

بهینه سازی وزن ورق های مرکب الیافی تحت اثر بارگذاری عمود بر سطح

سعید حراستی^۲
دانشکده مهندسی مکانیک
دانشگاه علم و صنعت ایران
S_Harasati@yahoo.com

بهروز فرشی^۱
دانشکده مهندسی مکانیک
دانشگاه علم و صنعت ایران
Farshi@IUST.AC.IR

هدف این مقاله ارایه روشی جهت طراحی بهینه صفحات مرکب چند لایه ای تحت بارگذاری جانبی است. متغیرهای طراحی تعداد لایه ها، زاویه لایه ها، چیدمان لایه ها و ضخامت لایه هاست. هدف طراحی صفحه ای است که علاوه بر تحمل بارهای جانبی استاتیک وارده و عدم تخریب هیچکدام از لایه ها، کمترین وزن را داشته باشد. متغیر زوایا، بصورت گسسته و ضخامتها بصورت پیوسته در نظر گرفته شده اند. بهینه سازی مبتنی بر یک راهکار دو مرحله ای بوده است که در یک مرحله زوایای لایه ها، متغیرند و در مرحله بعد ضخامتها متغیرند. در اینجا روشی ارایه می شود که این دو مرحله را از هم مجزا می کند و در نهایت تعداد لایه های مورد لزوم، زوایا، ضخامتها و نحوه چیده شدن لایه ها، جهت حصول کمترین وزن صفحه را مشخص می کند. عملکرد الگوریتم طی مثالی عددی نشان داده شده است.

واژه های راهنما: بهینه سازی ضخامت، استراتژی دو مرحله ای، ورق های مرکب الیافی، چیدمان لایه ها

۱-مقدمه

بهینه سازی صفحات مرکب یکی از پیچیده ترین مسائل بهینه سازی مهندسی است و این بدلیل وجود تعداد زیاد متغیرهای طراحی در مواد مرکب به نسبت مواد ایزوتروپ است. در طراحی یک صفحه، تعداد، زوایا، ضخامت و ترتیب چیدمان لایه ها باید مشخص شوند. روشهایی که برای بهینه سازی صفحات مرکب ارایه می شوند، عموماً شامل تعداد زیادی از متغیرهاست که حجم زیاد محاسبات را می طلبد. روش های دو مرحله ای راه حل مناسبی بمنظور کاهش تعداد متغیرها در هر مرحله و ساده سازی مسئله بهینه سازی بوده است که برخی محققین (مراجع [۱-۶]) به آن پرداخته اند. ویجی و بوهائو [۲]، همچنین واتکینس و موریس [۳-۴]، با در نظر گرفتن محدودیتهای اضافی یا متغیرهای میانی، سعی در حل مسئله نمودند. "کنسیکائو" و همکاران [۶] یک استراتژی دو مرحله ای در نظر گرفتند که با تعداد از پیش مشخص شده لایه ها در چند سعی بین دو مرحله ضخامت و زوایای بهینه را تعیین می کردند. این دو مرحله به هم

۱- عضو هیئت علمی دانشگاه علم و صنعت ایران.

۲- کارشناسی ارشد دانشگاه علم و صنعت ایران.

مربوط بوده و در هر سعی، زوایای بدست آمده از مرحله اول، برای بدست آوردن ضخامت بهینه بکار گرفته شده و این سیکل در چند مرحله تکرار شده است. ولی محدودیتها بعلت دارا بودن ترمهای مثلثاتی دارای اکستریم های زیادی هستند که تشخیص مطلق بودن نقطه اکستریم کار پیچیده ای است و این الگوریتم احتمال گرفتار شدن در یکی از این نقاط بهینه موضعی را افزایش می دهد.

روشی که در اینجا ارائه می شود، این دو مرحله را کاملاً از هم مجزا کرده و متغیر زاویه را بصورت گسسته در تمام بازه چک کرده و بهترین زاویه را می یابد. نکته دیگر اینکه روش ارائه شده، علاوه بر تعیین جهت و ضخامت لایه ها، تعداد لایه های لازم را نیز تعیین می کند.

۲- تحلیل ورق های مرکب

در این مقاله هدف بررسی ورق های مرکب متقارن است. معادله عمومی حاکم بر رفتار ورق های مرکب تحت بار گذاری گسترده جانبی $q(x, y)$ در حالت استاتیکی، در رابطه (۱) آورده شده است [۷].

$$D_{11} \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + 4D_{16} \frac{\partial^4 W}{\partial x^3 \partial y} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 W}{\partial y^2 \partial x^2} + 4D_{26} \frac{\partial^4 W}{\partial x \partial y^3} + D_{22} \frac{\partial^4 W}{\partial y^4} = q(x, y) \quad (1)$$

که در این رابطه داریم:

$$D_{ij} = \frac{2}{3} \sum_{k=1}^{nply} Q_{ij}^k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (2)$$

رابطه (۱) جز در موارد خاص، راه حل تحلیلی ندارد و به یکی از روشهای حل تقریبی [۸]، اجزاء محدود یا تفاضل محدود حل میشود. روش تفاضل محدود روشی کارا و ساده برای حل مسائل پوسته و ورق است که در اینجا بکار گرفته شده است.

۳- بهینه سازی

یک مسئله بهینه سازی شامل یک تابع هدف است که لازم است کمینه یا بیشینه شود. همچنین مسئله بهینه سازی ممکن است دارای یک یا چند محدودیت باشد که گستره بهینه سازی و انتخاب را محدود میکنند. اگر مسئله دارای هیچگونه محدودیتی نباشد، آنگاه مسئله فقط کمینه یا بیشینه کردن تابع است. محدودیتها ممکن است از نوع مساوی یا نامساوی باشند. مسئله در هر صورت دارای یک یا چند متغیر طراحی است که با تغییرات سنجیده آنان بکمک الگوریتمهای موجود، در هر مرحله بهینه سازی بطرف نقطه بهینه حرکت می کنیم. مراحل بهینه سازی تا آنجا ادامه می یابد که تغییرات تابع هدف یا متغیرهای طراحی، بسیار کوچک شود. در اینصورت به اصطلاح مسئله همگرا شده است.

