تحليل كمانش ديناميكي پوسته هاي اسـتوانه اي FGM داراي تغييرشكل وتوزيع دماي اوليه تحت بارمحوري،باتئوري مرتبه بالا

محمد شرعيات[1]
استاديار

در اين مقاله به بررسي كمانش ديناميكي پوسته‌هاي استوانه‌اي FGM داراي تغيير شكل و توزيع دماي اوليه، تحت نيروي محوري با تئوري تغيير شكل برشي مرتبه سوم پرداخته شده است. در تحليل مساله غير خطي كنوني، از مدل المان محدود مرتبه دو استفاده شده، روابط غير خطي نهايي بدون ساده‌انگاري، به روش انتگرال‌گيري زماني عددي مبتني بر روش تكرار حل شده و بار كمانش بر پايه معيار Budiansky، بدست آمده‌است. با توجه به اينكه در زمينه كمانش ديناميكي پوسته‌هاي استوانه‌اي FGM، تاكنون كار ويژه‌اي ارائه نشده است، در گام اول، نتايج حاصله با نتايج كمانش استاتيكي بدست‌آمده توسط مراجع ديگر، مقايسه گرديده‌اند. پس از آن، اثر پارامترهاي گوناگون پوسته FGM بر روي بار كمانش ديناميكي بررسي گشته است. نتايج بدست آمده بيانگر تاثير توان رابطه تواني ويژگيهاي مكانيكي مواد و به ويژه، اختلاف ميزان تنشهاي حرارتي لايه‌هاي داخلي و خارجي پوسته بر بار كمانش مي‌باشند. همچنين، نتايج بدست‌آمده نشان مي‌دهند كه در شرايط ويژه، مقدار بار كمانش ضربه‌اي محوري مي‌تواند بزرگتر از مقدار بار كمانش استاتيكي باشد.

واژه‌هاي راهنما: كمانش ديناميكي، پوسته استوانه‌اي، FGM، گراديان دما، تغيير شكل اوليه، تئوري تغيير شكل برشي مرتبه سوم

۱- مقدمه

هر چند كه استفاده از مواد FGM در سالهاي اخير در كاربردهاي عادي رايج گشته است، استفاده از اين مواد اساساً براي تحمل دماها و شوكهاي دمايي بالا پيشنهاد مي‌گردد. در بيشتر موارد، در ساخت اين مواد از تركيب مواد ايزوتروپيک مانند فلز و سراميک استفاده مي شود. ضريب انتقال حرارت و ضريب انتقال حرارت اندک و ضربه‌پذيري اجزاء ياد شده، موجب بالا رفتن مقاومت آنها در برابر دماهاي بالا و شوكهاي حرارتي قابل توجه، شده است. بنابر اين، كاربرد اصلي اين مواد را مي‌توان در مواردي مانند: سيستم محرک هواپيما، مخازن رآكتورها، مواد مجاور به مواد پلاسما يا مذاب (كوره‌هاي القايي)، ابزارهاي براده‌برداري، منيفولد اگزوز موتورها، ورقهاي خارجي هواپيما يا فضاپيما، لنتهاي ترمز، پره‌هاي توربين و ساير قطعاتي كه در معرض شكست ناشي از كمانش، تغيير شكلهاي پر دامنه و تنشهاي بسيار بزرگ حرارتي قرار دارند، يافت. تحقيقات

[1] نويسنده مسئول، استاديار دانشكده مهندسي مكانيك، دانشگاه صنعتي خواجه نصيرالدين طوسي m_shariyat@yahoo.com

انجام شده توسط , Noda [۱] و Tanigawa [۲] آشكار مي‌سازند كه نارساييهاي مواد كامپوزيت رشته‌اي مانند تورق، تمركز تنش در ميان لايه‌ها، شكست ماتريس، تنشهاي پسماند قابل توجه، جهش در توزيع تنش و تغيير فرمهاي پلاستيک بزرگ موضعي، به دليل تغييرات پيوسته نسبت حجمي مخلوط، در مواد كامپوزيت FGM برطرف شده‌اند. تحقيقات زيادي در زمينه كمانش تحت بارهاي ترمومكانيكي پوسته‌هاي كامپوزيتي ارائه شده‌اند كه عموماً براي بارگذاري استاتيكي ارائه شده‌اند. نمونه‌هايي از تحليلهاي انجام شده در زمينه كمانش ديناميكي تحت بارهاي ترمومكانيكي، توسط اسلامي و شرعيات [۷-۳] ارائه شده‌اند.

اگرچه تحقيقات صورت گرفته در زمينه بررسي رفتار كمانش و پس از كمانش پوسته‌هاي استوانه‌اي ساخته شده از مواد FGM بسيار است ولي در زمينه كمانش ديناميكي پوسته‌هاي استوانه‌اي ياد شده، مطالعات گسترده‌اي صورت نگرفته‌اند. Shen [۸ و ۹] و Shen و Leung [۱۰] كمانش پوسته داراي تغيير شكل اوليه در معرض دماي اوليه يكنواخت و فشار محوري يا فشار خارجي استاتيكي را بر پايه تئوري كلاسيک بررسي نمودند. در اين پژوهشها، از حل نيمه تحليلي استفاده شده و مانند ديگر كارهاي ارائه شده توسط Shen تاكنون، از يک تئوري لايه مرزي و روش اغتشاش براي يافتن بار كمانش استفاده شده است. همچنين، فرم تغيير شكل اوليه با توجه به محدوديت روش بكارگرفته شده، مشابه با فرم مود غالب كمانش اختيار شده است. شاه سياه و اسلامي [۱۱ و ۱۲] براي اولين بار، كمانش حرارتي پوسته استوانه‌اي FGM را به كمک تئوري برشي مرتبه اول بررسي نمودند. در اين تحليل، سه نوع توزيع دما: يكنواخت، گراديان دما در جهت طولي و گراديان دما در جهت عرضي پوسته استوانه‌اي مد نظر قرار گرفته‌اند. پس از آن، Shen [۱۳] به بررسي كمانش حراتي پوسته استوانه‌اي جدار نازک FGM تحت اثر فشار عرضي و بار محوري با استفاده از تئوري كلاسيک پوسته پرداخت. در اين بررسي، ويژگيهاي مكانيكي ماده تابع دما فرض شده و رفتار پس از كمانش پوسته نيز بررسي شده است. كمانش استاتيكي پوسته‌هاي استوانه‌اي تحت فشارهاي همزمان محوري و خارجي و توزيع دماي خطي در ضخامت، با بكارگيري تئوري برشي مرتبه سوم Reddy، توسط Shen و Noda [۱۴] بررسي شده است. اخيراً Shen و Noda [۱۵] كمانش استاتيكي پوسته‌هاي FGM با محركهاي پيزو الكتريک را بررسي نموده‌اند. تحقيق آنها نشان مي‌دهد كه در پوسته‌هاي FGM، اثر لايه پيزو الكتريک بر بار كمانش، ناچيز است.

در تحقيق كنوني به بررسي رفتار كمانشي پوسته استوانه‌اي FGM تحت اثر بارگذاري ديناميكي پله‌اي، با در نظر گرفتن مولفه‌هاي غير خطي كرنش متاثر از تغيير شكل اوليه پوسته در معرض شرايط مرزي دمايي پرداخته شده‌است. همانگونه كه در مرور كارهاي انجام شده بررسي گرديد، تاكنون كار ويژه‌اي در اين زمينه ارائه نشده است. نتايج بدست آمده شامل مقادير بارهاي كمانش ناشي از فشار محوري و فشار جانبي در ازاي دماهاي مختلف سطوح داخلي و خارجي پوسته مي‌باشند.

۲- تابع حاكم بر رفتار مواد

همانگونه كه پيشتر ذكر شد، خواص مكانيكي مواد FGM بصورت تابعي از ضخامت ماده تغيير مي‌كنند. در اين تحقيق، حالتي در نظر گرفته مي شود كه در آن تغيير خواص مواد از رابطه تواني زير پيروي نمايد [۱۶]:

$$MP(z) = (MP_{out} - MP_{in})V + MP_{in}$$

$$V = (\frac{2z+h}{2h})^{n} \qquad (۱)$$

در رابطه فوق، MP_{out}, MP_{in} به ترتيب خواص ماده در سطوح دروني وبيروني پوسته استوانه‌اي مي‌باشند و n پارامتري است كه پروفيل تغيير خواص ماده در راستاي ضخامت را تعيين مي كند.

اگر جنس مواد سطح دروني پوسته از فلز و جنس مواد سطح بيروني آن سراميک باشد، رابطه (۱) به شكل زير بازنويسي خواهد شد :

$$\begin{aligned}
E(z) &= (E_{out} - E_{in})(\frac{2z+h}{2h})^{n} + E_{in} \\
\nu(z) &= (\nu_{out} - \nu_{in})(\frac{2z+h}{2h})^{n} + \nu_{in} \\
\alpha(z) &= (\alpha_{out} - \alpha_{in})(\frac{2z+h}{2h})^{n} + \alpha_{in} \\
\rho(z) &= (\rho_{out} - \rho_{in})(\frac{2z+h}{2h})^{n} + \rho_{in} \\
K(z) &= (K_{out} - K_{in})(\frac{2z+h}{2h})^{n} + K_{in}
\end{aligned} \qquad (۲)$$

كه در آن زيرنويسهاس s , m بترتيب نشان دهنده فلز و سراميک و K, ρ, α, ν, E بيانگر مدول الاستيسيته، ضريب پواسون، ضريب انبساط حرارتي، چگالي و ضريب هدايت حرارتي مي‌باشند.

