ISME

# ارائه و تحليل يک مكانيزم جديد براي ربات‌هاي موازي كابلي بزرگ با سه درجه آزادي انتقالي

علیرضا علیخانی[1]
دانشجوي دكتري

سيدعلي صدوق ونيني[2]
استاد

آريا السني[3]
دانشيار

سعيد بهزادي پور[4]
استاديار

*در اين مقاله مكانيزمي جديد براي ربات‌هاي موازي كابلي بزرگ با سه درجه آزادي انتقالي معرفي مي‌شود. در اين مكانيزم، كابل‌ها نه تنها حركت مورد نياز براي جابجايي مجري‌نهايي را تامين مي‌نمايند بلكه براي ايجاد قيد حركتي و محدود نمودن درجات آزادي مورد استفاده قرار مي‌گيرند به‌طوري كه درجات آزادي مجري‌نهايي از شش به سه درجه آزادي انتقالي كاهش مي‌يابد. تامين نيروي كششي كابل‌ها توسط سه كابل مازاد كه مجري نهايي را به پايه ربات متصل مي‌نمايد تامين مي‌شود. اين ربات محدوديت ربات‌هاي كابلي ارائه شده با سه يا چهار درجه آزادي را نداشته و مي‌تواند در ابعاد بسيار بزرگ مورد استفاده قرار گيرد. تحليل سينماتيک، استاتيک، ديناميک و فضاي‌كاري اين ربات به منظور طراحي و كنترل به همراه مثال عددي ارائه خواهد شد.*

*واژه‌هاي راهنما*: ربات موازي كابلي، سينماتيک، استاتيک، ديناميک، فضاي‌كاري

## ۱ - مقدمه

يكي از انواع ربات‌هاي موازي كه در دو دهه اخير مورد توجه قرار گرفته است، ربات‌هايي هستند كه در آنها از كابل به عنوان كارانداز استفاده شده و جابجايي و كنترل موقعيت مجري نهايي به كمك آنها صورت مي‌گيـرد. در اين ربات‌ها مجري نهايي توسط n كابل به همراه n موتور كه وظيفه كشش و كنترل طول آنها را به عهده دارند، كنترل مي‌شوند. موتورها مي‌توانند بر روي مجري نهايي و يا در يك مكان ثابت نصب گردند.

اين نوع سيستمها علاوه بر دارا بودن مزاياي مكانيزم‌هاي موازي نسبت به مكانيزم‌هـاي سـري، از مزايـاي زير نيز بهره مي‌برند:

- سادگي مكانيزم به لحاظ مكانيكي در مقايسه با ديگر ربات‌ها؛
- دارا بودن بازه حركت خطي بسيار بزرگتر نسبت به كاراندازهاي خطي معمولي مانند جكهاي نيوماتيكي و هيدروليكي، موتورهاي خطي و غيره؛

---

۱ نويسنده مسئول، دانشجوي دكتري، دانشكده مهندسي مكانيک، دانشگاه صنعتي اميركبير roboali@gmail
۲ استاد، دانشكده مهندسي مكانيك،دانشگاه صنعتي اميركبير
۳ دانشيار، دانشكده مهندسي مكانيک، دانشگاه صنعتي شريف
۴ استاديار، دانشكده مهندسي مكانيك، دانشگاه آلبرتا- كانادا

- امكان ساخت ربات‌هاي بسيار بزرگ مانند ربات‌هاي جرثقيل؛
- اينرسي حركتي بسيار كم؛
- هزينه ساخت پايين؛
- بالا بودن نسبت بار قابل تحمل به وزن سيستم؛
- قابليت حمل ونقل و نصب آسان در محل سايت.

مشكل مهم اين سيستم‌ها عدم تحمل بارهاي فشاري و گشتاورهاي مختلف توسط كابل است. بنابراين نحوه به كارگيري اينگونه سيستم‌ها بايد به گونه‌اي باشد كه كابل‌ها همواره تحت كشش قرار گيرند تا سيستم صلبيت و پايداري مورد نياز خود را داشته باشد. براي تامين نيروي كششي مورد نياز حداقل $n+1$ كابل براي يك سيستم $n$ درجه آزادي مورد نياز است. اين نوع سيستمها بر اساس مقيد بودن مجري نهايي در برابر حركتهاي اعمالي به سه گروه با قيد ناكافي ، قيد كامل و قيد مازاد تقسيم مي‌شوند. در گروه اول مجري نهايي كاملا مقيد نبوده و امكان ايجاد نوسان در هنگام حركت وجود داشته و كشش مورد نياز كابل‌ها نيز توسط نيروي ثقلي زمين، نيروهاي ديناميكي و المان‌هاي مكانيكي مانند فنر يا جك‌هاي نيوماتيكي تامين مي‌شود اما در گروه‌هاي دوم و سوم نيروي كشش كابل‌ها به صورت داخلي توسط كابل‌هاي مازاد فعال تامين شده و حركت‌هاي نوساني به كمك قيود مكانيكي سيستم به كمترين مقدار رسيده و يا حذف مي‌شوند.

تاكنون مكانيزم‌هاي مختلفي براي ربات‌هاي كابلي ارائه شده است. در سال ۱۹۹۳ آلبوس و همكارانش [۱] نمونه اي در موسسه ملي استاندارد و تكنولوژي آمريكا براي صنايع كشتي‌سازي و بنادر ارائه نمودند. اين طرح، مشابه سيستم ۶ درجه آزادي استوارت بوده كه به جاي پايه‌هاي هيدروليكي از ۶ كابل جهت ايجاد حركت در مجري نهايي استفاده شده است. در اين سيستم، نيروي ثقلي باعث ايجاد كشش كابل‌ها در تمامي فضاي كاري مي‌شود. در سال ۲۰۰۰ كاوامورا و همكارانش [۲] يك ربات كابلي سرعت بالا با ۶ درجه آزادي به نام "فالكون ۷" ارائه نمودند كه شتاب آن تا40g مي‌رسد اما فضاي كاري آن محدود است. در اين مكانيزم كشش مورد نياز براي كابل‌هاي فعال توسط يك ميله كه به مجري نهايي متصل شده است تامين مي‌شود. در سال ۲۰۰۲ نوتاش و همكارش [۳] يك مكانيزم ۴ درجه آزادي به نام CAT4 ارائه نمودند كه در آن از ۶ كابل فعال براي تحريك مجري نهايي استفاده گرديده است. دراين مكانيزم براي كاهش درجات آزادي مجري نهايي (مقيد نبودن آن) از يك سازه صلب كه نقش ستون فقرات را ايفا مي‌نمايد استفاده شده است. در سال ۲۰۰۵ بهزادي پور[۴] یک مکانیزم به نام "بتا بوت" كه داراي سه درجه آزادي انتقالي است ارائه نمود. اين مكانيزم مشابه ربات دلتا بوده و قيد مكانيكي براي كاهش درجات آزادي توسط نوع چيدمان كابل‌ها و جك متصل به مجري نهايي تامين مي‌شود. در سال ۲۰۰۶ نيز نينگ و همكارانش [۵] يك مكانيزم سه درجه آزادي مشابه "فالكون۷" ارائه نمودند. در اين مكانيزم از ۲ كابل مازاد براي تامين نيروي كششي مورد نياز در كابل‌هاي متصل به مجري نهايي استفاده شده است.

در زمينه مكانيزم‌هاي ارائه شده، معمول ربات‌هاي كابلي كه تا كنون ارائه شده و مورد استفاده قرار گرفته‌اند داراي ۶ درجه آزادي هستند. يكي از معايب سيستم‌هاي با درجه آزادي بالا عدم كنترل مناسب براي حركت‌هاي دوراني است كه در اين دوران‌ها امكان عدم تحمل بارهاي خارجي و عدم تعادل ربات مطرح

است[۶]. به هر حال در بيشتر كاربردها، سيستمي با درجات آزادي كمتر (۳، ۴ يا ۵) براي انجـام فعاليـت‌هـا كفايت مي‌نمايد. در زمينه ربات‌هاي كابلي با درجات آزادي كمتر از ۶ براي كاربردهاي بزرگ تا كنون كاري انجام نشده حتي براي كاربردهاي در ابعاد كوچك كارهاي صورت گرفته بسيار محدود است و تمامي آنهـا در ابعاد خيلي بزرگ قابل استفاده نمي باشند زيرا براي مقيد نمـودن بعضـي از درجـات آزادي از مكـانيزم‌هـايي استفاده شده است كه ساخت آنها در ابعاد بسيار بزرگ مشكلات مختلفي از جمله پيچيدگي، وزن بالا، هزينـه ساخت، بهينه نبودن سيستم و در نهايت عدم امكان ساخت را بوجود خواهد آورد.

در اين مقاله مكانيزم جديدي با نام LCDR[4] ارائه خواهد شـد. ايـن مكـانيزم عمـلاً اصـلاح شـده مكـانيزم بتابوت[۴] است، در ربات بتابوت براي ايجاد كشش كافي در كابل‌ها از يک جک نيوماتيكي كـه پايـه ثابـت را به مجري نهايي متصل نموده و همواره نيروي ثابتي را اعمال مي نمايد، استفاده شده است. در مكـانيزم ارائـه شده جديد كشش مورد نياز كابل‌ها توسط يک زير سيستم كه داراي ۳ كابل فعال است تـامين مـی‌شـود و مشكل حضور جك نيوماتيكي به عنوان ستون فقرات در سيستم بتابوت را حل نموده است. چون كشـش هـر يک از كابل‌ها به طور جداگانه قابل كنترل است، برآيند آنها نيز قابل كنترل بـوده و امكـان اعمـال نيروهـاي بهينه توسط موتورها وجود خواهد داشت. علاوه بر آن مكانيزم LCDR مزاياي زير را نيز خواهد داشت:

۱. وجود حل تحليلي براي معادلات سينماتيك مستقيم بر خلاف بيشتر مكانيزم‌هاي كابلي كه تا كنـون ارائه شده اند با فرض بدون جرم بودن كابل‌ها؛
۲. جايگزيني ستون فقرات توسط كابل‌ها و رفـع مشـكلات مكـانيكي ناشـي از حضـور آن ماننـد توليـد حرارت در سرعت‌هاي بالا؛
۳. امكان افزايش ابعاد كاري ربات و توليد ربات با ابعاد بزرگ؛
۴. سادگي مكانيزم به لحاظ مكانيكي و كاهش هزينه هاي توليد، تعمير و نگهداري؛
۵. قابليت كاليبراسيون سيستم توسط كابل‌هاي مازاد.

