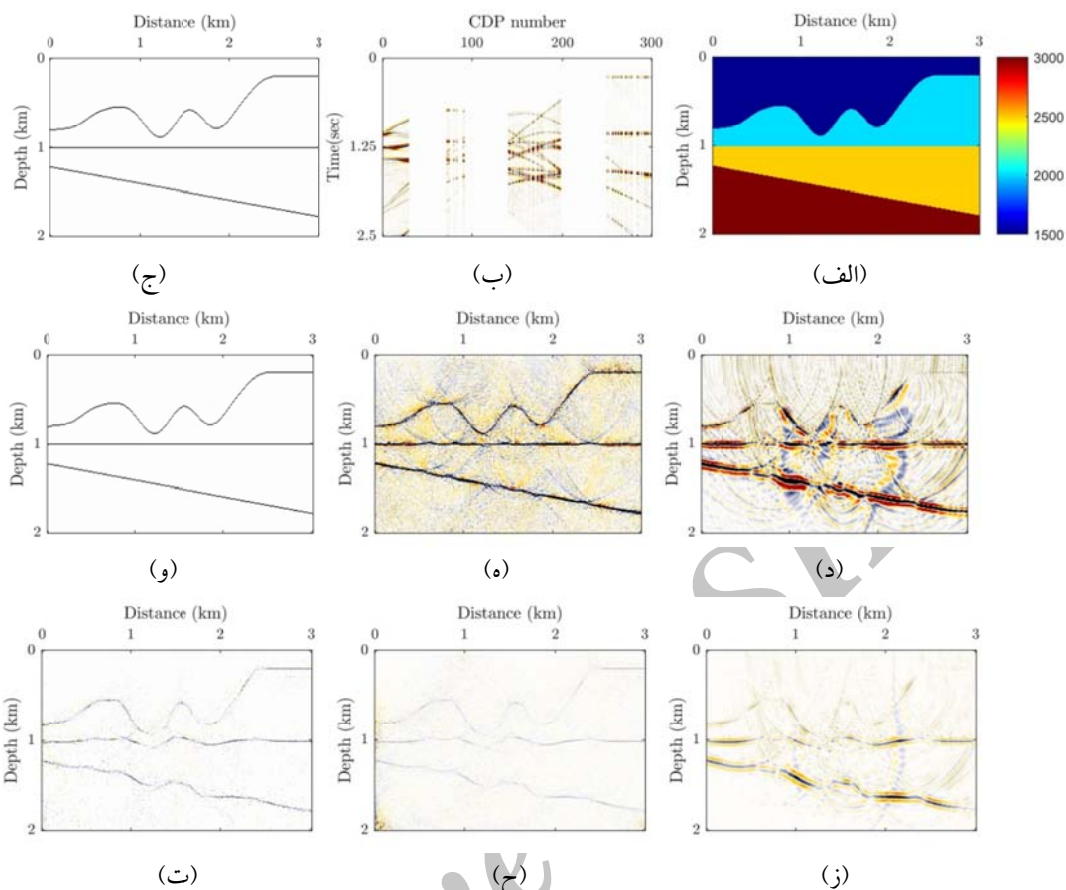
دقت روش پیشنهادی را می‌توان با درون‌یابی داده ناقص نیز سنجید. شکل ۷ گویای این مطلب است. در این شکل، (الف) داده مصنوعی کامل و (ب) داده ناقص همراه با نوفه تصادفی را نمایش می‌دهد. (ج) داده درون‌یابی شده و عاری از نوفه تولید شده از تصویر محصول مهاجرت شکل ۴-و است که با دقت بالایی ترمیم شده است.

در شکل ۸ نتایج استفاده از دو روش آستانه‌گذاری به شیوه تکرار و شکافت عملگری برگمن در حل مسئله کیرشعف به شیوه کمترین مربعات مقید به تنگی رابطه (۷) جهت مقایسه و ارزیابی برتری روش ارائه شده در این نوشتار آورده شده است. در شکل ۸-الف داده مصنوعی که ۶۵ درصد از ردلرزه‌هایش یا به‌طور تصادفی یا با ایجاد سه شکاف حذف شده‌اند، در شکل ۸-ب منحنی همگرایی روش آستانه‌گذاری به شیوه تکرار بر حسب تکرار، در شکل ۸-ج منحنی همگرایی روش پیشنهادی بر حسب تکرار، در شکل ۸-د مدل ضرایب بازتاب اصلی، در شکل ۸-ه مدل ضرایب بازتاب حاصل از روش آستانه‌گذاری به شیوه تکرار و در شکل ۸-و مدل ضرایب بازتاب حاصل از روش پیشنهادی، قابل ملاحظه است. توضیحات ارائه شده در شکل ۵ در اینجا نیز صادق هستند.

