

تعیین ضریب شدت تنش برای ترکهای شعاعی کوچک در یک دیسک مرکب چرخان با استفاده از تنش متوسط

ناصر سلطانی ^۳	حسین مهبادی ^۲	رضا محمدی ^۱
دانشگاه تهران	دانشگاه آزاد اسلامی	دانشگاه آزاد اسلامی
تهران، ایران	تهران، ایران	تهران، ایران

در این مقاله یک دیسک مرکب چرخان با یک ترک کوچک شعاعی مورد بررسی قرار گرفته است. ضریب شدت تنش برای دیسک چرخان با استفاده از برهم‌نهی مسئله یک دیسک مرکب چرخان بدون ترک و یک دیسک مرکب با ترک کوچک شعاعی و تحت توزیع تنش یکنواخت محاسبه شده است. به منظور محاسبه توزیع تنش در ترک کوچک شعاعی، از حل الاستیک یک دیسک مرکب چرخان استفاده شده است. آنگاه با توجه به کوچک بودن طول ترک از یک روش تنش متوسط به منظور محاسبه توزیع تنش یکنواخت استفاده گردیده و نهایتاً با استفاده از رابطه ضریب تمرکز تنش در یک صفحه بینهایت، ضریب شدت تنش محاسبه گردیده است. نتایج تحلیل گرین به همراه تئوری اغتشاش مقایسه و تطابق خوبی را نشان داده است.

واژه های راهنما: ترک کوچک، دیسک چرخان، ضریب شدت تنش، تنش متوسط

۱- مقدمه

اجسام دارای ترکهای کوچک با هندسه محدود همواره مورد توجه محققین قرار دارند و تحقیقات زیادی بر روی سازه ها با ترکهای کوچک انجام گرفته است. از جمله می توان به بررسی ترکهای کوچک شعاعی که بر روی دیسکها قرار دارند اشاره کرد. به عنوان نمونه ای از این تحقیقات می توان به کار Tweed و همکارانش، در سال ۱۹۷۲ که در آن یک دیسک محدود الاستیک که دارای یک ترک شعاعی است [۱] و یا به تحقیقات انجام گرفته توسط Rook و Yarema که در آنها یک دیسک دوار با ترک شعاعی مورد بررسی قرار گرفته است اشاره نمود [۲،۳]. در سال ۱۹۸۳ یک روش میانگین برای محاسبه ضریب شدت تنش در یک دیسک

^۱ عضو هیئت علمی دانشکده مکانیک، واحد تهران مرکزی دانشگاه آزاد اسلامی، خیابان حافظ، تهران، ایران

^۲ استادیار دانشکده مکانیک، واحد تهران مرکزی دانشگاه آزاد اسلامی، خیابان حافظ، تهران، ایران

^۳ دانشیار دانشکده مکانیک، دانشگاه تهران

ترکدار شعاعی توسط Chang مورد بررسی قرار گرفت [۴]. Xu (۱۹۹۳ و ۱۹۹۴) به بررسی ضریب شدت تنش در یک دیسک مرکب که تحت بارگذاریهای مختلفی قرار داشته پرداخت. در روشهای ارائه شده توسط ایشان مسئله با استفاده از برهمنهی به یک حالت اغتشاش^۴ تبدیل شده و نهایتاً با استفاده از توابع گرین و حل عددی معادلات، ضریب شدت تنش برای این هندسه بدست آمده است [۵،۶،۷]. Jeong در سال ۱۹۹۵ مسئله پیوند ترکهای چند تایی را با استفاده از روشهای جابجائی متوسط و تنش متوسط مورد بررسی قرار داد [۸]. مسئله ترکهای کوچک توسط افراد متعددی به عنوان قسمتی از مکانیک شکست خطی (LEFM) مورد توجه بوده است [۹-۱۴].

در این مقاله ضریب شدت تنش برای یک دیسک مرکب چرخان با استفاده از برهمنهی مسئله یک دیسک مرکب چرخان بدون ترک و یک دیسک مرکب با ترک کوچک شعاعی و تحت توزیع تنش یکنواخت محاسبه شده است. به منظور محاسبه توزیع تنش در ترک کوچک شعاعی، از حل الاستیک مرکب چرخان استفاده شده است. آنگاه با توجه به کوچک بودن طول ترک از یک روش تنش متوسط به منظور محاسبه توزیع تنش یکنواخت استفاده گردیده است. نتایج حاصل با نتایج تحلیل تابع گرین به همراه تئوری اغتشاش [۵] مقایسه و تطابق خوبی را نشان می دهد.

۲- حل دیسک مرکب چرخان با ترک شعاعی

دیسک مرکب چرخان شکل (۱) را در نظر گرفته که با سرعت زاویه ای زاویه ای یکنواخت ω در حال چرخش است. این دیسک مرکب چرخان شامل یک دیسک داخلی $(r \leq b)$ و یک حلقه هم مرکز $(b \leq r \leq c)$ دارای یک ترک شعاعی کوچک در داخل دیسک می باشد. این تک در فاصله $(a_1 \leq x \leq b_1, \theta = 0)$ قرار دارد. مواد دیسک داخلی و حلقه خارجی ایزوتروپیک و الاستیک با خواص مکانیک $(\rho_2, G_2, \rho_1, G_1)$ بوده که در آن G_2 و G_1 مدول برشی و مدول برشی و ρ_1 و ρ_2 چگالی به ترتیب دیسک و حلقه می باشند. به منظور حل این مسئله آنرا به دو قسمت مطابق شکل (۲) تقسیم کرده و با حل هر کدام از قسمتها و برهمنهی نتایج این دو قسمت مسئله اصلی حل می گردد. این دو قسمت شامل یک مسئله مرکب چرخان بدون ترک و یک مسئله دیسک مرکب با ترک همراه یک توزیع تنش در اطراف ترک می باشد. با استفاده از حل قسمت اول می توان توزیع تنش اطراف ترک رادر مسئله دوم بدست آورد و سپس مسئله دوم را حل نمود. برای حل مسئله دوم از یک روش تنش متوسط استفاده می شود.

