

## A New Fast Multi-Beam-Based Method for Adaptive Beamforming in Ultrasound Imaging

H. Keyhanian<sup>1</sup>, S. M. Sakhaei<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>M.Sc. Student, Bioelectric Department, Electrical and Computer Engineering Faculty, Babol Noshirvani University of Technology, Babol, Iran

<sup>2</sup> Assistant Professor, Bioelectric Department, Electrical and Computer Engineering Faculty, Babol Noshirvani University of Technology, Babol, Iran

Receipt in the Online Submission System: 12 August 2018, Received in Revised Form: 11 November 2018, Accepted: 25 November 2018

---

### Abstract

The method of multi-beam beamforming is a low-computational adaptive beamforming method in which, instead of calculating the covariance matrix and inverting it for each point of the image, only one matrix is calculated for all points on the same radial distance. Then, to reduce the complexity of the inverse matrix calculation, the problem is solved in the beamspace domain. We introduce a new two-stage method to reduce the complexity of the minimum variance (MV) beamforming method, which outperforms the beamspace method in computational burden aspect in multi-beam method. In the first step, instead of using the signals of all array elements in calculating the covariance matrix, the signals of a decimated one are chosen such that the resulting covariance matrix contains all the correlation information of the signals. In the second stage, the weights of all elements of the array are determined by a proper interpolation method from the weights of the decimated array. According to the simulation results of point targets and cyst phantom, the new method has a performance similar to that of the beamspace multi-beam method in terms of resolution, contrast, and robustness against the errors with at least 3 times lower computational burden.

**Keywords:** *Ultrasound Imaging, Beamforming, Multi-Beam, Nested Array*

---

### \*Corresponding Author

**Address:** Bioelectric Department, Electrical and Computer Engineering Faculty, Babol Noshirvani University of Technology, P. O. Box: 47148-71167, Babol, Iran

**Tel:** +98-11-32339214

**Fax:** +98-11-32339214

**E-mail:** [smsakhaei@nit.ac.ir](mailto:smsakhaei@nit.ac.ir)

## ارائه‌ی یک روش سریع برای شکل‌دهی پرتوی افقی چندپرتویی در تصویربرداری اولتراسوند

حنانه کیهانیان<sup>۱</sup>، سیدمحمود سخایی<sup>۲\*</sup>

<sup>۱</sup> کارشناس ارشد مهندسی پزشکی، گروه بیوالکتریک، دانشکده‌ی مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، بابل  
<sup>۲</sup> استادیار، گروه بیوالکتریک، دانشکده‌ی مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، بابل

تاریخ ثبت در سامانه: ۱۳۹۷/۵/۲۱، بازنگری: ۱۳۹۷/۸/۲۰، پذیرش قطعی: ۱۳۹۷/۹/۴

### چکیده

روش شکل‌دهی پرتو چندپرتویی، یک روش پیاده‌سازی شکل‌دهی پرتو کم‌ترین واریانس، با پیچیدگی محاسباتی اندک است که در آن، به جای محاسبه‌ی ماتریس کوواریانس برای هر یک از نقاط تصویر و معکوس کردن آن، تنها یک ماتریس برای تمام نقاط واقع در فاصله‌ی شعاعی یک‌سان از مرکز آرایه، محاسبه می‌شود. سپس برای کاهش بیش‌تر پیچیدگی، مساله‌ی شکل‌دهی در فضای پرتو حل می‌شود. در این مقاله، یک روش دومرحله‌ای جدید برای کاهش پیچیدگی شکل‌دهی پرتو کم‌ترین واریانس، معرفی شده است که مخصوصاً در حالت چندپرتویی، نسبت به روش فضای پرتو، دارای پیچیدگی محاسباتی کم‌تری می‌باشد. در مرحله‌ی اول این روش، به جای استفاده از سیگنال‌های تمام عناصر آرایه در محاسبه‌ی ماتریس کوواریانس، سیگنال‌های بخشی از عناصر آرایه انتخاب می‌شود، به گونه‌ای که ماتریس کوواریانس حاصل، تمام اطلاعات همبستگی سیگنال‌ها را در بر گیرد. در مرحله‌ی دوم، وزن‌های تمام عناصر آرایه، از طریق یک روش درون‌یابی افقی تعیین می‌شود، به گونه‌ای که ضمن حفظ ویژگی رزولوشن خوب، کنتراست تصویر نیز بهبود یابد. شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهند که در حالت چندپرتویی، روش جدید از نظر رزولوشن، کنتراست و مقاوم بودن در مقابل خطاها، عمل‌کردی مشابه با روش شکل‌دهی در فضای پرتو دارد، در حالی که نسبت به آن روش، بار محاسباتی را تا بیش از ۳ برابر، کاهش می‌دهد.

کلیدواژه‌ها: تصویربرداری اولتراسوند، شکل‌دهی پرتو، چندپرتویی، آرایه‌ی لانه‌ای

\* نویسنده مسئول

نشانی: گروه بیوالکتریک، دانشکده‌ی مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، بابل، ایران، کد پستی: ۴۷۱۴۸-۷۱۱۶۷

تلفن: ۳۲۳۳۹۲۱۴ (۱۱) ۹۸+

دورنگار: ۳۲۳۳۹۲۱۴ (۱۱) ۹۸+

پست الکترونیکی: smsakhaei@nit.ac.ir

## ۱- مقدمه

تصویربرداری اولتراسوند پزشکی، به دلیل هزینه‌ی کم، ایجاد پرتوهای غیریون‌ساز و غیرتهاجمی بودن، به عنوان یک ابزار تشخیصی مهم و پرکاربرد در پزشکی مطرح است [۱]. مطالعه و تحقیق در زمینه‌ی افزایش قابلیت و بهبود کارایی سیستم‌های تصویربرداری اولتراسوند، همواره مورد توجه محققان بسیاری بوده است. در این راستا، بهبود عمل‌کرد شکل‌دهنده‌ی پرتو، به عنوان بخشی اساسی در یک سیستم تصویربرداری اولتراسوند، می‌تواند به بهبود کیفیت تصاویر به دست آمده کمک کند.

سیستم‌های تصویربرداری اولتراسوند موجود، عموماً از شکل‌دهنده‌ی پرتوی تاخیر-و-جمع<sup>۱</sup> (DAS) استفاده می‌کنند که در آن، سیگنال‌های دریافتی توسط عناصر آرایه، پس از اعمال تاخیرهای مناسب جهت جبران تاخیر مسیر، با ضرایب وزنی ثابتی با هم جمع می‌شوند [۲]. نحوه‌ی عمل‌کرد این نوع شکل‌دهنده‌ها بسیار ساده بوده، اما برای ایجاد رزولوشن مطلوب، توانایی محدودی دارند.

در سال‌های اخیر، مطالعات زیادی در زمینه‌ی استفاده از شکل‌دهنده‌های پرتوی وفقی (از نوع کم‌ترین واریانس<sup>۲</sup> (MV)) در تصویربرداری اولتراسوند انجام شده و مزایای آن، از جمله بهبود رزولوشن در مقایسه با روش DAS، مورد تایید قرار گرفته است [۳-۸]. در شکل‌دهنده‌ی پرتوی MV، وزن‌ها در هر لحظه/عمق به گونه‌ای تعیین می‌شوند که ضمن حفظ سیگنال مطلوب، توان خروجی شکل‌دهنده به کم‌ترین مقدار ممکن برسد. به بیان دیگر، این نوع شکل‌دهنده، با توجه به داده‌ی دریافتی، وزن‌ها را به گونه‌ای تنظیم می‌کند که بیش‌ترین میزان سیگنال تداخلی و نویز، از سیگنال مطلوب حذف گردد.

یکی از چالش‌های جدی برای پیاده‌سازی شکل‌دهنده‌ی MV در تصویربرداری اولتراسوند، پیچیدگی محاسباتی بالای آن است که برای آرایه‌ای شامل M عنصر، از مرتبه‌ی  $M^3$  می‌باشد، به این معنی که با افزایش M، تعداد عملیات ریاضی لازم برای محاسبه‌ی خروجی شکل‌دهنده، متناسب با  $M^3$  بزرگ می‌شود. در حالی که این پیچیدگی برای شکل‌دهنده‌ی DAS، از مرتبه‌ی M است. روش‌های زیادی برای مقابله با این مشکل پیشنهاد شده است. اکثر این روش‌ها از این اصل استفاده می‌کنند که تعداد سیگنال‌های تداخلی قوی و موثر، معمولاً بسیار کم‌تر از M بوده و بنابراین با بیان داده‌ی دریافتی در یک فضای تبدیل مناسب، می‌توان ابعاد داده را بدون ایجاد تغییر چندانی در

اطلاعات سیگنال اصلی و تداخلی، کاهش داد. بر این مبنا، انتقال داده‌ها به فضای پرتو، با استفاده از تبدیل فوریه (DFT) [۹]، تبدیل فوریه‌ی کسینوسی (DCT) [۱۰] یا چندجمله‌ای لژاندر [۱۱]، پیشنهاد شده است. در این روش‌ها، فرض بر این است که سیگنال‌های تداخلی موثر، از نقاطی در مجاورت نقطه‌ی تمرکز، دریافت می‌شوند و بنابراین، کافی است تا در فضای پرتو، داده‌ی چند پرتو در کنار پرتوی مرکزی مورد پردازش قرار گیرد. به این ترتیب، ابعاد ماتریس کوواریانس برابر با تعداد پرتوهای مورد استفاده خواهد بود که معمولاً بسیار کم‌تر از تعداد عناصر آرایه می‌باشد.