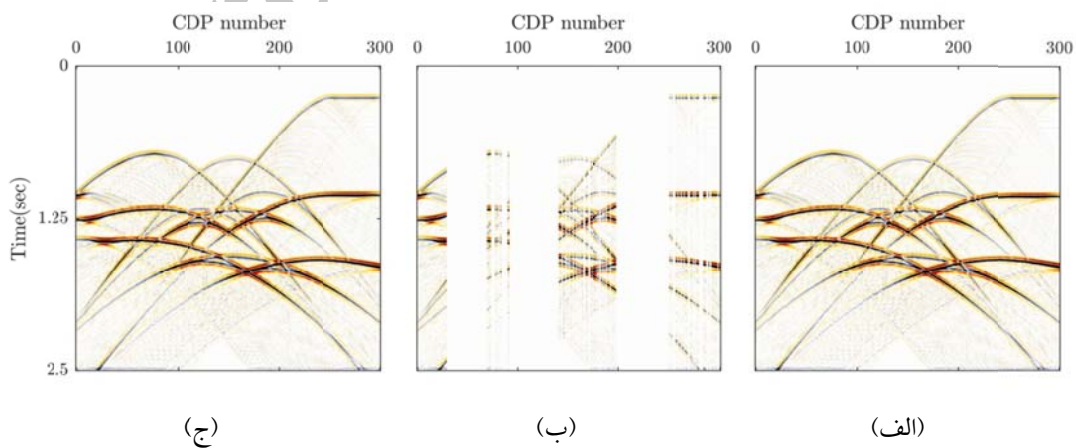
در پایان پایداری روش مهاجرت ارائه شده در مقابل نوفه افزودنی به داده‌ها بررسی شد. برای این منظور مقادیر متفاوتی نوفه به داده‌های قبل از مهاجرت مربوط به شکل ۴-الف اضافه شد که مقاطع حاصل در شکل ۹-الف تا ۹-ج آورده شده است. در زیر هر شکل مقطع مهاجرت داده شده با روش پیشنهادی نیز آورده شده است. همان‌طور که دیده می‌شود این شکل‌ها به‌خوبی پایداری روش مذکور در برابر نوفه را نشان می‌دهند.

همان‌طور که مشهود است، در شکل ۵-ه نتیجه مطلوبی مشاهده نمی‌شود ولی شیب منحنی همگرایی مربوط به استفاده از روش حل آستانه‌گذاری به شیوه تکرار در شکل ۵-ب بسیار کاهش یافته است که نشان از این حقیقت دارد که با این شیب کند به تعداد تکرار بسیار زیادی نیاز است تا همگرایی صورت گیرد. حال آنکه در شکل ۵-و نتیجه مطلوب با تعداد تکرار کمتر در نتیجه استفاده از روش BOS در حل مسئله به‌دست آمده است.