۳- اثر تغيير شكل اوليه بر روابط كرنش- جابجايي

پارامترهاي هندسي و مختصات انتخابي در شكل ۱ نمايش داده شده‌اند. به منظور يافتن اثر ناكاملي هندسي اوليه بر مولفه‌هاي كرنش، ابتدا روابط كرنش-جابجايي براي پوسته بدون ناكاملي اوليه و بر اساس روابط غيرخطي كرنش جابجايي von-Karman ارائه مي‌شوند [۴].

$$\begin{aligned}
&\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2}[(\frac{\partial u}{\partial x})^2 + (\frac{\partial v}{\partial x})^2 + (\frac{\partial w}{\partial x})^2] \ , \ \ \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{R}\frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{1}{2}[(\frac{1}{R}\frac{\partial u}{\partial \theta})^2 + (\frac{1}{R}\frac{\partial v}{\partial \theta})^2 + (\frac{1}{R}\frac{\partial w}{\partial \theta})^2] + \frac{w}{R} \\
&\varepsilon_{xx} = \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{2}[(\frac{\partial u}{\partial z})^2 + (\frac{\partial v}{\partial z})^2 + (\frac{\partial w}{\partial z})^2] \ , \ \ \varepsilon_{x\theta} = \frac{1}{2}(\frac{1}{R}\frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{R}\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{1}{R}\frac{\partial v}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{1}{R}\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial \theta}] \\
&\varepsilon_{\theta z} = \frac{1}{2}(\frac{1}{R}\frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{R}\frac{\partial u}{\partial \theta}\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{R}\frac{\partial v}{\partial \theta}\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{R}\frac{\partial w}{\partial \theta}\frac{\partial w}{\partial z}] \ , \ \ \varepsilon_{xz} = \frac{1}{2}(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial z}]
\end{aligned}$$

(۳)

در صورت وجود تغيير شكل اوليه ($\hat{w}$)، مولفه‌هاي كرنش ناشي از بارگذاري، از كم كردن كرنشهاي ناشي از تغيير شكل اوليه از مولفه‌هاي كرنش كل بدست خواهند آمد.

$$\varepsilon_{ij}(u,v,w) = \varepsilon_{ij}(u,v,w+\hat{w}) - \varepsilon_{ij}(0,0,\hat{w}) \qquad (۴)$$

با استفاده از روابط (۳و۴) روابط كرنش جابجايي پوسته داراي شكل ناكامل اوليه بصورت زير بازنويسي خواهد شد.

$$\varepsilon_{xx}=\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1}{2}(\frac{\partial w}{\partial x})^2+\frac{\partial \mathrm{w}}{\partial \mathrm{x}}\frac{\partial \hat{\mathrm{w}}}{\partial \mathrm{x}} \quad , \quad \varepsilon_{x\theta}=\frac{1}{2}(\frac{1}{R}\frac{\partial u}{\partial \theta}+\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{1}{R}\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial \theta})+\frac{1}{R}\frac{\partial \mathrm{w}}{\partial \mathrm{x}}\frac{\partial \hat{\mathrm{w}}}{\partial \theta}+\frac{1}{R}\frac{\partial \mathrm{w}}{\partial \theta}\frac{\partial \hat{\mathrm{w}}}{\partial \mathrm{x}}$$

$$\varepsilon_{\theta\theta}=\frac{1}{R}\frac{\partial u}{\partial \theta}+\frac{1}{2R^2}(\frac{\partial w}{\partial \theta})^2+\frac{\mathrm{w}_0}{R}+\frac{1}{R^2}\frac{\partial w}{\partial \theta}\frac{\partial \hat{w}}{\partial \theta}\ ,\ \varepsilon_{xz}=\frac{1}{2}(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x})\ ,\ \varepsilon_{\theta z}=\frac{1}{2}(\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{1}{R}\frac{\partial w}{\partial \theta})\ ,\ \varepsilon_{zz}=\frac{\partial w}{\partial z} \tag{5}$$

۴- معادلات حركت پوسته

معادلات حركت پوسته بر پايه تئوري مرتبه سوم تغيير شكل برشي بدست مي‌آيند. بر پايه تئوري تغيير شكل برشي مرتبه سوم Reddy، ميدان جابجايي را مي‌توان به فرم زير توصيف نمود[۱۷]:

$$\begin{aligned} u(x,\theta,z,t)&=u_0(x,\theta,t)+z\phi_x-z^3\frac{4}{3h^2}(\phi_x+\frac{\partial w_0}{\partial x}) \\ v(x,\theta,z,t)&=v_0(x,\theta,t)+z\phi_\theta-z^3\frac{4}{3h^2}(\phi_\theta+\frac{1}{R}\frac{\partial w_0}{\partial \theta}) \\ w(x,\theta,z,t)&=w_0(x,\theta,t) \end{aligned} \tag{6}$$

كه در آن، (u_0,v_0,w_0) جابجاييهاي نقطه مادي واقع بر صفحه مرجع $z=0$ در راستاي محورهاي هندسي، z مختص راستاي ضخامت و ϕ_x و ϕ_θ به ترتيب چرخش عمود بر لايه مياني پيرامون محورهاي x و θ مي‌باشد. بر پايه ميدان جابجايي (۶) و با استفاده از روابط غيرخطي كرنش-جابجايي Von-Karman مولفه هاي كرنش به شكل زير بدست خواهند آمد.

$$\begin{aligned} \varepsilon_i&=\varepsilon_i^0+z(\varepsilon_i^1+z^2\varepsilon_i^3) \quad \text{for } i=1,2,6 \\ \varepsilon_i&=\varepsilon_i^0+z^2\varepsilon_i^1 \quad \text{for } i=4,5 \end{aligned} \tag{7}$$

كه در آن:

$$\varepsilon_1^0=\frac{\partial u_0}{\partial x}+\frac{1}{2}(\frac{\partial \mathrm{w}_0}{\partial x})^2+\frac{\partial \mathrm{w}_0}{\partial \mathrm{x}}\frac{\partial \hat{\mathrm{w}}}{\partial \mathrm{x}},\ \varepsilon_1^1=\frac{\partial \phi_x}{\partial x}\ ,\quad \varepsilon_4^0=\phi_\theta+\frac{1}{R}\frac{\partial \mathrm{w}_0}{\partial \theta}-\frac{v_0}{R}$$

$$\varepsilon_2^0=\frac{1}{R}\frac{\partial v_0}{\partial \theta}+\frac{\mathrm{w}_0}{R}+\frac{1}{2R^2}(\frac{\partial \mathrm{w}_0}{\partial \theta})^2+\frac{1}{R^2}\frac{\partial \mathrm{w}_0}{\partial \theta}\frac{\partial \hat{\mathrm{w}}}{\partial \theta},\ \varepsilon_2^1=\frac{1}{R}\frac{\partial \phi_\theta}{\partial \theta},\ \varepsilon_5^0=\phi_x+\frac{\partial \mathrm{w}_0}{\partial x}$$

$$\varepsilon_6^0=\frac{\partial v_0}{\partial x}+\frac{1}{R}\frac{\partial u_0}{\partial \theta}+\frac{1}{R}\frac{\partial \mathrm{w}_0}{\partial x}\frac{\partial \mathrm{w}_0}{\partial \theta}+\frac{1}{R}\frac{\partial \mathrm{w}_0}{\partial \theta}\frac{\partial \hat{\mathrm{w}}}{\partial x}+\frac{1}{R}\frac{\partial \mathrm{w}_0}{\partial x}\frac{\partial \hat{\mathrm{w}}}{\partial \theta}$$

$$\varepsilon_6^1=\frac{\partial \phi_\theta}{\partial x}+\frac{1}{R}\frac{\partial \phi_x}{\partial \theta},\ \varepsilon_1^3=-c_2(\frac{\partial \phi_x}{\partial x}+\frac{\partial^2 \mathrm{w}_0}{\partial x^2}),\ \varepsilon_2^3=-c_2(\frac{1}{R}\frac{\partial \phi_\theta}{\partial \theta}+\frac{1}{R^2}\frac{\partial^2 \mathrm{w}_0}{\partial \theta^2}-\frac{1}{R^2}\frac{\partial v_0}{\partial \theta})$$

$$\varepsilon_4^1=-c_1(\phi_\theta+\frac{1}{R}\frac{\partial \mathrm{w}_0}{\partial \theta}-\frac{v_0}{R}),\ \varepsilon_5^1=-c_1(\phi_x+\frac{\partial \mathrm{w}_0}{\partial x})$$

$$\varepsilon_6^3=-c_2(\frac{\partial \phi_\theta}{\partial x}+\frac{1}{R}\frac{\partial \phi_x}{\partial \theta}+2\frac{1}{R}\frac{\partial \mathrm{w}_0}{\partial x}\frac{\partial \mathrm{w}_0}{\partial \theta}+\frac{1}{R}\frac{\partial \mathrm{w}_0}{\partial \theta}\frac{\partial \hat{\mathrm{w}}}{\partial x}+\frac{1}{R}\frac{\partial \mathrm{w}_0}{\partial x}\frac{\partial \hat{\mathrm{w}}}{\partial \theta}-\frac{1}{R}\frac{\partial v_0}{\partial x})$$

$$c_1=4/h^2, \qquad c_2=c_1/3 \tag{8}$$

در اين روابط، انديسهاي ۴و۵ بيانگر مقادير برشي كرنشها مي‌باشند.

معادلات حركت بر پايه اصل جابجايي مجازي بدست مي‌آيد.

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta U + \delta V - \delta K) dt = 0 \tag{۹}$$

كه درآن δU انرژي كرنشي مجازي، δV كار مجازي نيروهاي خارجي و δK انرژي جنبشي مجازي است كه توسط روابط زير محاسبه مي شوند.