۳- حل مسئله دیسک مرکب چرخان بدون ترک

با بکارگیری محور مختصات قطبی دو بعدی برای این مسئله و با توجه به تقارن، تنها معادله تعادل به صورت زیر می باشد.

$$\frac{d\sigma_{rr}}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \rho\omega^2 r = 0 \quad (1)$$

همچنین روابط کرنش - جابجائی عبارتند از:

$$\varepsilon_{rr} = \frac{du_r}{dr}, \quad \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{u_r}{r} \quad (2)$$

روابط تنش جابجائی عبارتند از:

$$\sigma_{rr} = \frac{G(m+1)}{m-1} \left(\frac{du_r}{dr} + \frac{m-3}{m+1} \frac{u_r}{r} \right) \quad (3)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{G(m+1)}{m-1} \left(\frac{u_r}{r} + \frac{m-3}{m+1} \frac{du_r}{dr} \right)$$

در رابطه فوق برای حالت تنش صفحه ای $m = \frac{3-\nu}{1+\nu}$ و برای حالت کرنش صفحه ای $m = 3 - 4\nu$ می باشد

و ν ضریب پواسون برای حلقه یا دیسک است. همچنین شرایط مرزی زیر حاکم است.

$$\sigma_{rr1}(r, \theta) = \text{مقدار معین} \quad \text{به ازای} \quad r = 0, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi \quad (4)$$

$$\sigma_{rr1}(r, \theta) = \sigma_{rr2}(r, \theta) \quad \text{به ازای} \quad r = b, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi \quad (5)$$

$$u_{r1}(r, \theta) = u_{r2}(r, \theta) \quad \text{به ازای} \quad r = b, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi \quad (6)$$

$$\sigma_{rr2}(r, \theta) = 0 \quad \text{به ازای} \quad r = c, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi \quad (7)$$

که در شرایط مرزی فوق σ_{rr1} و σ_{rr2} تنشهای شعاعی، u_{r1} و u_{r2} جابجائی های شعاعی مربوط به دیسک و حلقه می باشند. با جایگذاری معادلات (2) و (3) در معادله (1) و استفاده از شرایط مرزی (4 الی 7) تنشها و جابجائی ها بدست می آیند.

الف) برای دیسک:

$$u_{r1} = -\frac{(m_1 - 1)\rho_1\omega^2 r^3}{8(m_1 + 1)G_1} + \frac{\left[-\frac{(m_1 - 1)(m_1 + 3)\rho_1\omega^2 b^2}{8(m_1 + 1)(m_2 - 1)G_1} + \frac{(m_1 - 1)\rho_2\omega^2 b^2}{4(m_2 - 1)G_1} - \frac{(m_1 - 1)(m_1 + 3)\rho_1\omega^2 b^4}{16(m_1 + 1)G_1 c^2} \right] r}{\left(1 - \frac{G_2}{G_1} \frac{m_1 - 1}{m_2 - 1} \right) \left(1 - \frac{b^2}{c^2} \right) - \frac{m_2 + 1}{m_2 - 1}} + \frac{\left[\frac{(m_1 - 1)\rho_2\omega^2 b^4}{16G_1 c^2} - \frac{G_2(m_1 - 1)^2 \rho_1\omega^2 b^2}{8G_1(m_2 - 1)(m_1 + 1)G_1} \left(1 - \frac{b^2}{c^2} \right) - \frac{(m_1 - 1)(m_1 + 3)\rho_2\omega^2 c^2}{16(m_2 - 1)G_1} \right] r}{\left(1 - \frac{G_2}{G_1} \frac{m_1 - 1}{m_2 - 1} \right) \left(1 - \frac{b^2}{c^2} \right) - \frac{m_2 + 1}{m_2 - 1}} \quad (8)$$

$$u_{\theta 1} = 0 \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{r1} = & -\frac{(m_1 + 3)\rho_1 \omega^2 r^2}{4(m_1 + 1)} \\ & - \frac{(m_1 + 3)\rho_1 \omega^2 b^2}{2(m_1 + 1)(m_2 - 1)} + \frac{\rho_2 \omega^2 b^2}{(m_2 - 1)} - \frac{(m_1 + 3)\rho_1 \omega^2 b^4}{4(m_1 + 1)c^2} \\ & + \frac{\left(1 - \frac{G_2}{G_1} \frac{m_1 - 1}{m_2 - 1}\right) \left(1 - \frac{b^2}{c^2}\right) - \frac{m_2 + 1}{m_2 - 1}}{\left(1 - \frac{G_2}{G_1} \frac{m_1 - 1}{m_2 - 1}\right) \left(1 - \frac{b^2}{c^2}\right) - \frac{m_2 + 1}{m_2 - 1}} \\ & + \frac{\frac{\rho_2 \omega^2 b^4}{4c^2} - \frac{G_2(m_1 - 1)\rho_1 \omega^2 b^2}{2G_1(m_2 - 1)(m_1 + 1)} \left(1 - \frac{b^2}{c^2}\right) - \frac{(m_2 + 3)\rho_2 \omega^2 c^2}{4(m_2 - 1)}}{\left(1 - \frac{G_2}{G_1} \frac{m_1 - 1}{m_2 - 1}\right) \left(1 - \frac{b^2}{c^2}\right) - \frac{m_2 + 1}{m_2 - 1}} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta\theta 1} = & -\frac{(5 - m_1)\rho_1 \omega^2 r^2}{4(m_1 + 1)} \\ & - \frac{(m_1 + 3)\rho_1 \omega^2 b^2}{2(m_1 + 1)(m_2 - 1)} + \frac{\rho_2 \omega^2 b^2}{(m_2 - 1)} - \frac{(m_1 + 3)\rho_1 \omega^2 b^4}{4(m_1 + 1)c^2} \\ & + \frac{\left(1 - \frac{G_2}{G_1} \frac{m_1 - 1}{m_2 - 1}\right) \left(1 - \frac{b^2}{c^2}\right) - \frac{m_2 + 1}{m_2 - 1}}{\left(1 - \frac{G_2}{G_1} \frac{m_1 - 1}{m_2 - 1}\right) \left(1 - \frac{b^2}{c^2}\right) - \frac{m_2 + 1}{m_2 - 1}} \\ & + \frac{\frac{\rho_2 \omega^2 b^4}{4c^2} - \frac{G_2(m_1 - 1)\rho_1 \omega^2 b^2}{2G_1(m_2 - 1)(m_1 + 1)} \left(1 - \frac{b^2}{c^2}\right) - \frac{(m_2 + 3)\rho_2 \omega^2 c^2}{4(m_2 - 1)}}{\left(1 - \frac{G_2}{G_1} \frac{m_1 - 1}{m_2 - 1}\right) \left(1 - \frac{b^2}{c^2}\right) - \frac{m_2 + 1}{m_2 - 1}} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\tau_{r\theta 1} = 0 \quad (12)$$