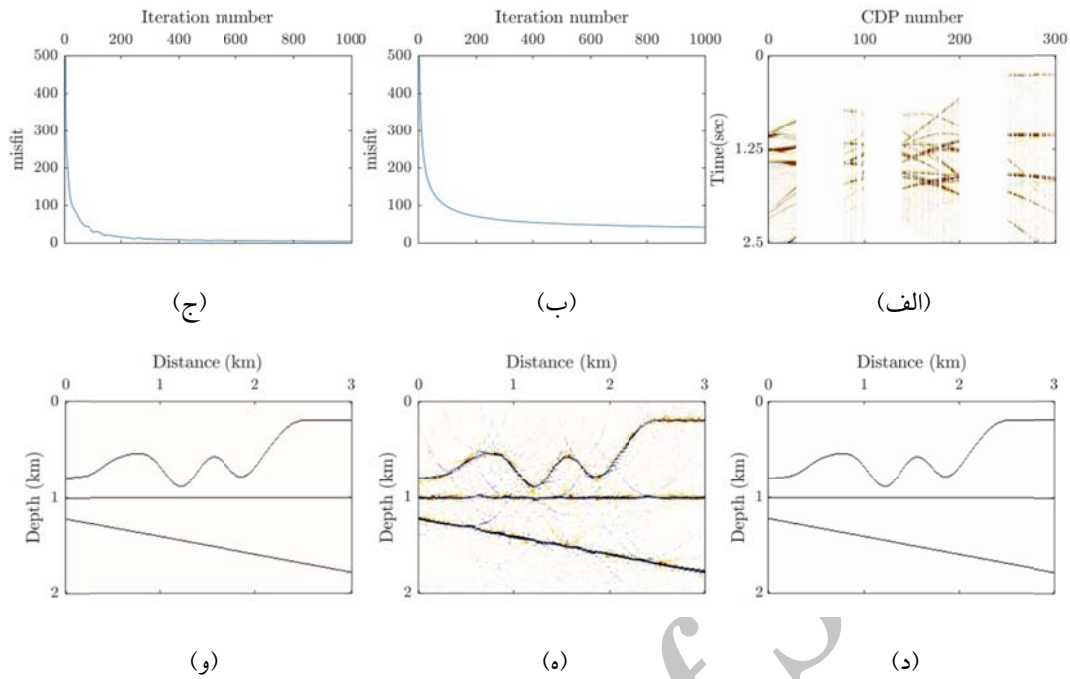
در مرحله بعد، برای شبیه‌سازی وجود شکاف در خطوط برداشت به‌علت وجود موانع محیطی همچون، رودخانه، مناطق شهری و ...، سه بخش از ردلرزه‌ها در نواحی ۲۹۰-۶۹۰ متر، ۹۹۰-۱۳۹۰ متر و ۱۹۹۰-۲۴۹۰ متر حذف شده‌اند. همچنین تعدادی از ردلرزه‌ها هم به‌صورت تصادفی برای وارد کردن احتمال وجود گیرنده خراب یا ردلرزه مخدوش حذف شده‌اند. نتایج حاصل از اعمال مهاجرت کیرشعف به سه شیوه الحاقی مطابق رابطه (۵)، کمترین مربعات رابطه (۶) حل شده توسط روش گرادیان مزدوج (کلی، ۱۹۹۵) و کمترین مربعات با منظم‌سازی نرم-۱ در رابطه (۱۰) در شکل ۶ آورده شده است. در این شکل، شکل ۶-الف مدل سرعت، شکل ۶-ب داده مصنوعی تولید شده بعد از حذف شکاف‌ها به‌علاوه حذف تصادفی که مجموعاً ۶۵ درصد ردلرزه‌ها را شامل می‌شوند، شکل ۶-ج مدل ضرایب بازتاب، شکل ۶-د مدل ضرایب بازتاب حاصل از عمل مهاجرت کیرشعف به شیوه الحاقی، شکل ۶-ه مدل ضرایب بازتاب حاصل از عمل مهاجرت کیرشعف به شیوه کمترین مربعات و در نهایت در شکل ۶-ز مدل ضرایب بازتاب حاصل از عمل مهاجرت با الگوریتم پیشنهادی این مقاله ملاحظه می‌شود. این روش تصویری بسیار دقیق از مدل بازتابنده با وجود کاف‌های موجود در داده ارائه می‌دهد. در شکل ۶ در شکل ۶-ز، شکل ۶-ح و شکل ۶-ت متناظر با شکل‌های ۶-د، ۶-ه و ۶-و به‌ترتیب همان روش‌های مهاجرتی بر روی داده اعمال شده است درحالی‌که این‌بار از مدل



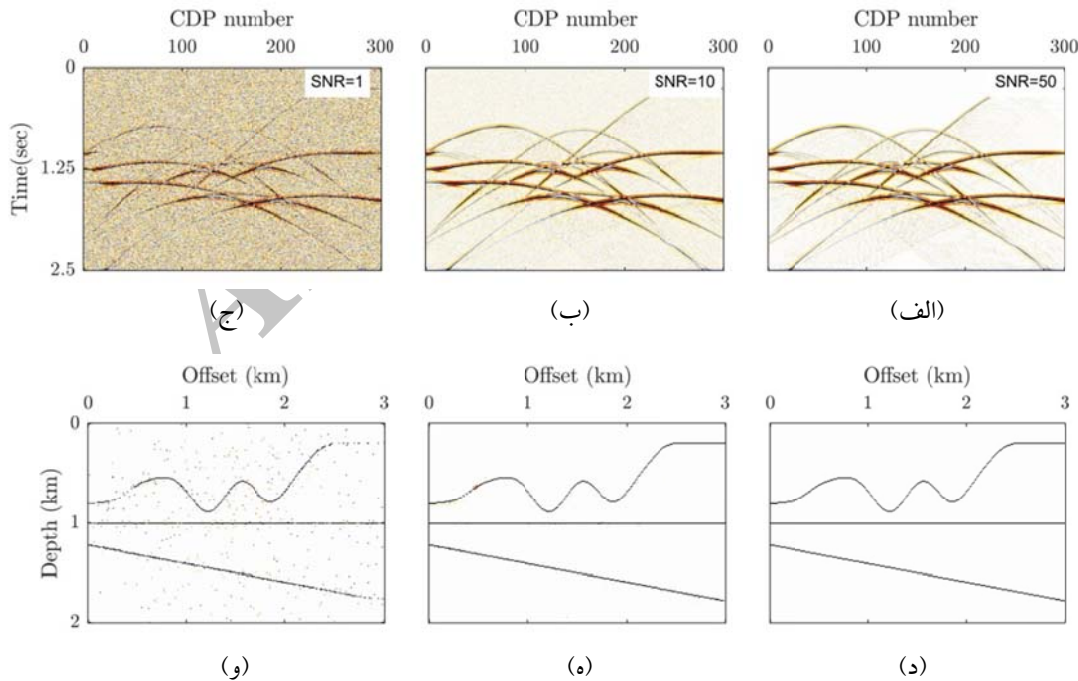
شکل ۶. (الف) مدل سرعت (ب) داده مصنوعی که ۶۵٪ از ردلزه‌هایش یا به‌طور تصادفی یا با ایجاد سه شکاف حذف شده‌اند (ج) مدل ضرایب بازتاب. (د) نتایج مهاجرت بر روی داده‌ای (ب) با مدل سرعت دقیق به سه روش مهاجرت کیرشهف الحاقی (ه) مهاجرت کیرشهف به شیوه کمترین مربعات (و) و مهاجرت کیرشهف به شیوه کمترین مربعات با منظم‌سازی نرم-۱. (ز) نتایج مهاجرت داده (ب) با مدل سرعت هموار شده به سه روش مهاجرت کیرشهف الحاقی (ح) مهاجرت کیرشهف به شیوه کمترین مربعات (ت) و مهاجرت کیرشهف به شیوه کمترین مربعات با منظم‌سازی نرم-۱.



