

# بررسی آثار لزجت بر توزیع فشار و اندازه قطرات در جریان گذر صوتی بخار مرطوب بین پره های ثابت یک توربین

محمد رضا مه پیکر<sup>۱</sup>

دانشیار

علیرضا تیمورتاش<sup>۲</sup>

استادیار

اسماعیل لکزیان<sup>۳</sup>

دانشجوی دکتری

جریان بخار همراه با قطرات آب در بسیاری از جنبه‌های مهندسی از جمله در گذرگاه پره-های طبقات کم فشار توربین‌های بخار کاربرد دارد. جریان بخار ابتدا خشک می‌باشد، اما بواسطه انبساط سریع فرا صوتی و تاخیر در چگالش، شرایط فوق سرد را احراز کرده و در نهایت با ایجاد شوک چگالش، تغییر فاز از بخار به مایع صورت می‌گیرد. این جریان را از این پس جریان بخار دوفازی یا مرطوب می‌نامند. در این تحقیق جریان چگالشی بخار با احتساب لزجت به صورت دوبعدی، با روش عددی در بین پره‌های توربین شبیه‌سازی شده است. معادلات حاکم بر تشکیل فاز مایع، با معادلات بقاء، ترکیب و با روش تایم مارچینگ جیمسون مبتنی بر حجم کنترل حل شده است. در مدل‌سازی جوانه‌زایی یا چگالش غیر تعادلی از معادله کلاسیک جوانه‌زایی همراه با تصحیح مناسب استفاده و از این طریق اثر شوک چگالش در توزیع فشار و نیز اندازه قطرات با نتایج تجربی مقایسه شده‌اند. بررسی نتایج، انطباق خوبی بین داده‌های تجربی و نتایج عددی را نشان می‌دهند. با مطالعه جریان بخار مرطوب به صورت لزج محاسبه ضریب اصطکاک، ضخامت لایه مرزی و پروفیل‌های دوبعدی سرعت مقذور شده، که این مقادیر در مطالعات غیرلزج نمی‌تواند بررسی و گزارش شوند. نوآوری این تحقیق بکارگیری معادلات ناویراستوکس بجای معادلات اولر در تحلیل جریان دوبعدی دوفازی بخار-مایع فراصوتی با استفاده از روش محاسباتی عددی جیمسون با دقت مرتبه دوم می‌باشد.

واژه های راهنما: جریان بخار مرطوب، جوانه‌زایی، جریان لزج، شوک چگالش، پره‌های توربین

## ۱- مقدمه

تغییر فاز از بخار به مایع موجب آزاد شدن گرمای نهان شده و این گرما به بخار مجاور منتقل و باعث افزایش دما می‌شود. تغییر فاز با معادله جوانه‌زایی همگن، قابل شبیه‌زایی می‌باشد. این تاثیر غیرآدیاباتیکی به یک پدیده غیرخطی منجر می‌گردد که شوک چگالش نامیده می‌شود. قطرات آب طبق گزارش‌های علمی فراوان موجب تاثیر بر عملکرد توربین بخار می‌گردد.

اولین حل دوبعدی، برای جریان بخار مرطوب بین تیغه‌های توربین توسط توچای [۱]، براساس یک روش تایم‌مارچینگ ابداع گردید. هر چند که، اختلافات مهمی بین جریان بخار خشک و جریان بخار مرطوب ارائه شد، ولی آن نتایج به لحاظ فقدان داده‌های تجربی مورد تایید قرار نگرفت. بعدها نتایج آزمایشگاهی، نشان

<sup>۱</sup> نویسنده مسئول، دانشیار، بخش مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد mahpeymr@um.ac.ir

<sup>۲</sup> استادیار، بخش مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد teymourtash@um.ac.ir

<sup>۳</sup> دانشجوی دکتری، بخش مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد esmailakzian@yahoo.com

دادند که حل اولیه، ویژگی‌های عمومی جریان مرطوب را نسبتاً خوب پیش‌بینی نموده، اما دقت جوابها را ضعیف کرده‌اند. اختلافهای موجود تا اندازه‌ای به ناسازگاری معادلات مربوط می‌شود، پس از آن فعالیت‌های تئوری متعددی صورت پذیرفت که از مهمترین آنها اعمال روش تایم مارچینگ دنتون بر یک شبکه چرخیده شده توسط مه پیکر [۲] را می‌توان نام برد. شایان ذکر است که انتخاب روش دنتون به لحاظ سادگی الگوریتم آن بوده است. تیمورتاش [۳] برای دستیابی به جوابهای بهتر از الگوریتم رانج-کوتا منسوب به جیمسون که از دقت رسته دو در فضا برخوردار است، استفاده کرد و نشان داد که روش جیمسون در آشکارسازی شوکها در جریان چگالشی بخار قابلیت بالایی دارد. لازم به ذکر است که مطالعات مذکور به صورت غیر لزج انجام پذیرفته و لذا آثار لزجت بر توزیع فشار و رشد قطرات مورد توجه قرار نگرفته است. یاماموتو [۴] با استفاده از روش تفاضل محدود، جریان بخار مرطوب و لزج را بین پره‌های یک توربین حل نمود. فلیپو و همکاران [۵] جریان بخار مرطوب را در داخل یک کانال همگرا-واگرا یا نازل به صورت لزج بررسی نمودند.

لزجت بر توزیع سرعت جریان و نتیجتاً بر اندازه قطرات نهایی و نیز بر شدت و موقعیت شوک میعان موثر می‌باشد. بنابراین در تحقیق حاضر در ادامه کار مه پیکر و تیمورتاش در دانشگاه فردوسی مشهد [۳]، جریان بخار مرطوب در بین پره‌های توربین بخار به صورت لزج، با استفاده از معادلات ناپیراستوکس و روش عددی حجم کنترلی جیمسون به صورت دو بعدی مدل‌سازی شده است.

## ۲- فرضیات

فرضیات حل در جریان بخار مرطوب لزج به صورت زیر می‌باشد [۶]:

- I. از آنجا که میزان رطوبت به اندازه کافی کم می‌باشد، از حجم فاز مایع (قطرات) در مقابل حجم بخار صرف‌نظر شده است.
- II. چون اندازه قطرات کوچک می‌باشند، (از رتبه  $10^{-7}m$ ) پس فرض می‌شود که قطرات بدون لغزش و به همراه فاز بخار روی خطوط جریان حرکت می‌کنند و لذا از درگ قطرات صرف‌نظر شده است.
- III. جوانه زایی از نوع همگن فرض شده و در صورت احراز شرایط لازم در همه جای بخار تشکیل می‌شوند.

## ۳- معادلات حاکم

یکی از مشخصه‌های جریان بخار در گذرگاه‌های پره‌های توربین، انبساط سریع آن و انحراف بخار از حالت تعادل ترمودینامیکی می‌باشد. به طوری که بخار بدون تشکیل فاز مایع در شرایط مافوق سرد قرار می‌گیرد. نهایت شرایط غیر تعادلی با خط ویلسون در دیاگرام مولیر نمایش داده شده [۳] که در این وضعیت بازگشت به حالت تعادل از طریق تشکیل خودبخودی قطرات آب و رشد تدریجی آنها صورت می‌پذیرد. در این مطالعه تعقیب و بررسی قطرات آب به صورت لاگرانژی و تحلیل فاز بخار به صورت اولری مدل شده است [۷].

### ۳-۱- معادلات حاکم بر فاز بخار

معادلات بقاء جرم، ممنتوم و انرژی برای بخار لزج و قابل تراکم در مختصات کاتزین دوبعدی به صورت زیر می‌باشد [۸]:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = \frac{\partial R}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y} \quad (1)$$

$$W = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho v \\ \rho u \\ \rho e_0 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \rho u \\ P + \rho u^2 \\ \rho uv \\ \rho u h_0 \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho vu \\ P + \rho v^2 \\ \rho v h_0 \end{bmatrix} \quad S = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \sigma_y \\ \sigma_y v + \tau_{xy} u + k_{eff} \frac{\partial T}{\partial y} \end{bmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} 0 \\ \sigma_x \\ \tau_{yx} \\ \sigma_x u + \tau_{xy} v + k_{eff} \frac{\partial T}{\partial x} \end{bmatrix}$$

در معادلات فوق، بردار  $W$  شامل متغیرهای بقایی، بردارهای  $F$  و  $G$  بیانگر شارهای غیرلزج، بردارهای  $R$  و  $S$  مبین آثار لزج و  $k_{eff}, h_0, e_0$  بترتیب انرژی کل، آنتالپی کل و ضریب هدایت حرارتی سیال می‌باشند. ضمناً ترمهای تنش  $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \tau_{yx}$  می‌باشند به طوری که:

$$\sigma_x = -\frac{2}{3} \mu_{eff} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + 2 \mu_{eff} \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2)$$

$$\sigma_y = -\frac{2}{3} \mu_{eff} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + 2 \mu_{eff} \frac{\partial v}{\partial y} \quad (3)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu_{eff} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (4)$$

برای حل جریان معادلات مذکور می‌بایست با معادلات جوانه‌زایی و رشد قطرات ترکیب شوند.