$$\begin{aligned}
\delta U = & \int_{\Omega_0} \{ \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} [\sigma_{xx}(\delta\varepsilon_{xx}^{(0)} + z\delta\varepsilon_{xx}^{(1)} - c_1 z^3 \delta\varepsilon_{xx}^{(3)}) + \sigma_{\theta\theta}(\delta\varepsilon_{\theta\theta}^{(0)} + z\delta\varepsilon_{\theta\theta}^{(1)} - c_1 z^3 \delta\varepsilon_{\theta\theta}^{(3)}) \\
& + \sigma_{r\theta}(\delta\gamma_{x\theta}^{(0)} + z\delta\gamma_{x\theta}^{(1)} - c_1 z^3 \delta\gamma_{x\theta}^{(3)}) + \sigma_{xz}(\delta\gamma_{xz}^{(0)} + z^2\delta\gamma_{xz}^{(2)}) + \sigma_{\theta z}(\delta\gamma_{\theta z}^{(0)} + z^2\delta\gamma_{\theta z}^{(2)})] dz \} dx d\theta \\
= & \int_{\Omega_o} (N_{xx}\delta\varepsilon_{xx}^{(0)} + M_{\theta\theta}\delta\varepsilon_{\theta\theta}^{(1)} - c_1 P_{\theta\theta}\delta\varepsilon_{\theta\theta}^{(3)} + N_{\theta\theta}\delta\varepsilon_{\theta\theta}^{(0)} + M_{\theta\theta}\delta\varepsilon_{\theta\theta}^{(1)} - c_1 P_{\theta\theta}\delta\varepsilon_{\theta\theta}^{(3)} \\
& + N_{x\theta}\delta\gamma_{r\theta}^{(0)} + M_{x\theta}\delta\gamma_{r\theta}^{(1)} - c_1 P_{x\theta}\delta\varepsilon_{x\theta}^{(3)} + \mathrm{Q}_{\theta}\delta\gamma_{xz}^{(0)} - c_2 R_x \delta\gamma_{xz}^{(0)} + \mathrm{Q}_{\theta}\delta\gamma_{\theta z}^{(0)} - c_2 R_{\theta}\delta\gamma_{\theta z}^{(0)}) dx d\theta \\
\delta V = & -\int_{\Gamma} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} [\hat{\sigma}_{nn}(\delta u_n + z\delta\phi_n - c_1 z^3 \delta\varphi_n) + \hat{\sigma}_{ns}(\delta u_s + z\delta\phi_s - c_1 z^3 \delta\varphi_{ns}) + \hat{\sigma}_{nz}\delta w_0] dz d\Gamma \\
= & -\int_{\Gamma} (\hat{N}_{nn}\delta u_n + \hat{M}_{nn}\delta\phi_n - c_1 \hat{P}_{nn}\delta\varphi_n + \hat{N}_{ns}\delta u_s + \hat{M}_{ns}\delta\phi_s - c_1 \hat{P}_{ns}\delta\varphi_{ns} + \hat{Q}_n \delta w_0) d\Gamma \\
\delta K = & \int_{\Omega_0} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho_0 [(\dot{u}_0 + z\dot{\phi}_x - c_1 z^3 \dot{\varphi}_x)(\delta\dot{u}_0 + z\delta\dot{\phi}_x - c_1 z^3 \delta\dot{\varphi}_x) \\
& + (\dot{v}_0 + z\dot{\phi}_{\theta} - c_1 z^3 \dot{\varphi}_{\theta})(\delta\dot{v}_0 + z\delta\dot{\phi}_{\theta} - c_1 z^3 \delta\dot{\varphi}_{\theta}) + \dot{w}_0 \delta\dot{w}_0] dv \\
= & \int_{\Omega_0} [(I_0\dot{u}_0 + I_1\dot{\phi}_x - c_1 I_2 \dot{\varphi}_x)\delta\dot{u}_0 + (I_1\dot{u}_0 + I_2\dot{\phi}_x - c_1 I_4 \dot{\varphi}_x)\delta\dot{\phi}_x \\
& - c_1(I_3\dot{u}_0 + I_4\dot{\phi}_x - c_1 I_6 \dot{\varphi}_x)\delta\dot{\varphi}_x + (I_0\dot{v}_0 + I_1\dot{\phi}_{\theta} - c_1 I_3 \dot{\varphi}_{\theta})\delta\dot{v}_0 \\
& + (I_1\dot{v}_0 + I_2\dot{\phi}_{\theta} - c_1 I_4 \dot{\varphi}_{\theta})\delta\dot{\phi}_{\theta} - c_1(I_3\dot{v}_0 + I_4\dot{\phi}_{\theta} - c_1 I_6 \dot{\varphi}_{\theta})\delta\dot{\varphi}_{\theta}] dx d\theta
\end{aligned} \tag{۱۰}$$

كه در آن Ω_0 صفحه مياني چندلايه، نماد ^ بيانگرد محاسبه شدن كميت در لبه‌هاي مرزي و انديسهاي s و n به ترتيب، بيانگر وابستگي كميتها به امتدادهاي مماس و عمود بر مرز مي‌باشند. و :

$$\begin{aligned}
& \begin{Bmatrix} N_{\alpha\beta} \\ M_{\alpha\beta} \\ P_{\alpha\beta} \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{\alpha\beta} \begin{Bmatrix} 1 \\ z \\ z^3 \end{Bmatrix} dz, \quad \begin{Bmatrix} \mathrm{Q}_{\alpha} \\ \mathrm{R}_{\alpha} \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{\alpha z} \begin{Bmatrix} 1 \\ z^2 \end{Bmatrix} dz \\
& \begin{Bmatrix} \hat{N}_{\alpha\beta} \\ \hat{M}_{\alpha\beta} \\ \hat{P}_{\alpha\beta} \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \hat{\sigma}_{\alpha\beta} \begin{Bmatrix} 1 \\ z \\ z^3 \end{Bmatrix} dz, \quad \begin{Bmatrix} \hat{\mathrm{Q}}_{\alpha} \\ \hat{\mathrm{R}}_{\alpha} \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \hat{\sigma}_{\alpha z} \begin{Bmatrix} 1 \\ z^2 \end{Bmatrix} dz \\
& I_i = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho_0 (z)^i dz \quad (i = 0,1,2,...,6), \quad c_1 = \frac{4}{3h^2}, \quad c_2 = 3c_1 \\
& \varphi_{\alpha} = \phi_{\alpha} + \frac{\partial w_0}{\partial \alpha}, \quad (\alpha = x, y) \quad , \quad \varphi_{n\alpha} = \phi_{\alpha} + \frac{\partial w_0}{\partial \alpha}, \quad (\alpha = n, s)
\end{aligned} \tag{۱۱}$$

با جايگذاري $\delta U, \delta K, \delta V$ از روابط (۱۰) در رابطه (۹) و انتگرال گيري جزء به جزء روابط بر حسب جابجايي تعميم يافته مجازي $\delta u_0, \delta v_0, \delta w_0, \delta\phi_x, \delta\phi_\theta$ محاسبه شده و با استفاده از روش حساب تغييرات معادلات حركت پوسته استوانه اي بشكل زير بدست مي‌آيد.

$$\frac{\partial N_{xx}}{\partial x}+\frac{1}{R}\frac{\partial N_{x\theta}}{\partial\theta}=I_0\ddot{u}_0+J_1\ddot{\phi}_x-c_1I_3\frac{\partial\ddot{w}_0}{\partial x}$$

$$\frac{\partial N_{x\theta}}{\partial r}+\frac{1}{R}\frac{\partial N_{\theta\theta}}{\partial\theta}+\frac{\overline{Q}_\theta}{R}+\frac{c_1}{R}(\frac{\partial P_{x\theta}}{\partial r}+\frac{1}{R}\frac{\partial P_{\theta\theta}}{\partial\theta})=I_0\ddot{v}_0+J_1\ddot{\phi}_\theta-c_1I_3\frac{1}{R}\frac{\partial\ddot{w}_0}{\partial\theta}$$

$$\frac{\partial\overline{M}_{x\theta}}{\partial x}+\frac{1}{R}\frac{\partial\overline{M}_{\theta\theta}}{\partial\theta}-\overline{Q}_\theta=J_1\ddot{v}_0+K_2\ddot{\phi}_\theta-c_1J_4\frac{1}{R}\frac{\partial\ddot{w}_0}{\partial\theta}$$

$$\frac{\partial\overline{Q}_x}{\partial x}+\frac{1}{R}\frac{\partial\overline{Q}_\theta}{\partial\theta}+\frac{\partial}{\partial x}(N_{xx}\frac{\partial w_0}{\partial x}+N_{x\theta}\frac{1}{R}\frac{\partial w_0}{\partial\theta})+\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial\theta}(N_{x\theta}\frac{\partial w_0}{\partial x}+N_{\theta\theta}\frac{1}{R}\frac{\partial w_0}{\partial\theta})$$
$$+c_2(\frac{\partial^2P_{xx}}{\partial x^2}+\frac{1}{R^2}\frac{\partial^2P_{\theta\theta}}{\partial\theta^2}+2\frac{1}{R}\frac{\partial^2P_{x\theta}}{\partial x\partial\theta})-\frac{N_{\theta\theta}}{R}$$
$$=I_0\ddot{w}_0-c_1^2I_6(\frac{\partial^2w_0}{\partial x^2}+\frac{1}{R^2}\frac{\partial^2\ddot{w}_0}{\partial\theta^2})+c_1[I_3(\frac{\partial\ddot{u}_0}{\partial x}+\frac{1}{R}\frac{\partial\ddot{v}_0}{\partial\theta})+J_4(\frac{\partial\ddot{\phi}_r}{\partial x}+\frac{1}{R}\frac{\partial\ddot{\phi}_\theta}{\partial\theta})]$$

$$\frac{\partial\overline{M}_{xx}}{\partial x}+\frac{1}{R}\frac{\partial\overline{M}_{x\theta}}{\partial\theta}-\overline{Q}_r=J_1\ddot{u}_0+K_2\ddot{\phi}_x-c_1J_4\frac{\partial\ddot{w}_0}{\partial x} \quad (۱۲)$$

كه در آن:

$$\begin{Bmatrix}\{N\}\\\{M\}\\\{P\}\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}[A]&[B]&[E]\\{[B]}&[D]&[F]\\{[E]}&[F]&[H]\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\{\varepsilon^{(0)}\}\\\{\varepsilon^{(1)}\}\\\{\varepsilon^{(3)}\}\end{Bmatrix}-\begin{Bmatrix}\{N^T\}\\\{M^T\}\\\{P^T\}\end{Bmatrix} \qquad \begin{Bmatrix}\{Q\}\\\{R\}\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}[A]&[D]\\{[D]}&[F]\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\gamma^{(0)}\\\gamma^{(2)}\end{Bmatrix} \quad (۱۳)$$

$$J_i=I_i-c_1I_{i+2},\quad K_2=I_2-2c_1I_4+c_1^2I_6$$
$$\overline{M}_{\alpha\beta}=M_{\alpha\beta}-c_1P_{\alpha\beta}(\alpha,\beta=1,2,6);\quad \overline{Q}_\alpha=Q_\alpha-c_2R_\alpha(\alpha=4,5)$$

و منتجه‌هاي تنشهاي حرارتي بصورت زير تعريف مي‌شوند.

$$(N_{ij}^T,M_{ij}^T,P_{ij}^T)=\int_{-h}^{h}\overline{Q}_{ij}\{\alpha\}.\Delta T(z)(1,z,z^2).dz$$

$$(A_{ij},B_{ij},D_{ij},E_{ij},F_{ij},H_{ij})=\int_{-h}^{h}\overline{Q}_{ij}\,(1,z,z^2,z^3,z^4,z^6)dz$$

$$Q_{11}=Q_{22}=\frac{E(z)}{1-\nu(z)^2}\quad,\quad Q_{12}=\frac{\nu(z)E(z)}{1-\nu(z)^2}\quad,\quad Q_{44}=Q_{55}=Q_{66}=\frac{E(z)}{2(1+\nu(z))}$$

(۱۴)

با فرض انتقال حرارت يک بعدي (چشم‌پوشي از انحناي پوسته) در راستاي ضخامت پوسته به عنوان يک فرض متداول [۱۴]، تابع توزيع دما بر حسب مختص ضخامت از حل معادله ديفرانسيلي و شرايط مرزي زير، حاصل مي‌شود.

$$-\frac{d}{dz}(k(z)\frac{dT}{dz})=0\qquad T(-\frac{h}{2})=T_{in},T(\frac{h}{2})=T_{out} \quad (۱۵)$$