شکل ۷. (الف) داده کامل بدون نوفه (ب) داده ناقص و همراه با نوفه (ج) و داده تمیز و درون‌یابی شده که خروجی روش ارائه شده توسط این نوشتار است.



شکل ۸. (الف) داده مصنوعی که ۶۵٪ از ردلرزه‌هایش یا به‌طور تصادفی یا با ایجاد سه شکاف حذف شده‌اند (ب) منحنی همگرایی روش آستانه‌گذاری به شیوه تکرار بر حسب تکرار (ج) منحنی همگرایی روش پیشنهادی بر حسب تکرار (د) مدل ضرایب بازتاب اصلی (ه) مدل ضرایب بازتاب حاصل از مهاجرت کمترین مربعات کیرشهف با قید نرم-۱ که به روش آستانه‌گذاری به شیوه تکرار حل شده است (و) و مدل ضرایب بازتاب حاصل از مهاجرت کمترین مربعات کیرشهف با قید نرم-۱ که به روش پیشنهادی حل شده است.

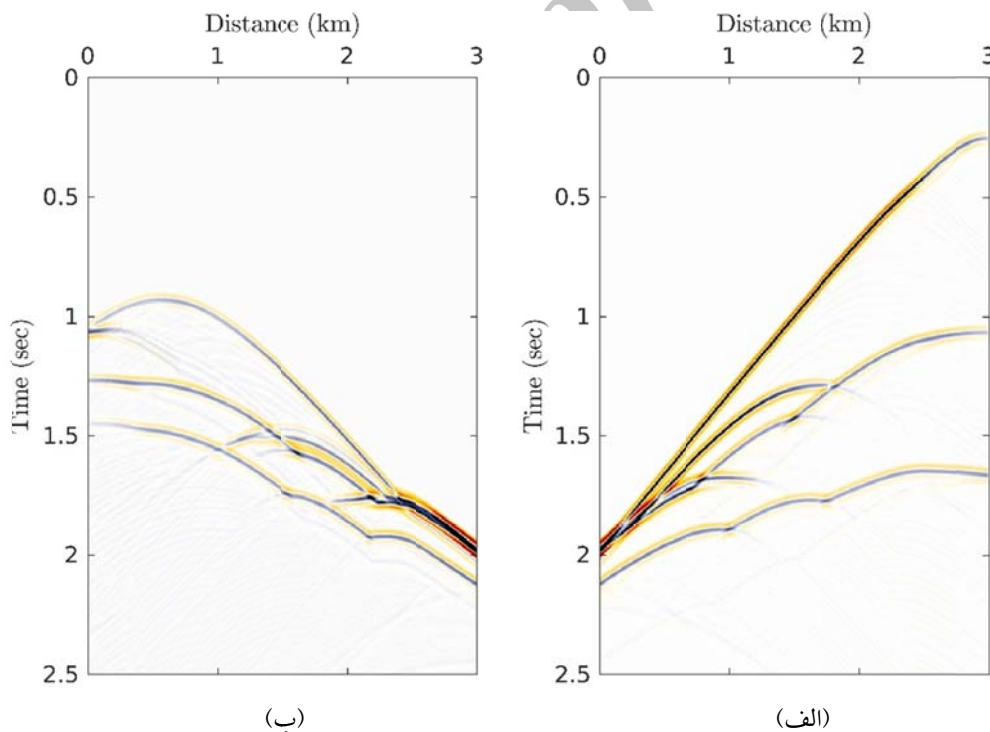


شکل ۹. بررسی اثر نوفه بر مهاجرت به روش ارائه شده بر روی داده‌های حاصل از مدل نشان داده شده در شکل ۴-الف.