در روشی دیگر، با استفاده از داده‌ی آموزشی و با کمک تجزیه‌ی مولفه‌های اساسی (PCA<sup>۳</sup>)، فضای کاهش بعد یافته، شناسایی شده، داده‌های دریافتی روی آن فضا تصویر شده و مورد پردازش قرار می‌گیرد [۱۲]. تنک‌سازی آرایه (DMV<sup>۴</sup>) [۱۳]، روش دیگری برای کاهش پیچیدگی محاسبات جهت تشکیل ماتریس کوواریانس و معکوس‌سازی آن است. در این روش، با فرض تمرکز در ارسال، نشان داده می‌شود که می‌توان آرایه را بدون این که ماتریس کوواریانس آرایه‌ی تنک، اطلاعات سیگنال‌های تداخلی مهم را از دست دهد، به صورت یک‌نواخت، تنک کرد. بدین ترتیب، روش وفقی برای شکل‌دهی پرتو پیشنهاد شده است که دارای پیچیدگی محاسباتی از مرتبه‌ی M می‌باشد. در [۱۴] نیز ایده‌ی مشابهی برای تنک‌سازی سطرهای ماتریس کوواریانس پیشنهاد شده است. در [۱۵]، از "رد مد غالب" (DMR<sup>۵</sup>) برای کاهش پیچیدگی محاسباتی استفاده شده است. در این روش، تنها بردارهای ویژه‌ی متناظر با چند مقدار ویژه‌ی بزرگ‌تر محاسبه می‌شود. نشان داده شده است که این روش، ضمن حفظ نسبی کیفیت تصویر در مقایسه با روش MV استاندارد، بار محاسباتی بسیار کم‌تری دارد.

در مقابل روش‌های فوق، که با کاهش ابعاد ماتریس کوواریانس، بار محاسباتی را کاهش می‌دهند، روش‌های دیگری نیز پیشنهاد شده است که بدون کاهش ابعاد ماتریس کوواریانس، روش‌های تقریبی یا دقیقی را برای مقابله با مشکل پیچیدگی محاسباتی، ارائه می‌دهند. در [۱۶]، ماتریس کوواریانس داده، به صورت یک ماتریس با ساختار توپلیتز<sup>۶</sup>، تقریب زده شده که محاسبه‌ی معکوس آن دارای پیچیدگی از مرتبه‌ی  $M^2$  می‌باشد. هم‌چنین، یک راه حل دقیق برای اعمال روش MV در [۱۷] پیشنهاد شده است که دارای پیچیدگی از مرتبه‌ی  $M^2$  بوده که در آن، بدون

<sup>۱</sup> Decimated Minimum Variance<sup>۲</sup> Dominant Mode Rejection<sup>۳</sup> Toeplitz<sup>۱</sup> Delay and Sum<sup>۲</sup> Minimum Variance<sup>۳</sup> Principal Components Analysis

پیشنهادی، مانند روش DMV، مبتنی بر تنک‌سازی داده‌ی دریافتی است اما به جای تنک‌سازی یک‌نواخت، تنک‌سازی را به صورت غیریک‌نواخت اعمال می‌کند، به گونه‌ای که رزولوشن تصویر حفظ می‌گردد.

این مقاله از ۵ بخش تشکیل شده است. در بخش ۲، ضمن مروری بر روش شکل‌دهی پرتوی MV و تخمین ماتریس کوواریانس، روش MV-MB و مدل ریاضی مورد استفاده نیز ارائه می‌شود. در بخش ۳، به معرفی روش پیشنهادی این مقاله برای کاهش بعد داده‌ی دریافتی و هم‌چنین معرفی روشی برای درون‌یابی وزن‌های کاهش بعد یافته، پرداخته می‌شود. در بخش ۴، نتایج شبیه‌سازی‌ها مورد بررسی قرار گرفته و بخش ۵ نیز به بحث و نتیجه‌گیری اختصاص دارد.

## ۲- شکل‌دهی پرتوی MV و MB-MV

در یک آرایه شامل M عنصر، فرض کنید  $x_i(n)$  سیگنال تحلیلی دریافت‌شده در لحظه‌ی n توسط عنصر i-ام و بعد از اعمال تمرکز دینامیکی باشد. آن‌گاه بردار  $\mathbf{x}(n)$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{x}(n) = [x_0(n), \dots, x_{M-1}(n)]^T \quad (1)$$

سیگنال خروجی شکل‌دهنده‌ی پرتو، از ترکیب خطی سیگنال‌های  $x_i(n)$  ساخته می‌شود:

$$z(n) = \sum_{i=0}^{M-1} w_i^*(n) x_i(n) = \mathbf{w}^H(n) \mathbf{x}(n) \quad (2)$$

که در آن،  $w_i^*(n)$  وزن اعمالی به عنصر i-ام و w بردار وزن آرایه بوده که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{w}(n) = [w_0^*(n), w_1^*(n), \dots, w_{M-1}^*(n)]^T \quad (3)$$

در روابط فوق، بالانویس‌های \*، T و H، به ترتیب، عمل‌گرهای مزدوج، ترانهاده و مزدوج ترانهاده را نشان می‌دهند. در روش MV، وزن‌ها از حل مسالهی بهینه‌سازی زیر حاصل می‌شوند [۳-۴]:

$$\min \{E[|z(n)|^2] = \mathbf{w}^H(n) \mathbf{R}(n) \mathbf{w}(n)\} \quad (4)$$

$$s. t. \quad \mathbf{w}^H(n) \mathbf{a} = 1$$

که در آن، با توجه به فرض تمرکز دینامیکی دریافت، بردار  $\mathbf{a}$  یک بردار تمام ۱ و  $\mathbf{R}(n)$  ماتریس کوواریانس داده‌ی دریافتی (به صورت  $\mathbf{R}(n) = E[\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)]$ ) می‌باشد. حل مسالهی

محاسبه‌ی معکوس ماتریس و با استفاده از تجزیه‌ی QR ماتریس کوواریانس (بیان ماتریس کوواریانس به صورت حاصل ضرب ماتریس متعامد Q و ماتریس بالامتلتی R)، وزن‌های MV محاسبه می‌شود. متأسفانه این روش، در صورت استفاده از روش بارگذاری قطری در تخمین ماتریس کوواریانس، مزیت خود را از دست می‌دهد.

برعکس روش‌های ذکر شده، در [۱۸] و [۱۹]، روش MV چند پرتویی<sup>۱</sup> (MV-MB) پیشنهاد شده است که به جای محاسبه‌ی معکوس ماتریس کوواریانس در هر عمق و روی هر خط پویا، ماتریس کوواریانس یک‌سانی برای تمام نقاط با فاصله‌ی شعاعی یک‌سان از مرکز آرایه و واقع بر خطوط مختلف پویا، محاسبه و معکوس می‌شود. بدین ترتیب، تعداد دفعات محاسبه‌ی معکوس ماتریس به نسبت تعداد خطوط پویا، کاهش می‌یابد، که نتیجه‌ی آن، کاهش حجم محاسبات برای تشکیل تصویر به روش شکل‌دهی پرتوی MV است. بر خلاف تمام روش‌های پیشین، که در آن‌ها ابعاد ماتریس کوواریانس، به دلیل استفاده از روش هموارسازی مکانی، حداکثر برابر با نصف طول آرایه است، این مقدار در روش MV-MB، برابر با طول آرایه خواهد بود. بنابراین، در [۱۸] برای کاهش بیش‌تر حجم محاسبات، از روش فضای پرتو نیز استفاده شده است. اما از آن‌جا که ماتریس کوواریانس به دست آمده، متأثر از تمام سیگنال‌های دریافتی در طول قطاع تصویر است، تعداد پرتوهای فضای تبدیل باید به گونه‌ای باشد که کل قطاع تصویر را پوشش داده و بنابراین نمی‌تواند مانند روش MV خط‌به‌خط، مقدار کوچکی داشته باشد.

در این مقاله، کاهش ابعاد ماتریس کوواریانس به دست آمده در روش MV-MB، مورد توجه قرار گرفته است. تمام روش‌های کاهش بعد ماتریس کوواریانس استفاده شده در تصویربرداری اولتراسوند، بر این فرض مبتنی بوده است که تداخل‌های موثر، توسط نقاط در مجاورت نقطه‌ی تمرکز، ایجاد می‌شود. البته این فرض در روش MB صادق نبوده و بنابراین روش‌های مزبور، کارایی خوبی در کاهش بعد نخواهند داشت. هر چند روش مبتنی بر PCA [۱۲] بر چنین فرضی بنا نشده است، اما کارایی یا عدم کارایی آن برای روش MB، نیاز به بررسی دارد. به علاوه، تنظیم پارامترهای آن در مرحله‌ی آموزش، کار پرهزمتی می‌باشد. بنابراین در این مقاله، روشی معرفی می‌شود که محدودیت‌های روش‌های قبلی را برای کاهش بعد نداشته و از این‌رو، در حالت چندپرتویی قابل استفاده می‌باشد. روش

<sup>۱</sup> Multi-Beam

که در آن،  $K$  تعداد خطوط پوشش است. با فرض این که آرایه‌ی مورد استفاده، یک آرایه‌ی خطی یک‌نواخت با فواصل بین عناصر برابر با  $\lambda/2$  باشد، بردار جهت‌دهی  $\mathbf{a}_\theta$ ، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{a}_\theta = [1, e^{j\pi \sin \theta}, \dots, e^{j(M-1)\pi \sin \theta}]^T \quad (11)$$

و به کمک آن، ماتریس جهت‌دهی  $A$ ، به شکل زیر بیان می‌شود:

$$A = [\mathbf{a}_{\theta_1} \quad \mathbf{a}_{\theta_2} \quad \dots \quad \mathbf{a}_{\theta_K}] \quad (12)$$