## ۲ - توصيف ساختار ربات كابلي LCDR

ربات كابلي LCDR از چهار قسمت اصلي تشكيل شده است(شكل۱). قسمت اول، سازه ربات است كـه داراي دو صفحه مثلثي شكل بالايي و پاييني بوده كه توسط پايه‌ها به هم متصل شده‌اند. قسمت دوم، مجري نهايي است كه يک صفحه مثلثي شكل مشابه صفحات مثلثي بالايي و پـاييني بـوده ولـي از آن‌هـا كـوچكتر اسـت. قسمت سوم، مجموعه ۶ عدد كابل‌هاي فوقاني است. اين كابل‌ها دوبه دو با هم موازي بوده و هر يک از جفت كابل‌ها يک راس مجري نهايي را به يک قرقره كه زير صفحه فوقاني وصل شده اند متصل مي نمايند. هر يک از كابل‌ها از يک سوراخ هدايت كننده مخصوص به خود كه برروي قاب قرقره قرار دارند عبور داده مي شـوند. همچنين هر يک از اين قرقره‌ها به همراه يک سرو موتور براي كنترل طول كابل‌ها مورد اسـتفاده قـرار مـي-گيرد. وضعيت قرارگيري قرقره‌ها به گونه‌اي است كه همراه با كابل‌ها و مجـري نهـايي سـه متـوازي الاضـلاع

[4] Large Scale Delta Robot

*abcd*، تشكيل مي دهند(شكل۲). خطوط ac و bd با يكديگر موازي و مساوي مي باشند لـذا خطـوط ab و cd نيز با يكديگر موازي و مساوي مي باشند. قسمت چهارم اين مكانيزم مجموعه كابل‌هاي پاييني است كـه شامل سه كابل است كه مجري نهايي را به صفحه پاييني سازه متصل مي نماينـد. ايـن كابـل‌هـا بـه منظـور تامين كشش مورد نياز در كابل‌هاي فوقاني مورد استفاده قرار مي‌گيرند. كابل‌هـاي پـايني مشـابه كابـل‌هـاي فوقاني پس از عبور از سوراخ هدايت كننده كه بر روي قاب قرقره قرار دارند بر روي قرقره تابيـده مـي‌شـوند. جهت و مقدار برآيند نيروي كابل‌هاي پائيني مرتبط با موقعيت مجري نهايي و مقدار نيروي داخلـي كابـل‌هـا است.

معادل مكانيزم فوق در صورتي كه به جاي كابل‌ها از رابط‌هاي صلب استفاده شود مكـانيزمي خواهـد بـود كه در آن به جاي جفت كابل‌هاي فوقاني از سيلندر استفاده شده كه در ابتدا و انتهاي آنها مفاصل ساچمه‌اي به كار گرفته شده‌اند. اين سيلندرها جابجايي يكسان ايجاد مي‌نمايند تا قيد مساوي بـودن طـول كابـل‌هـا را ارضا نمايند. اين مكانيزم معادل مشابه ربات دلتا [۷] خواهد بود و لذا مي‌توان اثبات نمود كه اين مكانيزم نيز فقط سه درجه آزادي انتقالي دارد. در نتيجه مجموعه فوقاني ربات زماني كه كابل‌ها تحت كشش باشند يك مكانيزم سه درجه آزادي خواهد بود. از آنجايي كه ربـات هيچگونـه دورانـي نـدارد برخـورد كابـل‌هـا در ايـن مكانيزم اتفاق نمي‌افتد.

## ۳ - تحليل سينماتيک ربات

مدل سينماتيكي، ارتباط بين طول كابل‌ها و موقعيت مجري نهايي را مشخص مي‌نمايد. اين تحليل شـامل دو قسمت سينماتيك مستقيم و معكوس است. در سينماتيك مستقيم، با فرض مشخص بـودن طـول كابـل‌هـا، موقعيت و جهت مجري نهايي محاسبه مي‌شود و در سينماتيك معكوس نيز با فرض مشخص بودن موقعيت و جهت مجري نهايي، طول كابل‌ها مشخص مي‌شود. البته در اين مكانيزم به علت صرفا انتقـالي بـودن حركـت مجري نهايي، تغيير جهت در تحليـل سـيتماتيكي وارد معـادلات نخواهـد شـد. مـدل سـينماتيكي سيسـتم مكانيكي ربات موازي كابلي LCDR در شكل (۳) ارائه شده است.

هر يك از جفت كابل‌ها در مدل سينماتيكي با يك كابل معادل كه طول آن با طول جفـت كابـل‌هـا برابـر است، جايگزين شده‌اند. نقطه اتصال كابل‌هاي فوقاني به صفحه بالايي با $A_i$ (i=1,2,3) و كابل‌هاي پـاييني با صفحه پاييني با $B_i$ (i=1,2,3) و نقاط اتصال كابل‌هاي بالايي و پـاييني بـه مجـري نهـايي (كـه در مـدل سينماتيكي بر روي يكديگر قرار دارند) با $P_i$ (i=1,2,3) نمايش داده شـده‌انـد. مختصـات مرجـع $\{O\}$ در مركز صفحه مثلث فوقاني، مختصات كمكي $\{O'\}$ در مركز صفحه مثلث پاييني و مختصـات متحـرك {m} در مركز مجري نهايي تعريف مي‌شوند. اين سه مختصات به گونه‌اي قرار گرفته‌اند كه بـا يكـديگر هـم جهـت باشند. $\mathbf{r}_i$ موقعيت نقاط اتصال $A_i$ (i=1,2,3) نسـبت بـه مرجـع $\{O\}$، $\mathbf{c}_i$ موقعيـت نقـاط $P_i$ (i=1,2,3) نسبت به مرجع {m}، و $\mathbf{R}_i$ موقعيت نقاط اتصال $B_i$ (i=1,2,3) نسبت به مرجع $\{O'\}$ است. طول كابل-ها با $\mathbf{L}_i$ (i=1,2,…,9) و موقعيت مركز مجري نهايي نسبت محور مختصات $\{O\}$ با بردار $\mathbf{P}_m$ نشـان داده مي‌شوند. همچنين $\hat{\mathbf{E}}_i$ (i=1,2,…,9 ) بردار بيان كننده جهت كابل‌ها است.

### ۳-۱ سینماتیک معکوس

سينماتيك معكوس براي محاسبه طول كابل‌ها با توجه به مشخص بودن موقعيت مجري نهـايي انجـام مـي‌گيرد( در اين سيستم به علت نداشتن تغيير جهـت در مجـري نهـايي تنهـا موقعيـت آن مـورد نظـر اسـت). معادلات سینماتیک معکوس به صورت زیر بدست مي‌آيند:

با توجه به شكل (۳) روابط زير بر قرار است:

$$\mathbf{r}_i + \mathbf{L}_i = \mathbf{P}_m + {}^{O}_{m}\mathbf{R}\mathbf{c}_i \quad i=1,2,3 \qquad (1)$$

كه در آن ${}^{O}_{m}\mathbf{R}$ ماتريس دوران مختصات $\{m\}$ نسبت به $\{O\}$است. با توجه به تغيير نيافتن زواياي مجـري نهايي و هم جهت بودن مختصات‌ها خواهيم داشت :

$$ {}^{O}_{m}\mathbf{R} = \mathbf{I}_3 \qquad (2)$$

لذا معادله (۱) به صورت زير بدست مي‌آيد:

$$\mathbf{L}_i = \mathbf{P}_m - \mathbf{r}_i + \mathbf{c}_i \quad i=1,2,3 \qquad (3)$$

از اينرو مقدار طول و جهت (بردار يكه) كابل‌ها به راحتي توسط روابط زير قابل محاسبه خواهند بود:

$$L_i = \|\mathbf{L}_i\| = \|\mathbf{P}_m - \mathbf{r}_i + \mathbf{c}_i\|^{\frac{1}{2}} \quad i=1,2,3 \qquad (4)$$

$$\hat{\mathbf{E}}_i = \frac{\mathbf{L}_i}{\|\mathbf{L}_i\|} \quad i=1,2,3 \qquad (5)$$

همچنين براي كابل‌هاي پاييني، روابط زير برقرار است:

$$ {}^{O}_{O'}\mathbf{R}\mathbf{R}_i + \mathbf{L}_{i+3} = \overrightarrow{O'O} + \mathbf{P}_m + {}^{O}_{m}\mathbf{R}\mathbf{c}_i \quad i=1,2,3 \qquad (6)$$

بردار $\overrightarrow{O'O}$ بيان كننده موقعيت مركز مختصات $\{O'\}$ نسبت به $\{O\}$ و ${}^{O}_{O'}\mathbf{R}$ ماتريس دوران مختصات $\{O'\}$ نسبت به $\{O\}$ مي‌باشند. چون اين دو مختصات نسبت به يكديگر همراستا هستند، ماتريس‌هاي دوران، ماتريس واحد خواهند بود و از معادله فوق حذف مي‌گردند. لذا معادله (۶) به صورت زير بازنويسي مي‌شود:

$$\mathbf{L}_{i+3} = \overrightarrow{O'O} + \mathbf{P}_m + \mathbf{c}_i - \mathbf{R}_i \quad i=1,2,3 \qquad (7)$$

طول و جهت كابل‌هاي پاييني به صورت زير بدست خواهند آمد:

$$\mathrm{L}_{i+3} = \left\|\overrightarrow{O'O} + \mathbf{P}_m + \mathbf{c}_i - \mathbf{R}_i\right\| \quad i=1,2,3 \qquad (8)$$

$$\hat{\mathbf{E}}_{i+3} = \frac{\mathbf{L}_{i+3}}{\|\mathbf{L}_{i+3}\|} \quad i=1,2,3 \qquad (9)$$

در روابط فوق مقادير $\mathbf{r}_i$ و $\mathbf{c}_i$ از مشخصات هندسي بوده و معلوم هستند و مقدار $\mathbf{P}_m$ نيز به عنوان ورودي مشخص است. لذا مقادير اندازه ($\|\mathbf{L}_i\|$) و جهت ($\hat{\mathbf{E}}_i$) كابل‌ها به راحتي قابل محاسبه مي‌باشند.