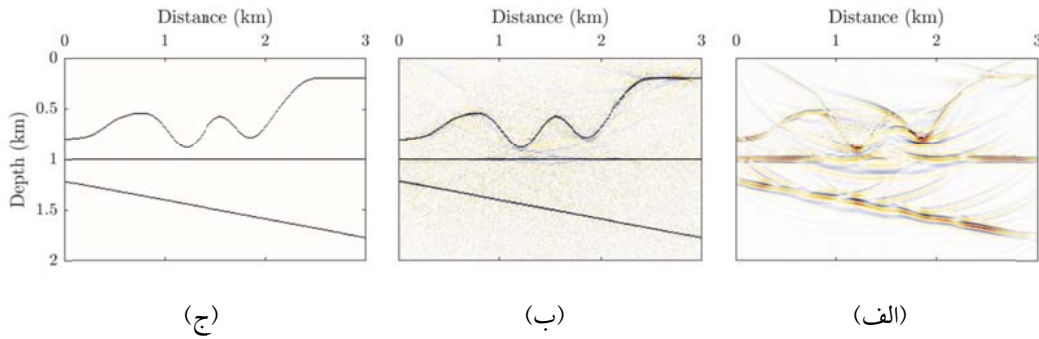
۳-۳. نتایج مهاجرت پیش از برانبارش

الگوریتم ارائه شده در این مقاله به راحتی قابل اعمال بر داده‌های پیش از برانبارش برای مهاجرت می‌باشد. در این حالت عملگر مدل‌سازی L با اعمال بر مدل بازتابی تولید داده‌های پیش از برانبارش مربوط به هندسه چشمه-گیرنده مورد نظر می‌کند (نمس، ۱۹۹۹؛ شوستر، ۲۰۰۲). برای حالت چند چشمه، دستگاه معادلات مربوطه زیر هم قرار گرفته و تولید یک دستگاه بزرگ می‌کند. گرچه در این حالت تعداد داده‌ها عموماً بیشتر از تعداد مجهولات مسأله می‌باشد اما دستگاه حاصل شدیداً بد-وضع بوده و حل آن نیازمند به کارگیری ترفندهای منظم‌سازی خاص است. در این بخش عملکرد روش ارائه شده با مهاجرت پیش از برانبارش داده‌های حاصل از یک مدل ساده تست می‌شود. برای این منظور

دو دسته داده چشمه مشترک مربوط به مدل سرعت نشان داده شده در شکل ۴-الف (با فرض چگالی ثابت) تولید شد. تعداد ۳۰۰ گیرنده با فاصله منظم ۱۰ متر در سطح مدل و دو عدد چشمه در گوشه‌های بالای مدل قرار داده شد. داده‌های حاصل از هر چشمه با فاصله نمونه برداری ۴ میلی‌ثانیه گسسته شدند که در شکل ۱۰ نشان داده شده‌اند. سپس این داده‌ها با نوفه تصادفی (با نسبت سیگنال به نوفه ۱۰ دسی بل) آغشته شده‌اند و توسط سه روش متفاوت مورد مهاجرت عمقی قرار گرفتند. شکل ۱۱-الف و ۱۱-ب به ترتیب نتایج مهاجرت به سه روش کیرشلف مرسوم، کمترین مربعات و کمترین مربعات با منظم‌سازی نرم-۱ را نشان می‌دهد. عملکرد خوب روش پیشنهادی در مقایسه به دو روش دیگر به خوبی مشهود است.



شکل ۱۰. داده چشمه مشترک مربوط به مدل سرعت نشان داده شده در شکل ۴-الف برای گیرنده‌های در سطح و دو موقعیت گیرنده. (الف) حالتی که چشمه در گوشه بالای سمت راست مدل باشد. (ب) حالتی که چشمه در گوشه بالای سمت چپ مدل باشد.



شکل ۱۱. (الف) مقطع عمقی حاصل از مهاجرت پیش از برآیناراش داده‌های شکل ۱۰ به سه روش مهاجرت کیرششف مرسوم (ب) مهاجرت کیرششف به شیوه کمترین مربعات (ج) و مهاجرت کیرششف به شیوه کمترین مربعات با منظم‌سازی نرم-۱.