حال، ماتریس  $X(n)$ ، به صورت زیر اصلاح خواهد شد:

$$\tilde{X}(n) = A \circ X(n) \quad (13)$$

که عملگر  $\circ$ ، نشان‌دهنده‌ی ضرب هادامارد یا ضرب درایه به درایه است. با استفاده از  $\tilde{X}(n)$ ، ماتریس کوواریانس برای فاصله‌ی شعاعی متناظر با نمونه‌ی  $n-m$ ، به صورت زیر تخمین زده می‌شود:

$$\tilde{R}(n) = \frac{1}{K} \tilde{X}(n) \tilde{X}(n)^H \quad (14)$$

و بردار وزن برای  $k$ -امین خط، برابر است با:

$$\tilde{w}_k = \frac{\tilde{R}^{-1}(n) \mathbf{a}_{\theta_k}}{\mathbf{a}_{\theta_k}^H \tilde{R}^{-1}(n) \mathbf{a}_{\theta_k}} \quad (15)$$

خروجی شکل‌دهنده‌ی پرتو برای خط  $k$ -ام، برابر است با:

$$\tilde{y}_k(n) = \mathbf{w}_k^H \tilde{\mathbf{x}}_k(n) \quad (16)$$

که در آن،  $\mathbf{w}_k$  بردار وزن اصلاح شده برای اعمال روی داده‌ی اصلی بوده و به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$\mathbf{w}_k = \tilde{w}_k \circ \mathbf{a}_{\theta_k}^* \quad (17)$$

در روش چندپرتویی پیشنهادی در [۱۸]، برای کاهش پیچیدگی محاسبه‌ی معکوس ماتریس کوواریانس، مساله‌ی شکل‌دهی پرتو، در فضای پرتو حل شده و بدین ترتیب، ابعاد ماتریس کوواریانس از  $M$  به  $K_B$  کاهش یافته است، که در آن  $K_B$  تعداد پرتوهای مورد استفاده بوده و به صورت متقارن حول پرتوی مرکزی انتخاب می‌شود. نکته‌ی مهم این است که مقدار  $K_B$  وابسته به زاویه‌ی قطاع پوشش است و با بزرگ شدن قطاع، مقدار  $K_B$  نیز باید افزایش یابد تا پرتوهای مورد استفاده، کل قطاع را پوشش دهند. برای بیان ریاضی این شرط، کافی است به

بهینه‌سازی (۴)، با استفاده از روش ضرب‌گرهای لاگرانژ<sup>۱</sup>، وزن‌های بهینه را به دست می‌آورد:

$$\mathbf{w}(n) = \frac{R(n)^{-1} \mathbf{a}}{\mathbf{a}^H R(n)^{-1} \mathbf{a}} \quad (5)$$

در عمل، تنها می‌توان تخمینی از ماتریس کوواریانس  $R(n)$  را از روی داده‌ی دریافتی محاسبه کرد. با توجه به هم‌دوسی<sup>۲</sup> سیگنال‌های اصلی و تداخلی در تصویربرداری اولتراسوند، معمولاً از روش هموارسازی مکانی برای تخمین ماتریس کوواریانس استفاده می‌شود [۷-۵]. در این روش، آرایه به تعدادی زیرآرایه‌ی هم‌پوشان تقسیم شده، ماتریس کوواریانس هر زیرآرایه، محاسبه و متوسط‌گیری می‌شود [۲۰]:

$$\hat{R}(n) = \frac{1}{P} \sum_{p=0}^{P-1} \mathbf{x}_p(n) \mathbf{x}_p^H(n) \quad (6)$$

که در آن،  $L$  طول هر زیرآرایه،  $P = M - L + 1$  تعداد زیرآرایه‌ها و بردار  $\mathbf{x}_p(n)$  بردار داده‌ی زیرآرایه‌ی  $p$ -ام بوده و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{x}_p(n) = [x_p(n), x_{p+1}(n), \dots, x_{p+L-1}(n)]^T, \quad p = 1, 2, \dots, P \quad (7)$$

پس از تعیین وزن‌های بهینه از معادله‌ی (۵)، خروجی شکل‌دهنده‌ی پرتو محاسبه می‌شود:

$$z(n) = \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P \mathbf{w}(n)^H \mathbf{x}_p(n) \quad (8)$$

در روش بارگذاری قطری برای افزایش مقاوم بودن شکل-دهنده‌ی پرتوی وقتی، پیش از محاسبه‌ی وزن‌های بهینه، یک مقدار ثابت معین به قطر اصلی ماتریس کوواریانس افزوده می‌شود [۵]. به این معنی که  $R(n) + \epsilon I$  جایگزین گشته و خواهیم داشت:

$$\epsilon = \frac{\delta}{L} \text{tr}\{R(n)\} \quad (9)$$

که در آن،  $\text{tr}\{R\}$  مجموع عناصر روی قطر ماتریس  $R$  و  $\delta$  ضریب بارگذاری قطری است.

در روش چندپرتویی [۱۸]، برای تمام نقاط در فاصله‌ی شعاعی یک‌سان از مرکز آرایه، یک ماتریس کوواریانس محاسبه می‌شود. فرض کنید  $\tilde{\mathbf{x}}_k(n)$  همان بردار سیگنال  $\mathbf{x}(n)$  (رابطه‌ی ۱)، برای خط پوشش با زاویه‌ی  $\theta_k$  باشد. آن‌گاه ماتریس داده‌ی دریافتی، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$X(n) = [\tilde{\mathbf{x}}_1(n), \tilde{\mathbf{x}}_2(n), \dots, \tilde{\mathbf{x}}_K(n)] \quad (10)$$

<sup>۲</sup> Coherency

<sup>۱</sup> Lagrange Multipliers Method

در این مقاله، از مفهوم آرایه‌ی لانه‌ای برای کاهش ابعاد ماتریس کوواریانس استفاده شده است. یک آرایه‌ی لانه‌ای با  $M_1 + M_2$  عنصر، از دو زیرآرایه‌ی یک‌نواخت به هم پیوسته (یکی  $M_1$  عضو با فواصل  $\Delta$  و دیگری  $M_2$  عضو با فواصل  $(M_1 + 1)\Delta$ ) ساخته می‌شود. در چنین آرایه‌ای، موقعیت عناصر توسط مجموعه‌ی زیر تعیین می‌گردد:

$$S_N = \{\Delta, 2\Delta, \dots, M_1\Delta, (M_1 + 1)\Delta, 2(M_1 + 1)\Delta, \dots, M_2(M_1 + 1)\Delta\} \quad (19)$$

مشاهده می‌شود که مجموعه‌ی  $S_N$ ، به گونه‌ای است که از تفاضل دو عضو آن، می‌توان مجموعه‌ی تمام اعداد  $0 \leq \Delta$  تا  $(M_1 + 1)M_2 - 1$  را ساخت و بنابراین ماتریس کوواریانس آرایه‌ی لانه‌ای تعریف شده توسط مجموعه‌ی  $S_N$ ، تمام اطلاعات ماتریس کوواریانس یک آرایه‌ی یک‌نواخت با  $(M_1 + 1)M_2$  عنصر را در بر خواهد داشت.

بر اساس آرایه‌ی لانه‌ای، به جای استفاده از داده‌ی دریافتی توسط تمام عناصر یک آرایه‌ی یک‌نواخت چگال، تنها داده‌های برخی از عناصر را انتخاب می‌کنیم، به گونه‌ای که عناصر انتخاب شده، یک آرایه‌ی لانه‌ای را تشکیل دهند. از این‌رو، با استفاده از یک ماتریس کوواریانس با ابعاد  $M_d = M_1 + M_2$ ، می‌توان شکل‌دهی پرتو را برای آرایه‌ای به طول  $M = (M_1 + 1)M_2$  انجام داد. در این حالت، برای دستیابی به کم‌ترین ابعاد ماتریس کوواریانس، لازم است تا مقادیر  $M_1 + 1$  و  $M_2$  به گونه‌ای انتخاب شوند که ضمن آن‌ها حاصل ضرب آن‌ها برابر با  $M$  شود، مجموع آن‌ها، کم‌ترین مقدار ممکن را داشته باشد. بنابراین، بهترین مقادیر برای  $M_1$  و  $M_2$ ، نزدیک‌ترین اعداد صحیح به  $\sqrt{M}$  خواهند بود.

یک ویژگی مهم روش پیشنهادی مبتنی بر آرایه‌ی لانه‌ای این است که می‌توان آن را همراه با روش DMV [۱۳] به کار برد تا پیچیدگی محاسباتی روش را باز هم کاهش داد، به این صورت که زیرآرایه‌ی اول در آرایه‌ی لانه‌ای را که یک آرایه‌ی چگال است، با کم‌پشت‌سازی یک‌نواخت، به صورت یک آرایه‌ی غیرچگال تبدیل کرده و آرایه‌ی لانه‌ای را با استفاده از آرایه‌ی کم‌پشت به دست آمده، شکل داد. مزیت استفاده از DMV این است که بدون هیچ‌گونه عملیات ریاضی اضافی، می‌توان آرایه‌ی کم‌پشت را به دست آورد. اگر ضریب کم‌پشت‌سازی برابر با  $d$  در نظر گرفته شود، ابعاد ماتریس کوواریانس آرایه‌ی لانه‌ای برابر با

این نکته توجه شود که در روش فضای پرتو،  $k_B$ -امین پرتو، برای دریافت موج، با تاخیر فاز خطی به میزان  $2\pi k_B/M$  جهت‌دهی شده و بیش‌ترین مقدار آن، نباید از بیش‌ترین مقدار تاخیر فاز لازم برای جهت‌دهی، یعنی مقدار  $\pi \sin \frac{\theta_{sector}}{2}$  بر اساس رابطه (۱۱)، کم‌تر باشد. بنابراین، شرط فوق به صورت زیر قابل بیان است:

$$\frac{k_B - 1}{M} \geq \sin \frac{\theta_{sector}}{2} \quad (18)$$

که در آن،  $\theta_{sector}$  زاویه‌ی قطاع پویش تصویربرداری است. رابطه‌ی (۱۸) نشان می‌دهد که روش فضای پرتو، در کاهش پیچیدگی محاسبات، دارای محدودیت بوده و برای مقادیر بزرگ زاویه‌ی قطاع، تعداد پرتوها به  $M$  نزدیک می‌شود.