### ۳-۲ سینماتیک مستقیم

سينماتيك مستقيم براي محاسبه موقعيت مجري نهايي با توجه به مشخص بودن طول كابل‌ها انجام مي‌شود. براي انجام اين كار از يك روش هندسي بصورت زير استفاده مي‌شود.

با توجه به عدم تغيير جهت مجري نهايي مي‌توان نقاط $s_i$ را بر روي بردارهاي $\mathbf{r}_i$ به گونه‌اي انتخاب نمود كه اندازه و جهت بردارهاي $\overrightarrow{s_i m}$ با بردارهاي $\mathbf{L}_i$ برابر باشند يعني:

$$\mathbf{s}_i = \mathbf{r}_i - \mathbf{c}_i \quad i=1,2,3 \tag{۱۰}$$

حال به راحتي مي‌توان بيان نمود كه نقطه m (مركز مجري نهايي) محل تلاقي بردارهاي $\overrightarrow{s_i m}$ است. لذا محل نقطه m با ترسيم سه كره به قطرهاي $\overrightarrow{s_i m}$ و مركز $s_i$ و بدست آوردن محل تلاقي آنها، بدست مي‌آيد. معادلات سه كره به صورت زير است:

$$(P_{mx} - s_{ix})^2 + (P_{my} - s_{iy})^2 + (P_{mz} - s_{iz})^2 = L_i^{\,2} \quad i=1,2,3 \tag{۱۱}$$

با حل سه معادله فوق، مجهولات مساله كه مولفه‌هاي بردار $\mathbf{P}_m$ است بدست مي‌آيند. كه براي حل آن‌ها از روش ويليام[۸] استفاده خواهد شد. معادلات فوق داراي دو جواب عمومي است كه تنها يكي از آن‌ها مورد قبول است. جواب مورد قبول گزينه‌اي است كه به موقعيت قبلي مجري نهايي نزديكتر است.

## ۴ - تحليل استاتيک ربات

### ۴-۱ معادله استاتيكي

در حالت استاتيكي، بايد مجموع نيروي كابل‌ها و نيروي گرانشي زمين با نيروي خارجي وارد بر مجري نهايي از طرف محيط برابر باشد (شكل٤).

نيروي كابل‌ها به عنوان ورودي سيستم با $\mathbf{t}_i$ نمايش داده شده‌اند (برآيند هر دو جفت كابل فوقاني با $\mathbf{T}_i$ نشان داده شده است). معادلات استاتيكي به صورت زير خواهند بود:

$$\sum_{i=1}^{6}\mathbf{t}_i + {}^{O}_{O'}\mathbf{R}\sum_{i=7}^{9}\mathbf{t}_i + m_e\mathbf{g} = -\sum_{i=1}^{9} t_i\hat{\mathbf{E}}_i + m_e\mathbf{g} = \mathbf{F}_e \tag{۱۲}$$

$$\sum_{i=1}^{6} {}^{O}_{m}\mathbf{R}\mathbf{c}'_i \times \mathbf{t}_i + \sum_{i=7}^{9} {}^{O}_{m}\mathbf{R}\mathbf{c}'_i \times {}^{O}_{O'}\mathbf{R}\mathbf{t}_i + {}^{O}_{m}\mathbf{R}\mathbf{r}_g \times m_e\mathbf{g} = -\sum_{i=1}^{9}\mathbf{c}'_i \times t_i\hat{\mathbf{E}}_i + \mathbf{r}_g \times m_e\mathbf{g} = \mathbf{M}_e \tag{۱۳}$$

كه در آن‌ها $\mathbf{t}_i = -t_i\hat{\mathbf{E}}_i \, (i=1,..,9)$ بردار نيروي كابل i ام (بردارهاي $\hat{\mathbf{E}}_i$ از سمت پايه به سمت مجري نهايي مي‌باشند و لذا چون نيروي كابل‌ها بايد كششي باشد، علامت منفي براي نمايش بردار نيروها استفاده شده است)، $\mathbf{c}'_i$ موقعيت محل اتصال كابل i ام به مجري نهايي كه در محور مختصات {m} بيان مي‌شود، $m_e$ كل جرم مجري نهايي و ابزار متصل به آن، g شتاب ثقلي زمين، $\vec{F}_e$ و $\vec{M}_e$ بردارهاي نيروي و گشتاور اعمالي بر مجري نهايي از طرف محيط هستند. كه با جايگذاري روابط فوق در معادلات (۱۲) و (۱۳) معادله كلي زير بدست مي‌آيد:

$$\mathbf{J}\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{R}_e + \mathbf{G} \tag{١٤}$$

كه در آن پارمترهاي معادله به قرار زير هستند:

$$\boldsymbol{\sigma} = \{t_1 \quad t_2 \quad \dots \quad t_9\}^T \tag{۱۵}$$

$$\mathbf{R}_e = \begin{Bmatrix}\mathbf{F}_e \\ \mathbf{M}_e\end{Bmatrix} \tag{١٦}$$

$$\mathbf{G} = \begin{Bmatrix} m_e\mathbf{g} \\ {}_m^o\mathbf{R}\mathbf{r}_g \times m_e\mathbf{g} \end{Bmatrix} \quad (۱۷)$$

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{E}}_1 & \hat{\mathbf{E}}_1 & \hat{\mathbf{E}}_3 & . & . & \hat{\mathbf{E}}_5 & \hat{\mathbf{E}}_7 & . & \hat{\mathbf{E}}_9 \\ \mathbf{c}_1' \times \hat{\mathbf{E}}_1 & \mathbf{c}_2' \times \hat{\mathbf{E}}_1 & \mathbf{c}_3' \times \hat{\mathbf{E}}_3 & . & . & \mathbf{c}_5' \times \hat{\mathbf{E}}_5 & \mathbf{c}_7' \times \hat{\mathbf{E}}_7 & . & \mathbf{c}_9' \times \hat{\mathbf{E}}_9 \end{bmatrix} \quad (۱۸)$$

معادله استاتيكي (١٤) به دو صورت مي‌تواند مورد استفاده قرار گيرد:

۱- بطور مستقيم که با مشخص بودن مقدار نيروي کششي کابل‌ها و موقعيت مجري نهايي، نيرو و گشتاور اعمالي به محيط قابل محاسبه است؛

۲-بطور معکوس که با مشخص بودن نيروي خارجي اعمالي و موقعيت مجري نهايي، مقدار نيروي موجود در کابل‌ها محاسبه مي‌شود.

براي محاسبه استاتيک معکوس با توجه به مازاد بودن تعداد کابل‌ها نسبت به درجه آزادي سيستم، تعداد جواب‌هاي آن بينهايت خواهد بود. لذا با استفاده از فضاي صفر[5] که از مازاد بودن تعداد کابل‌ها ناشي مي-شود، مي‌توان مقدار نيروي داخلي کابل‌ها بدون اينكه تغييري در برآيند نيروي اعمالي بر مجري نهايي ايجاد شود را افزايش داد تا اينكه مقادير آن‌ها هميشه مثبت گردد.

## ۴-۲ حل استاتيک معکوس با شرط مثبت بودن نيروي کابل‌ها

در اين مکانيزم به علت مازاد بودن کابل‌هاي فعال نسبت به درجات آزادي سيستم، تعداد جواب‌هاي معکوس بينهايت خواهد بود و امکان افزايش نيروي داخلي کابل‌ها بدون تغيير در برآيند نيروي اعمالي بر مجري نهايي وجود خواهد داشت. حل معادله (١٤) به صورت زير است[۹]:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{J}^+\{\mathbf{R}_e + \mathbf{G}\} + \mathbf{N}(\mathbf{J}).\mathbf{q}_{3\times1} = \boldsymbol{\sigma}_p + \mathbf{N}(\mathbf{J}).\mathbf{q}_{3\times1} \quad (۱۹)$$

که در آن $\mathbf{J}^+$ شبه معکوس ماتريس $\mathbf{J}$ ($\mathbf{J}^+ = \mathbf{J}^T(\mathbf{J}\mathbf{J}^T)^{-1}$)، $\mathbf{N}(\mathbf{J})$ ماتريس صفر $\mathbf{J}$ و $\mathbf{q}_{3\times1}$ نيز يک بردار اختياري است. قسمت اول معادله (۱۹) حل مخصوص بوده و قسمت دوم حل همگن معادله است که بردار $\mathbf{q}_{3\times1}$ را در فضاي صفر تصوير مي‌کند. با انتخاب مناسب مقادير بردار $\mathbf{q}_{3\times1}$، مي‌توان نيروهاي داخلي کابل-ها را به گونه‌اي افزايش داد که همواره از يک مقدار مشخص بزرگتر بوده و در عين حال تغييري در برآيند نيروهاي اعمالي بر مجري نهايي بوجود نيايد. براي اين منظور به کمک روش بهينه‌سازي با تابع هزينه مناسب و قيود کافي، به پيدا نمودن مقدار بردار $\mathbf{q}_{3\times1}$ پرداخته خواهد شد. مساله بهينه‌سازي در اين ربات با پيچيدگي خاص خود روبرو است زيرا اگرچه پيدا نمودن جواب قابل قبول مشکل خاصي ندارد ولي همه جوابهاي قابل قبول، مناسب نمي‌باشند (جوابي مناسب است که هموار باشد تا در اثر تغييرات ناگهاني در کشش کابل، در مجري نهايي نوسان بوجود نيايد). در بدست آوردن جواب هموار انتخاب تابع هزينه نقش بسزائي دارد. بر اساس کار بروکمن[۱۰]، انتخاب تابعي از نوع p-Norm براي اين منظور مناسب خواهد بود. در اين مقاله p=1 در نظر گرفته خواهد شد تا تابع هزينه مربوطه مقدار انرژي مصرفي را نيز کمينه نمايد. با توجه به مطالب مطرح شده حل استاتيک معکوس به يک مساله بهينه‌سازي به شکل زير تبديل خواهد شد:

[5] Null

$$\begin{aligned}&\text{Minimize:} && g(t)=\sum_{i=1}^{m} t_i\\ &\text{Linear Constraint:} && \boldsymbol{\sigma}=\boldsymbol{\sigma}_p+\mathbf{N}(\mathbf{J}).\mathbf{q}_{3\times1}\\ &\text{where:} && -\mathbf{N}(\mathbf{J}).\mathbf{q}_{3\times1}\le\boldsymbol{\sigma}_p-\boldsymbol{\sigma}_{min}\end{aligned} \qquad (۲۰)$$

كه در آن $\boldsymbol{\sigma}_{min}=\{t_{1min} \quad t_{2min} \quad \ldots \quad t_{9min}\}^T$ مقدار نيروي كششي كمينه مورد نياز براي كابل‌ها است. براي حل مسائل بهينه‌سازي روشهاي مختلفي مانند روش گراديان[6]، آناليز فاصله[7]، روش نيوتن و... ارائه شده است كه در اينجا از روش گردايان كه روش معمول و سريع‌تري به لحاظ محاسباتي نسبت به روشهاي ديگر است استفاده خواهد شد. براي استفاده از اين روش از نرم افزار C++ و به کمک کتابخانه gsl[8] که یک نرم افزار کد باز[9] است استفاده مي‌شود.

در حالت استاتيكي و يا شبه استاتيكي با بدست آمدن مقدار نيروي كششي كابل، مقدار گشتاور مورد نياز براي تامين نيروي كابل‌ها به راحتي توسط رابطه $\boldsymbol{\tau}=\rho\mathbf{t}$ كه در آن $\rho$ شعاع پولي قرقره است بدست خواهد آمد. اما زماني كه ربات با سرعت بالا حركت مي‌نمايد ديگر رابطه فوق صادق نبوده و بايد ديناميک موتور و پولي متصل به آن‌را نيز در معادلات لحاظ نمود.

## ۵ - تحليل ديناميك ربات

براي تحليل ديناميكي ربات LCDR، فرضيات زير در نظر گرفته مي‌شوند :

۱. جرم كابلها در مقابل جرم مجري نهايي و بار آن ناچيز است؛
۲. اصطكاك در نقاط $A_i$ و $B_i$ ناچيز است؛
۳. كابلها در برابر تغيير طول كاملا صلب هستند؛
۴. در محل ياتاقان شافت محور موتورها اصطكاك ويسكوز در نظر گرفته مي شود.

براي بدست آوردن معادلات ديناميكي حاكم بر سيستم از روش نيوتن-اويلر استفاده خواهد شد. از اين رو ابتدا معادله ديناميكي هر یک از زيرسيستم‌هاي ربات را كه شامل مجري نهايي و موتورها هستند بدست آورده و سپس با تلفيق آنها معادله كلي سيستم بدست خواهد آمد. در اين تحليل با توجه به ناچيز بودن جرم كابل‌ها از ديناميک آن‌ها صرفنظر مي‌شود.

### ۵-۱ معادله ديناميكي زير سيستم مجري نهايي

مدل ديناميكي زير سيستم مجري نهايي همان رابطه (۱۴) مي باشد با اين تفاوت كه بردار نيرو و گشتاور خارجي وارد بر آن ناشي از نيروهاي ديناميكي بوده و بصورت زير محاسبه مي شوند:

---

[6] Gradient Based
[7] Interval Analysis
[8] GNU Scientific Library
[9] Open Source

$$R_e = \begin{Bmatrix} F_e \\ M_e \end{Bmatrix} = M'\ddot{X} = \begin{bmatrix} m_e & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_e & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_e & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \\ \ddot{\psi} \\ \ddot{\varphi} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} \quad (۲۱)$$

در رابطه فوق، مقادير $I_{xx}$، $I_{yy}$ و $I_{zz}$ ممان اينرسي مجري نهـايي حـول محـور مختصـات $\{m\}$ هسـتند و $\ddot{\psi}$، $\ddot{\varphi}$ و $\ddot{\theta}$ نيز شتاب زاويه‌اي حول محورهاي x ، y و z در مختصات $\{m\}$ بوده كه در اين مكانيزم به علت انتقالي بودن حركت و عدم دوران مجري نهايي مقدار آنها صفر در نظر گرفته مي شوند.

## ۲-۵ معادله ديناميكي زير سيستم موتورها

مدل ديناميكي موتور ، شافت و قرقره متصل به آن با توجه به فرضيات فوق و ديـاگرام آزاد آن( شـكل ۵) بـه صورت زير مي باشد:

$$\mathbf{I}\ddot{\boldsymbol{\alpha}} + \mathbf{C_d}\dot{\boldsymbol{\alpha}} = \boldsymbol{\tau} - \rho\boldsymbol{\sigma}' \quad (۲۲)$$

كه در آن :

$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_6 \end{bmatrix}$ : ماتريس ممان اينرسي شافت موتور و پولي متصل به آن

$\mathbf{C_d} = \begin{bmatrix} C_{d1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{d2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{d3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{d4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{d5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{d6} \end{bmatrix}$ : ماتريس قطري ضرايب اصطكاك ويسكوز موجود در موتورها

$\rho$: قطر پولي

$\alpha$ : بردار زاويه دوراني پولي

$\boldsymbol{\tau}$ : بردار گشتاور اعمالي توسط موتورها

و $\boldsymbol{\sigma}' = \{T_1 \quad T_2 \quad T_3 \quad t_7 \quad t_8 \quad t_9\}^T$ : بردار برآيند نيروهاي كششي در كابل‌ها هستند.

ارتباط بردارهاي $\boldsymbol{\sigma}$ و $\boldsymbol{\sigma}'$ به صورت زير است:

$$\boldsymbol{\sigma}' = \mathbf{R}_t\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\boldsymbol{\sigma} \qquad (۲۳)$$

در روابط فوق مقدار سرعت و شتاب زاويه پولي‌ها بر اساس سرعت و شتاب مجري نهايي به صورت زير بدست مي آيد:

$$\alpha_i \rho_i = -\Delta L_i = L_{i0} - L_i \qquad i = 1,3,5,7,8,9 \qquad (۲٤)$$

كه مقدار $L_i$ از طريق حل سينماتيك معكوس بدست آمده و مقدار $L_{i0}$ نيز طول اوليه كابل i ام است.

بردارهاي $\dot{\boldsymbol{\alpha}}$ و $\ddot{\boldsymbol{\alpha}}$ نيز به صورت زير بدست آيند:

$$\dot{\boldsymbol{\alpha}} = \frac{\partial \boldsymbol{\alpha}}{\partial \mathbf{X}}\dot{\mathbf{X}} \qquad (۲۵)$$

$$\ddot{\boldsymbol{\alpha}} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \dot{\boldsymbol{\alpha}}}{\partial \mathbf{X}}\right)\dot{\mathbf{X}} + \frac{\partial \boldsymbol{\alpha}}{\partial \mathbf{X}}\ddot{\mathbf{X}} \qquad (۲٦)$$

## ۵-۳ ديناميک کل سيستم

### ۵-۳-۱ ديناميك معكوس سيستم

در ديناميک معکوس با مشخص بودن سرعت، شتاب و جرم بارگذاري، مقدار گشتاور مورد نياز براي موتورها حاصل مي شود. لذا ابتدا با استفاده از روابط (۱۴)،(۲۱) و (۲۳) مقدار نيروي كششي مينيمم مورد نياز در كابل‌ها براي تامين شتاب مورد نياز براي مجري نهايي توسط روش ارائه شده در بخش ۴-۲ بدست مي آيد و پس از آن به کمک روابط (۲۲) گشتاور موتورها قابل محاسبه خواهند بود.

### ۵-۳-۲ ديناميک مستقيم سيستم

ديناميک مستقيم که براي شبيه سازي مورد استفاده قرار مي گيرد، بررسي رفتار ديناميكي مجري نهايي زماني که گشتاور مشخصي توسط موتورها به کابل‌ها اعمال مي شود را در نظر مي گيرد. براي اين منظور با استفاده از رابطه (۲۲) مقدار نيروي برآيند کششي کابل‌ها ($\sigma'$) بدست مي آيد. در اين مرحله مقدار نيروي کششي هر یک از نيروهاي جفت کابل فوقاني مشخص نمي باشند ( توزيع نيرو بين جفت کابلها نامشخص است). براي مشخص شدن اين توزيع، از تعادل گشتاوري حاکم بر مجري نهايي به علت انتقالي بودن حرکت استفاده خواهد شد. لذا تمامي نيروهاي کششي کابل‌ها با قيد اعمال شده حاصل مي شوند. با بدست آمدن نيروي کابل‌ها و استفاده از روابط (۱۴)و (۲۱) مقدار شتاب خطي و زاويه اي مجري نهايي قابل محاسبه خواهند بود. که با استفاده از هر یک از روشهاي انتگرال گيري عددي، مقدار سرعت و مکانهاي بعدي حاصل مي شوند.

## ۶ - تحليل فضايكاري ربات

در رباتهاي غيركابلي، فضايكاري ربات به نقاطي گفته ميشد كه معادلات سينماتيک معكوس و مستقيم در آنها داراي جواب باشند. اما در اين نوع رباتها غير از شرط دسترسي مجري نهايي به نقاط فضايكاري، حفظ پايداري و تحمل نيروهاي خارجي توسط مجري نهايي با شرط مثبت بودن نيروي كششي كابلها در محدوده فضاي كاري از شرايط اصلي انتخاب يك نقطه به عنوان فضاي كاري است.