صورت کلی یک مسئله بهینه سازی طبق رابطه (۳) میباشد. [۹]

Minimize $F(X)$

Subject to:

$$g_j(X) \leq 0 \quad j=1, m \quad (3)$$

$$h_k(X) = 0 \quad k=1, l$$

$$X_i^l \leq X_i \leq X_i^u \quad i=1, n$$

$$X = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$$

۴- تابع هدف، متغیرهای طراحی و محدودیت‌های مسئله

تابع هدف وزن ورق است که طبق رابطه (۴) باید کمینه شود.

$$w = \sum_{n=1}^{nply} \rho_n t_n \rightarrow \text{Min} \quad (4)$$

در اینجا جنس تمام لایه‌ها مشابه در نظر گرفته شده است. بنابراین به رابطه (۵) می‌رسیم.

$$w = \rho \sum_{n=1}^{nply} t_n = \rho Z_{nply} \quad (5)$$

پس برای کمینه کردن وزن کافی است که Z_{nply} کمینه شود.

در شکل (۱)، متغیرهای طراحی یک صفحه متقارن برای "یک مرحله بهینه سازی"، نشان داده شده است. این متغیرها شامل ضخامت لایه‌ها و زاویه هر لایه (θ_i) است. در اینجا برای سادگی تابع هدف بجای متغیر ضخامت، از متغیر ارتفاع لایه‌ها (Z_i) استفاده شده است. متغیر θ بصورت گسسته با پیرش $\Delta\theta$ و در بازه $-90 < \theta < 90$ در نظر گرفته می‌شود تا بتوان استراتژی که ارایه خواهد شد را پیاده نمود و متغیر Z_i بصورت پیوسته در نظر گرفته شده تا بتوان از تئوری‌های بهینه سازی برای یافتن بهترین ضخامت سود جست.

محدودیت‌های اعمال شده بر مسئله شامل دو دسته محدودیت‌های نامساوی می‌باشد که یک دسته از محدودیت‌ها عدم تخریب لایه‌هاست که از معیار Tsai - Hill [۱۰] طبق رابطه (۶) استفاده شده است. که در رابطه (۷) آورده شده است.

$$\left(\frac{\sigma_L}{\sigma_{Lu}}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_L}{\sigma_{Lu}}\right) \cdot \left(\frac{\sigma_T}{\sigma_{Tu}}\right) + \left(\frac{\sigma_T}{\sigma_{Tu}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{LT}}{\sigma_{LTu}}\right)^2 \leq 1 \quad (6)$$

$$g_k^{(1)} = \left[\left(\frac{\sigma_L}{\sigma_{Lu}}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_L}{\sigma_{Lu}}\right) \cdot \left(\frac{\sigma_T}{\sigma_{Tu}}\right) + \left(\frac{\sigma_T}{\sigma_{Tu}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{LT}}{\sigma_{LTu}}\right)^2 - 1 \right]_k \leq 0 \quad (5)$$

$$k = 1, nply$$

دسته دیگر از محدودیت‌ها، مثبت بودن ضخامت در خلال عملیات بهینه سازی است که در رابطه (۸) آورده شده است.

$$g_k^{(2)} = z_{k-1} - z_k \leq 0 \quad k = 1, nply \quad (8)$$

بنا بر این صورت مسئله بهینه سازی مطابق رابطه (۹) می‌باشد.

Minimize Z_{nply}

Subject to:

$$\begin{cases} g_k^{(1)} = \left[\frac{(\sigma_L)^2}{\sigma_{Lu}} - \frac{(\sigma_L)}{\sigma_{Lu}} \cdot \frac{(\sigma_T)}{\sigma_{Tu}} + \frac{(\sigma_T)^2}{\sigma_{Tu}} + \frac{(\sigma_{LT})^2}{\sigma_{LTu}} - 1 \right]_k \leq 0 \\ g_k^{(2)} = z_{k-1} - z_k \leq 0 \end{cases} \quad k=1, nply$$

۵ - بهترین زاویه برای یک لایه از صفحه

رابطه ضریب اطمینان با معیار Tsai - Hill مطابق رابطه (۱۰) است .

$$FS_k = \frac{1}{\sqrt{g_k^{(1)} + 1}} \quad (10)$$

پس از تحقیقاتی برای یک ورق تحت بارگذاری جانبی ، معلوم شد که با تغییر زاویه یکی از لایه ها ، در تمام دامنه زاویه ، بحرانی ترین ضریب اطمینان مربوط به "بالاترین لایه" است. این موضوع را بعنوان نمونه در شکل (۲) که ضریب اطمینان مربوط به یک نقطه از صفحه مرکب شش لایه ای متقارن است را به ازای تغییرات زاویه θ_1 ، مشاهده می شود.

لایه شماره (۳) که در بازه θ_1 ، پایین ترین ضریب اطمینان را داراست، بحرانی ترین لایه است و اولین تخریب در آن صورت می گیرد. این نکته در تمامی بازه θ_1 صادق است.

دومین نکته ای که دریافت شده، اینست که اگر برای یک صفحه با تعداد لایه های مشخص ، برای چیدمان های مختلف زوایا ، ارتفاع های بهینه لایه ها ($Z_{opt} \rangle_k$) را بدست آوریم و طبق رابطه (۱۱) ، این ارتفاع ها را به یک عدد ثابت نرمالایز کنیم. آنگاه "افزایش ضریب اطمینان بالاترین لایه، نشان دهنده کاهش ضخامت صفحه پس از بهینه سازی" خواهد بود. برای نشان دادن این مطلب، برای یک ورق ۶ لایه، ۱۳ ترتیب چیدمان مختلف به صورت تصادفی اختیار شد و با فرض بار گذاری $M = \{M_x, M_y, M_{xy}\} = \{300, -200, 400\}$ (N.m) ، پس از بدست آوردن ارتفاع بهینه، بکمک رابطه (۱۱) این ارتفاعها را به عدد $Z^* = 0.01$ نرمالایز شد و با این ارتفاع های نرمالایز شده، ضریب اطمینان لایه های مختلف بدست آمد. این ترکیبات زوایا، ضخامت بهینه و ضریب اطمینان لایه آخر پس از نرمالایز کردن ضخامتها، در جدول (۱) آورده شده است. همچنین منحنی های ضریب اطمینان بالاترین لایه و ضخامت این ۱۳ مورد ، در نمودار شکل (۳) مشاهده میشود. شکل (۳) نشان می دهد که با این شرایط ضریب اطمینان بالاترین لایه، بخوبی می تواند معیار تعیین بهترین زوایا برای حصول کمترین ضخامت باشد.