### ۳- روش پیشنهادی

در این بخش، روش جدیدی برای کاهش ابعاد ماتریس کوواریانس پیشنهاد شده است. ایده‌ی اصلی روش پیشنهادی، کم‌پشت‌سازی غیریک‌نواخت آرایه‌ی مبتنی بر آرایه‌ی لانه‌ای<sup>۱</sup>، برای کاهش ابعاد ماتریس کوواریانس است. در این روش، ابتدا وزن‌های بهینه برای آرایه‌ی کم‌پشت محاسبه شده و در ادامه، به منظور استفاده از سیگنال‌های تمام عناصر آرایه، درون‌یابی وزن‌ها انجام شده و وزن‌های حاصل، روی آرایه‌ی اصلی اعمال می‌شوند. هم‌چنین، نشان داده می‌شود که درون‌یابی پیشنهادی، منجر به بهبود کنتراست تصویر نیز می‌گردد. در ادامه، روش‌های پیشنهادی برای کاهش ابعاد ماتریس کوواریانس و درون‌یابی، در دو زیربخش جداگانه معرفی می‌شوند.

#### ۳-۱- کاهش ابعاد ماتریس کوواریانس

در این روش، از این واقعیت استفاده شده است که ماتریس کوواریانس، دارای ساختاری نزدیک به توپلیتز بوده و دارای افزونگی<sup>۲</sup> زیادی می‌باشد. حال اگر بتوان بدون این که اطلاعات همبستگی متقابل بین عناصر آرایه از دست برود، به طریقی افزونگی را کاهش داد، ابعاد ماتریس کوواریانس کاهش خواهد یافت. در این راستا و برای افزایش درجه‌ی آزادی در مساله‌ی تعیین جهت ورود سیگنال ( $DOA^3$ ) و یا شکل‌دهی پرتو، ساختارهای مختلفی برای آرایه پیشنهاد شده است، که از آن جمله می‌توان به آرایه‌ی تصادفی<sup>۴</sup> [۲۱]، آرایه‌ی اعداد متباین<sup>۵</sup> [۲۲] و آرایه‌ی لانه‌ای [۲۳]- [۲۴] اشاره کرد.

<sup>۱</sup> Random Array

<sup>۵</sup> Coprime Array

<sup>۱</sup> Nested Array

<sup>۲</sup> Redundancy

<sup>۳</sup> Direction of Arrival

حال، مساله‌ی درون‌یابی برای تعیین بهینه‌ی وزن  $w$ ، به صورت زیر بیان خواهد شد:

$$\begin{aligned} \min |w^H \bar{x}|^2 \\ \text{s. t. } F_l^H w = F_l^H v \end{aligned} \quad (22)$$

که در آن، تابع هدف بهینه‌سازی، مقدار توان لحظه‌ای خروجی و در واقع همان تابع استفاده شده در [۲۵] است. به وضوح مشخص است که مساله‌ی بهینه‌سازی (رابطه‌ی ۲۲)، دارای بی‌نهایت جواب است که مقدار تابع هدف (خروجی شکل-دهنده‌ی پرتو) را برابر با صفر می‌کند. پاسخ با کم‌ترین نرم از رابطه‌ی زیر حاصل می‌شود:

$$w_{\min} = -\frac{v_l^H \bar{x}_l}{\|\bar{x}_u\|^2} \bar{x}_u + v_l \quad (23)$$

که در آن، اندیس‌های ۱ و  $u$  برای یک بردار، به ترتیب مولفه‌های فرکانس پایین و بالای آن بردار را نشان داده و به ترتیب برابر با تصویر بردار روی فضای  $F_l$  و  $F_u$  می‌باشد. برای اجتناب از پاسخ صفر در خروجی شکل‌دهنده، مانند روش بیان شده در [۲۵]، می‌توان قید محدودیت نرم وزن‌ها را اضافه کرد، به گونه‌ای که وزن‌های بهینه دارای نرمی کمتر از  $\|w_{\min}\|$  باشند:

$$\begin{aligned} \min |w^H \bar{x}|^2 \\ \text{s. t. } F_l^H w = F_l^H v \\ \|w\| \leq \alpha \|w_{\min}\| \end{aligned} \quad (24)$$

و پاسخ آن به صورت زیر قابل بیان است:

$$w = -\beta \frac{v_l^H \bar{x}_l}{\|\bar{x}_u\|^2} \bar{x}_u + v_l \quad (25)$$

که در آن،  $\alpha$  و  $\beta$  مقادیر دل‌خواه مثبت کوچک‌تر از ۱ می‌باشند. هر چه مقدار  $\alpha$  (و در نتیجه مقدار  $\beta$ ) به ۱ نزدیک‌تر باشد، حذف تداخل‌های دریافتی از طریق لوب‌های کناری، بیش‌تر صورت گرفته و البته سیگنال مطلوب نیز ممکن است از دست برود.

با جای‌گذاری بردار وزن از رابطه‌ی (۲۵) در رابطه‌ی (۱۶)، خروجی شکل‌دهنده‌ی پرتو به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\tilde{y}_k(n) = CF_m v^H \bar{x}_l \quad (26)$$

که در آن، از رابطه‌ی  $v^H \bar{x}_l = v_l^H \bar{x}_l$  استفاده شده و نامساوی  $0 < CF_m = 1 - \beta < 1$  برقرار می‌باشد. هر چه نسبت توان

$M_d = \frac{M_1}{d} + M_2$  خواهد شد. در این حالت، مقادیر بهینه‌ی  $M_1$  و  $M_2$  برای کم‌ترین ابعاد ماتریس کوواریانس، به ترتیب برابر با  $\sqrt{M/d}$  و  $\sqrt{dM}$  خواهند بود.

### ۳-۲- درون‌یابی وزن‌ها

پس از تعیین وزن‌های بهینه‌ی آرایه‌ی لانه‌ای انتخاب شده، در مرحله‌ی بعد و برای بهبود عمل‌کرد شکل‌دهنده در مقابل نویز، درون‌یابی وزن‌ها برای تعیین وزن‌های مناسب اعمالی به تمام عنصر، انجام می‌شود. روش پیشنهادی برای درون‌یابی، یک روش بهینه برای کاهش تاثیر لوب‌های کناری و در نتیجه افزایش کنتراست تصویر ضمن حفظ رزولوشن می‌باشد. آنچه که در این زیربخش ارائه شده است، برای خط دل‌خواه  $k$ -ام قابل استفاده بوده و برای سادگی، در نوشتن روابط ریاضی از اندیس  $k$  صرف نظر شده است.

برای آن‌که درون‌یابی، موجب از دست رفتن ویژگی خوب وزن‌های آرایه‌ی لانه‌ای در ایجاد رزولوشن نشود، به این نکته توجه می‌گردد که در حالت موج پیوسته (CW)، تابع گسترش نقطه‌ی جانبی<sup>۱</sup>، برابر با تبدیل فوریه‌ی وزن‌ها بوده [۲۵] و در نتیجه، رزولوشن جانبی، توسط مولفه‌های فرکانس پایین تبدیل فوریه‌ی وزن‌ها، تعیین می‌شود. بنابراین، برای آن‌که درون‌یابی، موجب از دست رفتن رزولوشن نشود، لازم است تا مولفه‌های فرکانس پایین وزن‌ها، در اثر درون‌یابی تغییر نکنند.

برای بیان ریاضی این قید، فرض کنید که  $v$  بردار وزن  $M \times 1$  پیش از درون‌یابی باشد که در آن، وزن‌های عناصر مجموعه‌ی آرایه‌ی لانه‌ای، توسط روش MV تعیین شده (پس از اصلاح جهت‌دهی مشابه رابطه‌ی ۱۷) و وزن‌های سایر عناصر، برابر با صفر و  $w$  بردار وزن  $M \times 1$  بعد از درون‌یابی باشد. همچنین، فرض کنید که  $F$  ماتریس تبدیل فوریه‌ی  $M \times M$  باشد که به صورت دو زیرماتریس  $F_l$  (مربوط به مولفه‌های فرکانس پایین) و  $F_u$  (مربوط به مولفه‌های فرکانس بالا) شکسته شده است:

$$F = [F_l : F_u] \quad (20)$$

که در آن، ابعاد ماتریس‌های  $F_l$  و  $F_u$  به ترتیب برابر  $M \times M_l$  و  $M \times M_u$  می‌باشد. با این فرض‌ها، قید حفظ رزولوشن در درون‌یابی، به صورت زیر بیان می‌شود:

$$F_l^H w = F_l^H v \quad (21)$$

<sup>۱</sup> Lateral Point Spread Function

تداخل به صورت بهتری صورت پذیرد و در غیر این صورت، مقدار آن به ۱ نزدیک خواهد شد.