با جاگذاري $K(z)$ از رابطه (۲) در روابط بالا و حل معادله ديفرانسيل انتقال حرارت، توزيع دما در راستاي ضخامت به گونه زير بدست مي‌آيد [۱۴]:

$$T(z) = T_{out} + (T_{in} - T_{out})\eta(z)$$

$$\eta(z) = \frac{1}{C}[(\frac{2z+h}{2h}) - \frac{K_{out}-K_{in}}{(n+1)K_{out}}(\frac{2z+h}{2h})^{n+1} + \frac{(K_{out}-K_{in})^2}{(2n+1)K^2{}_{out}}(\frac{2z+h}{2h})^{2n+1}$$

$$-\frac{(K_{out}-K_{in})^3}{(3n+1)K^3{}_{out}}(\frac{2z+h}{2h})^{3n+1} + \frac{(K_{out}-K_{in})^4}{(4n+1)K^4{}_{out}}(\frac{2z+h}{2h})^{4n+1} - \frac{(K_{out}-K_{in})^5}{(5n+1)K^5{}_{out}}(\frac{2z+h}{2h})^{5n+1}]$$

$$C = 1 - \frac{(K_{out}-K_{in})}{(n+1)K_{out}} + \frac{(K_{out}-K_{in})^2}{(2n+1)K^2{}_{out}} - \frac{(K_{out}-K_{in})^3}{(3n+1)K^3{}_{out}} + \frac{(K_{out}-K_{in})^4}{(4n+1)K^4{}_{out}} - \frac{(K_{out}-K_{in})^5}{(5n+1)K^5{}_{out}} \quad (۱۶)$$

به اين ترتيب تابع توزيع دما، $T(z)$، بدست مي‌آيد که بر پايه آن برايندهاي تنش حرارتي (رابطه ۱۴) قابل محاسبه‌اند.

۵- فرم اجزاء محدود معادلات حاکم

در اين مقاله از المان لاگرانژ مرتبه ۲ با ۹ نقطه گره و ۵ درجه آزادي در هر نقطه گره، استفاده شده است. بر اين اساس جابجايي ها بر حسب توابع شکل المان بصورت زير تعريف مي شوند.

$$u_0(x,\theta,t) \approx \sum_{j=1}^{m} u_j^e(t)\varphi_j^e(x,\theta) \quad , \quad v_0(x,\theta,t) \approx \sum_{j=1}^{m} v_j^e(t)\varphi_j^e(x,\theta) \quad , \quad w_0(x,\theta,t) \approx \sum_{j=1}^{m} w_j^e(t)\varphi_j^e(x,\theta)$$

$$\phi_x(x,\theta,t) \approx \sum_{j=1}^{m} \phi_{xj}^e(t)\varphi_j^e(x,\theta) \quad , \quad \phi_\theta(x,\theta,t) \approx \sum_{j=1}^{m} \phi_{\theta j}^e(t)\varphi_j^e(x,\theta) \quad (۱۷)$$

که در آن توابع شکل المان لاگرانژ مرتبه ۲ به فرم زيرند.

$$\begin{Bmatrix} \varphi_1^e \\ \varphi_2^e \\ \varphi_3^e \\ \varphi_4^e \\ \varphi_5^e \\ \varphi_6^e \\ \varphi_7^e \\ \varphi_8^e \\ \varphi_9^e \end{Bmatrix} = \frac{1}{4}\begin{Bmatrix} (1-\varsigma)(1-\eta)(-\varsigma-\eta-1)+(1-\varsigma^2)(1-\eta^2) \\ (1+\varsigma)(1-\eta)(\varsigma-\eta-1)+(1-\varsigma^2)(1-\eta^2) \\ (1+\varsigma)(1+\eta)(\varsigma+\eta-1)+(1-\varsigma^2)(1-\eta^2) \\ (1-\varsigma)(1+\eta)(-\varsigma+\eta-1)+(1-\varsigma^2)(1-\eta^2) \\ 2(1-\varsigma^2)(1-\eta)-(1-\varsigma^2)(1-\eta^2) \\ 2(1+\varsigma)(1-\eta^2)-(1-\varsigma^2)(1-\eta^2) \\ 2(1-\varsigma^2)(1+\eta)-(1-\varsigma^2)(1-\eta^2) \\ 2(1-\varsigma)(1-\eta^2)-(1-\varsigma^2)(1-\eta^2) \\ 4(1-\varsigma^2)(1-\eta^2) \end{Bmatrix} \quad (۱۸)$$

که در آن ς,η مختصات طبيعي المان مي باشند.

با جاگذاري روابط (۱۷و ۱۸) در رابطه (۱۰) و سپس در رابطه (۹) و مساوي صفر قرار دادن ضرايب جابجايي‌هاي مجازي معادلات حاکم بر مدل المان محدود مساله به فرم زير بدست مي‌آيد.

$$\begin{bmatrix} [M^{11}] & [0] & [M^{13}] & [M^{14}] & [0] \\ [0] & [M^{22}] & [M^{23}] & [0] & [M^{25}] \\ [M^{13}]^T & [M^{23}]^T & [M^{33}] & [M^{34}] & [M^{35}] \\ [M^{41}]^T & [0] & [M^{34}]^T & [M^{44}] & [0] \\ [0] & [M^{25}]^T & [M^{35}]^T & [0] & [M^{55}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{u}^e\} \\ \{\ddot{v}^e\} \\ \{\ddot{w}^e\} \\ \{\ddot{\phi}_r^e\} \\ \{\ddot{\phi}_\theta^e\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K^{11}] & [K^{12}] & [K^{13}] & [K^{14}] & [K^{15}] \\ [K^{21}] & [K^{22}] & [K^{23}] & [K^{24}] & [K^{25}] \\ [K^{31}] & [K^{32}] & [K^{33}] & [K^{34}] & [K^{35}] \\ [K^{41}] & [K^{42}] & [K^{43}] & [K^{44}] & [K^{45}] \\ [K^{51}] & [K^{52}] & [K^{53}] & [K^{54}] & [K^{55}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u^e\} \\ \{v^e\} \\ \{w^e\} \\ \{\phi_r{}^e\} \\ \{\phi_\theta{}^e\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F^1\} \\ \{F^2\} \\ \{F^3\} \\ \{F^4\} \\ \{F^5\} \end{Bmatrix} \quad (۱۹)$$

عناصر ماتريسهاي جرم، سختي و نيرو، در بخش پيوست آورده شده‌اند.

۶- روش حل عددي

رابطه المان محدود (۱۹) را به شكل زير بازنويسي مي‌كنيم.

$$[M]\{\ddot{\delta}\}+[K]\{\delta\}+\{F\}=0 \quad (۲۰)$$

كه در آن $\{\delta\},\{\ddot{\delta}\}$ به ترتيب بردارهاي شتاب و جابجايي نقاط گره و $\{F\},[M],[K]$ به ترتيب ماتريسهاي سختي و جرم و بردار نيرو مي باشند

رابطه (۲۰) بر حسب مشخصات فيزيكي و هندسي نمونه و نحوه المان‌بندي و نوع المان بدست آمده است. استفاده از ميدان كرنش غيرخطي von-Karman و همچنين وجود جملات غيرخطي در معادلات حركت پوسته، رابطه (۲۰) را رابطه‌اي غيرخطي و ماتريس سختي را وابسته به مقادير جابجايي نقاط گره مي‌سازد. بنابراين حل مستقيم رابطه فوق نامكن است و به اين منظور از روش تكرار، به روز نمودن ماتريس سختي و انتگرال‌گيري زماني استفاده مي‌شود. در اين مقاله از روش Newmark براي انتگرال‌گيري زماني استفاده شده است [۱۸]. بر پايه اين روش:

$$\{\delta\}_{i+1}=\{\delta\}_i+\Delta t.\{\dot{\delta}\}_i+0.5(\Delta t)^2[(1-\beta)\{\ddot{\delta}\}_i+\beta\{\ddot{\delta}\}_{i+1}]$$
$$\{\dot{\delta}\}_{i+1}=\{\dot{\delta}\}_i+(\Delta t)[(1-\alpha)\{\ddot{\delta}\}_i+\alpha\{\ddot{\delta}\}_{i+1}] \quad (۲۱)$$

در رابطه فوق i شمارنده مراحل روش تكرار است. روش كار اينگونه است كه زمان حل به تعدادي زير بازه افراز شده و در هر بازه زماني نمو بار اعمال مي شود. مقادير اوليه بردارهاي شتاب، سرعت و جابجايي $(i=0)$ حدس زده شده و بر اساس آن ماتريس سختي بازنويسي مي شود.. با حل رابطه (۲۰) بر حسب بردار شتاب داريم :

$$\{\ddot{\delta}\}_{i+1}=[M]^{-1}(\{F\}-[K]\{\delta\}_i) \quad (۲۲)$$

از رابطه فوق، بردار شتاب هر مرحله برپايه بردار جابجاييهاي مرحله قبل بدست مي‌آيد كه با جايگذاري در رابطه (۲۱) بردارهاي سرعت و جابجايي مرحله بعدي نيز محاسبه مي‌شوند. روش تكرار تا تامين معيار همگرايي ادامه مي‌يابد. در هر مرحله معيار همگرايي بصورت نسبت اختلاف جابجايي با انتهاي مرحله قبل به جابجايي مرحله قبل تعريف مي‌شود. جابجاييهاي بدست آمده به عنوان ورودي زير بازه بعدي استفاده مي‌شوند به اين ترتيب كه بر اساس آنها ماتريس سختي به هنگام شده و روش تكرار ياد شده اجرا مي‌شود. با اعمال روش فوق بر تمام بازه ، روند حل كامل گرديده و بردارهاي جابجايي، سرعت و شتاب مرحله آخر به عنوان خروجي برنامه و جواب مساله قابل دسترسي مي‌باشد.انتخاب مقادير α,β حالتهاي متفاوتي از پايداري

روش حل را سبب مي شود. در اين مقاله از روش Runge-Kutta مرتبه دوم با $\alpha = \beta = 0.5$ استفاده شده است. انتخاب Δt در پايداري روابط و همگرايي نتايج موثر است. اگر بازه زماني به اندازه كافي كوچک انتخاب نشود،نتايج واگرا شده و روش تكراربه نتيجه نمي‌رسد. بطوركلي توصيه مي شود $\Delta t \le \frac{T}{10}$ باشد كه در آن T كوچكترين پريود طبيعي (متناظر با بزرگترين فركانس طبيعي) است [۱۸]. با هر بار انجام دادن روش تكرار فوق، نقطه‌اي از نمودار بار_جابجايي بدست مي‌آيد. اگر اين روش را براي مقادير متفاوت دامنه بار ديناميكي بكارگيريم، نمودار جابجايي _ بار در بازه‌اي از دامنه بارهاي اعمالي بدست مي‌آيد. بر اساس نحوه تغييرات منحني جابجايي- بار، نقاط شكست و تغيير شيب ناگهاني آن، بار بحراني قابل محاسبه خواهد بود [۱۹].