### ۳-۲- معادلات جوانه‌زایی و رشد قطرات مایع

در مراجع [۹، ۱۰، ۱۱] پدیده جوانه‌زایی از لحاظ ترمودینامیکی و سینتیک بررسی شده است و روابط گوناگونی برای پیش بینی نرخ جوانه‌زایی ارائه شده است. در بررسی حاضر از معادله جوانه‌زایی کلاسیک با تصحیح کانترویتز استفاده شده به صورتی که از طریق رابطه زیر می‌توان نرخ تشکیل جوانه‌ها در واحد زمان و در واحد حجم را برآورد نمود.

$$J_{kin} = \left( 1 + \frac{q_c \rho_g}{\alpha_r} \left( \frac{RT_g}{2\pi} \right)^{0.5} \left( \frac{L^2}{RT_g^2} - \frac{L}{2T_g} \right) \right)^{-1} \sqrt{\frac{2N^3}{\pi}} \frac{qP^2 \sqrt{\sigma_r}}{\rho_L (RT_g)^2} \exp \left[ \frac{-16\pi N \sigma_r^3}{3\rho_L^2 (RT_g)^3 \left\{ \ln \left( \frac{P}{P_s(T_g)} \right) \right\}^2} \right] \quad (5)$$

جوانه‌های ابتدایی بر اثر چگالش مولکولهای بخار بر روی سطحشان، رشد می‌کنند. آزاد شدن گرمای ناشی از چگالش باعث افزایش دمای قطرات می‌گردد و لذا دمای قطرات از بخار بیشتر شده از این طریق گرما به بخار برمی‌گردد. رشد قطرات با استفاده از موازنه انتقال جرم و انتقال انرژی با صرفنظر از ظرفیت گرمایی قطره به صورت زیر حاصل شده است [۹]:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_L L \right) = \alpha 4 \pi r^2 (T_L - T_G) \quad (6)$$

که در آن  $\alpha$  ضریب انتقال حرارت از سطح قطره‌ای با شعاع  $r$  به محیط بخار می‌باشد. با استفاده از رابطه (۶) و با داشتن مقادیر  $\alpha$  و  $T_L$  می‌توان رشد قطرات را به صورت زیر محاسبه کرد [۱۲]:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{1}{\rho_L L} \alpha (T_L - T_G) \quad (7)$$

عدد ندسن تاثیر مهمی در تعیین رژیم جریان دوفازی و در نتیجه محاسبه ضریب انتقال حرارت دارد. در اینجا عدد ندسن به صورت نسبت مسیر آزاد در بخار به قطر قطرات ( $Kn = \bar{l}/2r$ ) تعریف می‌شود. گارماسی در سال ۱۹۶۴، جهت محاسبه ضریب انتقال حرارت بین قطره و بخار، یک رابطه تجربی ارائه کرد. این معادله در محدوده وسیعی از اعداد ندسن قابل استفاده است [۱۳]:

$$\alpha_{empirical} = \frac{\lambda}{r(1 + 3.18Kn)} \quad (8)$$

که در آن  $\lambda$  ضریب هدایت حرارتی بخار می‌باشد. همچنین او رابطه زیر را برای محاسبه دمای قطره ارائه نمود:

$$T_L = T_G + \left[ 1 - \frac{r^*}{r} \right] [T_s(p) - T_G] \quad (9)$$

در رابطه فوق  $r^*$  بیانگر شعاع بحرانی قطرات است که توسط رابطه زیر محاسبه می‌شود [۱۷]:

$$r^* = \frac{2\sigma}{\rho_L R T_G \ln \left( \frac{P}{P_s(T_G)} \right)} \quad (10)$$

باختر و زیدی یک رابطه نیمه تجربی برای رشد قطره ارائه کرده‌اند. این معادله در بازه وسیعی از رژیمهای جریان معتبر می‌باشد [۱۴].

$$\frac{dr}{dt} = \frac{Kn}{Kn + 0.375q_c S_c} \frac{q_c}{\rho_L} \left( \frac{R}{2\pi} \right)^{1/2} \left[ \rho_G \sqrt{T_G} - \rho_s(T_L, r) \sqrt{T_L} \right] \quad (11)$$

که در آن  $q_c$  ضریب چگالش و  $S_c$  عدد اشمیت می‌باشند.

### ۳-۳- معادله حالت

محاسبه خواص بخار نیاز به یک معادله حالت مناسب دارد. در این مطالعه معادله حالت وکالوویچ که در ناحیه مافوق سرد و خارج از آن نتایج مطلوبی را به بار می‌آورد، [۳] مورد استفاده قرار گرفته است. این معادله براساس ضریب ویریل که تابعی از دما می‌باشد، به صورت زیر است.

$$\frac{P}{\rho_G RT_G} = 1 + B \rho_G \quad (12)$$

### ۴- تلفیق معادلات بقاء و ترمهای رطوبت

اصلی‌ترین مشخصه در جریان بخار مرطوب اثر تغییر فاز و در نتیجه آزاد شدن گرمای نهان چگالش است که به طور مستقیم معادله انرژی را تحت تاثیر قرار می‌دهد. به منظور اعمال این ویژگی کسر رطوبت  $w$  و از تقسیم جرم مایع به جرم کل و به صورت زیر تعریف شده است [۳]. در رابطه زیر پانویس  $G$  و  $L$  به ترتیب به فاز بخار و مایع دلالت دارند:

$$w = \frac{M_L}{M_L + M_G} \quad (13)$$

نحوه عمل بر این شیوه استوار است که بخار مرطوب به صورت مجموعه‌ای از قطرات مایع کروی با اندازه‌ای معلوم که درون بخار تحت فشار و دمایی مشخص پراکنده شده‌اند، تصور می‌گردد و نیز از آن جهت که اندازه جوانه‌ها و قطرات تشکیل شده در توربین‌ها بسیار کوچک است، معمولاً فرض می‌شود که این قطرات خط مسیر را بدون لغزش طی می‌نمایند. به عنوان یک اصل، کل سیستم می‌بایست از قوانین بقاء تبعیت نماید، اما به منظور اعمال قوانین یاد شده بر جریان بخار مرطوب می‌بایست آنها را با معادلات (۱۱ و ۱۰) که حاکم بر تشکیل جوانه‌ها و رشد قطرات می‌باشند، تلفیق و به طور همزمان حل نمود. در روند یاد شده بذل توجه به تفاوت این دو دسته معادلات حائز اهمیت است، چرا که روابط حاکم بر تشکیل و رشد قطرات در مقایسه با معادلات دیگر حساس‌تر بوده و از این رو، می‌بایست روی فواصل کوتاه‌تری انتگرال گیری شوند. افزون بر این، معادلات رشد قطره اصولاً بر مبنای دیدگاه لاگرانژی شکل گرفته‌اند و لذا هر گونه تغییر و تحول در قطرات می‌بایست در امتداد خطوط جریان تصور شود که این خطوط همیشه بر خطوط شبکه محاسباتی منطبق نمی‌باشند. بنابر دلایل فوق، دو رشته محاسبات جداگانه اما موازی به کار گرفته می‌شوند. ادغام کردن صحیح این محاسبات حائز اهمیت است. برای این منظور، کسر رطوبت که از حل معادلات جوانه‌زایی و رشد قطرات حاصل می‌شود، در معرفی انتالپی و دانسیته مخلوط به کار می‌رود [۳]، به طوری که:

$$h = wh_L + (1-w)h_G \quad (14)$$

9

$$\frac{1}{\rho} = \frac{w}{\rho_L} + \frac{(1-w)}{\rho_G} \quad (15)$$

کسر رطوبت عملا در هر نقطه از میدان محاسباتی توسط شعاع متوسط قطرات و تعداد قطرات در واحد جرم مخلوط مایع و بخار قابل محاسبه است.

اطلاعات مورد نیاز دیگر در این مطالعه روابط توصیف کننده خواص برای مایع و بخار آب بوده که، حجم مخصوص مایع اشباع ( $v_L$ ) از کینان و کیز استخراج شده است [۳].

$$v_L = \frac{v_c + a(T_C - T_s)^3 + b(T_C - T_s) + c(T_C - T_s)^4}{1 + d(T_C - T_s)^3 + e(T_C - T_s)} \quad (16)$$

به طوری که  $v_c$  حجم مخصوص آب در نقطه بحرانی و معادل  $3.1975 \text{ cm}^3/\text{g}$ ،  $T_c$  دمای بحرانی معادل  $647.27 \text{ K}$  می باشد و نیز:

$$a = -0.3151548 \quad b = -1.203374 \times 10^{-65}$$

$$c = 7.48908 \times 10^{-13} \quad d = 0.1342489$$

$$e = -3.946263 \times 10^{-63} \quad \text{in SI units}$$

ضمنا انتالپی مخصوص آب در دمای قطره ( $T_L$ )، از رابطه زیر بر آورد شده است:

$$h_L = c_L(T_L - T_D) \quad (17)$$

در این عبارت  $T_D$  دمای مبنا و برابر با  $273.15 \text{ K}$  می باشد.