### ۳-۳- خلاصه‌ی روش و پیچیدگی محاسبات

در این بخش، به محاسبه‌ی تعداد عملیات ریاضی ضرب برای پیاده‌سازی روش پیشنهادی پرداخته شده است. بدین منظور، در جدول (۱)، مراحل پیاده‌سازی روش (به صورت خلاصه) و تعداد عملیات ضرب مورد نیاز، آورده شده است. با توجه به نتایج جدول و از آنجا که معمولاً  $M_l \ll M$ ، مجموع عملیات ضرب مورد نیاز برای پیاده‌سازی روش، تقریباً برابر با مقدار  $2(M_d^2 + MM_l)K + M_d^3$  می‌باشد. بنابراین، مشاهده می‌شود که درون‌یابی، پیچیدگی روش پیشنهادی را به میزان  $2MM_lK$  زیاد می‌کند. در ازای این افزایش پیچیدگی، شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهند که درون‌یابی، کارایی روش را بسیار بهبود می‌بخشد.

مولفه‌های فرکانس بالای سیگنال (مجذور نرم  $\bar{x}_u = F_u^H \bar{x}$ ) در مقایسه با توان تخمینی سیگنال مطلوب، بیش‌تر باشد، نشان دهنده‌ی یک توان تداخلی قوی بوده و بنابراین در این حالت، مقدار  $\beta$  باید بیش‌تر باشد، تا قابلیت حذف تداخل را افزایش دهد. بدین ترتیب، مقدار  $CF_m$  با نسبت توان فوق، رابطه‌ی معکوس دارد. بر این اساس، مقدار  $CF_m$ ، به صورت زیر پیشنهاد داده می‌شود:

$$CF_m = 1 / (1 + \frac{\|\bar{x}_u\|^2}{M \sum \bar{x}_l^2}) \quad (27)$$

ضریب  $CF_m$ ، ضریب همدوسی جدید نام داشته و مشابه ضریب همدوسی<sup>۱</sup> (CF) عمل می‌کند. به گونه‌ای که چنان‌چه نسبت توان مولفه‌ی فرکانس بالای سیگنال در مقایسه با سیگنال مطلوب، بزرگ باشد، مقدار آن به صفر نزدیک شده تا حذف

جدول (۱) - خلاصه‌ی روش پیشنهادی و تعداد عملیات ضرب برای پیاده‌سازی هر مرحله

مرحله	شرح عملیات ریاضی	تعداد ضرب برای K خط
۱	محاسبه‌ی ماتریس داده‌ی اصلاح شده $\bar{X}(n)$ (رابطه‌ی (۱۳) برای آرایه‌ی لانه‌ای)	$M_d K$
۲	محاسبه‌ی ماتریس کوواریانس (رابطه‌ی (۱۴) برای آرایه‌ی لانه‌ای)	$M_d^2 K$
۳	محاسبه‌ی معکوس ماتریس کوواریانس	$M_d^3$
۴	محاسبه‌ی وزن‌ها و اصلاح آن‌ها (روابط (۱۵) و (۱۷) برای آرایه‌ی لانه‌ای)	$(M_d^2 + 2M_d + 1)K$
۵	محاسبه‌ی مولفه‌ی فرکانس پایین سیگنال ورودی از رابطه‌ی $\bar{x}_l = F_l F_l^H \bar{x}$ و محاسبه‌ی مولفه‌ی فرکانس بالا از رابطه‌ی $\bar{x}_u = \bar{x} - \bar{x}_l$	$2MM_l K$
۶	محاسبه‌ی ضریب $CF_m$ (رابطه‌ی (۲۷))	$(M_u + 4)K$
۷	محاسبه‌ی خروجی (رابطه‌ی (۲۶))	$(M + 1)K$
	مجموع	$(2M_d^2 + 2MM_l + M + 3M_d + M_u + 6)K + M_d^3$

استاندارد (MV) و شکل‌دهنده‌ی پرتوی چندپرتویی در فضای پرتو (BS-MB)، به عنوان مبنای مقایسه، مورد استفاده قرار گرفته‌اند. با توجه به این که روش درون‌یابی پیشنهادی به یک روش مشابه ضریب همدوسی منجر شده، برای انجام مقایسه‌ی منصفانه‌تر، در هر سه روش مبنای ضریب همدوسی تعمیم‌یافته<sup>۲</sup> (GCF) نیز اعمال شده است [۲۸]. در روش MV، از ۳۳ زیرآرایه، که طول هر کدام برابر با ۳۲ است، برای تخمین ماتریس کوواریانس به روش هموارسازی مکانی استفاده شده است. در روش BS-MB، برای اطمینان از پوشش کامل قطاع، از ۳۳ پرتو (یک پرتوی مرکزی و ۱۶ پرتو در هر سمت آن) استفاده شده است. البته برای اثبات لزوم استفاده از ۳۳ پرتو، نتایج حاصل از استفاده از ۱۷ پرتو نیز برای یک شبیه‌سازی آورده شده است.

### ۴- نتایج شبیه‌سازی

اکنون، با استفاده از شبیه‌سازی، عمل کرد روش پیشنهادی مورد ارزیابی قرار خواهد گرفت. آرایه‌ی مورد استفاده، دارای  $M=64$  عنصر، فرکانس مرکزی تحریک  $3/5$  MHz و فرکانس نمونه-برداری ۴۰ MHz می‌باشد. فاصله‌ی بین عناصر آرایه، برابر با  $\lambda/2$  بوده که  $\lambda$  طول موج در فرکانس مرکزی است. تمام شبیه‌سازی‌ها با استفاده از نرم‌افزار شبیه‌ساز اولتراسوند، Field II، انجام شده است [۲۷]. برای پوشش محیط، قطاعی با زاویه‌ی ۶۰ درجه، توسط ۳۰۰ خط ارسال و دریافت خوانده می‌شود.

در شبیه‌سازی‌ها، مقایسه‌ای میان ۶ نوع شکل‌دهی پرتو صورت گرفته است. ۳ مورد از آن‌ها، که عبارتند از شکل‌دهنده‌ی تاخیر و جمع (DAS)، شکل‌دهنده‌ی پرتوی کم‌ترین واریانس

<sup>۲</sup> Generalized Coherence Factor

<sup>۱</sup> Coherency Factor



از تفاضل دو عضو این مجموعه ۷ عضوی، می توان مجموعه‌ی اعداد صحیح بین ۴ تا ۶۰ را با فواصل ۴-تایی، ساخت. در هر دو روش iN-MB و iDN-MB، زیرفضای مولفه‌های فرکانس پایین، به ازای  $M_1 = 9$ ، ساخته شده است.

در تمام روش‌های مبتنی بر MV و چندپرتویی، از بارگذاری قطری برای بهبود تخمین ماتریس کوواریانس استفاده شده است. در روش MV، ضریب بارگذاری قطری (مقدار  $\delta$  در رابطه‌ی ۹)، برابر با ۰/۱ انتخاب شده است. در روش‌های چندپرتویی، مقدار این ضریب به گونه‌ای تعیین شده است که دامنه‌ی پاسخ شکل‌دهنده‌ی پرتو به یک منعکس‌کننده‌ی نقطه‌ای واقع در عمق ۴۰ mm روی محور اصلی، تقریباً برابر با دامنه‌ی پاسخ در روش MV باشد. بر این اساس، ضریب بارگذاری قطری در روش BS-MB برابر با ۰/۳ و در سایر روش‌ها برابر با ۰/۱ انتخاب شده است.

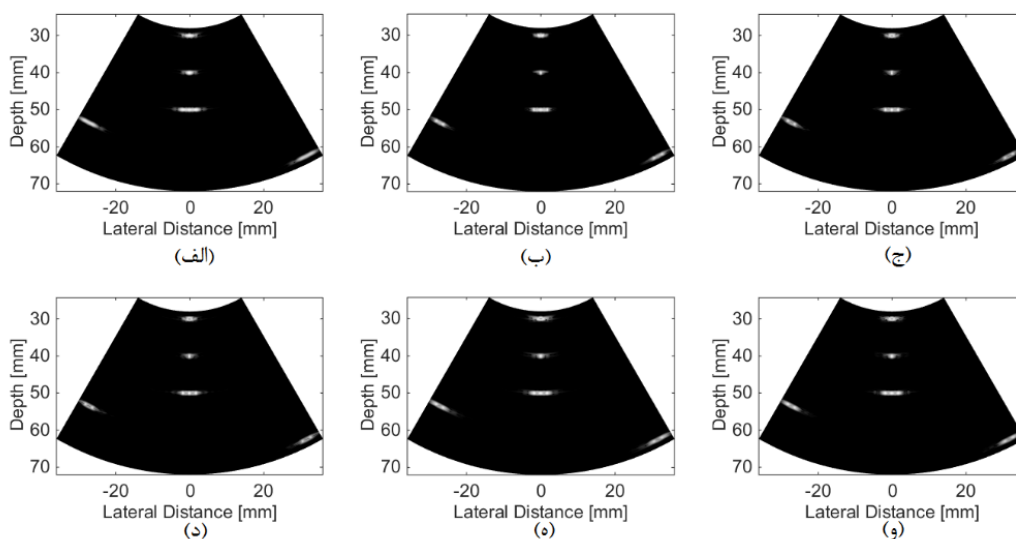
پارامترهای مورد ارزیابی نیز شامل رزولوشن، کنتراست، حجم محاسبات، و مقاومت در مقابل خطای سرعت صوت، می‌باشند. به منظور مقایسه‌ی رزولوشن شکل‌دهنده‌های پرتو، فانتوم اهداف نقطه‌ای، شامل ۱۰ منعکس‌کننده‌ی نقطه‌ای واقع در فواصل شعاعی ۳۰ تا ۷۰ mm بوده است. برای بررسی بهتر پاسخ‌ها، اهداف نقطه‌ای در زوایای مختلف قرار داده شده‌اند. در عمق‌هایی که بیش از یک منعکس‌کننده قرار دارد، فاصله‌ی جانبی آن‌ها برابر با ۲ درجه بوده است. شکل (۱)، تصاویر فانتوم نقطه‌ای حاصل از روش‌های مختلف شکل‌دهی پرتو را در محدوده‌ی دینامیکی ۵۰ dB نمایش می‌دهد.