۷- نتايج بدست‌آمده

در اين مقاله به بررسي كمانش پوسته استوانه‌اي FGM با در نظر گرفتن اثر تغيير شكل اوليه پرداخته شده است. جدول ۱، مشخصات مكانيكي مواد تشكيل دهنده سطوح بالا و پايين پوسته‌هاي FGM را معرفي مي-كند [۲۰ و ۲۱]. در حالت كلي ويژگيهاي مكانيكي مواد تابع دماي ذرات آن است كه در اين مقاله از اين تابعيت صرفنظر شده است.

ابتدا براي بررسي درستي نتايج تئوري كنوني، نتايج كمانش حرارتي پوسته‌هايي با ويژگي هندسي زير را بررسي مي‌كنيم :

$$R/h = 400 \quad , \quad \frac{L^2}{R.h} = 300 \quad , \quad T_0 = 300[K]$$

كه در آن، T_0 دماي محيط بوده و در تمامي مثالهاي اين مقاله، برابر با ۳۰۰[K] اختيار شده است. پوسته-هاي مورد بررسي داراي تكيه‌گاههاي گيردار فرض مي‌شوند. در جدول ۲، مقادير بار كمانش با فرض توزيع يكنواخت دما در تمام پوسته، به همراه نتايج مرجع [۱۳] آورده شده‌اند. روند كلي تغييرات نتايج بدست آمده، با نتايج مرجع [۱۳] سازگار است. دليل اختلاف نتايج را مي‌توان دراختلاف روش حل، نوع تئوري بكار رفته و روش تعيين بار كمانش دانست. در مرجع [۱۳] از تئوري كلاسيک پوسته كه دقت نتايج آن كمتر از تئوري تغيير شكل مرتبه ۳ كنوني است، استفاده شده و حل به شيوه نيمه تحليلي با انتخاب يک مود كمانش (هم‌ارز با انتخاب تنها يک جمله از سري دوگانه فوريه پاسخ) انجام شده است. بررسي نتايج جدول ۲ نشان مي‌دهد كه تغييرات مقدار دماي كمانش با تغيير مقدار پارامتر n، براي دو پوسته $Si_3N_4 / SUS304$ و $ZrO_2 / Ti-6Al-4V$ يكسان نيست. در حقيقت، همانگونه كه روابط (۱۴) نشان مي‌دهند، مقدار نيروي ناشي از تغييرات دما بر واحد طول، مستقيماً متاثر از عبارت $E.\alpha.\Delta T$ است. اگر مقدار اين عبارت در لايه-بيروني پوسته بزرگتر باشد، كمانش حرارتي به صورت انبساط پوسته به سمت خارج و اگر مقدار اين عبارت در لايه داخلي بيشتر باشد، كمانش به صورت انقباض سطوح پوسته به سمت داخل انجام شده و snap through روي خواهد داد. لذا در حالت آخر، بار كمانش كمتر خواهد بود. در دو نوع پوسته ياد شده، وضعيت مقدار عبارت $E.\alpha$ در لايه‌هاي داخلي و خارجي، كاملاً متفاوت است (در پوسته $Si_3N_4 / SUS304$ در لايه داخلي و در پوسته $ZrO_2 / Ti-6Al-4V$ در لايه خارجي بزرگتر است). در صورتيكه ترتيب دو ماده تشكيل دهنده هر پوسته عكس شود، نيرو بر واحد طول محيطي هر لايه نيز تغيير خواهد نمود.

اثر تغيير شكل اوليه و توان رابطه حاكم بر مواد بر دماي كمانش، براي پوسته $Si_3N_4 / SUS304$ در شكل ۲ نمايش داده شده‌است. $\overline{W}$ دامنه تغيير شكل اوليه و W_0 خيز بيشينه پوسته است. همانگونه که از شكل (۲) پيدا است، اثر تغيير شكل اوليه در كاهش ميزان بار كمانش، مشهود است ولي با افزايش خيز پوسته در ناحيه پس از كمانش، اثر تغيير شكل اوليه كاهش يافته و منحنيهاي متناظر با دامنه‌هاي گوناگون تغيير شكل اوليه، به تدريج به يكديگر نزديكتر مي‌شوند. بررسي شكل ۲، همچنين بيان مي‌دارد كه سختي پوسته در ناحيه پس از كمانش، با افزايش توان n، افزايش مي‌يابد.

براي بررسي اثر دما و تغيير شكل اوليه بر بار كمانش ديناميكي پوسته FGM و مقايسه بارهاي استاتيكي و ديناميكي، پوسته‌هايي استوانه‌اي با مشخصات هندسي زير در نظر گرفته مي شوند.

$$h = 1[mm] \qquad \frac{L^2}{R.h} = 500$$

بار ديناميكي محوري وارده، داراي منحني تغييرات زماني مستطيلي و زمان اعمال بار ۰/۰۱ ثانيه در نظر گرفته شده است مقادير نيروي محوري كمانش استاتيكي براي پوسته‌هاي نازک و ضخيم $Si_3N_4 / SUS304$، براي دماهاي گوناگون سطح داخلي و سطح خارجي پوسته و توان n، در جدول ۳، آورده شده‌اند. نتايج بدست آمده از ثابت نگه داشتن دماي سطح داخلي در دماي محيط ($T_i = T_0 = 300[K]$) و افزايش دماي سطح خارجي پوسته (ضمن اعمال بار ديناميكي محوري) حاصل گشته‌اند. نتايج بدست آمده نشان مي‌دهند كه براي پوسته‌هاي $Si_3N_4 / SUS304$، با افزايش اختلاف دماي سطوح دروني و بيروني پوسته و همچنين با كاهش توان n، مقدار بار كمانش محوري كاهش مي‌يابد.

بارهاي كمانش ديناميكي براي حالتهاي داراي اختلاف دما ميان سطوح داخلي و خارجي كه در آنها توزيع دما درون ضخامت از رابطه (۱۶) پيروي مي‌نمايد، براي پوسته‌هاي نازک و ضخيم، در جدول ۴ ارائه شده و با بارهاي كمانش استاتيكي مقايسه شده‌اند.

اثر تغيير شكل اوليه و توان n، بر رفتار كمانشي پوسته $Si_3N_4 / SUS304$ در شكل ۳ نشان داده شده است. اين آثار به گونه‌اي شبيه به آثار اين دو پارامتر بر بار كمانش استاتيكي مي‌باشند.

اثر فاصله زماني اعمال بار ديناميكي بر نسبت بار كمانش ديناميكي به بار كمانش استاتيكي، براي پوسته-هاي ضخيم ($R / h = 30$)، در شكل ٤ نمايش داده شده است. نتايج ارائه شده در شكل ۴ نشان مي‌دهند كه مقدار بار كمانش ديناميكي براي بار مستطيلي، در محدوده زمانهاي كوچک اعمال بار، بزرگتر بوده و با افزايش زمان اعمال بار، به سمت مقداري كه از بار كمانش استاتيكي كوچكتر است، همگرا مي‌شود. همچنين در بارهاي ضربه‌اي با فاصله زماني اعمال بار بسيار اندک، بار كمانش ديناميكي از بار كمانش استاتيكي بزرگتر است. با توجه به اينكه اثر بار ضربه‌اي به صورت موج تنش به مقاطع بعدي پوسته انتقال مي‌يابد، در زمانهاي بسيار كوچک اعمال بار، اثر بار يا پس از برداشته شدن بار اصلي به مقاطع انتهايي پوسته مي‌رسد و يا اينكه در اثر بازتاب سريع امواج تنش، آثار بعدي بار در اثر تداخل امواج، كاهش مي‌يابند.

۸- نتيجه گيري

در مقاله كنوني، معادلات حركت پوسته استوانه‌اي FGM با استفاده از تئوري تغيير شكل برشي مرتبه سوم Reddy، با در نظر گرفتن اثر تغيير شكل و توزيع دماي اوليه، بدست آمدند. روابط ياد شده با بكارگيري المانهاي لاگرانژي مرتبه دو، به فرم اجزاء محدود استخراج شده و با توجه به غير خطي بودن ماتريس سختي، از الگوريتم ويژه‌اي مبتني بر انتگرالگيري همزمان، روش تكرار و به هنگام نمودن ماتريس سختي استفاده گرديد. نتايج بررسي كمانش حرارتي آشكار ساخته‌اند كه به طوركلي، بار كمانش حرارتي بزرگتر، متناظر با حالتي كه در آن، سطح بيروني پوسته سراميكي است نبوده و به مقدار عبارت $E.\alpha.\Delta T$ در سطوح خارجي و داخلي پوسته وابسته است. نتايج تحليل كمانش در ازاي بار محوري ديناميكي براي پوسته‌هاي $Si_3N_4 / SUS304$ آشكار مي‌سازد كه با افزايش دماي سطح خارجي پوسته و كاهش توان n، بار كمانش ديناميكي كاهش مي‌يابد. اثر تغيير شكل اوليه در ناحيه پس از كمانش به تدريج كاهش مي‌يابد. همچنين، قابليت حمل بار پوسته در شوك مكانيكي (ضربه محوري با زمان اعمال بار بسيار كوتاه)، بيشتر است.

مراجع

[1] Noda, N., “Thermal Stresses in Materials with Temperature-dependent Properties,” Appl Mech Rev, Vol. 44, pp. 83-97, (1991).

[2] Tanigawa, Y., “Some Basic Thermoelastic Problems for Non-homogeneous Structural Materials,” Appl. Mech. Rev., Vol. 48, pp. 287-300, (1995).

[3] Eslami, M.R., and Shariyat, M., “Elastic, Plastic and Creep Buckling of Imperfect Cylinders under Mechanical and Thermal Loading,” Trans. ASME, J. Pressure Vessel Tech., Vol. 119, pp. 27-36, (1997).

[4] Eslami, M.R., and Shariyat, M., “Layer-wise Theory for Dynamic Buckling and Postbuckling of Laminated Composite Cylindrical Shells,” AIAA Journal, Vol. 36, No.10, pp. 1874-1882, (1998).

[5] Eslami, M.R., and Shariyat, M., “A Higher Order Theory for Dynamic Buckling and Postbuckling Analysis of Laminated Cylindrical Shells,” Trans. ASME, J. Press Ves.Tech., Vol. 121, No. 1, pp. 94-102, (1999).

[6] Shariyat, M., and Eslami, M.R., “Dynamic Buckling and Postbuckling of Imperfect Orthotropic Cylindrical Shells under Mechanical and Thermal Loads, Based on the Three Dimensional Theory of Elasticity,” Trans. ASME, Applied Mechanics Journal, Vol. 66, pp. 476-484, (1999).