در زمينه تحليل فضايكاري رباتهاي كابلي كارهاي زيادي هم به صورت موردي در رابطه با يك ربات خاص و هم به صورت عمومي و كلي انجام شده است. گوسلين و بارته [۱۱]، فضايكاري ديناميكي را مورد بررسي قرار دادند و فضاي كاري استاتيكي توسط آگراوال و همكارانش مورد مطالعه قرار گرفته است[۱۲] . فرهوفن و همكارانش نيز فضايكاري كنترلپذير را ارائه نمودهاند[۱۳]. فام و دستيارانش يک الگوريتم عمومي براي بررسي شرط نيرويي كه جهت مقيد كردن مجري نهايي و پايداري آن استفاده ميشود ارائه نمودند[١٤]. بروكمن و همكارانش نيز روشي را براي تحليل فضاي كاري به صورت تحليلي ارائه نمودهاند[. در اين روش تمامي نقاط فضاي كاري به صورت پيوسته مورد بررسي قرار ميگيرند[١٦].

در اين مقاله از روشي كه فرارسي [۱۵] براي بررسي فضايكاري ربات "WiRo-6.3" ارائه نموده، استفاده خواهد شد. ربات ياد شده همانند ربات LCDR يک مكانيزم ۹ كابلي بوده و از سه كابل پاييني براي تامين نيروي كششي كابلهاي فوقاني استفاده نموده ولي محل اتصال كابلهاي پاييني به مجري نهايي متفاوت با نحوه اتصال در ربات LCDR است. در روش مزبور سه كابل پاييني توسط يک كابل مجازي كه در راستاي برآيند نيروي كابلهاي پاييني بوده و نيروي مورد نياز در ٦ كابل فوقاني را ميتواند تامين نمايد جايگزين ميشود. اين كابل مجازي در داخل فضاي مخروطي شكلي كه توسط سه كابل پاييني تشكيل شده قرار داشته و محل تلاقي آن با صفحه پاييني سازه، در داخل مثلثي كه توسط نقاط انتهايي سه كابل ايجاد ميشود قرار دارد. از اينرو مكانيزم ۹ كابلي با يک مكانيزم ۷ كابلي معادل شده است. براي يک مكانيزم ۷ كابلي، شرط لازم وكافي براي اينكه بتوان در هر نقطه از فضايكاري يک نيروي دلخواه توسط مجري نهايي به محيط اعمال نمود اين است كه اولا مرتبه ماتريس ژاكوبين مكانيزم آن (Je) برابر با شش بوده و تمامي عناصر ماتريس $\left(\mathbf{I}_7 - \mathbf{J}_e^{+}\mathbf{J}_e\right)$ مثبت باشند. و هيچ يک از كابلها نيز با يكديگر تلاقي نداشته باشند كه اين شرط براي ربات LCDR با توجه به انتقالي بودن مجري نهايي و عدم دوران كابلها در تمامي فضايكاري تامين است. با توجه به شرايط مطرح شده فوق، براي بدست آوردن فضايكاري ربات كابلي مورد بحث الگوريتم عددي زير در نظر گرفته شده است:

تقسيم بندي فضاي داخلي ربات توسط فواصل كوچک به نقاط مختلف؛

انتخاب نقطه اي در داخل مثلث پاييني به عنوان نقطه عبوري كابل معادل مجموعه كابلهاي پاييني؛

قرار دادن مركز مجري نهايي در نقاط مشخص شده در بند ۱ و محاسبه ماتريس Je براي مكانيزم معادل و بررسي شرايط زير:

الف. Rank(Je)=6؛

ب. $\left(\mathbf{I}_7 - \mathbf{J}_e^{+}\mathbf{J}_e\right) \geq 0$.

نقطه‌اي كه شرايط فوق را ارضا نمايد در فضاي‌كاري مكانيزم معادل(مكانيزم۷ كابلي) قرار خواهد داشت. لذا با تكرار بندهاي ۲ و۳ براي نقاط ديگر در داخل صفحه مثلثي پاييني، فضاي‌كاري تمامي مكانيزمهاي معادل بدست خواهند آمد. حال با اجتماع نقاط انتخاب شده براي مكانيزم‌هاي معادل، فضاي‌كاري ربات LCDR حاصل مي شود. ماتريس ژاكوبين مكانيزم معادل به صورت زير بدست مي‌آيد:

$$\mathbf{J}_e = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{E}}_1 & \hat{\mathbf{E}}_2 & \hat{\mathbf{E}}_3 & . & . & \hat{\mathbf{E}}_6 & \hat{\mathbf{E}}'_7 \\ \mathbf{c}'_1 \times \hat{\mathbf{E}}_1 & \mathbf{c}'_2 \times \hat{\mathbf{E}}_2 & \mathbf{c}'_3 \times \hat{\mathbf{E}}_3 & . & . & \mathbf{c}'_6 \times \hat{\mathbf{E}}_6 & \mathbf{c}''_7 \times \hat{\mathbf{E}}'_7 \end{bmatrix} \quad (۲۷)$$

كه در آن $\mathbf{c}''_7$ نقطه تلاقي سه كابل پاييني و $\hat{\mathbf{E}}'_7$ برداري كه برآيند نيروي كابل‌هاي پاييني مي‌باشند. نقطه تلاقي سه كابل پاييني در ربات "WiRo-6.3" در مركز مجري نهايي قرار دارد ولي در ربات LCDR اين نقطه نامشخص است و بايد در هر مرحله محاسبه گردد زيرا محل اتصال كابل‌ها بر روي يكديگر قرار نداشته و با تغيير موقعيت مجري نهايي، راستا و محل تلاقي كابل‌ها نيز تغيير خواهد نمود.

## ۶ - مثال عددي

نتايج قسمتهاي فوق با ارائه مثالهاي عددي بررسي مي شود. از اينرو یک مسير دلخواه كه ربات مي‌بايستي آنرا در حالت شبه استاتيک تعقيب نمايد تعريف گرديده و پس از آن نتايج سينماتيک معكوس بدست مي آيد. در صورت درست بودن معادلات سينماتيكي، با وارد نمودن نتايج سينماتيک معكوس در معادلات سينماتيک مستقيم، موقعيت بدست آمده براي مجري نهايي بايد همان مسير تعريف شده باشد. در ادامه با توجه به مشخصات فيزيكي و هندسي در نظر گرفته شده براي نمونه شبيه‌سازي، نيروي كششي كابل‌ها در دو حالت استاتيكي و ديناميكي بدست مي‌آيد كه انتظار مي‌رود نتايج بدست آمده در محدوده تعريف شده باشند. در نهايت با توجه به ابعاد انتخابي براي سازه و موقعيت قرقره‌ها، فضاي‌كاري ربات مورد بررسي قرار مي‌گيرد. مشخصات هندسي و فيزيكي براي نمونه شبيه‌سازي در جدول(۱) ارائه شده است.

### ۶-۱ شبيه سازي عددي معادلات سينماتيكي

مسير دلخواه براي تعقيب آن توسط مركز مجري نهايي یک دايره با مشخصات مندرج در جدول۲ است. در شكل (۶) تغييرات مورد نياز براي طول كابل‌هاي فوقاني به منظور تعقيب مسير تعريف شده نشان داده شده است. همانطور كه انتظار مي‌رود به علت اينكه مسير تعريف شده یک دايره حول نقطه مركز مثلثهاي فوقاني و پاييني است تغييرات طول كابل‌ها سينوسي بوده و ماكزيمم آنها با يكديگر برابر است. طبق شكل (۷) اختلاف بين مسير تعريف شده و سينماتيک مستقيم بسيار ناچيز است. كه حاكي از صحت معادلات سينماتيک مستقيم و معكوس مي‌باشد.

### ۶-۲ شبيه سازي عددي معادلات استاتيكي

شبيه‌سازي عددي رفتار شبه استاتيكي ربات LCDR به كمک رابطه (۲۰) كه براي بدست آوردن توزيع بهينه نيرو بين كابل‌ها به كار گرفته شده‌است، ارائه مي‌شود. ربات در اين حالت مسير دايروي قسمت قبل را

با سرعت پايين و ثابت تعقيب مي‌نمايد. در شكل (۸) نيروي كششي كابل‌ها ارائه شده است. كابل‌هاي ۱ الـي ۶ فوقاني و ۷ الي ۹ پاييني هستند. كمينه مقدار نيروها از ۱۰ نيوتن كه حد پايين نيروي كششي كابل‌هـا در محاسبات در نظر گرفته شده بود بزرگتر بوده و لذا شرط توزيع بهينه تامين شده است.

### ۶-۳ شبيه سازي عددي معادلات ديناميكي

ربات در اين حالت مسير دايروي تعريف شده در قسمت ۷-۱ را با شتاب زاويه‌اي ثابت تعقيب خواهد نمود. براي شبيه سازي عددي رفتار ديناميكي ربات همانند قسمت قبل از رابطه (۲۰) براي بدست آوردن توزيع بهينه نيروي كابل‌ها استفاده مي‌شود. در شكل (۹) نيروي كششي كابل‌ها ارائه شده است. كمينه مقدار نيروها ۱۰ نيوتن در نظر گرفته شده است. شرط توزيع بهينه توسط الگوريتم تامين شده و نيروي كابل‌ها در مسير خود هيچگاه از محدوده مجاز خود خارج نمي‌شوند. مقايسه بين شكلهاي (۸) و(۹) نشان مي دهد نيروي كششي كابل‌ها در حالت ديناميكي افزايش داشته‌اند كه با توجه به حضور نيروهاي ديناميكي اين تفاوت مورد انتظار است.

### ۶-۴ فضاي‌كاري ربات براي نمونه شبيه سازي شده

الگوريتم ارائه شده براي بدسـت آوردن فضـاي‌كـاري ربـات در قسـمت ۵، بـر روي مكـانيزم پيشـنهادي كـه پارامترهاي آن در جدول (۱) آورده شده است اعمال مي‌شود. نتايج نهايي محاسبه فضاي‌كـاري در شـكل ۱۰ ارائه شده است. در شكل ۱۱ تصوير اين فضاي‌كاري در صفحه X_Y براي درک بهتر نشان داده شـده اسـت. مركز مجري نهايي به تمامي نقاط داخل سازه به استثناي محدوده‌اي از جوانب سازه دسترسي دارد. كه مقدار آن تقريبا برابر با یک سوم ارتفاع مثلث مجري نهايي است.