روش پیشنهادی در ۳ وضعیت مورد بررسی قرار می‌گیرد که با نام‌های iN-MB، N-MB، و iDN-MB نشان داده می‌شوند. در روش N-MB، از یک آرایه‌ی کم‌پشت مبتنی بر آرایه‌ی لانه‌ای، در شکل‌دهی پرتو استفاده شده، درون‌یابی اعمال نشده و در عوض، ضریب GCF اعمال شده است. در این روش، از داده‌ی دریافتی توسط مجموعه‌ی عناصر زیر، برای شکل‌دهی پرتو استفاده شده است:

$$S_{N-MB} = \{1, 2, \dots, 7, 8, 16, 24, \dots, 64\} \quad (28)$$

مشاهده می‌شود که مجموعه‌ی  $S_{N-MB}$  با انتخاب  $M_1$  و  $M_2$ ، به ترتیب برابر با ۷ و ۸، ساخته شده و شامل ۸ عنصر اول آرایه و سپس عناصر با فواصل ۸-تایی از هم می‌باشد. این مجموعه‌ی ۱۵ عضوی، به گونه‌ای است که می‌توان مجموعه‌ی تمام اعداد صحیح بین صفر تا ۶۳ را از تفاضل دو عضو آن ساخت. روش iN-MB، همانند روش N-MB (بدون اعمال GCF) می‌باشد، که در آن درون‌یابی نیز انجام شده است. روش iDN-MB مانند روش iN-MB، از ساختار لانه‌ای و درون‌یابی استفاده می‌کند، با این تفاوت که برای کاهش بیش‌تر ابعاد ماتریس کوواریانس، از کم‌پشت‌سازی زیرآرایه‌ی چگال نیز بهره می‌گیرد. در این روش، مجموعه‌ی عناصر زیر در شکل‌دهی پرتو مورد استفاده قرار گرفته است:

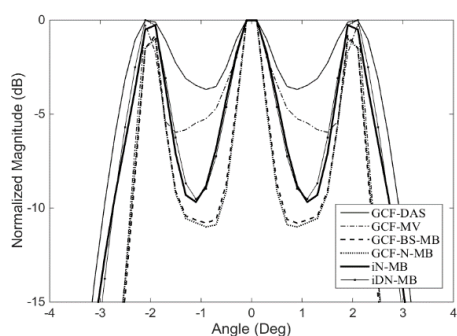
$$S_{DN-MB} = \{4, 8, 12, 16, 32, 48, 64\} \quad (29)$$



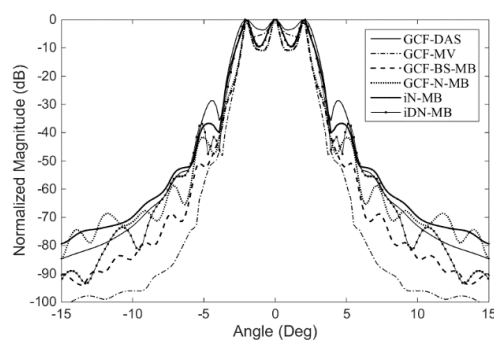
شکل (۱) - تصاویر فانتوم نقطه‌ای باز یابی شده توسط شکل‌دهنده‌های پرتوی مختلف، الف) GCF-DAS، ب) GCF-MV، ج) GCF-BS-MB، د) GCF-N-MB، ه) iN-MB، و) iDN-MB

هم‌چنین در شکل (۲)، دامنه‌ی پاسخ شکل دهنده‌ی پرتوی BS-MB، به ازای ۱۷ پرتو در دو عمق نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که اندازه‌ی پاسخ در زوایای بزرگ، به صورت غیرواقعی بسیار بزرگ بوده و نشان‌دهنده‌ی یک آرتیفکت جدی است که ناشی از برآورده نشدن شرط (۱۸) می‌باشد. با توجه به رابطه‌ی (۱۸)، به‌ازای زاویه‌ی قطاع ۶۰ درجه و ۶۴-M عنصر، حداقل تعداد پرتوها برای ظاهر نشدن آرتیفکت، برابر با ۳۳ خواهد بود. بنابراین، در روش BS-MB، نمی‌توان برای کاهش پیچیدگی محاسباتی، تعداد پرتوها را کمتر از ۳۳ انتخاب کرد.

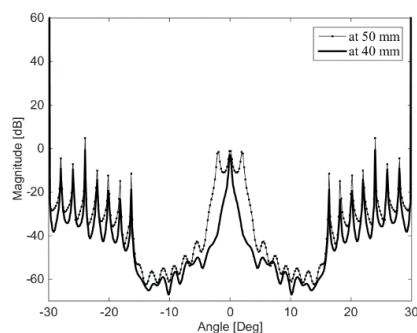
در شکل (۲)، به منظور مطالعه‌ی دقیق‌تر پاسخ‌های شکل‌دهنده‌های مختلف، توزیع جانبی پاسخ‌ها در فواصل شعاعی ۵۰ و ۷۰ mm، نشان داده شده است. با بررسی پاسخ‌ها، مشاهده می‌شود که کم‌ترین مقدار دامنه‌ی پاسخ در فاصله‌ی بین دو نقطه در تمام روش‌های چندپرتویی، تقریباً یکسان بوده و کم‌تر از مقدار آن در روش‌های DAS و MV می‌باشد. بنابراین، همان‌گونه که در [۱۸] مطرح شده است، رزولوشن روش BS-MB از روش MV بهتر بوده و روش‌های پیشنهادی نیز از این نظر مشابه روش BS-MB عمل می‌کنند.



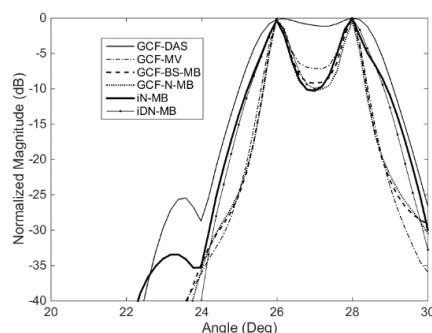
ب



الف



ج



د

شکل (۲) - پاسخ جانبی شکل‌دهنده‌های مختلف، الف) در عمق ۵۰ mm، ب) همان تصویر، به صورت بزرگ‌نمایی شده، ج) در عمق ۷۰ mm، د) پاسخ شکل‌دهنده‌ی BS-MB به ازای ۱۷ پرتو در دو عمق

کنتراست حاصل از شکل‌دهنده‌های مختلف، از شاخص‌های نسبت کنتراست<sup>۲</sup> (CR) و نسبت کنتراست به نویز<sup>۳</sup> (CNR) استفاده شده است. CR، برابر است با نسبت میانگین مقدار تصویر در ناحیه‌ی زمینه، به میانگین در ناحیه‌ی کیست [۲۹] و CNR، برابر با نسبت CR به انحراف استاندارد دامنه در ناحیه‌ی زمینه می‌باشد [۳۰]:

$$CR = \text{mean}(I_{\text{bkg}}) - \text{mean}(I_{\text{cyst}}) \quad (30)$$

$$CNR = CR / \text{std}(I_{\text{bkg}}) \quad (31)$$

برای بررسی مقایسه‌ای کنتراست شکل‌دهنده‌های پرتو، فانوم کیست دایره‌ای با شعاع ۲/۵ mm در عمق ۴۰ mm محاط در نویز اسپیکل زمینه، شبیه‌سازی شده است. برای شبیه‌سازی نویز اسپیکل، در هر سلول رزولوشن<sup>۱</sup> به حجم  $\lambda^3$  (که  $\lambda$  طول موج مرکزی پالس تحریک است)، تعداد ۱۰ پراکنده‌گر به صورت تصادفی قرار داده شده که دامنه‌ی آن‌ها، یک متغیر تصادفی گوسی با واریانس واحد است. تصاویر بازسازی شده توسط شکل‌دهنده‌های پرتوی مختلف در محدوده‌ی دینامیکی ۵۰ dB، در شکل (۳) نشان داده شده است. برای مقایسه‌ی کمی

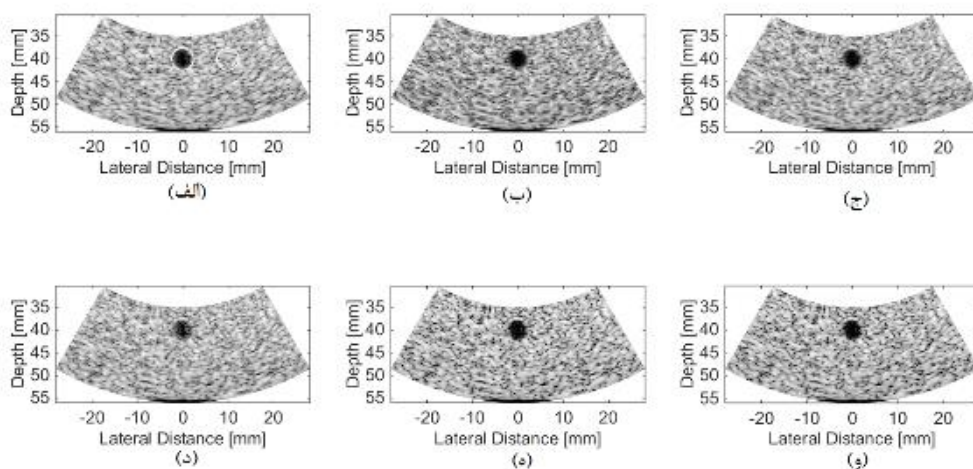
<sup>۳</sup> Contrast to Noise Ratio

<sup>۱</sup> Resolution Cell

<sup>۲</sup> Contrast Ratio

هم‌چنین، mean و std به ترتیب توابع میانگین و انحراف معیار هستند.