و بالاخره از تلفیق قوانین اول و دوم ترمودینامیک و با استفاده از روابط ماکسل می توان نشان داد که :

$$\left( \frac{\partial h_G}{\partial P_G} \right) = v_G - T_G \left( \frac{\partial v_G}{\partial T_G} \right)_P \quad (18)$$

با انتگرال گیری از رابطه بالا داریم:

$$h_G = \int \left[ v_G - T_G \left( \frac{\partial v_G}{\partial T_G} \right) \right] dp + F_h(T_G) \quad (19)$$

با استفاده از معادله حالت (۱۲)، عبارت نهایی برای انتالپی بخار خشک به شکل زیر در می آید:

$$h_G = \frac{RT_G}{2} \left( \sqrt{1 + \frac{4PB}{RT_G}} - 1 \right) \left( 1 - \frac{T_G}{B} \frac{dB}{dT_G} \right) + F_h(T_G) \quad (20)$$

می توان نشان داد:

$$F_h(T_G) = a \ln T_G + bT_G + cT_G^2 - dT_G^3 + eT_G^4 - fT_G^5 + const. \quad (21)$$

که:

$$\begin{aligned} a &= 46 & b &= 1.47276 \\ c &= 0.419465 \times 10^{-3} & d &= 7.33297 \times 10^{-8} \\ e &= 6.16548 \times 10^{-11} & f &= 1.94063 \times 10^{-14} \\ \text{const.} &= 1782.24 \text{ in SI units} \end{aligned}$$

مجموعه معادلات فوق برای تشریح میدان جریان کافی می‌باشند [۲].

#### ۴-۱- چگونگی محاسبه میزان جرم فاز مایع و شعاع متوسط قطرات

در تحلیل جریان چگالشی معمولاً با دو گروه از قطرات مواجه می‌باشیم. گروه (الف) قطراتی هستند که، در داخل یک المان بوجود می‌آیند و گروه دوم یا دسته (ب) قطراتی هستند که قبلاً بوجود آمده‌اند و در طی المان مورد نظر رشد می‌کنند. به دلیل سریع بودن پدیده جوانه‌زایی، در هر المان، زمان  $\Delta t$  به  $n$  زیر بازه کوچکتر تقسیم می‌شود، از این رو می‌توان نوشت؛

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{u}, \quad n = \frac{\Delta t}{\delta t} \quad (22)$$

در شکل (۱) نحوه تقسیم‌بندی گام‌های زمانی و رشد قطرات مختلف در طی بازه نشان داده شده است. تعداد قطرات جدید بوجود آمده در زمان  $\delta t$  در سطح مقطع  $A$  برابر  $J_{st}(A\Delta x) \frac{\Delta t}{n}$  می‌باشد. جرم فاز مایع  $M_L$  ناشی از قطرات گروه (الف) در المان به صورت زیر محاسبه می‌شود؛

$$M_L(a) = J_{st} \delta t (AU) \frac{4}{3} \pi \left[ \rho_L \frac{r^{*3}}{2} + \rho_{L1} r_1^3 + \rho_{L2} r_2^3 + \dots + \rho_{Ln} \frac{r_n^3}{2} \right] \quad (23)$$

در مورد قطرات گروه (ب)، تعداد قطرات ( $N_i$ ) و قطر آنها در انتهای المان قبلی (در ورود به المان موردنظر) مشخص می‌باشد. اگر متوسط شعاع ورودی  $r_i$  و متوسط شعاع خروجی از المان  $r_e$  باشد. جرم فاز مایع  $M_L$  ناشی از قطرات گروه (ب) در المان به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$M_L(b) = N_i \frac{4}{3} \pi (\rho_{L_e} r_e^3 - \rho_{L_i} r_i^3) \quad (24)$$

کل جرم مایع بوجود آمده در بازه  $\Delta x$  از رابطه (۲۵) محاسبه می‌شود.

$$M_L = N_i \frac{4}{3} \pi r_i^3 \rho_{L_i} + M_L(a) + M_L(b) \quad (25)$$

قطر متوسط قطرات در خروجی المان که بعنوان ورودی برای المان بعدی استفاده می‌شود، به صورت زیر محاسبه شده است:

$$S = N_i 4\pi r_e^2 + J_{st} \delta t (A \Delta x) 4\pi \left[ \frac{r^{*2}}{2} + r_1^2 + \dots + \frac{r_n^2}{2} \right] \quad (26)$$

$$\bar{r} = \left( \frac{S}{4\pi N} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (27)$$

باید توجه داشت در ناحیه مرطوب که میزان نرخ جوانه‌زایی کاهش یافته و چگالش فقط با رشد تدریجی قطرات انجام می‌شود. فقط رشد قطرات موجود یا گروه (ب) مورد توجه قرار گرفته و تعداد قطرات گروه (الف)، صفر منظور شده است [۹].

## ۵- روش عددی

معادلات حاکم با روش تایم‌مارچینگ جیمسون حل شده‌اند. برای محاسبه نمو متغیرها در نقاط محاسباتی می‌بایست از میزان تغییر متغیرهای بقایی در هر المان استفاده شود. برای این منظور معادله (۱) به طور جداگانه برای هر المان به کار رفته است. پس از حل فاز بخار متغیرهای  $(\rho, V_x, V_y, e)$  تصحیح می‌شوند. مقدار صحیح فشار در جریان بخار مرطوب باید با استفاده از حل معادلات فاز مایع حاصل شود. چگونگی حل معادلات حاکم بر فاز مایع بستگی به نوع جریان دارد. یکی از سه حالت، خشک، جوانه‌زایی و مرطوب ممکن است در جریان بخار مرطوب اتفاق بیفتد. روش حل برای هر یک از این سه حالت در زیر توضیح داده شده است:

### I. جریان خشک

در قسمتی از جریان که بخار تغییر فاز نداده است، جریان تک‌فاز و کسر رطوبت صفر تلقی می‌گردد. از این رو انتالپی مخصوص  $(h)$  مساوی با  $h_G$  و دانسیته کل  $(\rho)$  مساوی با  $\rho_G$  بوده و انرژی داخلی به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$e = h_G - \frac{P}{\rho_G} \quad (28)$$

در طرح عددی، دانسیته و انرژی داخلی کل از فرآیند گام‌زنی و به عبارتی از حل معادلات بقاء به دست می‌آیند و انرژی داخلی مخصوص به سادگی تعیین می‌گردد به طوری که:

$$e = e_0 - \frac{V_x^2 + V_y^2}{2} \quad (29)$$

روند اجرای برنامه بدین صورت است که ابتدا یک مقدار برای  $T_G$  حدس زده می‌شود. با استفاده از معادله حالت (رابطه ۱۲) مقدار فشار بدست می‌آید. از این مقادیر فشار و دمای بخار ( $T_G$  و  $P$ ) برای محاسبه انتالپی (رابطه ۲۰) استفاده می‌شود. با این مقدار انتالپی جهت محاسبه انرژی داخلی با استفاده از معادله انرژی (۲۸) استفاده می‌شود. اگر این مقدار با نتیجه حاصل رابطه (۲۹) مساوی نباشد، برای افزایش دقت مقدار  $T_G$  با روش نیوتن-رافسون اصلاح می‌گردد. برای این منظور تابع خطا به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$F(T_G) = \left( e_0 - \frac{V_X^2 + V_Y^2}{2} \right) - \left( h_G - \frac{P}{\rho_G} \right) \quad (30)$$

و از این رو، تصحیح دما به صورت زیر میسر گردیده است.

$$\Delta T_G = \frac{-F(T_G)}{dF(T_G)/dT_G} \quad (31)$$

بنابراین:

$$T_{G(new)} = T_{G(old)} + \Delta T_G \quad (32)$$

دقت لازم وقتی حاصل می‌شود که  $\left| \frac{\Delta T_G}{T_G} \right| \leq 0.00001$  بدست آید. معمولاً پس از سه یا چهار تکرار جواب مورد نظر بدست می‌آید و سپس مقادیر جدید فشار و دمای بخار محاسبه می‌شود. به محض معلوم شدن مقادیر نهایی فشار ( $P$ )، دمای بخار ( $T_G$ ) و نیز انتالپی ( $h_G$ )، نرخ جوانه‌زایی محاسبه و با حداقل مقدار ممکنه که می‌توان هنوز جریان را تک‌فاز تصور نمود، مقایسه می‌شود. در این تحقیق  $J_{min} = 10^{18} \text{ Nuclei/kg.sec}$  منظور شده است [۳].

## II. جریان جوانه‌زایی

در بررسی جریانهای چگالشی، متغیرهای بقایی بر مخلوط مایع و بخار دلالت داشته و از این رو، معادلات بقاء همانگونه که بر ناحیه تک فاز حاکم می‌باشند، شامل حال قسمت دوفازی نیز می‌شوند. بنابراین، با توجه به شکل (۲) مراحل بروز کردن دانسیته و انرژی در نقطه محاسباتی  $D$  برای وضعیت تک‌فاز و دوفاز یکسان است. اما نحوه محاسبه فشار و دما از مقادیر معلوم دانسیته و انرژی در مقایسه با ناحیه تک فاز کاملاً متفاوت می‌باشد، چراکه این محاسبات در شرایط دوفازی با کسر رطوبت ( $w$ ) درگیر بوده و به حل معادلات رشد قطره و تعیین میزان رطوبت نیازمند می‌باشند. خاطر نشان می‌سازد، محاسبات مربوط به رشد قطرات بر دیدگاه لاگرانژ متکی بوده [۱۶] و می‌بایست در امتداد خطوط جریان انجام شوند و از این رو، خط جریان  $QD$  که از نقطه  $D$  می‌گذرد، باید مشخص شود. این عمل با توجه به مقادیر سرعت و معادله خط جریان امکان‌پذیر است. در این صورت با معلوم بودن شرایط در ایستگاه  $BAE$  که قبلاً به روز شده‌اند،

شرایط در نقطه  $Q$  قابل میانبایی بوده و زمان لازم برای رسیدن قطرات به نقطه  $D$  یعنی  $\delta t$  قابل محاسبه خواهد بود.