$$u_{\theta 2} = 0$$

(۱۳)

$$u_{r2} = -\frac{(m_2 - 1)\rho_2 \omega^2 r^3}{8(m_2 + 1)G_2} - \frac{\left[\frac{(m_1 - 1)\rho_1 \omega^2 b^4}{16G_1 c^2} - \frac{(m_1 - 1)(m_2 + 3)\rho_2 \omega^2 b^4}{16(m_2 + 1)G_1 c^2} + \frac{(m_2 - 1)\rho_2 \omega^2 b^4}{8(m_2 + 1)G_2 c^2} \right] r}{\left(1 - \frac{G_2}{G_1} \frac{m_1 - 1}{m_2 - 1} \right) \left(1 - \frac{b^2}{c^2} \right) - \frac{m_2 + 1}{m_2 - 1}}$$

$$- \frac{\left[1 + \frac{G_2(m_1 - 1)}{2G_1} \right] \frac{(m_2 + 3)\rho_2 \omega^2 c^2}{8(m_2 + 1)G_2} r - \left[1 - \frac{G_2(m_1 - 1)}{G_1(m_2 - 1)} \right] \frac{(m_2 + 3)\rho_2 \omega^2 c^2 b^2}{8(m_2 + 1)G_2} \frac{1}{r}}{\left(1 - \frac{G_2}{G_1} \frac{m_1 - 1}{m_2 - 1} \right) \left(1 - \frac{b^2}{c^2} \right) - \frac{m_2 + 1}{m_2 - 1}}$$

$$- \frac{\frac{(m_1 - 1)\rho_1 \omega^2 b^4}{8(m_2 - 1)G_1} - \frac{(m_1 - 1)(m_2 + 3)\rho_2 \omega^2 b^4}{8(m_2 + 1)(m_2 - 1)G_1} + \frac{\rho_2 \omega^2 b^4}{4(m_2 + 1)G_2}}{\left[\left(1 - \frac{G_2}{G_1} \frac{m_1 - 1}{m_2 - 1} \right) \left(1 - \frac{b^2}{c^2} \right) - \frac{m_2 + 1}{m_2 - 1} \right] r}$$

(۱۴)

$$\sigma_{rr2} = -\frac{(3 + m_2)\rho_2 \omega^2 r^2}{4(m_2 + 1)} - \frac{\frac{G_2(m_1 - 1)\rho_1 \omega^2 b^4}{4G_1(m_2 - 1)c^2} - \frac{G_2(m_1 - 1)(m_2 + 3)\rho_2 \omega^2 b^4}{4(m_2 - 1)(m_2 + 1)G_1 c^2} + \frac{\rho_2 \omega^2 b^4}{2(m_2 + 1)c^2}}{\left(1 - \frac{G_2}{G_1} \frac{m_1 - 1}{m_2 - 1} \right) \left(1 - \frac{b^2}{c^2} \right) - \frac{m_2 + 1}{m_2 - 1}}$$

$$- \frac{\left[1 + \frac{G_2(m_1 - 1)}{2G_1} \right] \frac{(m_2 + 3)\rho_2 \omega^2 c^2}{2(m_2 + 1)(m_2 - 1)} + \left[1 - \frac{G_2(m_1 - 1)}{G_1(m_2 - 1)} \right] \frac{(m_2 + 3)\rho_2 \omega^2 c^2 b^2}{4(m_2 + 1)G_2} \frac{1}{r^2}}{\left(1 - \frac{G_2}{G_1} \frac{m_1 - 1}{m_2 - 1} \right) \left(1 - \frac{b^2}{c^2} \right) - \frac{m_2 + 1}{m_2 - 1}}$$

$$+ \frac{\frac{G_2(m_1 - 1)\rho_1 \omega^2 b^4}{4G_1(m_2 - 1)} - \frac{G_2(m_1 - 1)(m_2 + 3)\rho_2 \omega^2 b^4}{4(m_2 - 1)(m_2 + 1)G_1} + \frac{\rho_2 \omega^2 b^4}{2(m_2 + 1)}}{\left[\left(1 - \frac{G_2}{G_1} \frac{m_1 - 1}{m_2 - 1} \right) \left(1 - \frac{b^2}{c^2} \right) - \frac{m_2 + 1}{m_2 - 1} \right] r}$$