[7] Shariyat, M., and Eslami, M.R., “On Thermal Dynamic Buckling Analysis of Imperfect Laminated Cylindrical Shells,” ZAMM, Vol. 80, No. 3, pp. 171-182, (2000).

[8] Shen, H.S., "Postbuckling Analysis of Axially-loaded Functionally Graded Cylindrical Shells in Thermal Environments," Composites Science and Technology, Vol. 62, pp. 977-987, (2002).

[9] Shen, H.S., "Postbuckling Analysis of Pressure-loaded Functionally Graded Cylindrical Shells in Thermal Environments," Engineering Structures Vol. 25, pp. 487-4997, (2003).

[10] Shen, H.S., and Leung , A.Y.T., "Postbuckling of Pressure-loaded Functionally Graded Cylindrical Panels in Thermal Environments," Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 129, pp. 414-425, (2003).

[11] Shahsiah, R., and Eslami, M.R., "Thermal Buckling of Functionally Graded Cylindrical Shell," Journal of Thermal Stresses, Vol. 26, pp. 277–294, (2003).

[12] Shahsiah, R., and Eslami, M.R., "Functionally Graded Cylindrical Shell Thermal Instability Based on Improved Donnell Equations," AIAA Journal, Vol. 41, pp. 1819–1826, (2003).

[13] Shen, H.S., "Thermal Postbuckling Behavior of Functionally Graded Cylindrical Shells with Temperature-dependent Properties," International Journal of Solids and Structures, Vol. 41, pp. 1961-1974, (2004).

[14] Shen, H.S., and Noda, N., "Postbuckling of FGM Cylindrical Shells under Combined Axial and Radial Mechanical Loads in Thermal Environments," International Journal of Solids and Structures, Vol. 42, pp. 4641-4662, (2005).

[15] Shen, H.S., and Noda, N., "Postbuckling of Pressure-loaded FGM Hybrid Cylindrical Shells in Thermal Environments," Composite Structures, Vol. 77, pp. 546-560, (2007).

[16] Bhangale, R.K., and Ganesan, N., "Static Analysis of Simply Supported Functionally Graded and Layered Magneto-electro-elastic Plates," International Journal of Solids and Structures, Vol. 43, No. 10, pp. 3230-3253, (2006).

[17] Reddy, J.N., "*Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells Theory and Analysis,*" 2nd ed., CRC Press, (2004).

[18] Bathe, K.J., "*Finite Element Procedures*," Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, (1996).

[19] Shariyat, M., "Thermal Buckling Analysis of Rectangular Composite Plates with Temperature-dependent Properties Based on a Layerwise Theory," Thin-Walled Structures, Vol. 45, pp. 439-452, (2007).

[20] Praveen, G.N., Chen, C.D., Reddy, J.N., "Thermoelastic analysis of a functionally graded ceramic-metal cylinder," ASCE Journal of Engineering Mechanics, Vol.125, No. 11, pp. 1259-1267, (1999).

[21] Ravichandran, K.S., "Thermal Residual Stresses in a Functionally Graded Material" System. Mater. Sci. Eng. A, Vol. 201, pp. 269-76, (1995).

فهرست علائم انگليسي

A : زير ماتريس سختي

B : زير ماتريس سختي

c_1, c_2 : ضريب

C : تابع تغييرات دما

C_v : گرماي ويژه

D : زير ماتريس سختي

E : زير ماتريس سختي، مدول الاستيسيته

F : زير ماتريس سختي، بردار نيرو

h : ضخامت پوسته

H : زير ماتريس سختي

i, j : شمارنده

I, J : عبارات اينرسي

K : ماتريس سختي، انرژي جنبشي، ضريب هدايت حرارتي

L : طول پوسته

M : بردار برايند دوم تنشهاي حرارتي، ماتريس جرم

MP : ويژگي مواد

n : پارامتر نسبت حجمي اختلاط

N : بردار برايند اول تنشهاي حرارتي

P : بردار برايند سوم تنشهاي حرارتي

Q : برايند تنش برشي

R : شعاع سطح مياني، برايند تنش برشي

t : زمان

T : دما، كوچكترين پريود طبيعي پوسته

T_0 : دماي محيط

u : جابجايي محوري

u_0 : جابجايي محوري سطح مياني

U : انرژي كرنشي

v : جابجايي محيطي

v_0 : جابجايي محيطي سطح مياني

V : كار نيروهاي خارجي

w : جابجايي شعاعي

W_0 : خيز بيشينه پوسته

$\hat{w}$: تغيير شكل اوليه

$\overline{W}$: دامنه تغيير شكل اوليه

x : مختص طولي

z : مختص ضخامت

فهرست علائم يوناني

α : مختص عمومي، ضريب انبساط حرارتي، ضريب روش Newmark

β : مختص عمومي، ضريب روش Newmark

δ : تغييرات جزيي

$\delta, \dot{\delta}, \ddot{\delta}$: بردارهاي جابجايي؛ سرعت؛ شتاب

$\varepsilon, \varepsilon^{i}$: كرنش، عبارات كرنش

η : مختص طبيعي محيطي المان، تابع

θ : مختص پيراموني استوانه

ν : ضريب پواسون

ξ : مختص طبيعي طولي المان

ρ : چگالي جرمي

φ^{e} : تابع شكل المان

ψ : دوران سطح جانبي

پیوست

عناصر ماتریسهاي رابطه (۲۱) عبارتند از :

$$K_{ij}^{1\alpha} = \int_{\Omega^e} (\frac{\partial \varphi_i}{\partial x} N_{1j}^{\alpha} + \frac{\partial \varphi_i}{\partial y} N_{6j}^{\alpha}) dxdy \quad , \quad K_{ij}^{2\alpha} = \int_{\Omega^e} (\frac{\partial \varphi_i}{\partial x} N_{6j}^{\alpha} + \frac{\partial \varphi_i}{\partial y} N_{2j}^{\alpha} + \varphi_i \frac{1}{R} \hat{Q}_{2j}^{\alpha} + \frac{c_1}{R} (\frac{\partial \varphi_i}{\partial x} P_{6j}^{\alpha} + \frac{\partial \varphi_i}{\partial y} P_{2j}^{\alpha}))$$

$$K_{ij}^{3\alpha} = \int_{\Omega^e} [\frac{\partial \varphi_i}{\partial x} \hat{Q}_{1j}^{\alpha} + \frac{\partial \varphi_i}{\partial y} \hat{Q}_{2j}^{\alpha} - c_1 (\frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial x^2} P_{1j}^{\alpha} + 2 \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial x \partial y} P_{6j}^{\alpha} + \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial y^2} P_{2j}^{\alpha}) + \frac{\partial \varphi_i}{\partial x} (N_{1j}^{\alpha} \frac{\partial w_0}{\partial x} + N_{6j}^{\alpha} \frac{\partial w_0}{\partial y}) + \frac{\partial \varphi_i}{\partial y} (N_{6j}^{\alpha} \frac{\partial w_0}{\partial x}$$
$$+ N_{2j}^{\alpha} \frac{\partial w_0}{\partial y}) - \frac{\varphi_i}{R} N_{2j}^{\alpha}] dxdy$$

$$K_{ij}^{4\alpha} = \int_{\Omega^e} (\frac{\partial \varphi_i}{\partial x} \hat{M}_{1j}^{\alpha} + \frac{\partial \varphi_i}{\partial y} \hat{M}_{6j}^{\alpha} - \varphi_i \hat{Q}_{1j}^{\alpha}) dxdy \quad , \quad K_{ij}^{5\alpha} = \int_{\Omega^e} (\frac{\partial \varphi_i}{\partial x} \hat{M}_{6j}^{\alpha} + \frac{\partial \varphi_i}{\partial y} \hat{M}_{2j}^{\alpha} - \varphi_i \hat{Q}_{2j}^{\alpha}) dxdy$$

در روابط فوق $K_{ij}^{\alpha\beta}$ مولفه سطر iام و ستون j ام زیر ماتریسي است که در سطر αام و ستون βام ماتریس سختي المان قرار دارد . بنابراین در روابطه بالا: $i, j = 1,2,.., N$, $\alpha = 1,2,...,5$ بوده، $\frac{\partial}{\partial y} \equiv \frac{\partial}{R.\partial \theta}$ و در آن:

$$N_{1j}^{1} = A_{11} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + A_{16} \frac{\partial \varphi_j}{\partial y} \quad , \quad N_{1j}^{2} = A_{12} \frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + A_{16} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + E_{12} \frac{c_2}{R} \frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + E_{16} \frac{c_2}{R} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x}$$

$$N_{1j}^{3} = A_{11} (\frac{1}{2} \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + A_{12} \frac{1}{2} \frac{\partial w_0}{\partial y} \frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + A_{16} \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial \varphi_j}{\partial y} - c_2 (E_{11} \frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial x^2} + E_{12} \frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial y^2} + E_{16} 2 \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} \frac{\partial \varphi_j}{\partial y})$$

$$N_{1j}^{4} = B_{11} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + B_{16} \frac{\partial \varphi_j}{\partial y} - c_2 (E_{11} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + E_{16} \frac{\partial \varphi_j}{\partial y}) \quad , \quad N_{1j}^{5} = B_{12} \frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + B_{16} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} - c_2 (E_{11} \frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + E_{16} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x})$$

$$N_{2j}^{1} = A_{12} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + A_{26} \frac{\partial \varphi_j}{\partial y} \quad , \quad N_{2j}^{2} = A_{22} \frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + A_{26} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + \frac{c_2}{R} (E_{22} \frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + E_{26} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x})$$

$$N_{2j}^{3} = A_{12} \frac{1}{2} \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + A_{22} \frac{1}{2} \frac{\partial w_0}{\partial y} \frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + A_{26} \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial \varphi_j}{\partial y} - c_2 (E_{12} \frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial x^2} + E_{22} \frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial y^2} + E_{26} \frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial x \partial y})$$

$$N_{2j}^{4} = B_{12} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + B_{26} \frac{\partial \varphi_j}{\partial y} - c_2 (E_{12} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + E_{26} \frac{\partial \varphi_j}{\partial y}) \quad , \quad N_{2j}^{5} = B_{22} \frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + B_{26} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} - c_2 (E_{22} \frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + E_{26} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x})$$

$$N_{6j}^{1} = A_{16} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + A_{66} \frac{\partial \varphi_j}{\partial y} \quad , \quad N_{6j}^{2} = A_{26} \frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + A_{66} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + \frac{c_2}{R} (E_{26} \frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + E_{66} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x})$$

$$N_{6j}^{3} = A_{16} \frac{1}{2} \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + A_{26} \frac{1}{2} \frac{\partial w_0}{\partial y} \frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + A_{16} \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial \varphi_j}{\partial y} - c_2 (E_{16} \frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial x^2} + E_{26} \frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial y^2} + E_{66} \frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial y \partial x})$$

$$N_{6j}^{4} = B_{16} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + B_{66} \frac{\partial \varphi_j}{\partial y} - c_2 (E_{16} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + E_{66} \frac{\partial \varphi_j}{\partial y}) \quad , \quad N_{6j}^{5} = B_{26} \frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + B_{66} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} - c_2 (E_{16} \frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + E_{66} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x})$$