$$\delta t = \frac{\Delta X_E}{((u_Q + u_D)/2)} \quad (33)$$

شعاع قطرات ( $r_Q$ ) و تعداد قطرات در واحد جرم ( $N_Q$ ) در نقطه  $Q$  به عنوان شرایط شروع در محاسبه نرخ رشد قطرات در امتداد  $QD$  پذیرفته می‌شوند. مقادیر یاد شده اگر در مرحله شروع شدن دوفازی باشند، از رابطه شعاع بحرانی قطرات جوانه زده شده و نیز نرخ تولید جوانه‌ها (معادله‌های ۵ و ۱۰) محاسبه می‌گردند. در غیر این صورت از روابط رشد و ایجاد قطرات در مراحل قبلی به دست می‌آیند. در هر حال به طور کلی محاسبات با حدس دمای بخار ( $T_G$ ) دمای قطره ( $T_L$ ) و نیز دمای اشباع متناظر با فشار بخار یعنی  $T_S(P)$  به عنوان متغیرهای مستقل در  $D$  شروع می‌شود. بدین ترتیب خواص سیال نظیر  $\rho_L, \rho_G, h_G$  و نیز تخمین شعاع قطره از طریق تقریب گارمانسی (معادله ۹) میسر می‌شود. پس از آن فرآیند حل برای محاسبه رشد قطره به طور رسمی و توسط انتگرال‌گیری صورت می‌گیرد. چنانچه در انتهای مرحله انتگرال‌گیری از معادله رشد قطره، ترم رطوبت و مقادیر تخمینی اولیه برای نقطه  $D$  ارضاء نشوند، حدس جدیدی برای دماهای سه گانه در نظر گرفته شده و فرآیند تکرار می‌گردد. در عمل مقادیر انرژی، دانسیته و شعاع قطره ناشی از اعمال معادلات بقاء و فرآیند گام زنی زمانی یعنی  $e'_D, \rho'_D, r'_D$  با مقادیر تخمینی براساس دماهای فرضی مقایسه گردیده و اختلاف آنها به صورت توابع  $F_1, F_2, F_3$  بیان شده‌اند.

$$\begin{aligned} F_1 &= e_D - e'_D = \left[ (1-w)h_G + wh_L - \frac{P}{\rho} \right] - e'_D \\ F_2 &= \frac{1}{\rho_D} - \frac{1}{\rho'_D} = \left[ (1-w)v_G + wv_L \right]_D - \frac{1}{\rho'_D} \\ F_3 &= r_D - r'_D \end{aligned} \quad (34)$$

تغییر لازم در مقادیر دماهای حدسی یعنی  $\Delta T_G, \Delta T_L, \Delta T_S(P)$  به کمک روش نیوتن رافسون و از طریق توابع یاد شده صورت گرفته است. در این ارتباط مشتق‌های جزئی لازم نظیر  $\frac{\partial F_1}{\partial T_G}, \frac{\partial F_1}{\partial T_L}, \frac{\partial F_1}{\partial T_S(P)}$  که در فرآیند تکرار نیوتن رافسون به کار می‌آیند، به صورت تحلیلی محاسبه شده‌اند.

از آنجا که پدیده جوانه‌زایی بسیار سریع اتفاق می‌افتد [۳]، لازم است، مسیر بین  $Q$  و  $D$  را به تعدادی زیر فاصله مناسب تقسیم نموده و فرآیند تکرار برای هریک جداگانه انجام گیرد. در این صورت توزیع دانسیته و انرژی داخلی در امتداد مسیر  $QD$  خطی فرض شده است و گاه تا هشت زیر فاصله منظور شده است. در

انتهای این رشته از محاسبات تمام خواص سیال شامل فشار، دما و انتالپی در نقطه  $D$  بروز شده و حل گام-زنی زمانی برای تکمیل تکرارهای لازم ادامه یافته است.

### III. جریان مرطوب

نقطه شروع و خاتمه ناحیه جوانه زایی توسط نرخ جوانه زایی موثر  $J_{min}$  مشخص می‌شود. بنابراین هنگامی که نرخ جوانه‌زایی از مقدار بیشینه عبور و سپس به حداقل مقدار تعریف شده نزول نماید، ناحیه مرطوب آغاز می‌گردد. در این ناحیه نرخ جوانه‌زایی ناچیز می‌باشد و چگالش فقط روی سطح قطرات با رشد قطره انجام می‌شود. از آنجا که در ناحیه مرطوب شعاع قطرات از اندازه بحرانی بزرگتر می‌باشند، جهت محاسبه شعاع قطرات از معادله (۳۵) استفاده شده است [۱۷].

$$r = -1.59\bar{l} + \sqrt{(1.59\bar{l})^2 + r_1(r_1 + 2(1.59\bar{l})) + 2\lambda\left(\frac{T_L - T_G}{h_G - h_L}\right)\delta t} \quad (35)$$

که  $r_1$  شعاع اولیه در بازه زمانی  $\delta t$  می‌باشد.

از آنجایی که در این ناحیه قطره جدیدی وجود نمی‌آید، بنابراین، به فرآیند متوسط گیری جهت اندازه قطرات نیازی نیست. در هر حال روند کلی محاسبات همانند چیزی است که برای ناحیه جوانه زایی توصیف گردید. در این حالت خطاهای  $F_1, F_2$  مطابق قبل تعریف شده، اما نحوه بررسی خطا در مورد شعاع کمی تغییر یافته است. ابتدا شعاع قطره  $r'_E$  با استفاده از رابطه (۳۵) محاسبه شده و با استفاده از تقریب گارماسی  $T'_{LE}$  بدست می‌آید. دمای مذکور با حدس اصلی  $T_{LE}$  مقایسه و از این رو خطای  $F_3$  را به صورت زیر در نظر گرفته‌ایم:

$$F_1 = T_{LE} - T'_{LE} \quad (36)$$

بر این اساس مقادیر جدید دما محاسبه شده و تا ارضاء شرایط همگرایی، روشی را که در قسمت جوانه‌زایی ذکر شد، بکار برده‌ایم.

### ۵-۱- شرایط مرزی

شرایط مرزی ورودی و خروجی در این بررسی از نوع مشخصاتی و برونابی شونده هستند. با توجه به آنکه جریان ورودی مادون صوت می‌باشد، در این مرز سه مشخصه ورودی و یک مشخصه خروجی موجود است که اطلاعات در امتداد آنها منتقل می‌شوند. در مرز خروجی جریان مافوق صوت بوده لذا سه مشخصه راست رو و یک مشخصه چپ رو خواهیم داشت. بنابراین بر اساس تئوری مشخصاتی می‌بایست سه شرط مرزی در ورودی و یک شرط مرزی در خروجی معلوم باشند. سایر شرایط را می‌توان به وسیله حل معادلات دیفرانسیل و به صورت عددی تعیین نمود. شرایط مرزی معلوم شده در ورود شامل دمای سکون، فشار

سکون و زاویه ورودی می‌باشند و فشار استاتیک در مرز ورودی با حل عددی از نقاط داخلی برونمایی شده‌اند. اما در صفحه خروجی، فشار استاتیک به عنوان شرط خروجی تعیین شده است که در این حالت فشار کل، دمای کل و زاویه خروجی جریان با حل عددی از نقاط داخلی برونمایی گردیده‌اند. همچنین به علت حل لزج جریان بعد از هر گام زمانی سرعتها بر روی سطح ایرفول صفر می‌شوند.

### ۵-۲- پایداری حل

به طور کلی برای بقاء پایداری در طرحهای صریح، بیشترین گام زمانی توسط شرط عدد کورانت (CFL) تعیین می‌شود، به طوری که:

$$\Delta t = FT \cdot CFL \cdot \frac{\Delta x}{(|V| + a)} \quad (37)$$

که در آن  $FT$  فاکتور زمانی،  $CFL$  عدد کورانت،  $\Delta x$  گام مکانی،  $|V|$  اندازه سرعت و  $a$  سرعت صوت می‌باشد. برای طرح رانج کوتای چهار مرحله‌ای جیمسون،  $CFL = 2\sqrt{2}$  گزارش شده [۱۸]، در روش تدوین شده، بدون اعمال روشهای تسریع در همگرایی انتخاب فاکتور زمانی  $FT$  تا 0.4 هیچ مشکلی در پایداری حل ایجاد نمی‌نماید.

### ۵-۳- همگرایی حل

در تحقیق حاضر ابتدا تغییر در مقدار سرعت محوری به عنوان معیار همگرایی در نظر گرفته شد، و بر این اساس شرط همگرایی به صورت زیر منظور گردید:

$$\left| \frac{\delta u}{u} \right|_{\max} \leq 0.01\% \quad (38)$$

سپس ملاک دیگری مبتنی بر متوسط مجموع تغییرات دانسیته در حوزه حل مورد توجه قرار گرفت. این روش که در دینامیک سیالات بسیار رایج است به صورت زیر به کار رفته است:

$$R_{error} = \frac{1}{N_{node}} \left[ \sqrt{\sum_{ij} (\delta \rho_{ij}^2)} \right] \quad (39)$$

در این معیار  $N_{node}$  بیانگر کل نقاط محاسباتی و  $\delta \rho$  تغییر دانسیته در دو گام متوالی می‌باشد. با این روش شرط همگرایی به صورت زیر منظور شده است:

$$R_{error} \leq 1 \times 10^{-4} \quad (40)$$

به تجربه معلوم گردید که در اکثر حالات، ارضاء همگرایی به روش بالا پس از تحقق یافتن رابطه (۴۰) حاصل می‌شود. لذا معیار اخیر به عنوان شاخص نهایی انتخاب شده است.