(۱۵)

$$\tau_{r\theta 2} = 0 \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta\theta 2} = & -\frac{(5-m_2)\rho_2\omega^2 r^2}{4(m_2+1)} \\ & -\frac{\frac{G_2(m_1-1)\rho_1\omega^2 b^4}{4G_1(m_2-1)c^2} - \frac{G_2(m_1-1)(m_2+3)\rho_2\omega^2 b^4}{4(m_2-1)(m_2+1)G_1c^2} + \frac{\rho_2\omega^2 b^4}{2(m_2+1)c^2}}{\left(1 - \frac{G_2}{G_1} \frac{m_1-1}{m_2-1}\right)\left(1 - \frac{b^2}{c^2}\right) - \frac{m_2+1}{m_2-1}} \\ & -\frac{\left[1 + \frac{G_2(m_1-1)}{2G_1}\right] \frac{(m_2+3)\rho_2\omega^2 c^2}{2(m_2+1)(m_2-1)} - \left[1 - \frac{G_2(m_1-1)}{G_1(m_2-1)}\right] \frac{(m_2+3)\rho_2\omega^2 c^2 b^2}{4(m_2+1)G_2} \frac{1}{r^2}}{\left(1 - \frac{G_2}{G_1} \frac{m_1-1}{m_2-1}\right)\left(1 - \frac{b^2}{c^2}\right) - \frac{m_2+1}{m_2-1}} \\ & +\frac{\frac{G_2(m_1-1)\rho_1\omega^2 b^4}{4G_1(m_2-1)} - \frac{G_2(m_1-1)(m_2+3)\rho_2\omega^2 b^4}{4(m_2-1)(m_2+1)G_1} + \frac{\rho_2\omega^2 b^4}{2(m_2+1)}}{\left[\left(1 - \frac{G_2}{G_1} \frac{m_1-1}{m_2-1}\right)\left(1 - \frac{b^2}{c^2}\right) - \frac{m_2+1}{m_2-1}\right]r} \end{aligned} \quad (17)$$

۴- حل مسئله دیسک مرکب با ترک، همراه یک توزیع تنش در اطراف ترک

با استفاده از اصل برهم‌نهی توزیع تنش در اطراف ترک مطابق شکل (۲) داریم:

$$\sigma_{\theta\theta a} = \sigma_{\theta\theta b} + \sigma_{\theta\theta c} \quad (18)$$

از طرفی $\sigma_{\theta\theta a} = 0$ است، در نتیجه:

$$\sigma_{\theta\theta c} = -\sigma_{\theta\theta b} \quad (19)$$

با توجه به اینکه $\sigma_{\theta\theta b}$ همان $\sigma_{\theta\theta 1}$ و $\sigma_{\theta\theta c}$ توزیع تنش در اطراف ترک در شکل (۱-۲) می باشد، آنگاه:

$$\sigma_{\theta\theta c} = Ar^2 + B \quad (20)$$

که در رابطه فوق:

$$A = \frac{(5 - m_1)\rho_1\omega^2}{4(m_1 + 1)} \quad (21)$$

$$B = \frac{-\frac{(m_1 + 3)\rho_1\omega^2 b^2}{2(m_1 + 1)(m_2 - 1)} + \frac{\rho_2\omega^2 b^2}{(m_2 - 1)} - \frac{(m_1 + 3)\rho_1\omega^2 b^4}{4(m_1 + 1)c^2}}{-\left(1 - \frac{G_2}{G_1} \frac{m_1 - 1}{m_2 - 1}\right)\left(1 - \frac{b^2}{c^2}\right) + \frac{m_2 + 1}{m_2 - 1}} + \frac{\frac{\rho_2\omega^2 b^4}{4c^2} - \frac{G_2(m_1 - 1)\rho_1\omega^2 b^2}{2G_1(m_2 - 1)(m_1 + 1)}\left(1 - \frac{b^2}{c^2}\right) - \frac{(m_2 + 3)\rho_2\omega^2 c^2}{4(m_2 - 1)}}{-\left(1 - \frac{G_2}{G_1} \frac{m_1 - 1}{m_2 - 1}\right)\left(1 - \frac{b^2}{c^2}\right) + \frac{m_2 + 1}{m_2 - 1}} \quad (22)$$

حال برای حل این قسمت از روش تنش متوسط [۸] استفاده می شود. در این روش می توان $(\sigma_{\theta\theta})_{ave}$ را به صورت زیر تعریف کرد:

$$(\sigma_{\theta\theta})_{ave} = \frac{1}{b_1 - a_1} \int_{a_1}^{b_1} \sigma_{\theta\theta 1} dr \quad (23)$$

با جایگذاری رابطه (۲۰) در (۲۳) و انتگرال گیری خواهیم داشت:

$$(\sigma_{\theta\theta})_{ave} = \frac{A}{3}(b_1^2 + a_1 b_1 + a_1^2) + B \quad (24)$$

برای یک ترک مطابق شکل (۳) که توزیع تنش در اطراف آن ثابت است [۱۵]:

$$K = \sigma_0 \sqrt{\pi a} \quad (25)$$

که a نصف طول ترک می باشد. حال با جایگذاری رابطه (۲۴) در رابطه (۲۵) و با توجه به اینکه نصف طول ترک برابر است با $\frac{b_1 - a_1}{2}$ و σ_0 همان $(\sigma_{\theta\theta})_{ave}$ می باشد، داریم:

$$K = (\sigma_{\theta\theta})_{ave} \sqrt{\pi a} \quad (26)$$

۵- تحلیل نتایج:

- ۱- از مقایسه کلی نتایج مشاهده می شود که پاسخهای حالت کرنش صفحه ای با پاسخهای حالت تنش صفحه ای تفاوت چندانی ندارد.
- ۲- با افزایش طول ترک ضریب شدت تنش افزایش می یابد گرچه در نگاه اول به خاطر بی بعد سازی ضریب شدت تنش، چنین موضوعی به نظر نمی رسد (شکلهای ۴ و ۵).
- ۳- با افزایش پهنای حلقه، ضریب شدت تنش نیز افزایش می یابد. این به خاطر افزایش جرم دیسک مرکب چرخان می باشد که باعث افزایش نیروی گریز از مرکز می شود (شکلهای ۶ و ۷)
- ۴- با افزایش سختی حلقه نسبت به دیسک، ضریب شدت تنش کاهش می یابد و در نتیجه رشد ترک در دیسک مرکبی که دارای حلقه صلبتری است، کندتر می باشد (شکلهای ۸ و ۹).