$$Z_{norm} \rangle_k = Z^* \times \frac{Z_{opt} \rangle_k}{Z_{nply}} \quad (11)$$

یک مورد بعنوان مثال در زیر مشاهده میشود.

$$\begin{aligned} [\theta_3 / \theta_2 / \theta_1]_s = [60 / 40 / -20]_s \rightarrow Z_{opt} = \{z_3, z_2, z_1\} = \{2.77, 2.20, 1.57\} \text{ (mm)} \\ Z_{norm} = (10, 7.9, 5.6) \text{ (mm)} \\ FS_{nply} = 23 \end{aligned} \quad (12)$$

همان ضریب اطمینان بالاترین لایه می باشد. FS_{nply}

سومین نکته ای که بدست آمد این بود که اگر ارتفاع های بهینه را به یک عدد ثابت نرمالایز کنیم و ضریب اطمینان لایه آخر را به دست آوریم، برای ترکیبات دلخواه دیگر ارتفاع های لایه ها، ضریب اطمینان لایه آخر عددی کوچکتر خواهد بود و هرچه نسبت ارتفاع ها به نسبت ارتفاع بهینه نزدیکتر باشد، ضریب اطمینان لایه آخر بزرگتر میشود و در حد به مقدار بدست آمده از نسبت بهینه میرسد. مثال ارائه شده در روابط (۱۳) این مطلب را روشن میکند.

$$[\theta_3, \theta_2, \theta_1]_s = [90/-80/30]_s$$

$$Z^*_{norm} = \{Z^*_3, Z^*_2, Z^*_1\} = \{10, 9.8, 7.2\} \text{ (mm)} \quad (13)$$

$$FS_{nply} = 29$$

نسبت ارتفاع های دیگر به نتایج جدول (۲) بدست آمد. $Z_k = Z^*_{norm} \cdot k$ ، ضریب اطمینان لایه آخر با در نظر گرفتن FS_{nply} است. با در نظر گرفتن

جدول ۲ - مقایسه ضرایب اطمینان برای نسبت ارتفاع های مختلف .

Z_{norm}	FS_{nply}
(10/5/1)	7
(10/6/3)	10
(10/8/7)	23

ترکیب (10/8/7) نزدیکترین ترکیب به Z^*_{norm} است و مشاهده میشود برای بالاترین لایه ضریب اطمینان 23 یعنی بالاترین ضریب اطمینان را داده است. از این خاصیت استفاده شده و پنج پرفیل ضخامت مختلف که تقریباً شامل تمام حالاتی است که میتوانند برای نسبت ضخامت های لایه ها اتفاق بیفتند، پیشنهاد گردیده که در روابط (۱۴) آورده شده است. Z_{ik} ضخامت لایه k ام با پرفیل i ام است و $nply$ نصف تعداد کل لایه ها است و C_1 و C_2 و C_3 اعداد ثابتی هستند که پراکندگی Z را تعیین می کنند. بعنوان مثال با در نظر گرفتن $nply = 6$ منحنی روابط (۱۴) در شکل (۴) ترسیم شده است و پنج حالت گستردگی Z نیز در شکل (۵) نمایش داده شده است.

$$\begin{aligned}
 C_1 &= 1000 \\
 C_2 &= 3 \\
 C_3 &= 4.5 \\
 Z1_k &= 0.1 \left(\frac{k}{\text{nply}} \right) \\
 Z2_k &= 0.1 \left(\frac{k}{\text{nply}} \right)^{C_2} \\
 Z3_k &= 0.1 \left(\frac{k}{\text{nply}} \right)^{1/C_2} \\
 Z4_k &= 0.1 \left(\left(\frac{k}{\text{nply}} \right) - \sin [2k \pi / \text{nply}] / C_3 \right) \\
 Z5_k &= 0.1 \left(1 + \left(1 - \left(\frac{1}{C_1} \right)^{\left(\frac{k}{\text{nply}} \right)} \right) - \left(1 - \left(\frac{1}{C_1} \right)^{\left(1 - \left(\frac{k}{\text{nply}} \right) \right)} \right) / 2 \right)
 \end{aligned} \tag{14}$$

اکنون با توجه به سه نکته مذکور، در جریان بهینه سازی زاویه، به ازای هر زاویه کاندید بهینگی، با این پنج پرفیل پیشنهادی، پنج ضریب اطمینان بدست می آوریم که هر کدام عدد بزرگتری بماند، طبق نکته سوم به پرفیل بهینه نزدیکتر است، بنابراین طبق نکته دوم ضریب اطمینان آن بعنوان معیار اختیار خواهد شد.

۶ - بهینه سازی یک المان

در عمل هیچوقت اقدام به طراحی یک المان نمیشود ولی از روشی که ارائه میشود برای بهینه سازی صفحات استفاده خواهد شد. عملاً بررسی وضع چند نقطه از ورق با بارگذاری خارجی بمنزله بررسی یک نقطه با چند بار گذاری مختلف است.

۱-۶ - المان با بار گذاری واحد

فرض کنید که المان شکل (۶) با بارگذاری $M = \{M_x, M_y, M_{xy}\} = \{300, -200, 400\}$ (N.m) که عبارت از اثرات لنگری در مرکز المان میباشد، داده شد است.

با توجه به شکل (۷) بهترین راندمان در دو زاویه $\theta_1 = 69.5^\circ$ و $\theta_1 = -11.53^\circ$ اتفاق می افتد که هر

دو ضخامت بهینه $Z_{opt} = 3.22$ (mm) را می دهند.