#### ۵-۴- داده های تجربی

برای بررسی اعتبار، نتایج حاصل از مدل، داده های تجربی باختر و همکارانش [۲] مورد استفاده قرار گرفتند. شرایط آزمایشگاهی که در ارائه نتایج عددی نیز از آنها استفاده شده عبارتند از:

$$P_{oin} = 1.72 \text{ bar} \text{ فشار سکون ورودی}$$

$$\Delta T = 8^\circ \text{ K} \text{ درجه مافوق سردی}$$

$$\frac{P}{P_{oin}} = 0.48 \text{ نسبت فشار خروجی}$$

$$P_{out} = 0.8256 \text{ bar} \text{ فشار خروجی}$$

#### ۶- بحث و بررسی نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی

هندسه کسکید در شکل (۳) مشخص می‌باشد. شبکه بندی مورد استفاده از نوع H، با توجه به مراجع [۱-۲-۳-۱۱-۱۳] انتخاب شده است.

در شکل ۴ نمونه‌ای از ساختار امواج شوک به صورت شماتیک در گذرگاه پره‌های یک توربین به نمایش در آمده است. شوک‌های ائرو دینامیکی در ناحیه فراصوتی لبه فرار و شوک تقطیر در میانه مسیر مشخص شده‌اند، ضمناً انعکاس شوک ائرو دینامیکی پس از برخورد به سطح مکش نیز ترسیم شده است [۱].

مقایسه توزیع فشار محاسبه شده، با داده‌های تجربی در جریان لزج بخار خشک در شکل (۵) نشان داده شده است. شوک‌های ائرو دینامیکی لبه فرار و بازتاب شوک از سطح فشار پره به صورت تغییرات ناگهانی فشار در این شکل کاملاً مشهود است. علیرغم سادگی شبکه محاسباتی استاندارد نوع H تطابق خوبی بین نتایج تئوری و تجربی برای جریان بخار خشک لزج حاصل شده است. انتخاب این نوع شبکه حجم محاسبات جریان دوفازی پیچیده را منطقی می‌نماید.

در شکل (۶) توزیع فشار محاسباتی در جریان غیرلزج و چگالشی بخار با داده‌های تجربی مقایسه شده است. مقایسه توزیع فشار محاسبه شده با داده‌های تجربی در جریان لزج و چگالشی بخار در شکل (۷) ارائه شده است. البته بر طبق اظهارات وایت [۶] لزجت باعث کاهش اثرات شوک نسبت به جریان غیرلزج می‌شود. انطباق با نتایج تجربی در سطح فشار بسیار خوب می‌باشد. شوک چگالش در امتداد سطح مکش به خوبی گرفته شده است. افزایش فشار در  $x/c = 0.7$  روی سطح فشار به علت شوک چگالش است که بعد از گلوگاه اتفاق افتاده و توافق مطلوب بین نتایج عددی و داده‌های تجربی در شکل دیده می‌شود.

شکل (۸) کانتورهای ماخ را در گذرگاه پره‌ها نشان می‌دهد. با حرکت در امتداد جریان لزج و چگالشی، عدد ماخ افزایش یافته است تا در گلوگاه به مقدار یک می‌رسد.

در شکل (۹) کانتورهای نسبت فشار در جریان لزج و چگالشی نشان داده شده‌اند. در شکل‌های (۷) و (۹) دو افزایش فشار بعد از گلوگاه روی سطح مکش مشخص می‌باشد. اولین افزایش فشار بر اثر شوک ائرو دینامیکی است که در انتهای لبه پره روی سطح فشار اتفاق افتاده است. این شوک از سطح فشار شروع شده و پس از

برخورد به سطح مکش در  $x/c = 0.81$  منعکس شده است. دومین افزایش فشار مربوط به شوک آیرودینامیکی جریان فراصوتی روی سطح مکش و در انتهای لبه پره اتفاق می‌افتد. همانگونه که ملاحظه می‌شود، حل عددی تمام این مشخصات را به طور مطلوب پیش بینی کرده است.

شکل‌های (الف.۱۰) - (ب.۱۰) نرخ جوانه‌زایی را در مسیر جریان نمایش می‌دهند. همانطور که مشخص است، از آنجا که نرخ انبساط در سطح مکش نسبت به سطح فشار بیشتر می‌باشد بنابراین جوانه‌زایی ابتدا روی سطح مکش شروع شده و تغییرات نرخ جوانه‌زایی بین پره به خوبی مشخص شده است.

در شکل (۱۱) شعاع قطرات در حل تئوری باختر و همکاران با نتایج تجربی برای خروجی مافوق صوت در جریان غیر لزج و چگالشی بخار مقایسه شده است [۲]. مشاهده می‌شود که نتیجه حل تئوری غیرلزج باختر با مقدار تجربی تفاوت دارد.

در شکل (۱۲) تغییر شعاع قطرات در امتداد سطح فشار و سطح مکش در جریان بخار مرطوب لزج نشان داده شده است. در این شکل شعاع متوسط قطرات در انتهای گذرگاه با شعاع تجربی مقایسه شده است. به وضوح مشاهده می‌شود که پیش بینی اندازه قطره با مقدار واقعی در انتهای کسکید بسیار خوب انجام شده است. با عبور قطرات از شوک‌های آیرودینامیکی یاد شده کمی تبخیر صورت می‌پذیرد به طوری که قطر قطرات کاهش یافته است. به عنوان مثال این کاهش قطر در شکل (۱۲) و در موقعیت  $x/c = 1$  روی سطح مکش مشخص شده است. واضح است که پس از آن قطرات به رشد خود ادامه می‌دهند.

با قیاس شکل (۱۲) (جریان لزج بخار مرطوب) و شکل (۱۱) (جریان غیرلزج بخار مرطوب) مشخص است که تاثیرات شوک بر روی رشد قطرات در جریان غیرلزج کمتر اثر کرده است و شکل ۱۲ جریان نزدیکتر به واقعیت را ارائه می‌نماید. همچنین طبق اظهارات وایت [۶] اثرات لزجت و لایه مرزی در جریان باعث افزایش اندازه قطرات نسبت به جریان غیر لزج می‌گردد. می‌توان این افزایش را به ۲ روش توضیح داد:

- I. ذرات مایع در جریان لزج نسبت به جریان غیر لزج آهسته‌تر حرکت می‌کنند و در نتیجه نرخ انبساط آهسته‌تر و دوری از حالت تعادل آهسته‌تر صورت می‌گیرد [۶].
- II. معمولاً گرما (گرمای نهان آزاد شده از رشد قطره) در جریان لزج نسبت به جریان غیر لزج به میزان بیشتری هدایت می‌شود. پس دمای قطره کاهش می‌یابد و این منجر به کاهش تبخیر از سطح قطره می‌گردد.

توزیع درصد رطوبت در شکل (۱۳) نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، قبل از جوانه‌زایی جریان کاملاً خشک می‌باشد. اما بعد از جوانه‌زایی میزان رطوبت به شدت افزایش و به 3.5 درصد رسیده است، پس آن میزان رطوبت در اثر رشد قطرات به آهستگی افزایش یافته است. همچنین تبخیر جزئی در عبور از شوک آیرودینامیکی به علت افزایش دمای بخار دیده می‌شود، که باعث کاهش درصد رطوبت شده است از آنجایی که در این تحقیق اثرات لزجت به کار گرفته شده است لذا می‌توان ضریب اصطکاک  $(C_f)$ ، ضخامت جابجایی  $(\delta^*)$  و پروفیل دو بعدی سرعت در مسیر جریان را نیز ارائه نمود.

بر اساس شکل (۱۴)، از آنجایی که جریان از ابتدای مسیر تا گلوگاه شتاب می‌گیرد، باعث شده که ضریب اصطکاک در حدود  $x/c = 0.7$  وتر به مقدار ماکزیمم برسد. در پایین دست گلوگاه، نرخ انبساط جریان کاهش یافته که باعث کاهش ضریب اصطکاک شده است.

در شکل (۱۵) تغییرات ضخامت جابجایی در امتداد سطح فشار و سطح مکش یک پره را نشان می‌دهد. از آنجا که ضخامت لایه مرزی در امتداد سطح پره افزایش می‌یابد بنابراین ضخامت جابجایی نیز در امتداد پره افزایش یافته است [۲].

شکل (۱۶) توزیع پروفیل سرعت محوری (u) نشان داده شده برای این منظور در دوازده مقطع، پروفیل سرعت از ابتدا تا انتها گذرگاه ترسیم شده است.

## ۷- نتیجه‌گیری

با توجه به نتایج حاصل از مدل تدوین شده جهت پیش‌بینی رفتار جریان لزج و چگالشی بخار، توزیع فشار و شعاع قطرات با داده‌های تجربی مقایسه شده و انطباق مطلوبی بین نتایج عددی و داده‌های تجربی حاصل شده است؛ به طور کلی نتایج تئوری عمیقا به آزاد شدن گرمای نهان، ناشی از تغییر فاز بستگی دارند. همچنین در مقایسه با جریان غیر لزج تاثیر لایه مرزی موجب افزایش شعاع قطرات شده به طوری که این افزایش باعث نزدیکی شعاع محاسباتی به مقدار تجربی شده است. در تحلیل جریان بخار مرطوب با احتساب لزجت، ضریب اصطکاک محلی، ضخامت جابجایی و نیز پروفیل دوبعدی سرعت پیش‌بینی و گزارش شده‌اند. این امکان در مطالعات غیر لزج قبلی وجود نداشته است. همانطور که گزارش گردید، مدل موجود از جنبه‌های مختلف قابلیت پیش‌بینی جریان لزج و دوفازی را دارا می‌باشد و می‌توان آنرا ابزاری دیگر برای طراحی صحیح و نیز تحلیل پرها به جهت کاهش و یا اجتناب از تلفات آئرو دینامیکی و ترمودینامیکی ناشی از شوک چگالش به حساب آورد.