۶- نتیجه گیری

نتایج حاصله در مقایسه با [۵] برای ترکهای کوچک از اعتبار خوبی برخوردار است. همچنین برای ترکهای بزرگ با اندکی تقریب قابل استفاده می باشد. تحلیل با این روش در مقایسه با روشهای ارائه شده قبلی [۵ و ۶] که از توابع گرین و تحلیلهای پیچیده اغتشاشات استفاده نموده اند، بسیار ساده تر می باشد. می توان از این روش برای تحلیل انواع بارگذاریها بر روی سازه های دارای ترکهای کوچک استفاده نمود. محاسبه ضریب شدت تنش در یک دیسک مرکب تحت نیروهای متمرکز، هدف آینده مولفین این مقاله می باشد.

منابع و مراجع

- [1] J. Tweed, S.C. Das and D.P. Rooke, "The Stress Intensity Factors of a Radial Crack in a Finite Elastic Disk", Int. J. Engng Sci. 10 (3), PP. 323-335(1972)
- [2] D.P. Rooke and J. Tweed, "The stress Intensity Factors of a Radial Crack in a Finite Elastic Disk", Int. J. Engng Sci. 10(8), PP. 709-714(1972)
- [3] S.Y. Yarema, "Analysis of Cracked Disk Specimens", Engng Fracture Mech. 12, PP. 365-375(1979)
- [4] S.C. Chang, "An Equivalent Procedure for the Evaluation of the Stress Intensity Factors of a Radial Crack in a Disk", Int. J. Engng Sci. 21, PP. 1247-1252(1983)

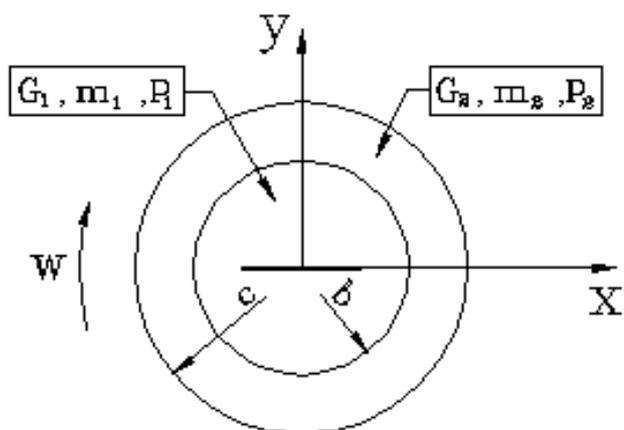
- [5] Y.L. Xu, “Stress Intensity Factors of a Radial Crack in a Rotating Compound Disk”, *J. Engng Fracture Mech.* 3, PP. 409-423(1993)
- [6] Y.L. Xu, “Stress Intensity Factors of a Radial Crack in a Compound Disk”, *J. Engng Sci.* 31(10), PP. 1375-1389(1993)
- [7] Y.L. Xu, “Stress Intensity Factors of a Radial Crack in a Compound Disk Subjected to Concentrated Forces”, *J. Engng Fracture Mech.* 6, PP. 777-791(1994)
- [8] D.Y. Jeong and J.C. Brewer, “On the Linkup of Multiple Cracks”, *J. Engng Fracture Mech.* 2, PP-233-238(1995)
- [9] Y.Z.Chen, “A Point Dislocation in Circular Regions or in an Annular Region”, *J. Engng Fracture Mech.* 2, PP-229-236(1994)
- [10] G.M. Khazhinsky, “Short Crack Opening and Prediction of Fatigue Notch Factor”, *J. Engng Fracture Mech.* 3, PP. 417-422(1994)
- [11] H.L. Montenegro, A.Cisilino and J.L. Otegui, “A Simple LEFM Method for the Contact Problem in Partically Closed Cracks”, *J. Engng Fracture Mech.* 5, PP. 743-752(1994)
- [12] N. Okada, N. Tsutume, T. Kitamura and R. Ohtani, “Initiation and Growth of Small Cracks Indirectionally Solidified MAR-M247 under Creep-Fatigue Part 1: Effect of Microstructure”, *J. Fatigue & Fracture of Engng Mat. & Structures*, 21, PP. 741-750(1998)
- [13] N. Okada, N. Tsutume, T. Kitamura and R. Ohtani, “Initiation and Growth of Small Cracks Indirectionally Solidified MAR-M247 Under Creep-Fatigue Part 2: Effect of Angle Between Stress Axis and Solidification Direction”, *J. Fatigue & Fracture of Engng Mat. & Structures*, 21, PP. 751-760(1998)
- [14] X.R. Wu, J.E. Newman, W.Zoh, M.H. Sweng, C.F. Ding and E.P. Philips, “Small Crack Growth the Fatigue Life Prediction for High-Strength Aluminium Alloys: Part 1, Experimental and Fracture Mechanics Analysis”, *J. Fatigue & Fracture of Engng Mat. & Structures*, 21, PP. 1289-1306(1998)
- [15] K. Hellan “Introduction to Fracture Mechanics” McGraw Hill (1984)

نمادها و نشانه ها

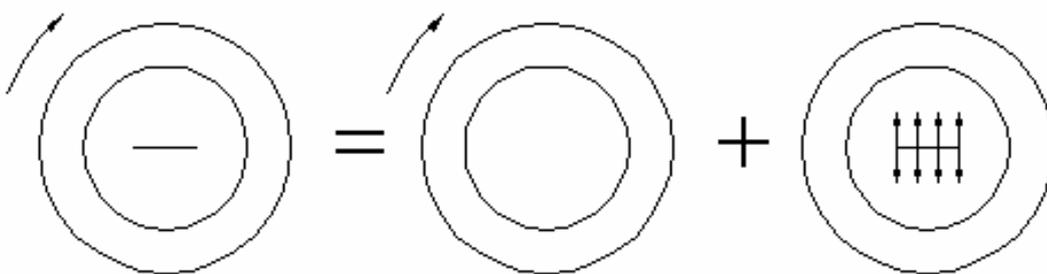
K : ضریب شدت تنش	a : نصف طول ترک
u_r : جابجائی در راستای شعاع	a_1 : فاصله نقطه شروع ترک تا مرکز دیسک
u_{r1} : جابجائی در راستای شعاع برای دیسک	b_1 : فاصله نقطه پایان ترک تا مرکز دیسک
u_{r2} : جابجائی در راستای شعاع برای حلقه	b : شعاع داخلی حلقه
$u_{\theta 1}$: جابجائی محیطی برای دیسک	c : شعاع خارجی حلقه
$u_{\theta 2}$: جابجائی محیطی برای حلقه	G_1 : مدول برشی دیسک
	G_2 : مدول برشی حلقه