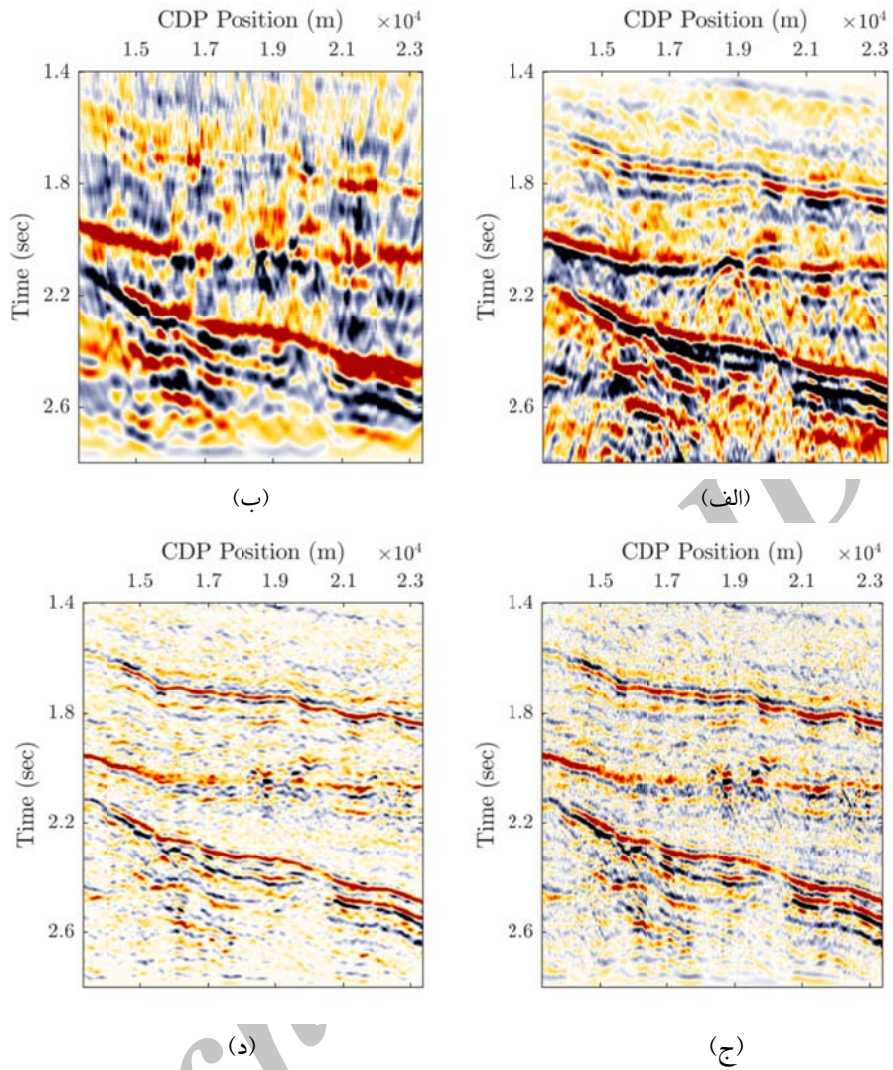
کیرششف کمترین مربعات با روش پیشنهادی در شکل ۱۲-د را نمایش می‌دهد. با مقایسه تصاویر مربوط به نتایج این روش‌ها، عملکرد روش ارائه شده در تولید تصویر مهاجرت داده شده با تفکیک‌پذیری بالا مشهود است.

۴. نتیجه‌گیری

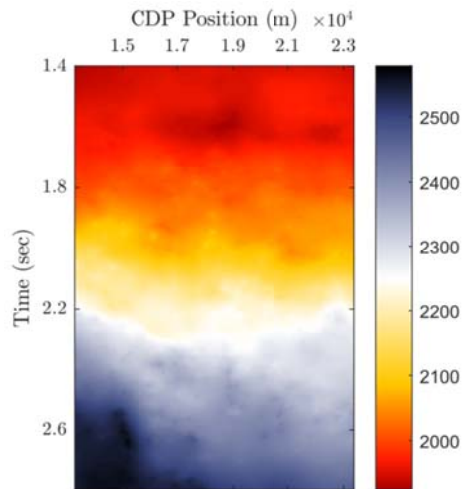
در این مقاله یک روش کارا برای حل مسأله مهاجرت کمترین مربعات به روش کیرششف مقید به قید تنکی که تفکیک‌پذیری بالایی را نتیجه می‌دهد، ارائه شد. روش ارائه شده بر مبنای الگوریتم شکافت عملگری برگمن به حل مسأله مهاجرت با قید تنکی می‌پردازد. نتایج عملکرد این روش روی داده‌های مصنوعی مبین آن است که این روش در بازیابی تصویر مهاجرت یافته از داده‌های ناقص بسیار موفق عمل می‌کند. این ویژگی علاوه بر اهمیتش در هنگام مواجهه با داده‌هایی ناقص برداشت شده، در شرایط دیگری نیز حائز اهمیت است. از جمله این شرایط به حذف برخی از ردلرزه‌ها در جهت کاهش حجم محاسبات (کهن‌نمونه‌برداری)، حذف ردلرزه‌هایی که تحت تأثیر نوفه شدید قرار داشته‌اند و یا درون‌یابی داده ناقص برای سایر استفاده‌ها از روی تصویر مهاجرت داده شده می‌توان اشاره کرد. روش ارائه شده بر روی داده واقعی نیز اعمال و نتایج خوبی حاصل شد.