## مراجع

- [1] Bakhtar, F., and Mohammadi Tochai, M.T., "An Investigation of Two Dimensional Flows of Nucleating and Wet Steam by the Time-marching Method," Int. J. Heat and Fluid Flow, Vol. 2, No. 1, pp. 5-18, (1980).
- [2] Bakhtar, F., Mahpeykar, M.R., and Abbas, K.K., "An Investigation of Nucleating Flows of Steam in a Cascade of Turbine Balding-theoretical Treatment," Transactions of ASME, Journal Fluid Mechanic, Vol. 117, pp. 138-144, (1995).
- [3] Mahpeykar, M.R., and Teymourtash, A. R., "An Investigation of 2D-2phase Flow of Steam in a Cascade of Turbine Blading by the Time Marching Method," Amirkabir University, Vol. 14, No. 56, pp. 254-269, (2003).
- [4] Yamamoto, S., "Computation of Practical Flow Problems with Release of Latent Heat," Energy, Vol. 30, pp. 197-208, (2005).
- [5] Avetissian, A.R., Philippov, G.A., and Zaichik, L.I., "Effects of Turbulence and Inlet Moisture on Two-phase Spontaneously Condensing Flows in Transonic Nozzles," International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 51, pp. 4195-4203, (2008).
- [6] White, A.J., "Numerical Investigation of Condensing Steam Flow in Boundary Layers," International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 21, pp. 727-734, (2000).

- [7] Gerber, A.G., "Two-phase Eulerian/Lagrangian Model for Nucleating Steam Flow", *ASME J. Fluids Eng*, Vol. 124, pp. 465–475, (2002).
- [8] Kermani, M.J., and Gerber, A.G., "A General Formula for the Evaluation of Thermodynamic and Aerodynamic Losses in Nucleating Steam Flow", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 46, pp. 3265–3278, (2003).
- [9] Mahpeykar, M.R., Lakzian, E., and Amirirad, E., "Reduction of Thermodynamic Losses in a Supersonic Nucleating Steam Nozzle by Spraying Water Droplets", *Scientia Iranica*, Vol. 16, No. 3, pp. 253-262, (2009).
- [10] Mahpeykar, M.R., and Teymourtash, A.R., "The Effects of Friction Factor and Inlet Stagnation Conditions on the Self Condensation of Steam in a Supersonic Nozzle", *Scientia Iranica*, Vol. 11, No. 4, pp. 269-284, (2004).
- [11] Bakhtar, F., Mahpeykar, M.R., and Mashmouhy, F., "Studies of Nucleating and Wet Steam Flows Two-dimensional Cascade." *Journal of Mechanical Engineering Science IMechE*, Vol. Part C 218, pp. 843-858, (2004).
- [12] Young, J.B., "Two-dimensional, Nonequilibrium, Wet Steam Calculations for Nozzles and Turbine Cascades", *Trans. Am. Soc. Mech. Eng., J. Turbomach.*, Vol. 114, pp. 569–579, (1992).
- [13] Bakhtar, F., and Mahpeykar, M.R., "On the Performance of a Cascade of Turbine Rotor Tip Section Balding in Nucleating Steam Part 3: Theoretical Treatment", *Proc. Instn. Mech. Engrs*. Vol. 211, Part C , pp. 195-210, (1997).
- [14] Bakhtar, F., Henson, R.J.K., and Mashmouhi, H., "On the Performance of a Cascade of Turbine in Wet steam", *IMechE*, Vol. 220, Part C, pp. 457 – 472, (2006).
- [15] Senoo, S., and White, A.J., "Numerical Simulations of Unsteady Wet Steam Flows with Nonequilibrium Condensation in the Nozzle and the Steam Turbine", *Proceedings of FEDSM*, ASME Joint, pp. 1-11, Florida, USA, (2006).
- [16] Gerber, A.G., and Kermani, M.J., "A Pressure Based Eulerian–Eulerian Multiphase Model for Condensation in Transonic Steam Flows", *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 47, pp. 2217–2231, (2004).
- [17] Teymourtash, A.R., and Mahpekar, M.R., "A Blade to Blade Inviscid Transonic Flow Analysis of Nucleating Steam in a Turbine Cascade by the Jameson's Time-marching Scheme using Body Fitted Grid", *Journal of School of Engineering, Ferdowsi University of Mashhad*, Vol. 18, No.1, pp. 1-20, (2006).
- [18] Jamson, A., Schmidt, W., and Turkel, E., "Numerical Solutions of the Euler Equations by Finite Volume Methods using Runge-Kutta Time-stepping Schemes", *AIAA 14<sup>th</sup> Fluid and Plasma Dynamics Conference*, Palo Alto, California, pp. 1-14, (1981).

## فهرست نمادهای انگلیسی

A : سطح المان

 $C_F$  : ضریب اصطکاک

c : گرمای ویژه

e : انرژی داخلی

 $\Delta G$  : تغییرات در انرژی گیبس

h : آنتالپی

J : نرخ تشکیل قطرات بر واحد حجم

 $Kn$  : عدد ندسن (نسبت مسیر پویش آزاد مولکول های بخار به قطر قطره می باشد).

L : گرمای نهان

 $m_p$  : جرم یک قطره

N : تعداد مولکولها بر واحد جرم بخار

M : جرم

 $\bar{L}$  : مسیر پویش آزاد مولکولهای بخار

P : فشار

 $P_s(T_G)$  : فشار اشباع در دمای  $T_G$ 

q : ضریب چگالش (کسری از مولکولهای برخورد کننده به سطح که چگالیده می شوند).

R : ثابت گاز

r : شعاع قطره

 $S_e$  : عدد اشمیت ( $S_e = \mu_G / \rho_G D$ ) که  $D$  ضریب نفوذ بخار می باشد).

T : دما

 $T_s(P)$  : دمای اشباع در فشار P $\Delta T$  : درجه مافوق سردی  $[T_s(P) - T_G]$ 

t : زمان

u : سرعت در امتداد محور x

v : حجم مخصوص - سرعت در امتداد محور y

 $\alpha_r$  : ضریب انتقال حرارت $\mu_G$  : ویسکوزیته بخار $\mu_{eff}$  : ویسکوزیته موثر بخار $\rho$  : دانسیته مخلوط $\lambda$  : ضریب هدایت حرارتی بخار $\sigma$  : ضریب کشش سطحی $\rho_s(T_L, r)$  : دانسیته بخار اشباع در دمای  $T_L$  با شعاع r