نمادهای یونانی

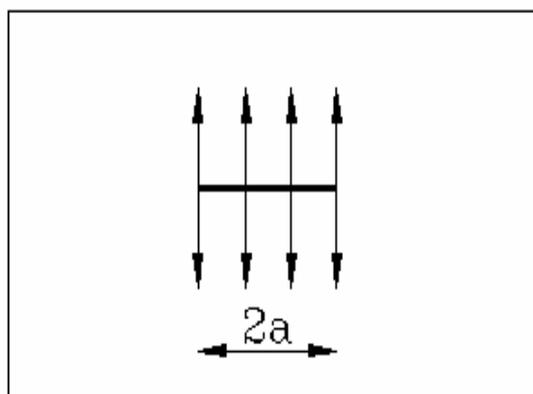
$\sigma_{\theta\theta 1}$: تنش شعاعی دیسک	ρ_1 : چگالی دیسک
$\sigma_{rr 2}$: تنش شعاعی حلقه	ρ_2 : چگالی حلقه
$\sigma_{\theta\theta 2}$: تنش محیطی دیسک	σ_{rr} : تنش شعاعی
$\tau_{r\theta 1}$: تنش برشی دیسک	$\sigma_{\theta\theta}$: تنش محیطی
$\tau_{r\theta 2}$: تنش برشی حلقه	$\sigma_{rr 1}$: تنش شعاعی دیسک