۳-۴. نتایج مهاجرت داده واقعی

در این بخش روش مهاجرت پیشنهادی بر روی داده واقعی پس از برآیناراش اعمال و نتایج آن آورده شده است. برای این منظور بخشی از داده دریایی دوبعدی که در ناحیه دریای شمال برداشته شده است و توسط شرکت اکسون موبیل (کیز و فوستر، ۱۹۹۸) منتشر شده است، را انتخاب کرده‌ایم. در این داده فاصله چشمه‌ها از هم و فاصله گیرنده‌ها از هم ۲۵ متر و طول گام نمونه‌برداری ۴ میلی‌ثانیه می‌باشد. قسمتی از داده در بازه زمانی ۱/۴ تا ۳ ثانیه و در ناحیه ۱/۴ تا ۲/۴ کیلومتر انتخاب و در شکل ۱۰ (الف) نشان داده شده است. داده‌های خام این منطقه به صورت رایگان برای محققین در سایت https://wiki.seg.org/wiki/Mobil_AVO_viking_gra_ben_line_12 در دسترس می‌باشد. این داده‌ها توسط غلامی (۲۰۱۷) به‌طور کامل تا مرحله برآیناراش پردازش شده است. سپس مدل سرعت بازه‌ای مربوطه با وارون‌سازی رابطه دیکس و منظم‌سازی تغییرات کلی توسط زند و غلامی (۲۰۱۸) استخراج و صحت‌سنجی شد. مدل سرعت در ناحیه مورد نظر در شکل ۱۳ آورده شده است. شکل ۱۲-ب تا ۱۲-د نتایج اعمال سه روش مهاجرت کیرششف الحاقی در شکل ۱۲-ب، مهاجرت کیرششف کمترین مربعات در شکل ۱۲-ج و مهاجرت



شکل ۱۲. (الف) داده واقعی پس از برانبارش (ب) مهاجرت کیرشهف مرسوم (ج) مهاجرت کیرشهف به شیوه کمترین مربعات و مهاجرت کیرشهف به شیوه کمترین مربعات با منظم‌سازی نرم-۱ (د).



شکل ۱۳. مدل سرعت مربوط به داده واقعی نشان داده شده در شکل ۱۲.

مراجع

- Beck, A. and Teboulle, M., 2009, A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems, *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 2(1), 183-202.
- Claerbout, J. F., 1992, *Earth soundings analysis: processing versus inversion*, Blackwell scientific publications.
- Combettes, P. L. and Wajs, V. R., 2005, Signal recovery by proximal forward-backward splitting, *Multiscale Modeling and Simulation*, 4(4), 1168-1200.
- Dai, W., 2012, *Multisource least-squares reverse time migration: Ph.D. thesis*, King Abdullah University of Science and Technology.
- Daubechies, I., Defriese, M. and De Mol, C., 2004, An iterative thresholding algorithm for linear inverse problems with a sparsity constraint, *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 57(11), 1413-1457.
- Daubechies, I., DeVore, R., Fornasier, M. and Gunturk, S., 2010, Iteratively re-weighted least squares minimization for sparse recovery, *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 63(1), 1-38.
- Figueiredo, M. A. T., Nowak, R. D. and Wright, S. J., 2007, Gradient projection for sparse reconstruction: Application to compressed sensing and other inverse problems, *IEEE Journal of selected topics In Signal Processing*, 1(4), 586-597.
- Gholami, A. and Sacchi, M. D., 2013, Fast 3D blind seismic deconvolution via constrained total variation and GCV, *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 6(4), 2350-2369.
- Gholami A., 2017, Deconvolutive Radon transform, *Geophysics*, 82(2), V117-V125.
- Goldstein, T., and Osher, S., 2009, The split bregman method for ℓ_1 regularized problems, *SIAM Journal on Imaging Science*, 2(2), 323-343.
- Gray, S. H., Etgen, J., Dellinger, J. and Whitmore, D., 2001, Seismic migration problems and solutions, *Geophysics*, 66(5), 1622-1640.
- Ji, J. 1997, Least squares imaging, datuming, and interpolation using the wave equation, *Stanford Exploration Project*, 75, 121-135.
- Kühl, H. and Sacchi, M. D., 2003, Least-squares wave equation migration for AVP/AVA inversion, *Geophysics*, 68, 262-273.
- Keys, R. and Foster, D., 1998, Comparison of seismic inversion methods on a single real data set: *Society of Exploration Geophysics*.
- Lari, H. H. and Gholami, A., 2014, Curvelet-TV regularized Bregman iteration for seismic random noise attenuation, *Journal of Applied Geophysics*, 109(1), 233-241.
- Loewenthal, D., Lu, L., Roberson, R. and Sherwood, J.W.C., 1976, The wave equation applied to migration, *Geophysics Prospecting*, 24, 380-399.
- Luo, S. and Hale, D., 2014, Least-squares migration in the presence of velocity errors, *Geophysics*, 79(4), 153-161.
- Miller, D., Oristaglio, M. and Beylkin, G., 1987, A new slant on seismic imaging: migration and integral geometry, *Geophysics*, 52, 943-964.
- Nemeth, T., Wu, C. and Schuster, G. T., 1999, Least-squares migration of incomplete reflection data, *Geophysics*, 64, 208-221.
- Osher, S., Burger, M., Goldfarb, D., Xu, J. and Yin, W., 2005, An iterative regularization method for total variation-based image restoration, *Multiscale Modeling and Simulation*, 4, 460-489.
- Østmo, S., Plessix, R.E., 2002, Finite-difference iterative migration by linearized waveform inversion in the frequency domain, 72nd Annual International Meeting, Society of Exploration Geophysics, Expanded Abstracts, 1384-1387.
- Plessix, R. E. and Mulder, W. A., 2004, Frequency-domain finite-difference amplitude-preserving migration, *Geophysical Journal International*, 157, 975-987.
- Schuster, G. T., 2017, *Seismic Inversion*, SEG.
- Tarantola, A., 1984, Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation, *Geophysics*, 49, 1259-1266.
- Yilmaz, O., 2001, *Seismic data analysis: processing, inversion, and interpretation of seismic data*, Society of Exploration Geophysics.
- Yousefzadeh, A., 2012, *High resolution seismic imaging using least squares migration*, Ph.D. thesis, Calgary, Alberta.
- Zand, T. and Gholami, A., 2018, Total-variation based velocity inversion with Bregmanized operator splitting algorithm, *Journal of Applied Geophysics*, 151, 1-10.
- Zhang, X., Burger, M., Bresson, X. and Osher, S., 2010, Bregmanized nonlocal regularization for deconvolution and sparse reconstruction, *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 3(3), 253-276.