**زیرنویس**

G : فاز بخار

L : فاز مایع

• : شرایط سکون

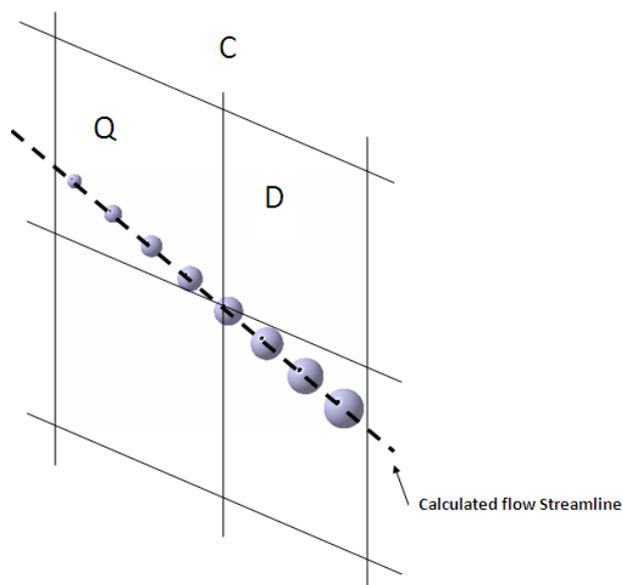
r : شعاع یک قطره

S : اشباع

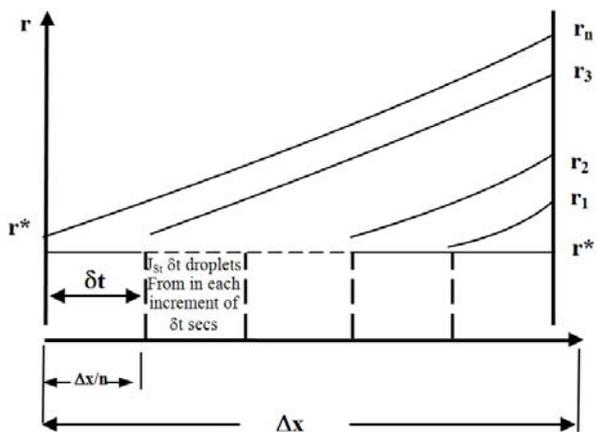
\* : نماد مقادیر بحرانی

Archive of SID

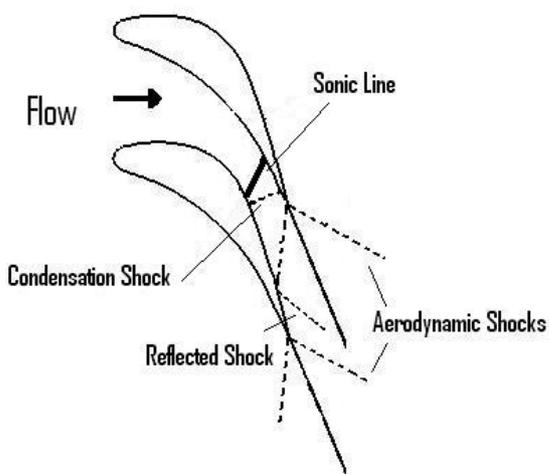
شکلها



شکل ۲- جزئیات خط جریان محاسبه شده

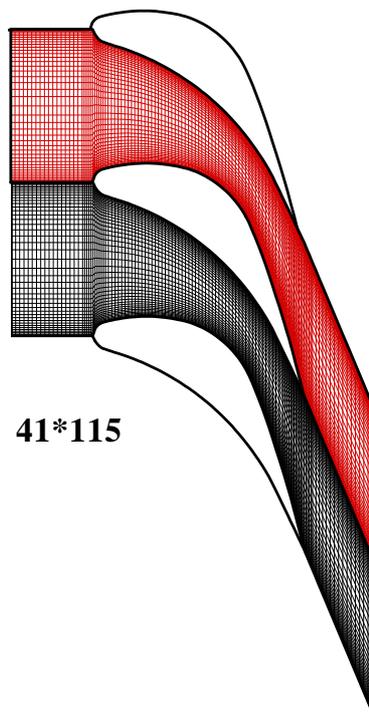


شکل ۱- نحوه محاسبات رشد قطرات جدید در یک المان

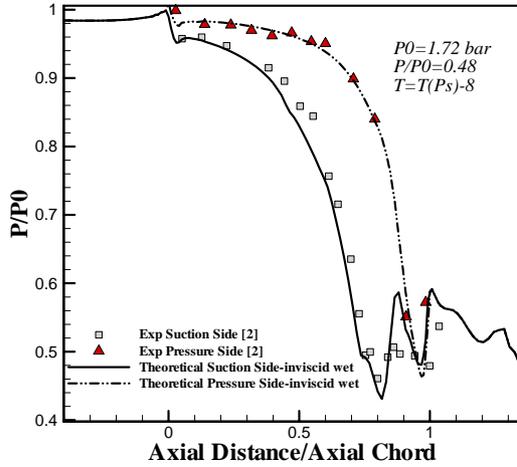


شکل ۴- نمونه‌ای از ساختار امواج شوک در گذرگاه

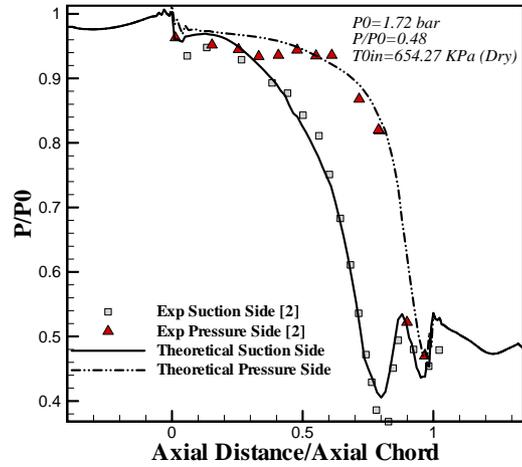
پره‌های توربین



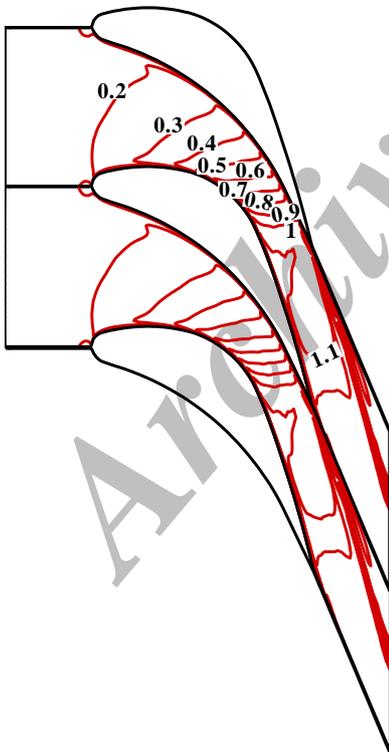
شکل ۳- هندسه و شبکه‌بندی کسکید



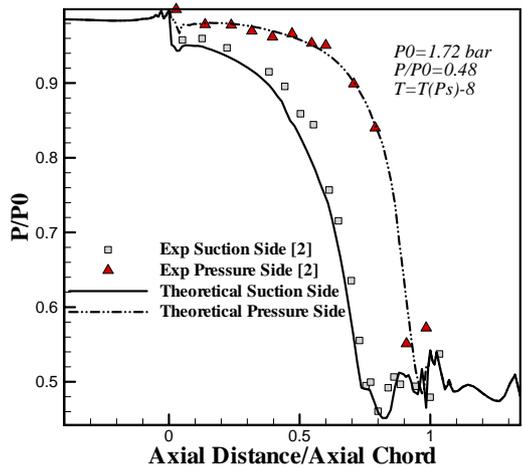
شکل ۶- توزیع فشار محاسباتی و تجربی برای جریان غیرلزج و چگالشی بخار



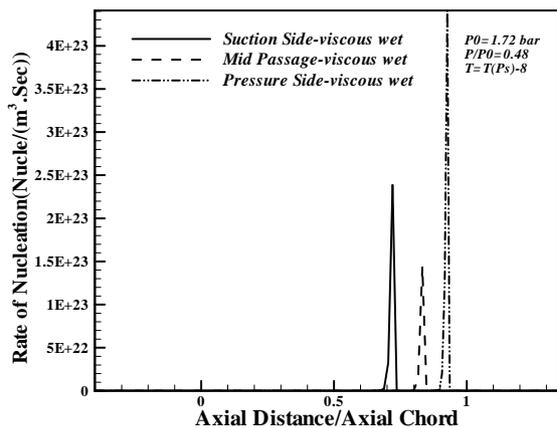
شکل ۵- توزیع فشار تئوری و تجربی برای جریان لزج بخار خشک



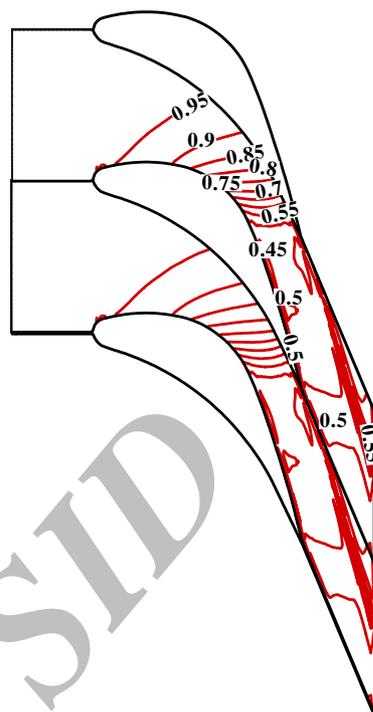
شکل ۸- کانتورهای ماخ حاصل از حل عددی برای جریان لزج و چگالشی بخار



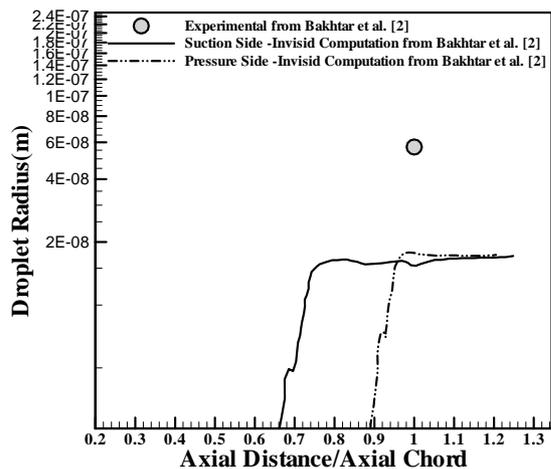
شکل ۷- توزیع فشار محاسباتی و تجربی برای جریان لزج و چگالشی بخار



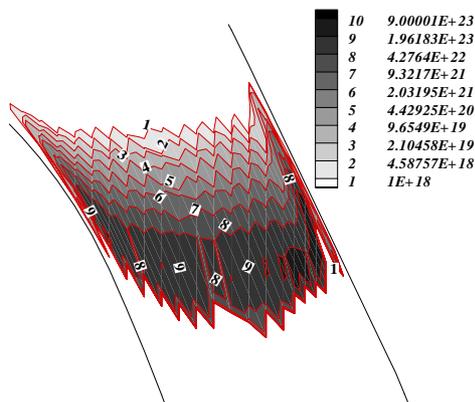
شکل ۱۰- الف - تغییرات نرخ جوانه زایی از حل عددی در جریان لزج و چگالشی بخار