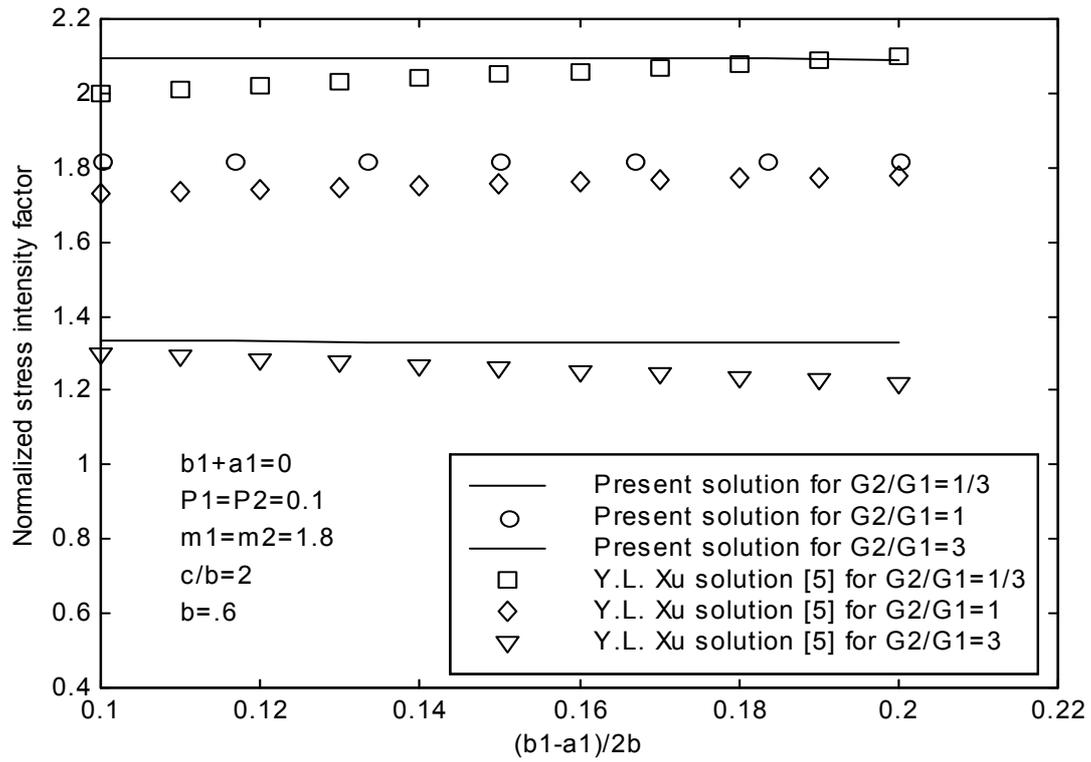
شکل ۱- دیسک مرکب چرخان با یک ترک شعاعی



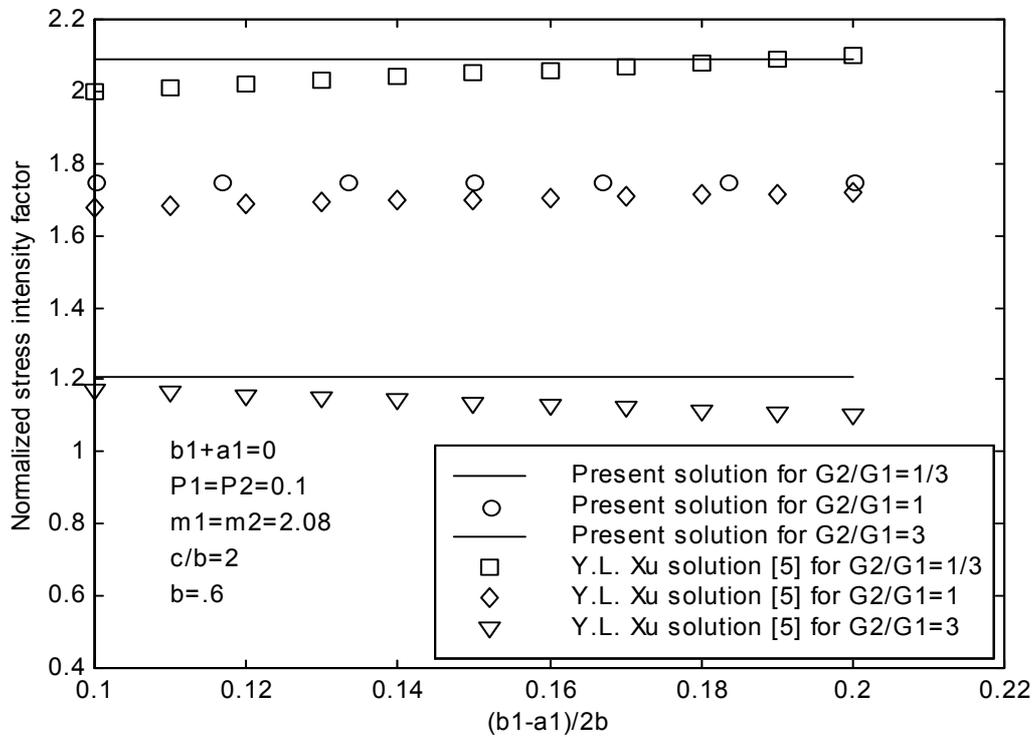
شکل ۲- برهم‌نهی مسئله ترک



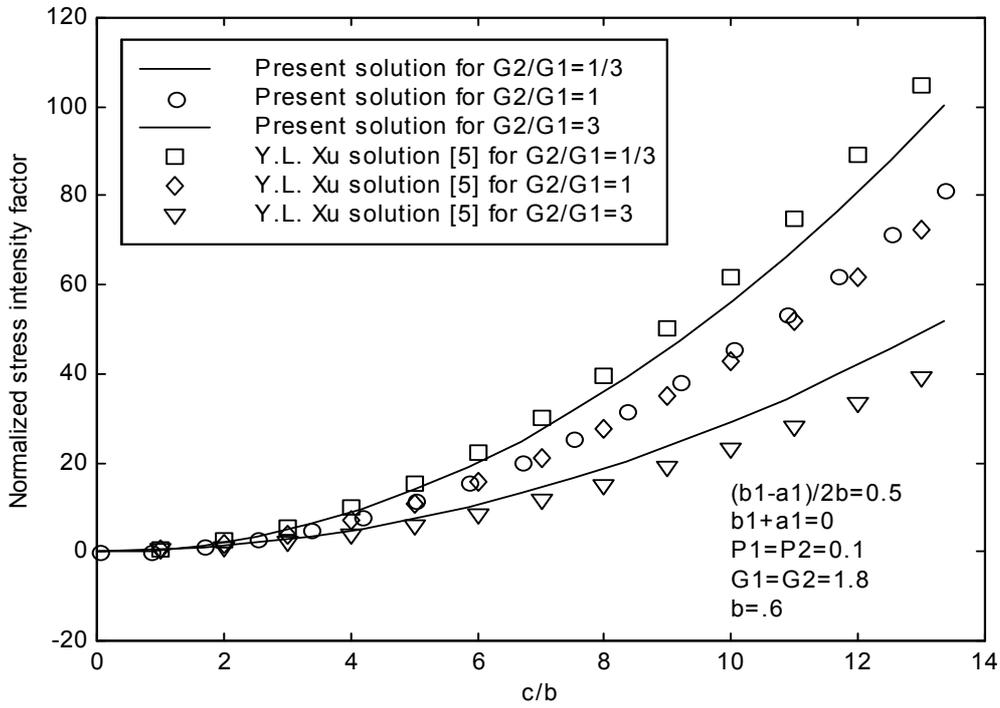
شکل ۳- یک ترک در صفحه بینهایت با توزیع تنش یکنواخت



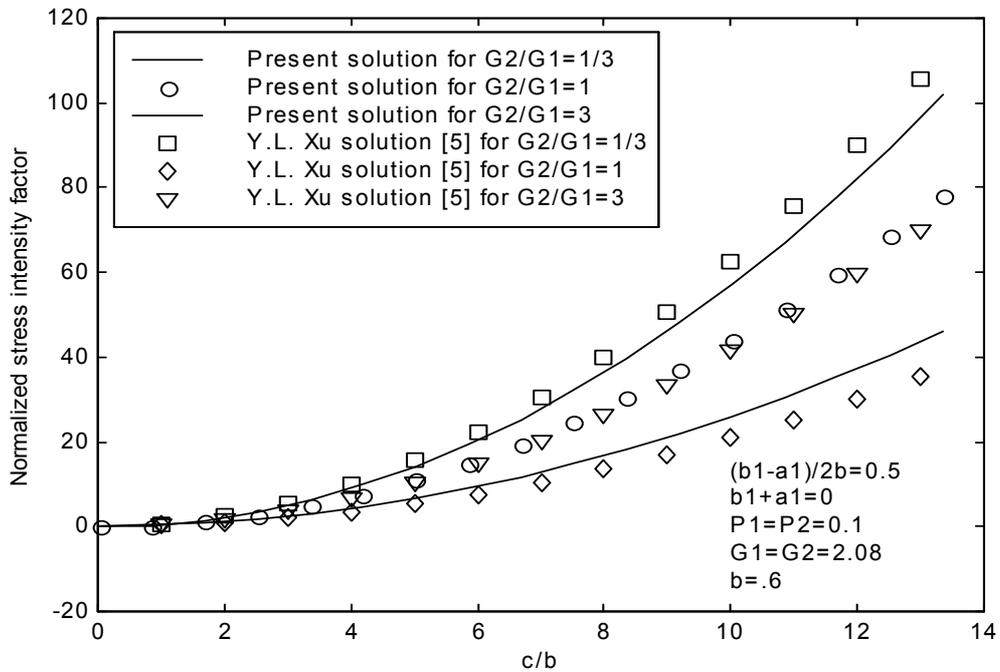
شکل ۴- ضریب شدت تنش بی بعد شده بر حسب طول ترک برای حالت کرنش صفحه ای