## نتيجه گيري

در اين مقاله، مكانيزمي جديد براي ربات‌هاي موازي كابلي بزرگ با سه درجه آزادي انتقـالي معرفـي گرديـده است. در مكانيزم ارائه شده، كابل‌ها نه تنها حركت مورد نياز براي جابجايي مجري نهايي را تامين مـي‌نماينـد بلكه براي ايجاد قيد حركتي و محدود نمودن درجات آزادي نيز مورد استفاده قرار گرفته‌اند. در ايـن ربـات ۹ كابل مورد استفاده قرار گرفته كه ۶ كابل فوقاني حركت مورد نياز براي مجري نهايي را ايجاد نموده و كابـل-هاي پاييني كشش مورد نياز براي كابل‌هاي فوقـاني را تـامين مـي‌نماينـد. همچنـين معـادلات سـينماتيكي، استاتيكي و ديناميكي حاكم بر مكانيزم بدست آمده است. فضاي‌كاري اين مكانيزم مورد بررسي قرار گرفتـه و یک روش عددي براي بررسي آن ارائه شده است. صحه گذاري معادلات سينماتيكي، اسـتاتيكي و دينـاميكي بدست آمده به كمک مثال‌هاي عددي انجام پذيرفته و فضاي‌كاري نمونه شبيه‌سازي شده نيز بر اسـاس روش عددي ارائه شده، بدست آمده است.

## مراجع


[1] Albus, J., Bostelman, R., and Dagalakis, N., “The Nist Robocrane”, Journal of Robotic Systems, Vol. 10, pp. 709–724, (1993).

[2] Kawamura, S., Kino, H., and Won, C., ”High Speed Manipulation by Using Parallel Wire-driven Robots”, Robotica Vol. 18, pp. 13–21, (2000).

[3] Kossowski, C., and Notash, L., “CAT4 (Cable Actuated Truss-4 Degrees of Freedom): A Novel 4 DOF Cable Actuated Parallel Manipulator”, Journal of Robotic Systems, Vol. 19, pp. 605–615, (2002).

[4] Behzadipour, S., and Khajepour, A., “A New Cable-based Parallel Robot with Three Degrees of Freedom", Multibody System Dynamics Vol. 13, pp. 371–383, (2005).

[5] Ning, M.Y.Z., and Liu, J., "A New Wire-driven Three Degree-of-freedom Parallel Manipulator", The Journal of Manufacturing Science and Engineering, Vol. 128, pp. 816-819, (2006).

[6] Williams II, R.L., Gallina, P., and Vadia, J., “Planar Translational Cable-direct-driven Robots", Journal of Robotic Systems Vol. 20, pp. 107–120, (2003).

[7] Tsai, L.W., “Kinematics of a Three DOF Platform with Three Extensible Limbs”, in Recent Advances in Robot Kinematics, Lenarcic, J., and Parenti-Castelli (eds.), Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, pp. 401–410, (1996).

[8] Williams II, R.L., Albus, J.S., and Bostelman, R.V., “Cable-based Metrology System for Sculpting Assistance”, Proceedings of the ASME Design Technical Conferences, 29th Design Automation Conference, Chicago, USA, (2003).

[9] Oh, S.R., and Agrawal, S.K., ”Cable Suspended Planar Robots with Redundant Cables: Controllers with Positive Tensions”, IEEE Transactions on Robotics, Vol. 21, pp. 457-465, (2005).

[10] Bruckmann, T., Pott, A., and Hiller, M., ”Calculating Force Distributions for Redundantly Actuated Tendon-based Stewart Platforms”, in Advances in Robot Kinematics, Springer, Netherlands, Lenarcic, J., and Roth, B., (eds.), pp. 403–412, (2006).

[11] Gosselin, C.M., and Barrette, G., ”Kinematic Analysis of Planar Parallel Mechanisms Actuated with Cables”, Proceedings of Symposium on Mechanisms, Machines and Mechatronics, Quebec, Canada, pp. 41–42, (2001).

[12] Pusey, J., Fattah, A., Agrawal, S., and Messina, E., ”Design and Workspace Analysis of A 6-6 Cable-suspended Parallel Robot”, Journal of Mechanism and Machine Theory Vol. 39, pp. 761–778, (2004).

[13] Verhoeven, R., Hiller, M., and Tadokoro, S., “Workspace, Stiffness, Singularities and Classification of Tendon-driven Stewart Platforms”, International Symposium on Advances in Robot Kinematics, Strobl, Austria, pp. 105–114, (1998).

[14] Pham., C.B., Yeo, S.H., Yang, G., Kurbanhusen, M.S., and Chen, I.M., ”Force-closure Workspace Analysis of Cable-driven Parallel Mechanisms”, Mechanism and Machine Theory, Vol. 41, pp. 53–69, (2006).

[15] Ferraresi, C., Paoloni, M., Pastorelli, S., and Pescarmona, F., ” A New 6-DOF Parallel Robotic Structure Actuated by Wires: The WiRo-6.3”, Journal of Robotic Systems, Vol. 21, pp. 581–595, (2004).

[16] Bruckmann, T., Mikelsons, L., Schramm, D., and Hiller, M., ” Continuous Workspace Analysis for Parallel Cable-driven Stewart-gough Platforms”, Sixth International Congress on Industrial Applied Mathematics (ICIAM07) and GAMM Annual Meeting, Zürich, (2007).



## فهرست نمادهاي انگليسي

$F_e$ : بردار نيروي اعمالي بر مجري نهايي

$M_e$ : بردار گشتاور اعمالي بر مجري نهايي

$\hat{\mathbf{E}}_i$ : بردار يکه کابلها

g : شتاب ثقلي زمين

$m_e$ : کل جرم مجري نهايي و ابزار متصل به آن

$\mathbf{t}_i$ : بردار نيروي کششي کابل iام

$\mathbf{J}$ : ماتريس ژاکوبين

$\mathbf{J}_e$ : ماتريس ژاکوبين معادل

$\mathbf{I}$ : ماتريس ممان اينرسي شافت موتور و پولي متصل به آن

$\mathbf{I}_7$ : ماتريس واحد مرتبه ۷

## فهرست نمادهاي يوناني

$\boldsymbol{\sigma}$ : بردار مقدار نيروها

$\boldsymbol{\sigma}'$ : بردار برآيند نيروهاي کششي در کابل‌ها

$\rho$ : قطر پولي

$\alpha$ : بردار زاويه دوراني پولي

$\boldsymbol{\tau}$ : بردار گشتاور اعمالي توسط موتورها

# جدولها

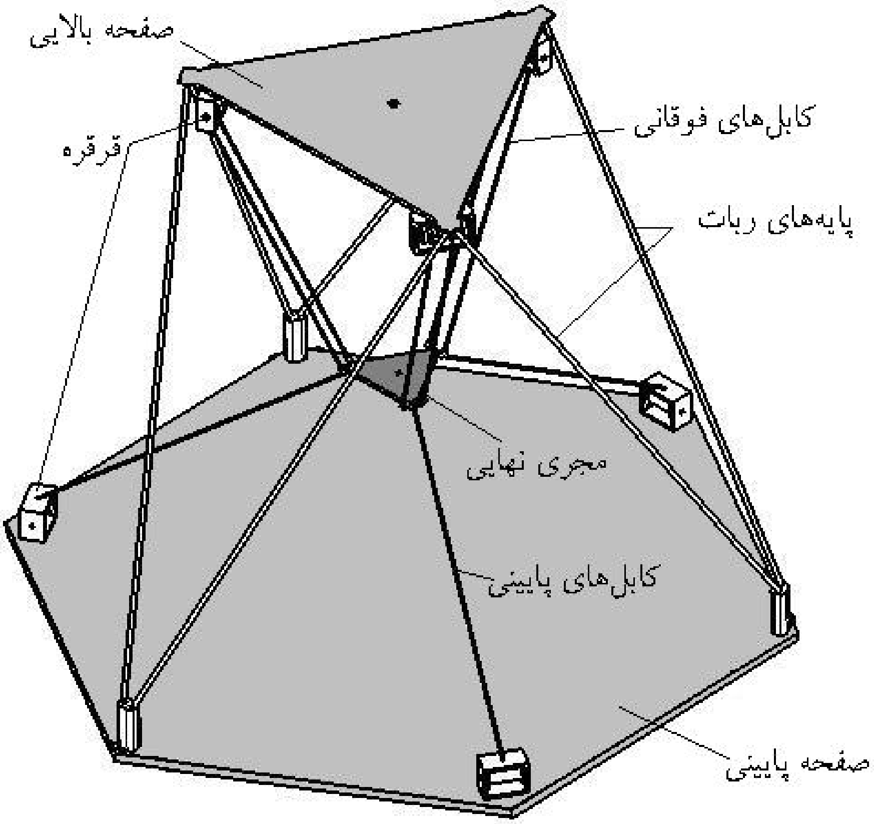
جدول۱- پارامترهاي هندسي ربات شبيه سازي شده

| |
|---|
| $c_i = 103\,mm$ , i=1,2,3 |
| $r_i = 365\,mm$ , i=1,2,3 |
| $R_i = 705\,mm$ , i=1,2,3 |
| $c'_i = 107mm$, i=1,2,…,6 |
| , i=7,8,9 $c'_i = 103mm$ |
| $O'O = 990\,mm$ |
| $I_i = 0.58 \quad Kg.cm^2$ ,i=1,2,…,6 |
| $C_{di} = 0.01 \quad \frac{N.s}{m}$ ,i=1,2,…,6 |
| $I_{xx} = 5\times10^{-4}\,Kg.m^2$ |
| $I_{yy} = 20\times10^{-4}\,Kg.m^2$ |
| $I_{zz} = 8\times10^{-4}\,Kg.m^2$ |
| $m = 2 \quad Kg$ |