که در آن،  $I_{cyst}$  و  $I_{bkg}$  به ترتیب مقادیر متوسط شدت تصویر در ناحیه‌ی زمینه و کیست، در مبنای دسی‌بل می‌باشند.



شکل (۳) - تصاویر فانتوم کیست بازبایی شده توسط شکل‌دهنده‌های پرتوی مختلف، الف) GCF-DAS، ب) GCF-MV، ج) GCF-BS-MB، د) GCF-N-MB، ه) iN-MB، و) iDN-MB. دایره‌ها در شکل الف، نواحی استفاده شده برای محاسبه‌ی شاخص‌ها را نشان می‌دهند

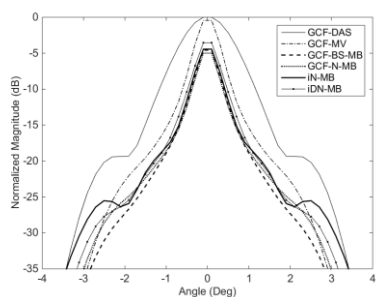
تا اثر خطای سرعت صوت، در پاسخ شکل‌دهنده‌های پرتو با هم مقایسه گردد. در شکل (۴)، پاسخ شکل‌دهنده‌های پرتوی مختلف برای دو عمق ۴۰ و ۵۰ mm نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که در اثر خطای فوق، دامنه‌ی پاسخ شکل‌دهنده‌های وقتی در مقایسه با روش DAS کاهش یافته است. این کاهش برای روش MV، در مقایسه با روش‌های چندپرتویی بسیار اندک است، در حالی که روش‌های مبتنی بر چندپرتویی، تقریباً حساسیت مشابهی در مقابل خطاهای سرعت صوت از خود نشان می‌دهند. به عنوان مثال، دامنه‌ی پاسخ روش iDN-MB برای یک منعکس‌کننده‌ی نقطه‌ای واقع در عمق ۴۰ mm، در حدود ۱ dB بیش‌تر از روش BS-MB است و در مقابل، دامنه‌ی پاسخ روش BS-MB برای سه منعکس‌کننده‌ی نقطه‌ای واقع در عمق ۵۰ mm، تقریباً به همین میزان بیش‌تر از دامنه‌ی پاسخ روش iDN-MB می‌باشد.

جدول (۲) - مقادیر پارامترهای کنتراست برای روش‌های مختلف شکل‌دهی پرتو

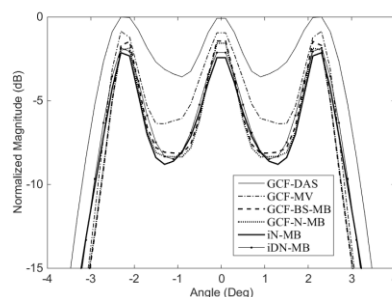
	CR	CNR
GCF-DAS	۲۴/۲	۳
GCF-MV	۲۴/۹	۲/۷
GCF-BS-MB	۲۴/۷	۳
GCF-N-MB	۲۱	۲/۶
iN-MB	۲۶/۶	۲/۶
iDN-MB	۲۶/۸	۲/۶

مقادیر شاخص‌های CR و CNR برای شکل‌دهنده‌های پرتوی مختلف، محاسبه شده و در جدول (۲) ارائه گردیده است. برای محاسبه‌ی مقادیر شاخص‌ها، دو دایره به شعاع ۲/۵ mm، یکی در مرکز فانتوم کیست و دیگری در همان عمق اما در محیط زمینه (در فاصله‌ی جانبی ۱۰ mm) در نظر گرفته شده و محاسبه‌ی شاخص‌ها با کمک این دو دایره انجام شده است. همان‌گونه که تصاویر نشان می‌دهند و مقادیر جدول نیز آن را تایید می‌کند، کنتراست تصاویر حاصل از روش‌های iN-MB و iDN-MB، نسبت به روش GCF-MV، تا حدودی بهتر است (تقریباً ۲ dB برتری در CR در مقابل ۰/۱ dB کاهش CNR). روش‌های iN-MB و iDN-MB در مقایسه با GCF-BS-MB، دارای CR بهتر (تقریباً ۲ dB) و البته CNR کم‌تر (به میزان ۰/۳ dB) هستند. بنابراین، کنتراست حاصل از روش‌های مبتنی بر آرایه‌ی لانه‌ای به همراه درون‌بایی، کاملاً با روش‌های MV و BS-MB به همراه ضریب GCF، قابل مقایسه هستند. هم‌چنین، روش‌های فوق نسبت به روش GCF-N-MB کنتراست بهتری (۵/۶ dB برتری در CR ضمن ایجاد CNR یک‌سان) ایجاد می‌کنند. این نتیجه نشان می‌دهد که روش درون‌بایی پیشنهادی برای بهبود کنتراست، موثرتر از روش اعمال ضریب GCF می‌باشد.

به منظور بررسی مقاومت روش‌های پیشنهادی در برابر خطاهای مدل، سرعت صوت در محیط، با خطای ۱۰٪، فرض شده است. با این فرض، تصاویر فانتوم نقطه‌ای، یک بار دیگر بازبایی شده



ب



الف

شكل (۴) - پاسخ جانبی شكل دهنده های پرتوی مختلف در عمق الف) ۵۰ mm و ب) ۴۰ mm. با فرض وجود خطای ۱۰٪ در سرعت صوت

چند پرتویی، از آن جا كه يك ماتریس كووارینانس برای تمام نقاط واقع در يك فاصله از مركز آرایه، محاسبه و معكوس می شود، برای محاسبه ی سهم تشكيل معكوس ماتریس كووارینانس در میزان پیچیدگی محاسباتی برای يك نقطه، تعداد عملیات ریاضی برای به دست آوردن معكوس ماتریس كووارینانس بر  $K$  تقسیم شده است، كه  $K$  تعداد خطوط پوشش بوده و برابر با ۳۰۰ در نظر گرفته شده است. علاوه بر این، جهت محاسبه ی وزن ها برای روش های مبتنی بر درون یابی (iN-MB و iDN-MB)، در تعیین تعداد عملیات ضرب، تمام عملیات برای محاسبه ی وزن ها و درون یابی آن ها (مراحل ۴ تا ۶ از جدول ۱) لحاظ شده است. بر اساس نتایج این جدول، روش پیشنهادی بدون درون یابی (N-MB)، به میزان ۹ برابر و با درون یابی (iN-MB و iDN-MB)، بیش از ۳ تا ۴/۵ برابر، از حجم محاسبات كم تری نسبت به روش BS-MB برخوردار است. هم چنین، جدول (۳) تاکید می كند كه مهم ترین عامل کاهش حجم محاسبات در روش پیشنهادی، کاهش طول داده از ۶۴ به ۱۵ می باشد، كه با تشكيل آرایه ی لانه ای با انتخاب  $M_1 = 7$  و  $M_2 = 8$  حاصل شده است. علاوه بر این، مشاهده می شود كه  $M_1 + 1 = M_2 = \sqrt{64}$  و بنابراین، این انتخاب به آرایه ی لانه ای با كم ترین طول، منجر می شود كه قادر است تمام مقادیر همبستگی مورد نیاز برای تشكيل ماتریس كووارینانس داده ی كامل را تولید كند.

## ۵- بحث و نتیجه گیری

روش چند پرتویی، يك روش شكل دهی پرتوی سریع مبتنی بر شكل دهنده ی پرتوی كم ترین واریانس است كه در آن، يك ماتریس كووارینانس برای تمام نقاط واقع در يك فاصله ی شعاعی محاسبه می شود. در این روش، ابعاد ماتریس كووارینانس، برابر با طول آرایه بوده و برای کاهش بار محاسباتی در معكوس سازی ماتریس، معمولاً از روش فضای پرتو استفاده می شود. در این مقاله، روش جدیدی ارائه شده كه قادر است پیچیدگی محاسباتی روش كم ترین واریانس چند پرتویی در فضای پرتو را کاهش دهد. این روش با استفاده از ساختار آرایه ی لانه ای، به ماتریس كووارینانس با ابعاد كم تری نیاز داشته و بنابراین، بار محاسباتی در محاسبه ی ماتریس كووارینانس و محاسبه ی معكوس آن، کاهش پیدا می كند. شبیه سازی ها نشان داده است كه روش پیشنهادی، از نظر رزولوشن، كنتراست و مقاوم بودن، كارایی مشابهی با روش كم ترین واریانس چند پرتویی داشته و از نظر پیچیدگی محاسباتی، نسبت به آن برتری دارد. برای مقایسه ی دقیق تر پیچیدگی محاسباتی روش های مختلف، فرض می شود كه پارامترهای شكل دهنده های مختلف، همان پارامترهای مورد استفاده در شبیه سازی ها باشند. در جدول (۳)، تعداد عملیات ضرب برای تشكيل يك نقطه از تصویر، به صورت عددی نشان داده شده است. لازم به ذكر است كه در روش های