بدر نظر گرفتن جهش زاویه $\Delta\theta = 10^\circ$ ، زاویه بهینه $\theta_{opt} = 70^\circ$ بدست آمد. روش بکار گرفته شده، برای بهینه سازی ضخامت، روش مرکزها یا کره های محاطی [۱۱] بوده است که از سرعت همگرایی بالایی برخوردار است. اکنون این زاویه را بعنوان یک زاویه که از راندمان بالایی برای این نوع بار گذاری برخوردار است، بعنوان کاندید لایه بالایی یک صفحه چهار لایه در نظر گرفته و زاویه لایه وسط را می یابیم. که منحنی ضریب اطمینان لایه بالایی در نمودار شکل (۸) مشاهده می شود. توجه شود که شکستگی منحنی در برخی نقاط بعلت انتخاب یکی دیگر از پروفیل های پنج گانه بعنوان معیار است. بالاترین ضریب اطمینان در این حالت به ازای $\theta_1 = -87^\circ$ میباشد که با در نظر گرفتن متغیر گسسته θ_1 ، زاویه $\theta_1 = -90^\circ$ بدست آمده است.

$$[\theta_2 / \theta_1]_s = [70 / -90]_s \rightarrow Z_{opt} = \{z_2, z_1\} = \{2.72, 1.76\} (\text{mm}) \quad (15)$$

ولی اثبات نشده است که زاویه $\theta_2 = 70^\circ$ در ترکیب با $\theta_1 = -90^\circ$ ، بهترین مطلق باشد. لذا در اینجا عملیات مرتب سازی را انجام می دهیم یعنی با جستجوی بهترین θ_2 و سپس θ_1 ، مقداری زوایا را تصحیح یا "مرتب سازی" می کنیم که نتیجه چنین خواهد بود:

$$[\theta_2 / \theta_1]_s = [50 / -80]_s \rightarrow Z_{opt} = \{z_2, z_1\} = \{1.64, 1.21\} (\text{mm}) \quad (16)$$

این روند را ادامه می دهیم که نتایج در انتهای متن در جدول (۳) آورده شده است. اگر در حین عملیات بهینه سازی، ضخامت یکی از لایه ها صفر شود، آنرا حذف می کنیم و بهینه سازی را ادامه می دهیم. در مرحله آخر برای لایه وسط، ضخامت صفر بدست آمده است که تعبیر ما این است که چون بهترین زاویه هم برای این لایه ضخامت صفر داده است، بهینه سازی تمام شده است.

جهت اثبات صحت عملیات بهینه سازی، با در نظر گرفتن $\Delta\theta = 10^\circ$ تمام ترکیبات زوایایی که ممکن است یک مجموعه سه لایه ای داشته باشد، یعنی $18^3 = 5832$ حالت را در نظر گرفته، در یک پروسه طولانی مدت تمام حالات را بهینه سازی نموده و ترکیباتی که ضخامت کمتر از نتیجه داشته اند بدست آمد که فقط مورد زیر با اختلاف بسیار ناچیز مشاهده شد.

$$[\theta_3, \theta_2, \theta_1]_s = [30 / -60 / -80]_s \rightarrow Z_{nply} = 1.36 (\text{mm}) \quad (15)$$

مشاهده میشود که این روش توانست با عملیاتی به مراتب کمتر از ۵۸۳۲ مرحله بهینه سازی، یعنی ۸ مرحله بهینه سازی یکی از بهترین ترکیبات را به ما بدهد. منحنی کاهش ضخامت طی ۸ مرحله در شکل (۹) مشاهده میشود.

۶-۲ - المان با بارگذاری چند گانه

در این حالت، طراحی باید بگونه ای باشد که هیچکدام از بارگذاری ها نتوانند باعث تخریب لایه ها شوند و این طراحی باید اشتراک طراحی های متناسب با همه بار گذاری ها باشد. اگر ضریب اطمینان لایه آخر برای دو نوع بار گذاری را ترسیم نماییم، یکی از دو حالت نشان داده شده در شکل (۱۰) مشاهده میشود. در اینجا نیز معیار کمترین ضریب اطمینان یعنی حساس ترین است و در مواردی شبیه مورد (۲) از شکل (۱۰) نیز معیار منحنی مشترک با محدوده هاشور خورده است. بنابراین در حالت کلی این معیار را میتوان بصورت رابطه (۱۸) تعریف کرد.

$$\begin{aligned} \text{Max} [[\text{Min FS}_i]_k] \quad & i = 1, n \\ & k = 1, \frac{180}{\Delta\theta} \\ & n : \text{No. of Loades} \end{aligned} \quad (18)$$

با این منطق میتوان زوایا و ضخامتهای بهینه برای المان با دو نوع بار گذاری زیر را بدست آورد.

$$\begin{aligned} M_1 &= \{300, -200, 400\} (\text{N.m}) \\ M_2 &= \{200, 100, 500\} (\text{N.m}) \end{aligned} \quad (17)$$

برای یک تک لایه منحنی ضریب اطمینان برای این دو نوع بار گذاری مطابق شکل (۱۱) است. ماکزیمم محدوده اشتراکی حدوداً در زاویه $\theta = 72^\circ$ است که با جهش $\Delta\theta = 10^\circ$ عملاً $\theta = 70^\circ$ بدست می آید. نتیجه ادامه این روند را در انتهای متن، در جدول (۴) مشاهده می شود. کاهش ضخامت ورق طی ۱۰ مرحله بهینه سازی، در شکل (۱۲) مشاهده میشود.

۷ - بهینه سازی ورق مرکب

پس از تحلیل ورق به روش تفاضل محدود، از چند نقطه ورق ممان های منتجه از بارگذاری گسترده را استخراج کرده و دقیقاً مثل المان با چند نوع بار گذاری عمل می کنیم. تفاوت اساسی این است که درحین عملیات بهینه سازی، بردار ممان اعمال شده بر این نقاط تغییر خواهند کرد که باید مرحله به مرحله، اصلاح گردند. الگوریتم کلی برنامه در شکل (۱۳) مشاهده می شود. عملکرد این روش، طی مثال زیر نشان داده شده است.