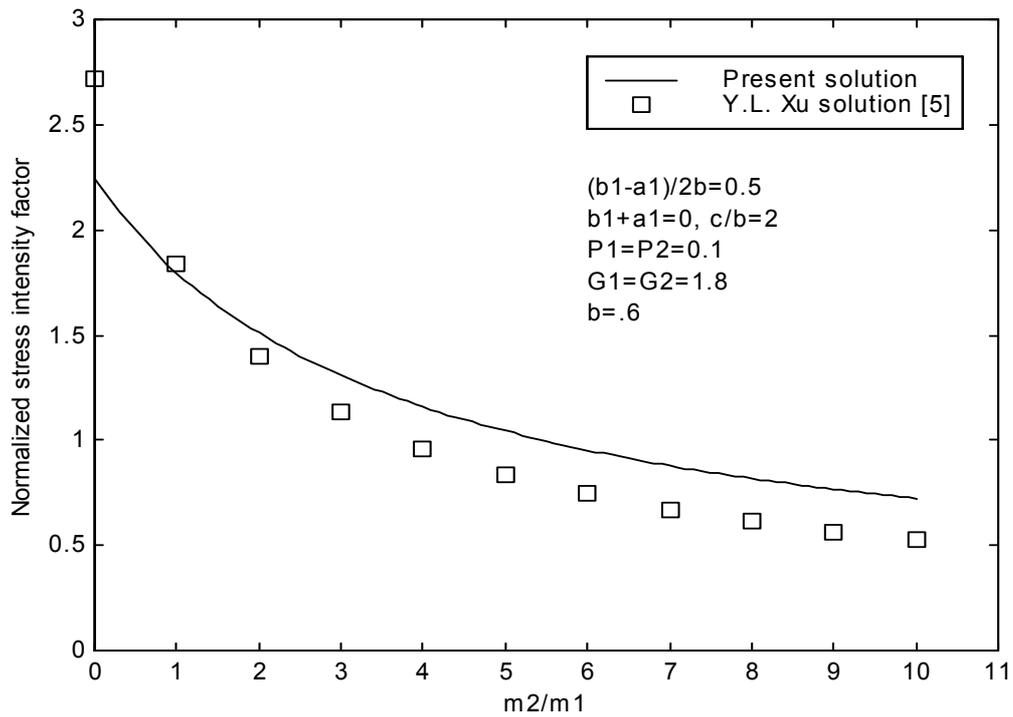
شکل ۵- ضریب شدت تنش بی بعد شده بر حسب طول ترک برای حالت تنش صفحه ای



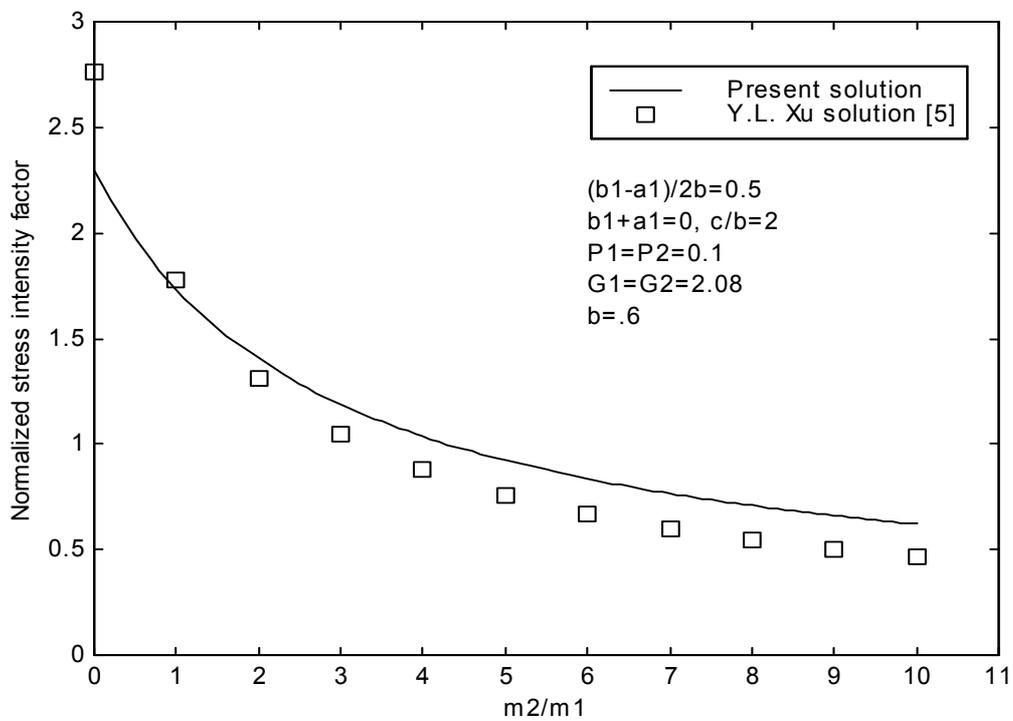
شکل ۶- ضریب شدت تنش بی بعد شده بر حسب پهناى حلقه برای کرنش صفحه ای



شکل ۷- ضریب شدت تنش بی بعد شده بر حسب پهناى حلقه برای حالت تنش صفحه ای



شکل ۸- ضریب شدت تنش بی بعد شده بر حسب سختی حلقه بای حالت کرنش صفحه ای



شکل ۹- ضریب شدت تنش بی بعد شده بر حسب سختی حلقه برای حالت تنش صفحه ای

Abstract

At this article, a rotating compound disk with a small radial crack is considered. Stress intensity factor for rotating disk is determined by superimposing the rotating compound disk without crack problem and the rotating compound disk with a small radial crack problem under uniform stress distribution. Stress distribution in the small radial crack is calculated using the elastic solution of the rotating compound disk. then uniform stress distribution is obtained using the mean stress method due to the small length of the crack. Finally, the stress intensity are well compared to the results of the Green function method with the perturbation theory.