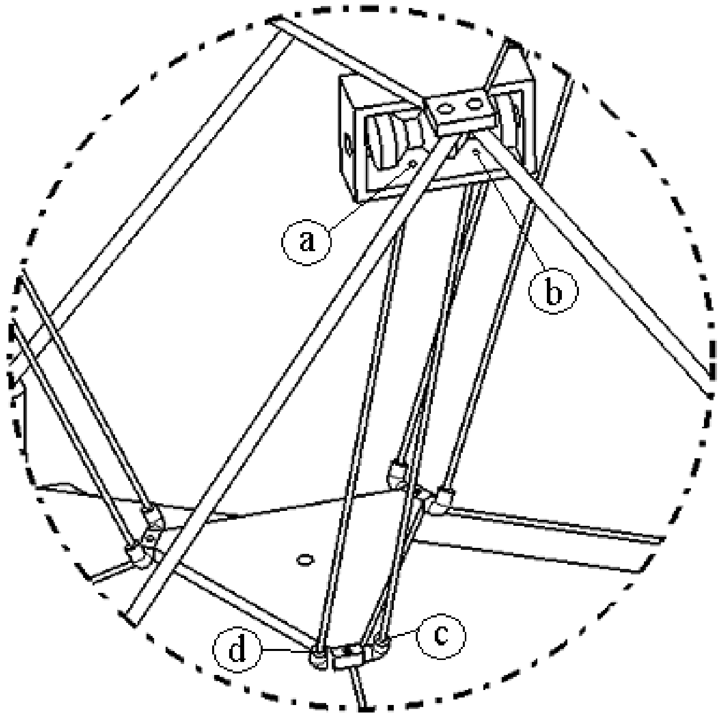
جدول ۲- مسير تعريف شده براي تعقيب مسير

| |
|---|
| $(x - x_C)^2 + (y - y_C)^2 + (z - z_C)^2 = R_C{}^2$ |
| $x_c = 0$ , $y_c = 0$ , $z = z_c = -400\,mm$ |
| $R_c = 100 \ \ mm$ |
| $\gamma(0) = \dot{\gamma}(0) = 0$ |
| $\ddot{\gamma} = 0.1 \quad \frac{rad}{s^2}$ |