۸ - مثال

با روش بیان شده یک ورق مستطیلی شکل (۱۱) با شرایط مرزی SSSC و بار گسترده متغیری طراحی میشود .

ورودیهای این مسئله در قسمت پیوست آورده شده است. عملیات بهینه سازی مشابه المان با چند بار گذاری انجام شده و پس از ۶ مرحله پایان پذیرفته است. که نتایج در جدول (۵) آورده شده است. مرتب سازی مرحله ۳ هیچ تغییری در ترتیب چیدمان نداد و ترتیب موجود خود بهترین است. با افزودن یک لایه در مرحله ۶ ؛ ضخامت این لایه تقریباً صفر بدست آمد که باعث حذف آن شد و این بمعنای اتمام عملیات بهینه سازی است و ترکیب بهینه ، همان ترکیب مرحله ۵ با ضخامت های بدست آمده است. کاهش ضخامت طی پنج مرحله قابل قبول از جریان بهینه سازی را در منحنی شکل (۱۵) مشاهده میشود.

۹ - نتیجه گیری

- ۱ - استفاده از استراتژی دو مرحله ای زمان بهینه سازی را کاهش می دهد و این بعلت کاهش تعداد متغیرها در هر مرحله بهینه سازی است .
- ۲- روش مرکزها، روشی مناسب برای بهینه سازی ضخامتهاست و بسرعت بطرف جواب همگرا می شود .
- ۳ - معیار بزرگترین ضریب اطمینان ، معیاری مناسب برای یافتن بهترین زوایاست و بعلت بررسی تمام بازه زوایا ، احتمال موضعی بودن زوایای بهینه کمتر خواهد بود .
- ۴ - نتیجه مهم اینکه روش بیان شده می تواند ، علاوه بر تعیین بهترین زوایا، ضخامت ها و ترتیب چیدمان، تعداد لایه های مورد لزوم را نیز مشخص کند.

- [1] Schmit,L.A. and Mehrinfar,B.,Multilevel Optimization Design of Structure with Fiber–Composite Stiffend Panel Components, AIAA J., 20, PP. 138–147 (1982).
- [2] Weiji, L. and Boohua, S., Multilevel optimization procedure of composite structures. Composite Structures ,Vol. 26, PP. 1357–1367, (1986).
- [3] Watkins, R.I., Multilevel Optimization of Composite Structures, Composite Structures,Vol. 29, PP. 1393–1403, (1986)
- [4] Watkins, R.I. and Morris, A., A Multicriteria Objective Function Optimization Scheme for Laminated Composites for use in Multilevel Structural Optimization Schemes. Computer Methods Application in Mechanical Engineering,Vol. 60 ,PP. 233 –251, (1987)
- [5] Kam, T.Y. and Lai, M.D., Multilevel Optimal Design of Laminated Composite Plate Structures. Computers and Structures ,Vol. 31,PP.197–202, (1989)
- [6] Concicao Antonio, C.A., Torres Marques, A. and Soeiro, A.V. ,Optimization of Laminated Composite Structures using a Bilevel Strategy, Composite Structures,Vol. 33, PP. 193–200, (1995).
- [7] Gibson, R.F., Principles of Composite Material Mechanics, NewYork, McGrew-Hill, (1994).
- [8] Ugural, A.C.,Stress in Plates and Shells, McGraw-Hill, NewYork, (1981)
- [9] Vanderplaats, G.N., Numerical Optimization Techniques for Engineering Design, McGraw-Hill, New York, PP. 9, (1984)
- [10] Agarwal, B.D., and Broutman, L.J., Analysis and Performance of Fiber Composites, John Wiley, NewYork, PP.135 (1980)

[11] Schmit , L. A. Jr & Farshi, B. , Optimum Laminated Design for Strength and Stiffness , International Journal For Numerical Methods In Engineering ,Vol. 7 , PP. 519 – 536 (1973).

فهرست نمادها و نشانه ها

FS : ضریب اطمینان	nply : نصف تعداد کل لایه ها
t : ضخامت ورق	t_i : ضخامت لایه ها
Z_i : ارتفاع لایه ها از محور وسط	Z_{nply} : ارتفاع لایه آخر یا نصف ضخامت ورق
θ_i : زاویه لایه ها نسبت به جهت مثبت محور	ρ_i : چگالی لایه ها
D_{ij} : ترم های ماتریس سفتی ورق	$Q_{ij}^{(k)}$: ترم های ماتریس سفتی برای لایه ها
σ_L : تنش طولی	σ_{LU} : تنش طولی نهایی
σ_T : تنش عرضی	σ_{TU} : تنش عرضی نهایی
σ_{LT} : تنش برشی	σ_{LTU} : تنش برشی نهایی

پیوست:

$\Delta\theta = 10^\circ$ (فاصل بین زوایای گسسته)

$$\begin{cases} q_1 = 5E6 \frac{N}{m^2}, & q_3 = 10.6E6 \frac{N}{m^2} \\ q_2 = 2E6 \frac{N}{m^2}, & q_4 = 1E6 \frac{N}{m^2} \end{cases} \quad \text{(بار گسترده)}$$

$$\therefore q(x, y) = 4E6 - 1E7x - 1.2E8y - 6.5E8xy$$

$a = 0.2$ (m) (طول ورق)

$b = 0.1$ (m) (عرض ورق)

$Z_{norm} = 0.01$ (m) (ضخامت نرمالیز شده برای یافتن بهترین زوایا)

$7 \times 13 = 91$ (نقاط شبکه بندی)

$5 \times 3 = 15$ (تعداد نقاط تست)

جنس ورق

T300 / 5280

$E_L = 181 \times 10^9$ Pa $\sigma_{LU} = 1500 \times 10^6$ Pa

$E_T = 10.3 \times 10^9$ Pa $\sigma_{TU} = 40 \times 10^6$ Pa

$E_{LT} = 7.17 \times 10^9$ Pa $\sigma_{LTU} = 68 \times 10^6$ Pa

$\nu_L = 0.28$

جدول ۱ - ترکیبات تصادفی زوایا برای ورق ۶ لایه و ضخامت بهینه و ضریب اطمینان لایه آخر پس از نرمالایز کردن، به ترتیب ضخامت بهینه.