و :

$$M^1_{1j} = B_{11}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + B_{16}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} \quad , \quad M^2_{1j} = B_{12}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + B_{16}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + \frac{c_2}{R}(F_{12}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + F_{16}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x})$$

$$M^1_{2j} = B_{12}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + B_{26}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} \quad , \quad M^2_{2j} = B_{22}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + B_{26}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + \frac{c_2}{R}(F_{22}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + F_{26}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x})$$

$$M^3_{2j} = B_{12}\frac{1}{2}\frac{\partial w_0}{\partial x}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + B_{22}\frac{1}{2}\frac{\partial w_0}{\partial y}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + B_{26}\frac{\partial w_0}{\partial x}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} - c_2(F_{12}\frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial x^2} + F_{22}\frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial y^2} + F_{26}\frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial x \partial y})$$

$$M^4_{2j} = D_{12}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + D_{26}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} - c_2(F_{12}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + F_{26}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y}) \quad , \quad M^5_{2j} = D_{22}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + D_{26}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} - c_2(F_{22}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + F_{26}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x})$$

$$M^1_{6j} = B_{16}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + B_{66}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} \quad , \quad M^2_{6j} = B_{26}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + B_{66}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} - \frac{c_2}{R}(F_{26}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + F_{66}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x})$$

$$M^3_{1j} = B_{11}\frac{1}{2}\frac{\partial w_0}{\partial x}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + B_{12}\frac{1}{2}\frac{\partial w_0}{\partial y}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + B_{16}\frac{\partial w_0}{\partial x}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} - c_2(F_{11}\frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial x^2} + F_{12}\frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial y^2} + F_{16}\frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial x \partial y})$$

$$M^4_{1j} = D_{11}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + D_{16}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} - c_2(F_{11}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + F_{16}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y}) \qquad M^5_{1j} = D_{12}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + D_{16}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} - c_2(F_{12}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + F_{16}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x})$$

$$M^3_{6j} = B_{16}\frac{1}{2}\frac{\partial w_0}{\partial x}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + B_{26}\frac{1}{2}\frac{\partial w_0}{\partial y}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + B_{66}\frac{\partial w_0}{\partial x}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} - c_2(B_{16}\frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial x^2} + B_{26}\frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial y^2} + B_{66}\frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial x \partial y})$$

$$M^4_{6j} = D_{16}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + D_{66}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} - c_2(F_{16}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + F_{66}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y}) \qquad M^5_{6j} = D_{26}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + D_{66}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} - c_2(F_{26}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + F_{66}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x})$$

$$P^1_{1j} = E_{11}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + E_{16}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} \quad , \quad P^2_{1j} = E_{12}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + E_{16}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + \frac{c_2}{R}(H_{12}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + H_{16}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x})$$

$$P^3_{1j} = E_{11}\frac{1}{2}\frac{\partial w_0}{\partial x}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + E_{12}\frac{1}{2}\frac{\partial w_0}{\partial y}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + E_{16}\frac{\partial w_0}{\partial x}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} - c_2(H_{11}\frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial x^2} + H_{12}\frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial y^2} + H_{16}\frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial x \partial y})$$

$$P^4_{1j} = F_{11}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + F_{16}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} - c_2(H_{11}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + H_{16}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y}) \quad , \quad P^5_{1j} = F_{12}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + F_{16}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} - c_2(H_{12}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + H_{16}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x})$$

$$P^1_{2j} = E_{12}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + E_{26}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} \quad , \quad P^2_{2j} = E_{22}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + E_{26}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + \frac{c_2}{R}(H_{22}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + H_{26}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x})$$

$$P^3_{2j} = E_{12}\frac{1}{2}\frac{\partial w_0}{\partial x}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + E_{22}\frac{1}{2}\frac{\partial w_0}{\partial y}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + E_{26}\frac{\partial w_0}{\partial x}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} - c_2(H_{12}\frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial x^2} + H_{22}\frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial y^2} + H_{26}\frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial x \partial y})$$

$$P^4_{2j} = F_{12}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + F_{26}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} - c_2(H_{12}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + H_{26}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y}) \quad , \quad P^5_{2j} = F_{22}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + F_{26}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} - c_2(H_{22}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + H_{26}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x})$$

$$P^1_{6j} = E_{16}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + E_{66}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} \quad , \quad P^2_{6j} = E_{26}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + E_{66}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + \frac{c_2}{R}(H_{26}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + H_{66}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x})$$

$$P^1_{6j} = E_{16}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + E_{66}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} \quad , \quad P^2_{6j} = E_{26}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + E_{66}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + \frac{c_2}{R}(H_{26}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + H_{66}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x})$$

$$P^3_{6j} = E_{16}\frac{1}{2}\frac{\partial w_0}{\partial x}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + E_{26}\frac{1}{2}\frac{\partial w_0}{\partial y}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + E_{66}\frac{\partial w_0}{\partial x}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} - c_2(H_{16}\frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial x^2} + H_{26}\frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial y^2} + H_{66}\frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial x \partial y})$$

$$P^4_{6j} = F_{16}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + F_{66}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} - c_2(H_{16}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + H_{66}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y}) \quad , \quad P^5_{6j} = F_{26}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + F_{66}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} - c_2(H_{26}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + H_{66}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x})$$

$$P_{6j}^{3}=E_{16}\frac{1}{2}\frac{\partial w_0}{\partial x}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x}+E_{26}\frac{1}{2}\frac{\partial w_0}{\partial y}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y}+E_{66}\frac{\partial w_0}{\partial x}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y}-c_2(H_{16}\frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial x^2}+H_{26}\frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial y^2}+H_{66}\frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial x\partial y})$$

$$P_{2j}^{3}=E_{12}\frac{1}{2}\frac{\partial w_0}{\partial x}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x}+E_{22}\frac{1}{2}\frac{\partial w_0}{\partial y}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y}+E_{26}\frac{\partial w_0}{\partial x}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y}-c_2(H_{12}\frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial x^2}+H_{22}\frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial y^2}+H_{26}\frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial x\partial y})$$

$$P_{2j}^{4}=F_{12}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x}+F_{26}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y}-c_2(H_{12}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x}+H_{26}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y})\quad ,\quad P_{2j}^{5}=F_{22}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y}+F_{26}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x}-c_2(H_{22}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y}+H_{26}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x})$$

$$Q_{1j}^{1}=0\quad ,\quad Q_{1j}^{2}=A_{44}\frac{-1}{R}\varphi_j+D_{44}\frac{c_1}{R}\varphi_j-c_2(D_{44}\frac{-1}{R}\varphi_j+F_{44}\frac{c_1}{R}\varphi_j)$$

$$Q_{1j}^{3}=A_{44}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y}+A_{45}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x}+D_{44}(-c_1\frac{\partial \varphi_j}{\partial y})+D_{45}(-c_1\frac{\partial \varphi_j}{\partial x})-c_2(D_{44}\frac{\partial \varphi_j}{\partial y}+D_{45}\frac{\partial \varphi_j}{\partial x}+F_{44}(-c_1\frac{\partial \varphi_j}{\partial y})+F_{45}(-c_1\frac{\partial \varphi_j}{\partial x}))$$

$$Q_{1j}^{4}=A_{45}\varphi_j-D_{45}c_1\varphi_j-c_2(D_{45}\varphi_j-F_{45}c_1\varphi_j)\quad ,\quad Q_{1j}^{5}=A_{44}\varphi_j-D_{44}c_1\varphi_j-c_2(D_{44}\varphi_j-F_{44}c_1\varphi_j)$$

$$M_{ij}^{11}=I_0S_{ij}^{0},\ M_{ij}^{12}=0,\ M_{ij}^{13}=-c_1I_3S_{ij}^{0x},\ M_{ij}^{14}=J_1S_{ij}^{0},\ M_{ij}^{22}=I_0S_{ij}^{0},\ M_{ij}^{23}=-c_1I_3S_{ij}^{0y},\ M_{ij}^{24}=0$$

$$M_{ij}^{25}=J_1S_{ij}^{0},\ M_{ij}^{15}=0,\ M_{ij}^{33}=I_0S_{ij}^{1}+c_1^{\,2}I_6(S_{ij}^{xx}+S_{ij}^{yy}),\ M_{ij}^{34}=-c_1J_4S_{ji}^{0y},\ M_{ij}^{35}=-c_1J_4S_{ji}^{0x}$$

$$M_{ij}^{44}=K_2S_{ij}^{0},\ M_{ij}^{45}=0,\ M_{ij}^{55}=K_2S_{ij}^{0},\ S_{ij}^{0}=\int_{\Omega^e}\varphi_i\varphi_i\,dxdy,\ S_{ij}^{0x}=\int_{\Omega^e}\varphi_i\frac{\partial \varphi_i}{\partial x}dxdy$$

$$S_{ij}^{0y}=\int_{\Omega^e}\varphi_i\frac{\partial \varphi_i}{\partial y}dxdy,\ S_{ij}^{1}=S_{ij}^{0},\ S_{ij}^{xx}=\int_{\Omega^e}\frac{\partial \varphi_i}{\partial x}\frac{\partial \varphi_i}{\partial x}dxdy\quad S_{ij}^{yy}=\int_{\Omega^e}\frac{\partial \varphi_i}{\partial y}\frac{\partial \varphi_i}{\partial y}dxdy$$