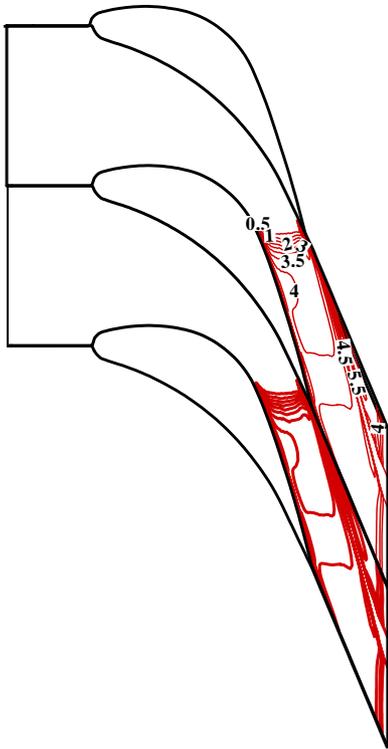
شکل ۹ - کانتورهای نسبت فشار  $\frac{P}{P_{in}}$  ناشی از حل عددی در جریان لزج و چگالشی بخار



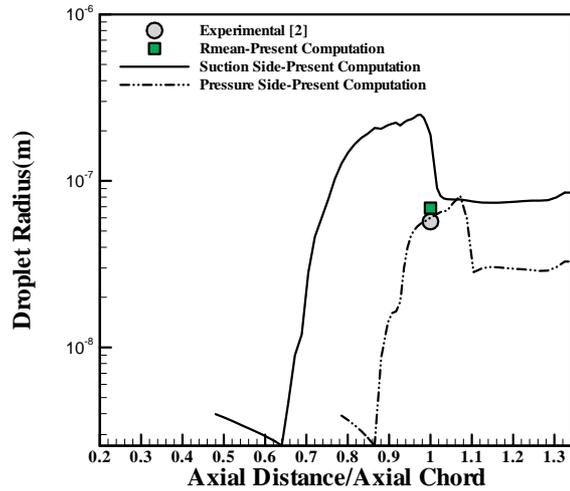
شکل ۱۱- شعاع قطرات در حل تئوری باختر و همکاران و نتایج تجربی برای خروجی مافوق صوت در جریان غیر لزج و چگالشی بخار [۲]



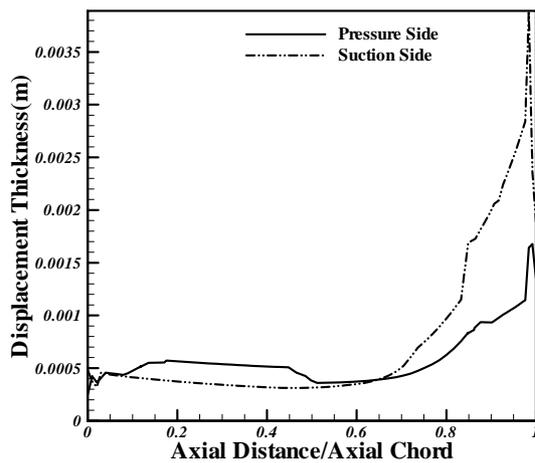
شکل ۱۰- ب - کانتورهای نرخ جوانه زایی در حل تئوری



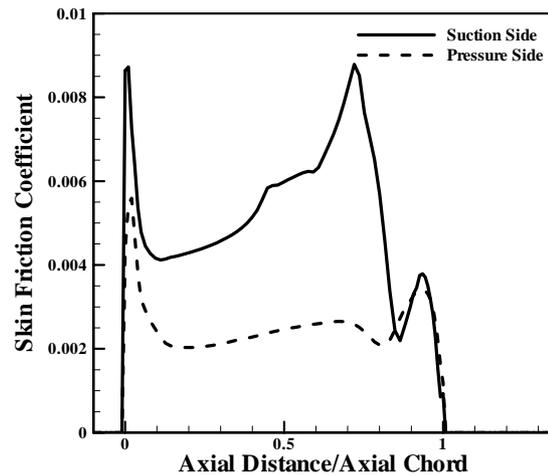
شکل ۱۳- کانتورهای میزان رطوبت در حل عددی



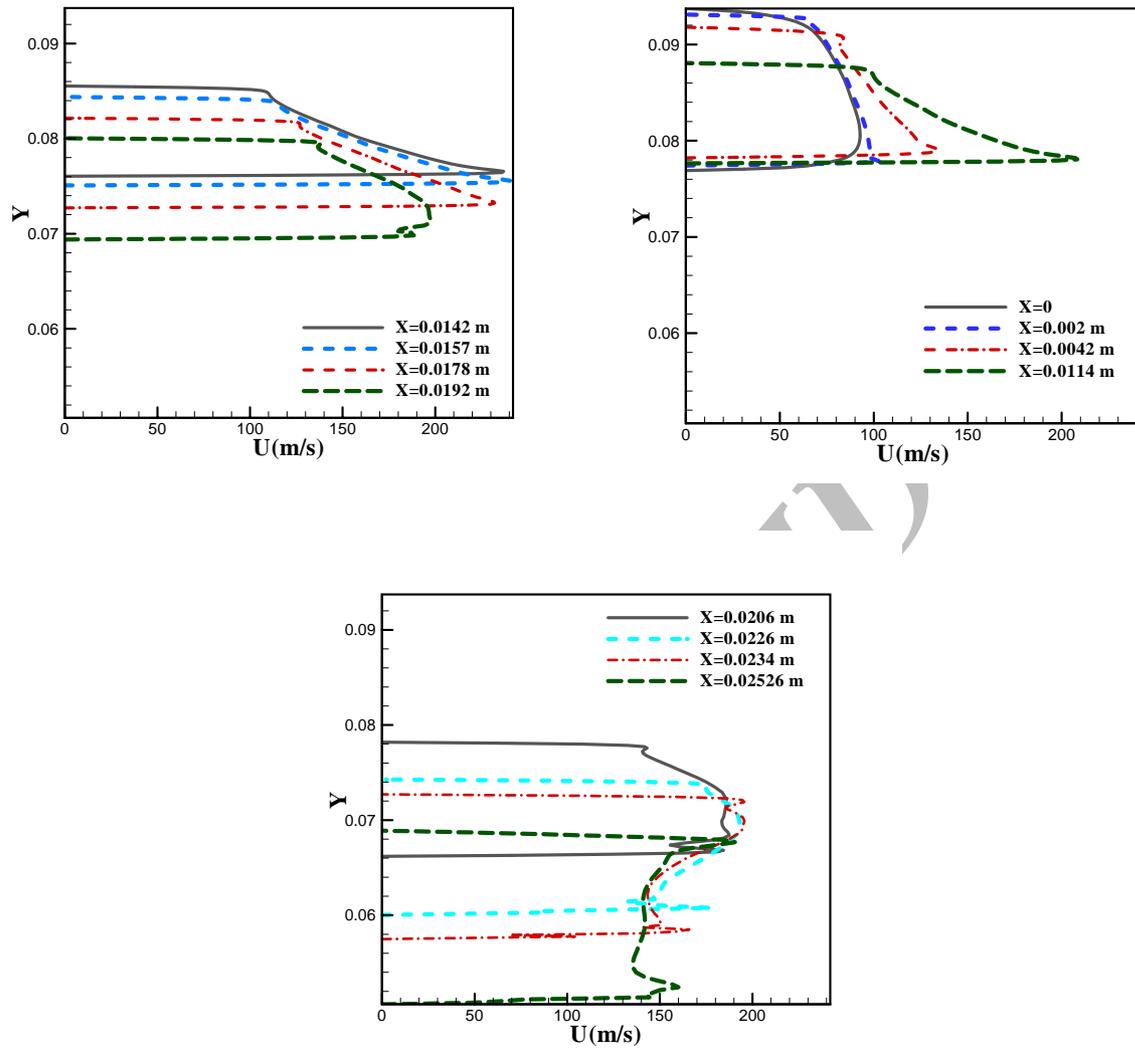
شکل ۱۲ - شعاع قطرات در حل تئوری حاضر و نتایج تجربی [۲] برای خروجی مافوق صوت در جریان لزج و چگالشی بخار



شکل ۱۵- توزیع ضخامت جابجایی ( $\delta^*$ ) در امتداد سطح فشار و سطح مکش یک پره در جریان مرطوب



شکل ۱۴- توزیع ضریب اصطکاک در امتداد سطح مکش و سطح فشار یک پره در جریان مرطوب



شکل ۱۶- پروفیل‌های سرعت محوری در مقاطع مختلف از گذرگاه پره‌ها در جریان مرطوب

Archiv

## Abstract

Two-phase viscous wet-steam flows containing liquid droplets are important in many scientific and engineering applications such as the flow through the stages of low pressure steam turbine. The primary superheated vapor expands and enters the two phase region, but due to rapid expansion of steam, there is a lag in condensation, this fluid is called supercooled vapor. This situation continues to the Wilson point, where the supercooled steam cannot exist any longer, in this state the vapor starts nucleating and by occurrence of condensation shock, returns to the equilibrium condition. During this phenomena the subcooled vapor loses its latent heat and liquid droplets with small diameters are formed. In this paper, the viscous wet-steam flow in a turbine cascade is numerically investigated two-dimensionally. The nucleation and droplet growth equations are combined with conservation laws and solved by Jameson's time marching finite-volume method. The modified Classical nucleation theory is used for modeling the homogeneous nucleation. There are good agreements with the experimental results for the surface pressure distributions and also for the size of the droplet at a given location downstream of the cascade. Using the viscous numerical method made it possible to obtain the skin friction coefficient, displacement thickness and velocity profiles of the wet-steam flow within the boundary layers.

Archive of SID