شماره	چیدمان لایه ها $[\theta_3, \theta_2, \theta_1]_s$	ارتفاع لایه آخر Z_3 (mm)	ضریب اطمینان لایه آخر FS_3	شماره	چیدمان لایه ها $[\theta_3, \theta_2, \theta_1]_s$	ارتفاع لایه آخر Z_3 (mm)	ضریب اطمینان لایه آخر FS_3
۱	[30/30/30]	4.01	6	۸	[-60/40/40]	1.81	30
۲	[-60/-10/90]	3.05	10	۹	[-80/-80/40]	1.52	42
۳	[60/40/-20]	2.77	13	۱۰	[-80/50/40]	1.51	43
۴	[80/30/40]	2.38	17	۱۱	[-60/30/10]	1.39	46
۵	[80/-15/10]	2.33	18	۱۲	[30/-60/80]	1.30	51
۶	[10/-90/45]	1.98	25	۱۳	[30/20/-60]	1.30	53
۷	[90/-80/30]	1.86	29				

جدول ۳ - نتایج بهینه سازی یک المان با یک بارگذاری واحد.

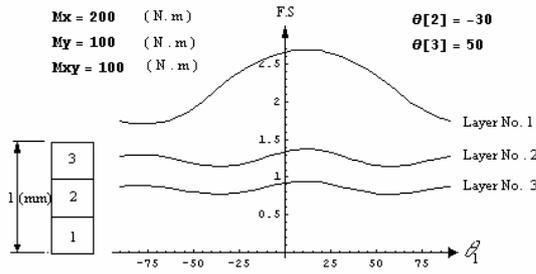
مرحله	عملیات	چیدمان θ_i $[\theta_{nply}, \dots, \theta_2, \theta_1]$	چیدمان Z (mm) $[Z_{nply}, \dots, Z_2, Z_1]$	ضخامت t (mm) ($2 * Z_{nply}$)	FS_{nply}
۱	$\theta_1 = 70$	$[70]_s$	(3.22)	6.44	9.7
۲	$\theta_1 = -90$	$[70/-90]_s$	(2.85, 2.63)	5.70	13.7
۳	مرتب سازی ۱	$[50/-90]_s$	(1.96, 1.64)	3.92	25.3
۴	مرتب سازی ۲	$[50/-80]_s$	(1.64, 1.21)	3.28	39.2
۵	$\theta_1 = 10$	$[50/-80/10]_s$	(1.61, 1.28, 0.51)	3.22	38.2
۶	مرتب سازی ۱	$[50/-60/10]_s$	(1.51, 1.32, 0.98)	3.02	38.8
۷	مرتب سازی ۲	$[30/-60/10]_s$	(1.36, 1.10, 0.27)	2.72	56.5
۸	$\theta_1 = -50$	$[30/-60/10/-50]_s$	(1.36, 1.10, 0.26, 0.003)	2.72	48.5

جدول ۴ - نتایج بهینه سازی یک المان با دو بارگذاری متفاوت .

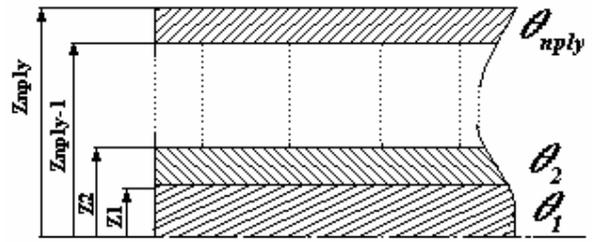
مرحله	عملیات	چیدمان θ_i [$\theta_{nply}, \dots, \theta_2, \theta_1$]	چیدمان Z (mm) [$Z_{nply}, \dots, Z_2, Z_1$]	ضخامت t (mm) ($2 * Z_{nply}$)	FS _{nply}
۱	$\theta_1 = 70$	[70] _s	(3.24)	6.48	7.2
۲	$\theta_1 = -90$	[70/-90] _s	(2.69, 2.02)	5.38	13.2
۳	مرتب سازی ۱	[60/-90] _s	(2.45, 2.00)	4.90	16.5
۴	مرتب سازی ۲	[60/-80] _s	(2.12, 1.45)	4.24	21.8
۵	$\theta_1 = -20$	[60/-80/-20] _s	(2.02, 1.45, 0.85)	4.04	23.3
۶	مرتب سازی ۱	[60/-70/-20] _s	(2.07, 1.46, 1.0)	4.14	26.6
۷	مرتب سازی ۲	[40/-70/-20] _s	(1.64, 1.36, 1.03)	3.28	35.7
۸	مرتب سازی ۳	[40/-70/-50] _s	(1.64, 1.26, 1.02)	3.28	39.8
۹	$\theta_1 = -20$	[40/-70/-50/-20] _s	(1.57, 1.27, 1.00, 0.76)	3.14	38.2
۱۰	$\theta_1 = 30$	[40/-70/-50/-20/30] _s	(1.57, 1.27, 1.0, 0.76, 0.009)	3.14	39.8

جدول ۵ - نتایج بهینه سازی ورق با شرایط مرزی SSSC.