جدول (۳) - تعداد عملیات ریاضی ضرب برای تشكيل يك نقطه از تصویر در روش های مختلف

QR-MB	iDN-MB	iN-MB	N-MB	BS-MB	MV	DAS	
۶۴	۷	۱۵	۱۵	۶۴	-	-	اصلاح داده
۴۰۹۶	۴۹	۲۲۵	۲۲۵	۴۰۹۶	۱۰۲۴	-	ماتریس كووارینانس
-	-	-	-	۶۸۳	-	-	تبدیل به فضای پرتو
-	۱	۱۱	۱۱	۱۲۰	۳۲۷۶۸	-	معكوس ماتریس كووارینانس
۴۰۹۶	۱۲۷۶	۱۴۶۸	۲۵۶	۱۱۵۶	۱۰۲۵	-	محاسبه ی وزن ها
۱۹۶	-	-	۱۹۶	۱۹۶	۱۹۶	۱۹۶	ضریب همدوسی GCF
۶۴	۶۴	۶۴	۱۵	۶۴	۳۲	۶۴	محاسبه ی خروجی
۸۵۱۶	۱۳۹۷	۱۷۸۳	۷۱۸	۶۳۷۹	۳۵۰۴۴	۲۶۰	مجموع

## ۶- مراجع

- [1] F. W. Kremkau, Diagnostic ultrasound: principles and instruments. WB Saunders Company, 2001.
- [2] T. L. Szabo, Diagnostic ultrasound imaging: inside out. Academic Press, 2004.
- [3] J. F. Synnevag, A. Austeng, and S. Holm, "Adaptive beamforming applied to medical ultrasound imaging." IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control, vol. 54, pp. 1606-1613, 2007.
- [4] I.K. Holfort, F. Gran, and J. A. Jensen, "Broadband minimum variance beamforming for ultrasound imaging," IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control, vol. 56, pp.314-325, 2009.
- [5] J. F. Synnevag, A. Austeng, and S. Holm, "Benefits of minimum-variance beamforming in medical ultrasound imaging," IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control, vol. 56, pp. 1868-1879, 2009.
- [6] B. M. Asl, and A. Mahloojifar, "Eigenspace-based minimum variance beamforming applied to medical ultrasound imaging," IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control, vol. 57, pp. 2381-2390, 2010.
- [7] S. M. Sakhaei, and S. E. Shamsian, "Twofold minimum variance beamforming for enhanced ultrasound imaging." Journal of Medical Ultrasonics, vol. 45, pp.17-24, 2018.
- [8] Z. Wang, J. Li and R. Wu, "Time-delay- and time-reversal-based robust Capon beamformers for ultrasound imaging," IEEE Transaction on medical imaging, vol. 24, pp.1308-1322, 2005.
- [9] C. C. Nilsen and I. Hafizovic, "Beamspace adaptive beamforming for ultrasound imaging," IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, vol. 56, pp. 2187 - 2197, 2009.
- [10] A. M. Deylami, and B. M. Asl, "A Fast and Robust Beamspace Adaptive Beamformer for Medical Ultrasound Imaging." IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control, vol. 64, pp. 947-958, 2017.
- [11] M. Bae, S. B. Park, and S. J. Kwon, "Legendre polynomial based fast minimum variance beamforming method for medical ultrasound systems," Electronics Letters, vol. 50, pp. 1570-1572, 2014.
- [12] K. Kim, S. Park, J. Kim, S.-B. Park, and M. Bae, "A fast minimum variance beamforming method using principal component analysis," IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, vol. 61, pp. 930-945, 2014.
- [13] S. M. Sakhaei, "A decimated minimum variance beamforming for ultrasound imaging," Ultrasonics, vol. 59, pp. 119-127, 2015.
- [14] A. M. Deylami, and B. M. Asl, "Low complex subspace minimum variance beamformer for medical ultrasound imaging," Ultrasonics, vol. 66, pp. 43-53, 2016.

نکته‌ی مهم دیگر، این است که قسمت عمده‌ی پیچیدگی محاسبات در روش‌های پیشنهادی، مربوط به محاسبه‌ی وزن‌ها می‌باشد، به خصوص در دو روش همراه با درون‌یابی، که ۸۰ تا ۹۰ درصد از حجم محاسبات، صرف محاسبه و درون‌یابی وزن‌ها می‌گردد. بنابراین، کم‌پشت‌سازی بیش‌تر آرایه‌ی لانه‌ای و ایجاد آرایه‌ای با طول کم‌تر، نمی‌تواند در کاهش حجم محاسبات، چندان موثر باشد.

چنان‌چه در روش چندپرتویی، به جای BS، از روش دیگری مانند تجزیه‌ی QR [۱۷] استفاده شود، پیچیدگی محاسباتی افزایش خواهد یافت. علت این پدیده این است که در روش QR، مانند روش BS، به محاسبه‌ی ماتریس کوواریانس داده‌ی کامل نیاز است و همچنین، پس از محاسبه‌ی ماتریس کوواریانس، محاسبه‌ی وزن‌های بهینه‌ی هر خط (هر بردار جهت‌دهی) دارای پیچیدگی محاسباتی از مرتبه‌ی  $M^2$  بوده و همان‌گونه که در جدول (۳) آمده است، این امر سبب می‌شود که پیچیدگی محاسباتی روش QR-MB بیش‌تر از روش BS-MB گردد. همچنین، سایر روش‌های پیاده‌سازی MV سریع (مانند تقریب به ساختار توپلیتز [۱۶])، عمدتاً به محاسبه‌ی ماتریس کوواریانس داده‌ی کامل نیاز داشته و بنابراین دارای پیچیدگی محاسباتی بیش‌تری نسبت به روش پیشنهادی خواهند بود. افزون بر این، لازم است تا امکان استفاده از آن‌ها در روش چندپرتویی، مورد بررسی قرار گیرد. به عنوان مثال، ساختار توپلیتز، بر فرض ایستایی مکانی سیگنال‌های دریافتی استوار است، در حالی که در روش چندپرتویی، این فرض می‌تواند خطای زیادی ایجاد کند و یا در روش مولفه‌های اصلی [۱۲]، مانند روش BS، انتظار می‌رود که تعداد مولفه‌های مورد استفاده در روش چندپرتویی، نسبتاً بزرگ باشد، که باعث افزایش پیچیدگی محاسبات خواهد شد.

در این مقاله، برتری روش پیشنهادی نسبت به روش فضای پرتو در روش بازیابی چندپرتویی، مورد بررسی و تایید قرار گرفته است. البته این روش پیشنهادی، برای شکل‌دهی وفقی مرسوم، که در آن ماتریس کوواریانس برای هر نقطه، محاسبه شده و معکوس می‌گردد نیز قابل استفاده می‌باشد. اما در این حالت، از آن‌جا که روش فضای پرتو با تعداد پرتوی کم (۳ یا ۵ پرتو) نتایج خوبی را به دست می‌دهد، به نظر می‌رسد که در شکل‌دهی وفقی مرسوم، روش پیشنهادی از نظر بار محاسباتی، برتری قابل توجهی نداشته باشد، هرچند مقایسه‌ی عمل کرد دو روش از نظر پارامترهای رزولوشن و کنتراست می‌تواند مفید باشد.

- [22] P. P. Vaidyanathan, P. Pal, Sparse sensing with co-prime samplers and arrays, *Signal Processing*, IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 59, pp. 573-586, 2011.
- [23] P. Pal, and P. P. Vaidyanathan, "Nested arrays: A novel approach to array processing with enhanced degrees of freedom." *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 58, pp. 4167-4181, 2010.
- [24] J. Yang, G. Liao, and J. Li, Robust adaptive beamforming in nested array. *Signal Processing*, vol.114, pp.143-149, 2015.
- [25] P. S. Naidu, *Sensor array signal processing*, CRC press, 2001.
- [26] S. M. Sakhaei, "Optimum beamforming for sidelobe reduction in ultrasound imaging." *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, vol. 59, pp. 799-805, 2012.
- [27] J. A. Jensen, "Field: A program for simulating ultrasound systems," *Med. Biol. Eng. Comput*, vol. 34, pp. 351-353, 1996.
- [28] P. C. Li, and M.L. Li, "Adaptive imaging using the generalized coherence factor." *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, vol. 50, pp. 128-141, 2003.
- [29] M. o'donnell and s. W. Flax, "phase aberration correction using signals from point reflectors and diffuse scatterers: Measurements," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, vol. 35, no. 6, pp. 768-774, 1988.
- [30] s. Krishnan, K. W. rigby, and M. o'donnell, "Improved estimation of phase aberration profile," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, vol. 44, no. 3, pp. 701-713, 1997.
- [15] B. M. Asl, and A. M. Deylami, "A Low Complexity Minimum Variance Beamformer for Ultrasound Imaging Using Dominant Mode Rejection." *Ultrasonics*, vol. 85, pp. 49-60, 2018.
- [16] B. M. Asl and A. Mahloojifar, "A low-complexity adaptive beamformer for ultrasound imaging using structured covariance matrix," *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 59, pp. 660 – 667, 2012.
- [17] J. Park, S. M. Wi, and J. S. Lee, "Computationally efficient adaptive beamformer for ultrasound imaging based on QR decomposition," *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 63, pp. 256-265, 2016.
- [18] A. C. Jensen, and A. Austeng, An approach to multibeam covariance matrices for adaptive beamforming in ultrasonography. *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, vol 59, pp. 1139-1148, 2012.
- [19] A. C. Jensen, and A. Austeng, The iterative adaptive approach in medical ultrasound imaging. *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, vol.61, pp.1688-1697, 2014.
- [20] T. J. Shan, M. Wax, and T. Kailath, "On spatial smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 33, pp. 806-811, 1985.
- [21] Y. Wang, Geert Leus, and Ashish Pandharipande, "Direction estimation using compressive sampling array processing." *Statistical Signal Processing, 2009. SSP'09. IEEE/SP 15th Workshop on*. IEEE, 2009.