High resolution Kirchhoff seismic migration via 1-norm regularized least-squares

Zand, T.¹, Siahkoochi, H. R.^{2*} and Gholami, A.³

1. Ph.D. Student, Department of Earth Physics, Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran

2. Professor, Department of Earth Physics, Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran

3. Associate Professor, Department of Earth Physics, Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran

(Received: 18 Feb 2018, Accepted: 25 Sep 2018)

Summary

For decades Kirchhoff migration has been one of the simplest migration algorithms and also the most frequently used method of migration in industry. This is due to its relatively low computational cost and its flexibility in handling acquisition and topography irregularities. The standard seismic migration operator can be regarded as the adjoint of a seismic forward modeling operator, which acts on a set of subsurface parameters to generate the observed data. Such adjoint operators are able to provide an approximate inverse of the forward modeling operator and only recover the time of the events (Claerbout, 1992). They cannot retrieve the amplitude of reflections, thus leading to a decrease in the resolution of the final migrated image. The standard seismic migration (adjoint) operators can be modified to better approximate the inverse operators. Least-squares migration (LSM) techniques have been developed to fully inverse the forward modeling procedures by minimizing the difference between observed and modeled data in a least-squares sense. An LSM is able to reduce the (Kirchhoff) migration artifacts, enhance the resolution and retrieve seismic amplitudes. Although implementing LSM instead of conventional migration, leads to resolution enhancement. It also brings some new numerical and computational challenges which need to be addressed properly. Due to the ill-conditioned nature of the inverse operator and also incompleteness of the data, the method generates unavoidable artifacts which severely degrade the resolution of the migrated image obtained by the non-regularized LSM method. The instability of LSM methods suggests developing a regularized algorithm capable of including reasonable physical constraints. Including the seismic wavelet into the migration operator, migration will generate the earth reflectivity image which can be considered as a sparse image, so applying the sparseness constraint, e.g., via the minimization of the 1-norm of reflectivity model, can help to regularize the model and prevent it from getting noisy artifacts (Gholami and Sacchi, 2013).

In this article, based on the Bregmanized operator splitting (BOS), we propose a high resolution migration algorithm by applying sparseness constraints to the solution of least-squares Kirchhoff migration (LSKM). The Bregmanized operator splitting is employed as a solver of the generated sparsity-promoting LSKM for its simplicity, efficiency, stability and fast convergence. Independence of matrix inversion and fast convergence rate are two main properties of the proposed algorithm. Numerical results from field and synthetic seismic data show that migrated sections generated by this 1-norm regularized Kirchhoff migration method are more focused than those generated by the conventional Kirchhoff/LS migration.

Regular spatial sampling of the data at Nyquist rate is another major challenge which may not be achieved in practice due to the coarse source-receiver distributions and presence of possible gaps in the recording lines. The proposed model-based migration algorithm is able to handle the incompleteness issues and is stable in the presence of noise in the data. In this article, we tested the performance of our proposed method on synthetic data in the presence of coarse sampling and also acquisition gaps. The results confirmed that the proposed sparsity-promoting migration is able to generate accurate migrated images from incomplete and inaccurate data.

Keywords: Kirchhoff migration, Inverse operator, Least-squares, Bregmanized operator splitting, Sparsity-constrained, Incomplete data.

* Corresponding author:

hamid@ut.ac.ir