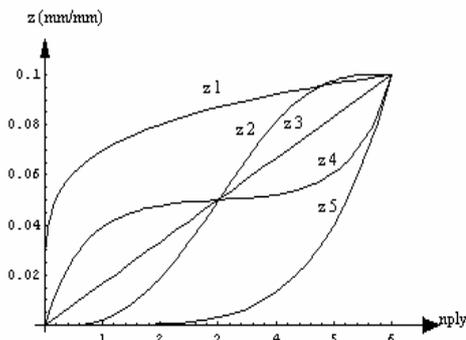
مرحله	عملیات	چیدمان θ_i [$\theta_{nply}, \dots, \theta_2, \theta_1$]	چیدمان Z (mm) [$Z_{nply}, \dots, Z_2, Z_1$]	ضخامت t (mm) ($2 * Z_{nply}$)	FS _{nply}
۱	$\theta_1 = 50$	[50] _s	(6.31)	12.62	250
۲	$\theta_1 = -20$	[50/-20] _s	(5.49, 4.77)	10.98	350
۳	مرتب سازی	//	//	//	//
۴	$\theta_1 = -90$	[50/-20/-90] _s	(5.36, 4.73, 2.47)	10.72	362
۵	مرتب سازی	[30/-10/-80] _s	(4.80, 4.10, 3.15)	9.6	463
۶	$\theta_1 = 80$	[30/-10/-80/80] _s	(4.80, 4.10, 3.15, 0.018)	9.16	453



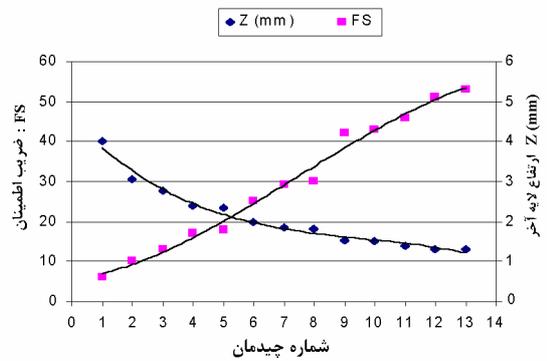
شکل ۲- ضریب اطمینان برای یک ورق مرکب سه لایه ای تحت بار گذاری برون صفحه ای ، با تغییرات زاویه زاویه θ_1 .



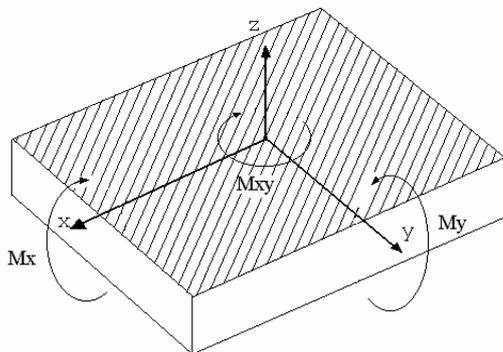
شکل ۱- متغیر های طراحی برای نیمه بالای صفحات متقارن .



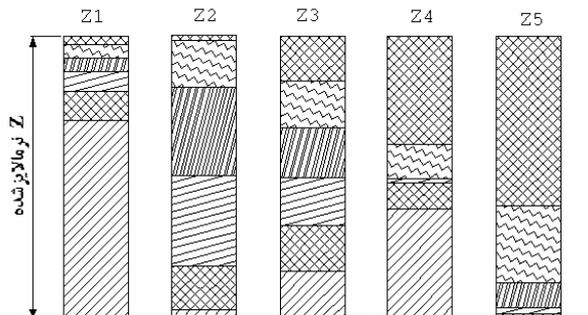
شکل ۴- منحنی پنج نوع پروفیل Z مختلف پیشنهادی با در نظر گرفتن $nply = 6$.



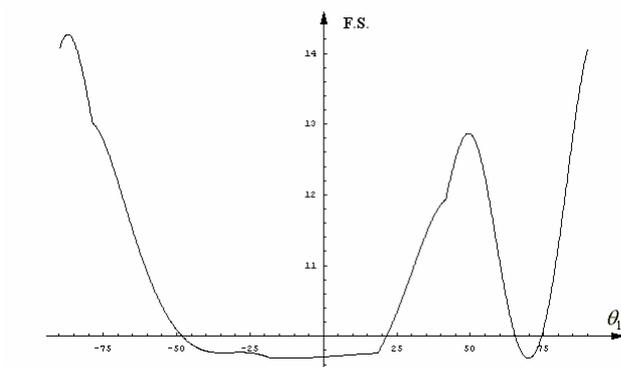
شکل ۳- کاهش ضخامت همراه با افزایش ضریب اطمینان لایه آخر.



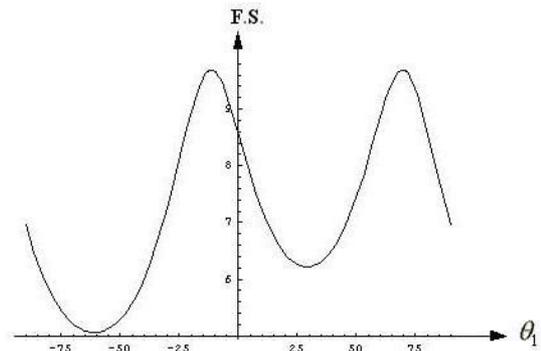
شکل ۶- یک المان با بارگذاری واحد .



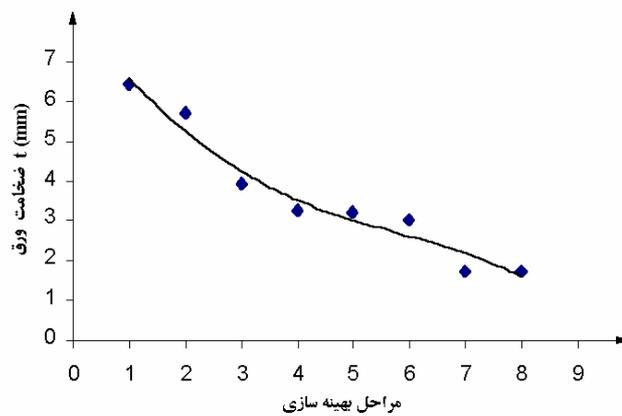
شکل ۵- گسترش Z ها برای پنج نوع پروفیل و $nply = 6$.