جدولها

جدول ۱- ویژگیهاي مکانیکي مواد مورد استفاده در پوسته‌هاي FGM مورد بررسي

نام مواد	$E[GPa]$	ν	$\alpha[K^{-1}]$	$\kappa\ [W/mK]$	$\rho\ [kg/m^3]$	$C_v\ [J/kgK]$
Zirconia	۲۴۴/۲۷	۰/۲۸۸۲	۱۲/۷e-۶	۱/۷	۵۷۰۰	٤۸۷/۳٤۲۸
Silicon nitride	۳۴۸/۴۳	۰/۲٤	۵/۸۷e-۶	۱۳/۷	۲۳۷۰	۵۵۵/۱۱
Ti-6Al-4V	۱۲۲/۵۶	۰/۲۸۸۳۸	۷/۶e-۶	۱	٤٤۲۹	٦۲۵/۲۹٦۹
Stainless steel	۲۰۱/۴	۰/۳۲٦۲	۱۲/۳e-۶	۱۵/۳۸	۸۱٦٦	٤۹٦/٥٦

جدول ۲- دماهاي كمانش حرارتي پوسته‌هاي FGM برحسب [K]

n	$Si_3N_4 / SUS304$		$SUS304 / Si_3N_4$		$ZrO_2 / Ti-6Al-4V$		$Ti-6Al-4V / ZrO_2$	
	مرجع [۱۳]	نتايج كنوني	مرجع [۱۳]	نتايج كنوني	مرجع [۱۳]	نتايج كنوني	مرجع [۱۳]	نتايج كنوني
۰	۳۸۶/۶۵۸	۳۵۸/۹۱۳	۴۹۱/۲۶۷	۴۶۴/۷۲	۴۷۷/۶۲۷	۴۵۳/۳۶۱	۳۷۱/۴۱۶	۳۵۳/۱۰۳
۰/۲	۳۹۶/۰۲۹	۳۷۰/۵۴۵	۴۴۸/۶۱۳	۴۲۳/۶۱۲	۴۵۰/۸۳۷	۴۲۳/۵۱۷	۳۷۸/۵۶۲	۳۵۹/۸۴۷
۰/۵	۴۰۶/۵۴۳	۳۷۹/۲۸۳	۴۱۹/۵۱۲	۳۹۶/۹۴۱	۴۳۲/۲۰۲	۴۰۸/۱۷۶	۳۸۷/۴۰۸	۳۶۸/۹۱۲
۱	۴۱۸/۴۵۶	۳۹۱/۵۰۶	۳۹۹/۵۹۱	۳۷۸/۱۰۴	۴۱۸/۴۵۶	۳۹۶/۶۴۱	۳۹۹/۵۹۱	۳۸۱/۰۵۶
۲	۴۳۲/۴۴۵	۴۰۷/۴۴۷	۳۸۵/۶۴۶	۳۶۲/۳۱۶	۴۰۷/۹۸۰	۳۸۴/۵۰۲	۴۱۷/۹۱۹	۳۹۹/۷۴۶
۵	۴۵۰/۲۷۹	۴۲۶/۰۱۶	۳۷۶/۱۳۷	۳۵۳/۰۱۹	۳۹۵/۷۱۹	۳۷۳/۸۲۸	۴۴۷/۰۶۲	۴۲۶/۹۶۳

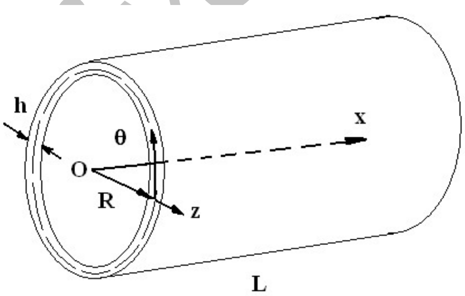
جدول ۳- مقدار بار محوري كمانش استاتيكي براي پوسته‌هاي $Si_3N_4 / SUS304$ برحسب [kN]

$R/h=300,\ T_i=T_0=300[K]$			
n	$T_{out}=300[K]$	$T_{out}=600[K]$	$T_{out}=900[K]$
۰/۲	۷۰۶/۴۵۴	۴۳۲/۸۰۰	۳۲۲/۸۹۱
۱	۸۰۹/۷۲۶	۵۲۴/۱۸۷	۳۶۱/۵۹۷
۲	۸۵۶/۶۳۹	۵۷۳/۶۴۰	۳۸۱/۳۲۲
$R/h=30,\ T_i=T_0=300[K]$			
n	$T_{out}=300[K]$	$T_{out}=600[K]$	$T_{out}=900[K]$
۰/۲	۷۱۳۷/۶۸۸	۶۶۲۶/۷۹۲	۶۰۶۵/۵۷۷
۱	۸۳۰۵/۸۰۱	۷۷۰۸/۳۰۶	۶۸۱۲/۰۹۱
۲	۸۶۷۵/۷۵۱	۷۸۹۱/۲۵۸	۷۲۴۱/۱۷۱

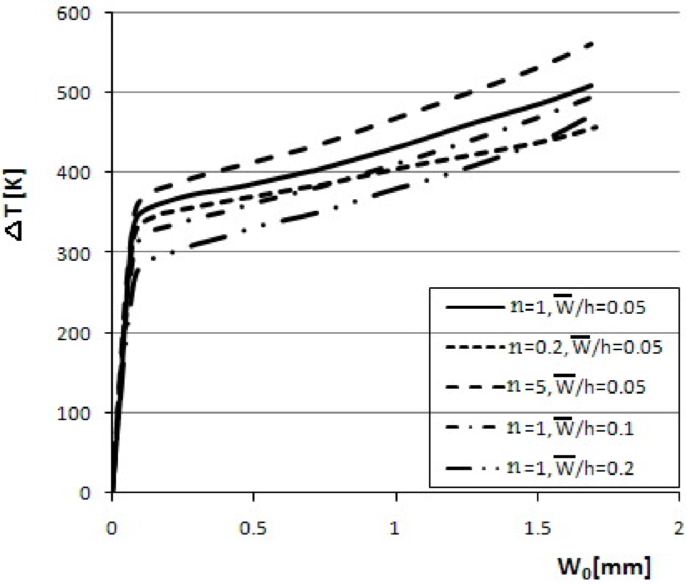
جدول ٤- مقدار بارهاي محوري كمانش استاتيكي و ديناميكي برحسب [kN]، براي پوسته‌هاي Si_3N_4 / $SUS304$

$R/h=300,\ T_i=T_0=300[K]$				
n	$T_{out}=600[K]$		$T_{out}=900[K]$	
	بار كمانش استاتيكي	بار كمانش ديناميكي	بار كمانش استاتيكي	بار كمانش ديناميكي
۰/۲	۴۳۲/۸۰۰	۳۵۸/۱۴۶	۳۲۲/۸۹۱	۲۷۴/۸۷۲
۱	۵۲۴/۱۸۷	۴۳۶/۵۸۱	۳۶۱/۵۹۷	۳۰۹/۳۶۰
۲	۵۷۳/۶۴۰	۴۷۷/۷۱۹	۳۸۱/۳۲۲	۳۲۵/۸۰۱
$R/h=30,\ T_i=T_0=300[K]$				
n	$T_{out}=600[K]$		$T_{out}=900[K]$	
	بار كمانش استاتيكي	بار كمانش ديناميكي	بار كمانش استاتيكي	بار كمانش ديناميكي
۰/۲	۶۶۲۶/۷۹۲	۵۳۷۶/۱۵۲	۶۰۶۵/۵۷۷	۵۲۶۴/۰۶۸
۱	۷۷۰۸/۳۰۶	۶۲۵۳/۷۲۶	۶۸۱۲/۰۹۱	۵۸۷۳/۴۳۷
۲	۷۸۹۱/۲۵۸	۶۳۹۴/۹۱۹	۷۲۴۱/۱۷۱	۶۲۴۱/۲۰۱

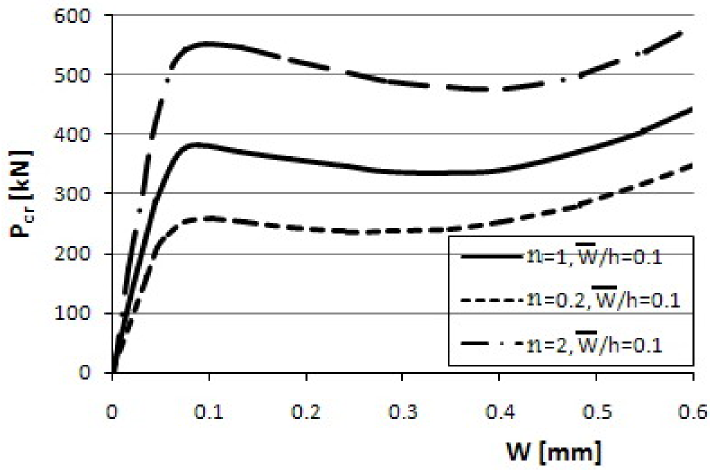
شكلها



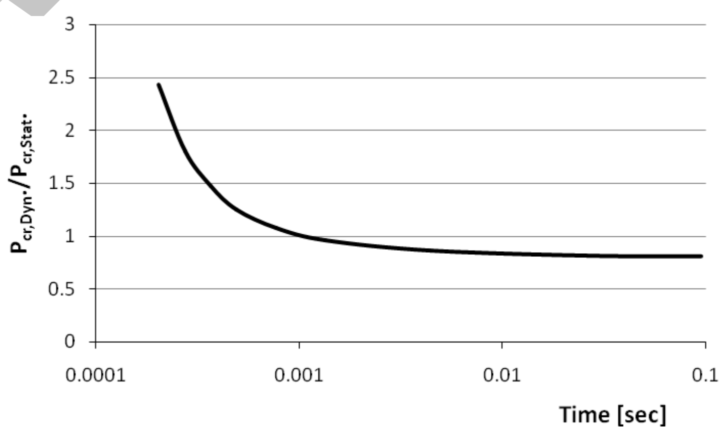
شكل ۱- مشخصات هندسي و مختصات پوسته



شكل ۲- اثر تغيير شكل اوليه و توان رابطه حاكم بر مواد بر دماي كمانش



شكل ۳- اثر تغيير شكل اوليه و توان n، بر رفتار كمانشي پوسته



شكل ٤- اثر فاصله زماني اعمال بار محوري بر نسبت بار كمانش ديناميكي به بار كمانش استاتيكي

Abstract

In the present paper, dynamic buckling analysis of a circular cylindrical shell with initial geometric imperfections and a temperature distribution, under axial load is investigated using the third order shear deformation theory. A second order element is used, the resulted nonlinear equations are solved using an iterative numerical time integration method in conjunction with incremental loading and updating methods, and the buckling load is determined employing Budiansky's criterion. Since no work is developed in literature in dynamic buckling of FGM cylindrical shells field so far, present results are compared with results of the static buckling analyses performed by other references, as a first stage. Then, influences of various parameters on the dynamic buckling of the FGM shells are investigated. Obtained results indicate the effects of the power of the constitutive law equation and specially, temperature difference of the inner and outer surfaces on the buckling load. Furthermore, results reveal that the buckling load may exceed the static buckling load in special loading conditions.