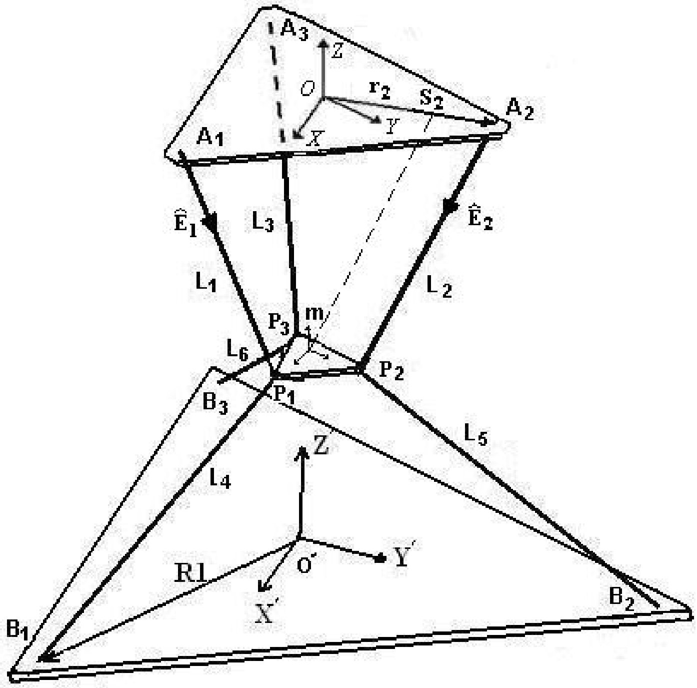
## شکلها



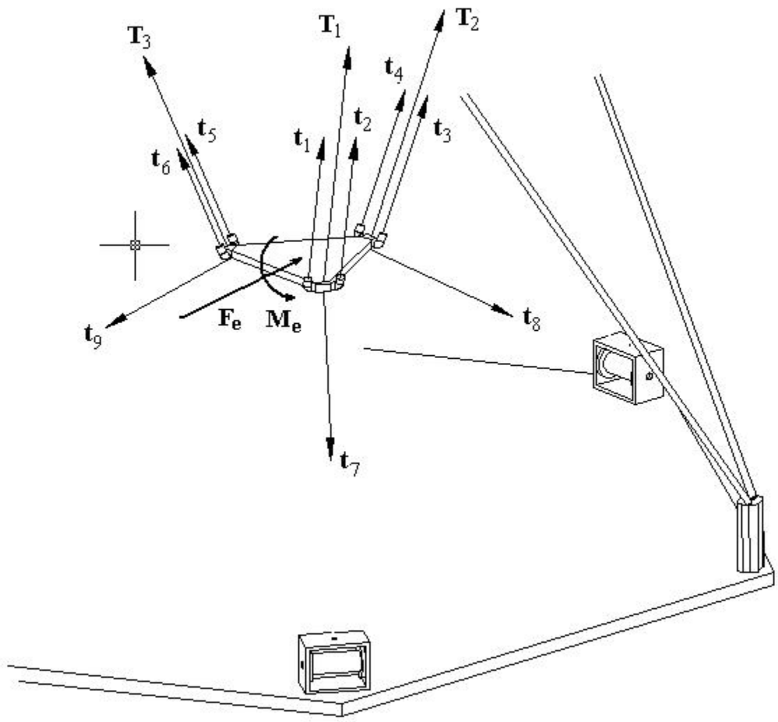

شکل۱- طرح کلي ربات کابلي LCDR



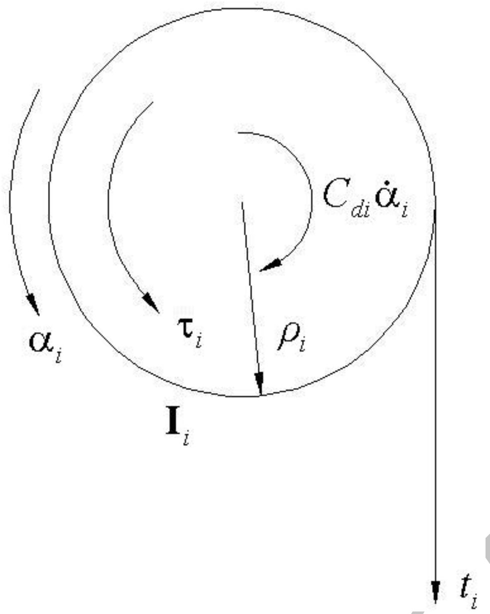

شکل ۲- نمایش متوازي الاضلاع *abcd*



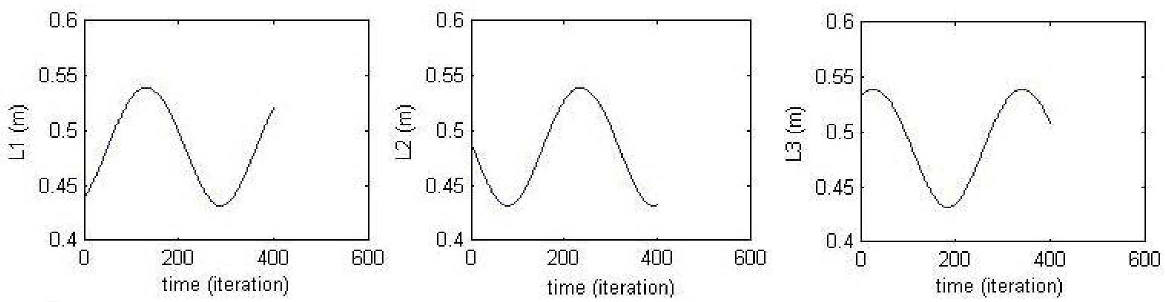

شکل ۳- مدل سينماتيکي



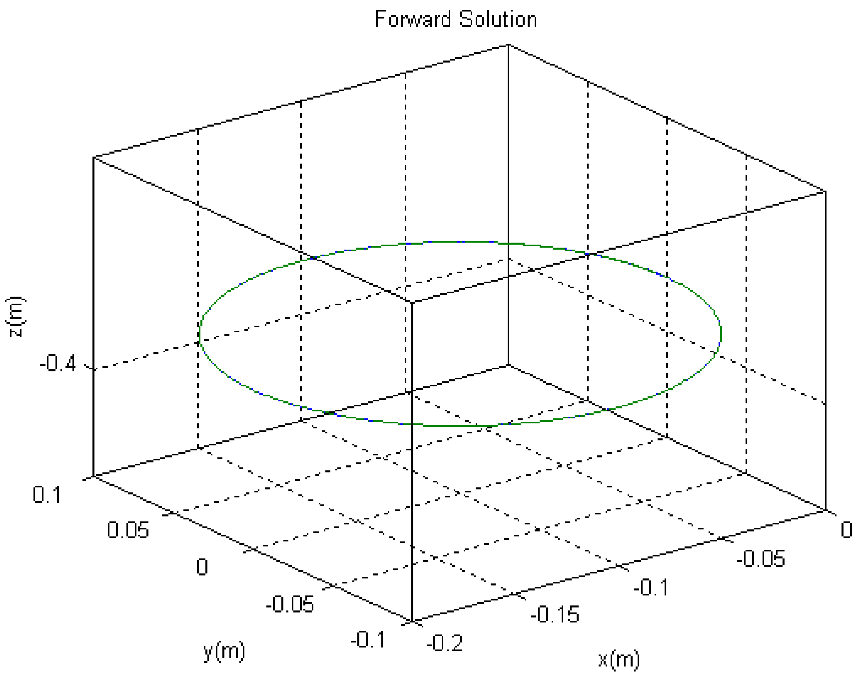

شکل۴- قسمتي از نمودار آزاد ربات LCDR



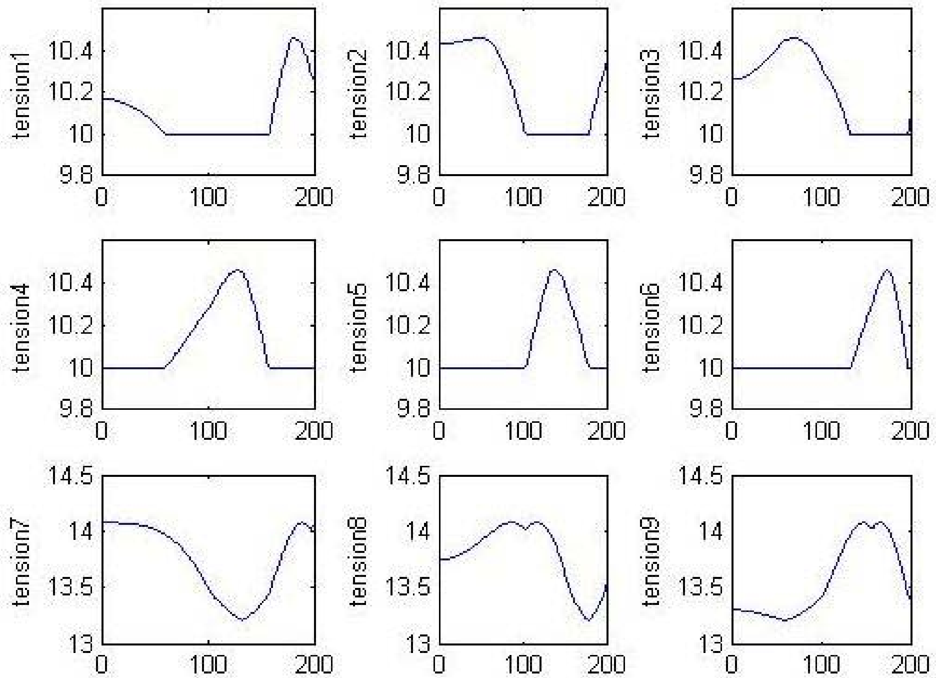

شکل۵- نمایش دیاگرام آزاد پولي و شافت موتور i ام



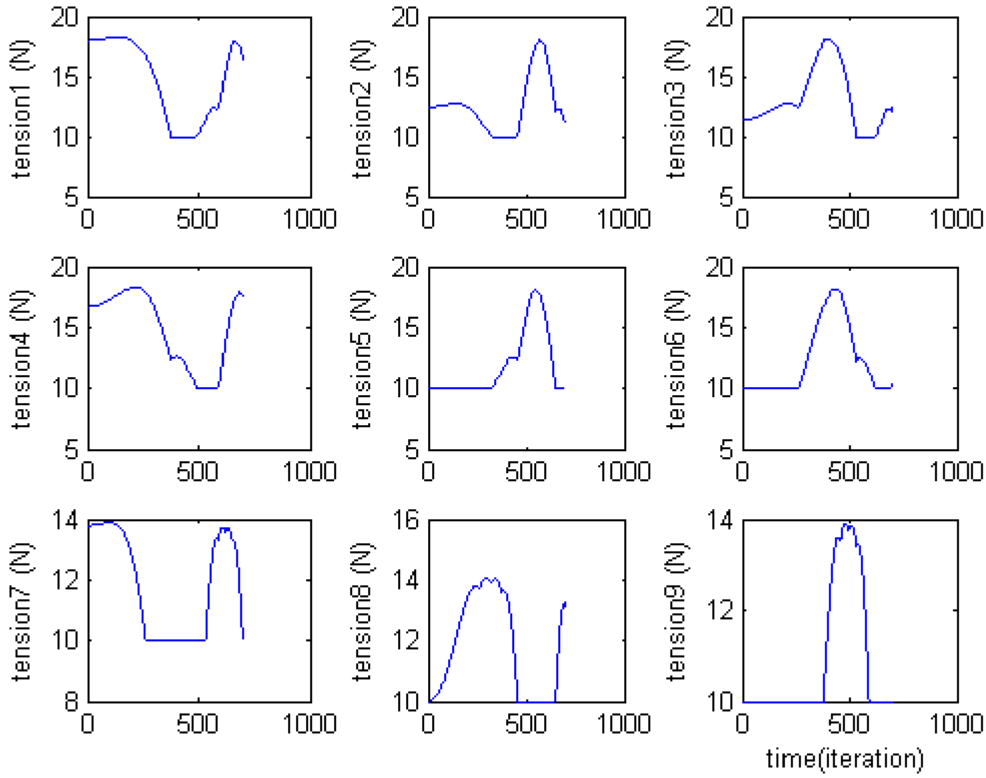

شکل۶- حل سینماتیک معکوس براي مسیر دایروي تعریف شده



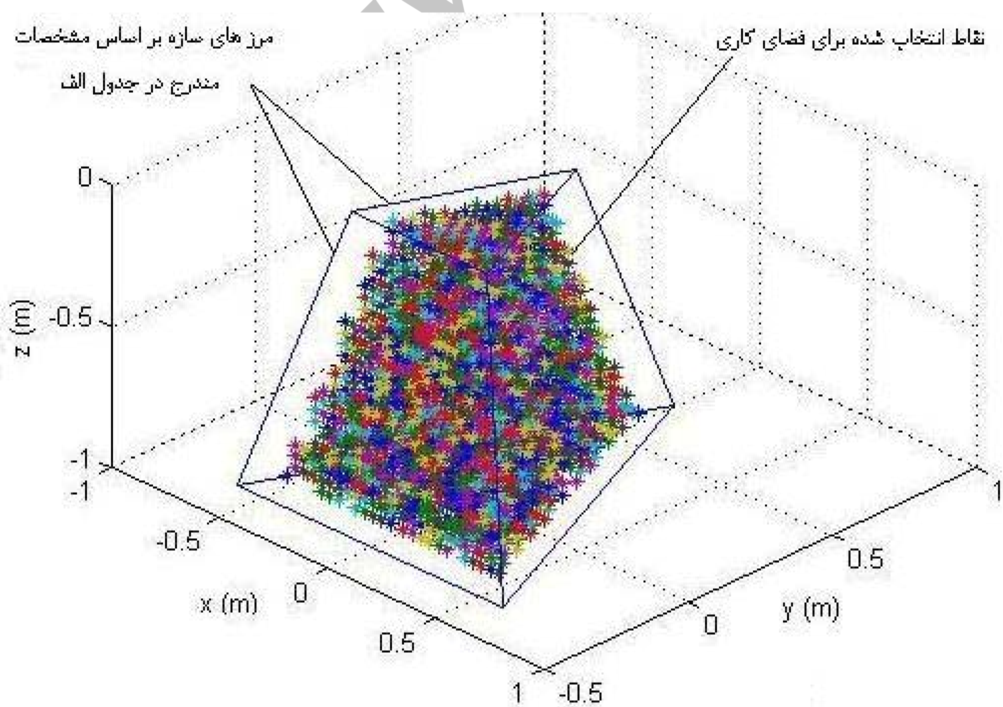

شکل۷- حل سینماتیک مستقیم که دقیقا مسیر دایروي تعریف شده میباشد



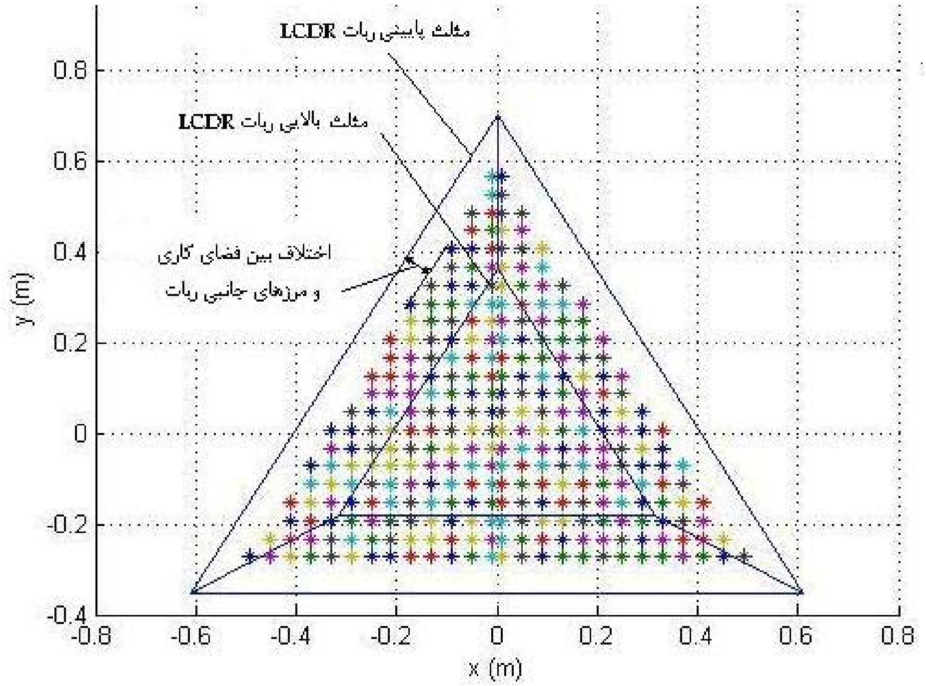

شکل۸- حل استاتیک معکوس براي مسیر تعریف شده با فرض $t_{min}$=10 N




شکل۹- حل دینامیک معکوس براي مسیر تعریف شده با فرض $t_{min}$=10 N




شکل۱۰- نقاط انتخاب شده به عنوان فضاي‌کاري براي ربات شبیه سازي شده




شکل۱۱- تصوير فضاي‌كاري ربات در صفحه X_Y كه اختلاف بين فضاي‌كاري و مرزهاي جانبي ربات را نمايش مي‌دهد

## Abstract

In this paper, a new large scale cable driven parallel robot is introduced. In this robot, the cables are used to not only drive the moving platform but also apply the necessary kinematical constrains to provide three pure translational degrees of freedom. In order to maintain tension in the cables, another active cable driven subsystem is used between the moving platform and the robot's base. The kinematic, static and workspace analysis of this robot are presented along with several simulation examples.