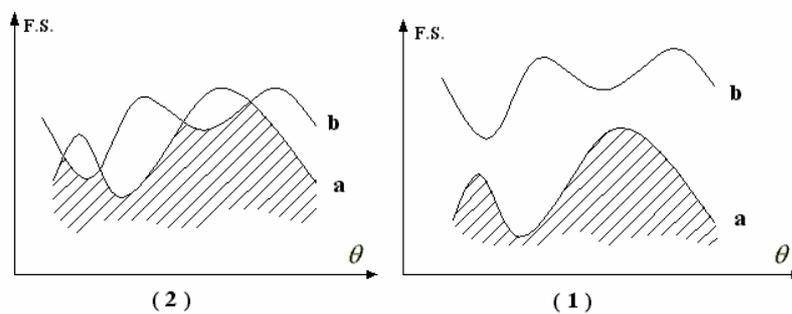
شکل ۸ - ضریب اطمینان لایه دوم بر حسب θ_1 با در نظر گرفتن $\theta_2 = 70^\circ$.



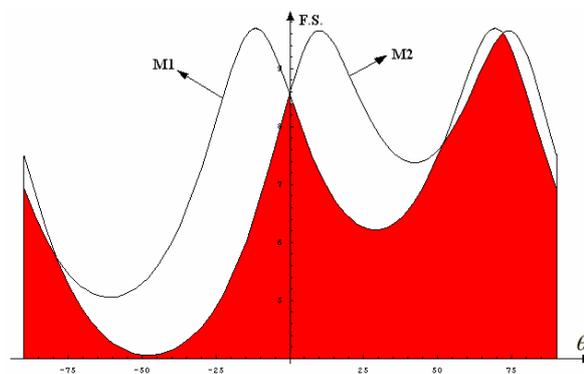
شکل ۷ - ضریب اطمینان تک لایه بر حسب θ_1 .



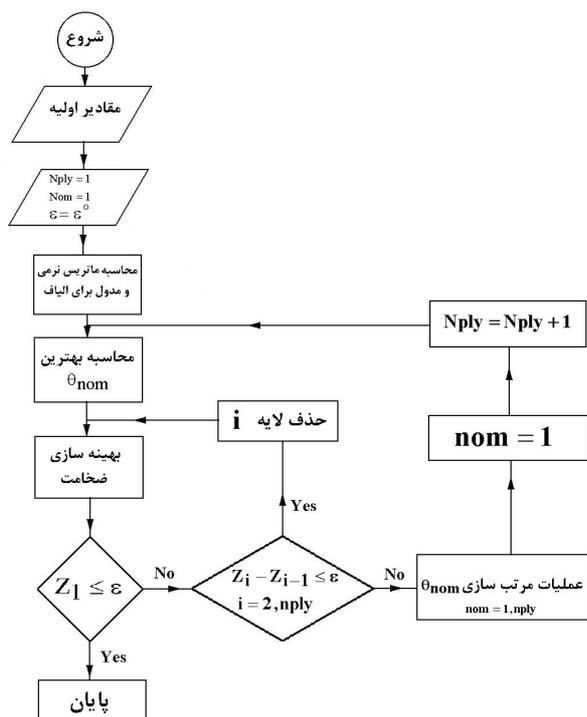
شکل ۹ - کاهش ضخامت ورق طی بهینه سازی المان با بارگذاری واحد.



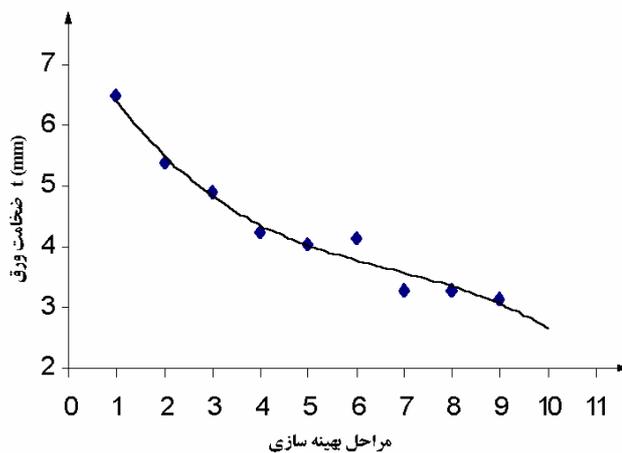
شکل ۱۰ - منحنی های راندمان ناشی از دو نوع بار گذاری ، در حالت های مختلف نسبت به هم.



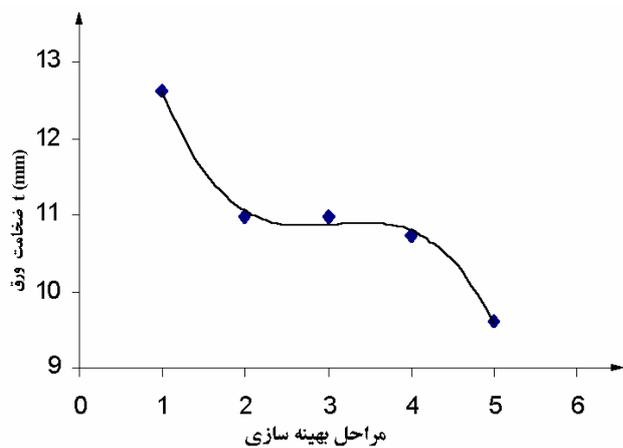
شکل ۱۱ - منحنی های راندمان برای صفحه تک لایه و دو نوع بار گذاری .



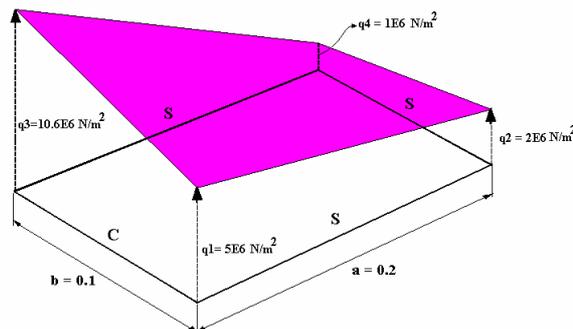
شکل ۱۳ - الگوریتم بهینه یابی ورق مرکب .



شکل ۱۲ - مراحل بهینه سازی المان با دو نوع بار گذاری.



شکل ۱۵ - کاهش ضخامت ورق با بار گذاری گسترده طی مراحل بهینه سازی.



شکل ۱۴ - ورق مستطیلی و بار گسترده روی آن.