

تأثیر اعمال میدان مغناطیسی بر جابجائی آزاد قنبر علی شیخ زادہ ' گذرا در یک محفظهٔ دوبعدی با دیوارههای جانبی استاديار دما ثابت در این تحقیق تأثیر اعمال میدان مغناطیسی ثابت بر جابجائی آزاد گذرا در داخل یک محفظه مربعی حاوی گالیم مذاب بصورت عددی مطالعه شده است. دیواره سمت چپ گرم د رحمانی و دیواره سمت راست سرد بوده و دیوارههای بالا و پایین عایق حرارتی میباشند. تبدیل معادلات دیفرانسیل حاکم به معادلات جبری با روش حجم محدود و تکنیک پیوندی انجام گرفته است. برای بیان گرادیان فشار در معادلات مومنتوم از الگوریتم سیمپلر استفاده شده است. نتایج حاصله بصورت تغییرات نسبت نیروی شناوری به نیروی لورنتز، خطوط دما ثابت و خطوط جریان و همچنین نمودارهای تغییرات ضریب انتقال حرارت نسبت به زمان ارائه شده است. نتایج نشان دادهاند که قدرت میدان مغناطیسی تاثیر قابل توجهی بر میدان جریان و انتقال حرارت در تمام زمانها دارد، بطوریکه نسبت نیروی شناوری به لورنتز با محمد رضا بابائی ۲ افزایش هارتمن به شدت کاهش می یابد. مشاهده شده است که عدد ناسلت متوسط در کارشناس ابتدای فرایند، از یک مقدار بسیار زیاد شروع و با گذشت زمان کاهش یافته تا اینکه در مقدار معینی ثابت می شود و با افزایش عدد هارتمن، این مقدار به سمت یک (یعنی هدایت خالص) میل میکند.

واژههای راهنما: جابجایی آزاد گذرا، هیدرودینامیک مغناطیسی، عدد هارتمن، نیروی لورنتز، عدد ناسلت.

۱- مقدمه

در صنعت تولید مواد و در فرایندهای ریخته گری پیوسته، در درون محفظ های که از یک مذاب در حال انجماد پر شده است، بواسطهٔ وجود گرادیانهای دمایی ناشی از اختلاف دمای بین دیوار جامد و مذاب، پدیدهٔ جابجایی آزاد رخ میدهد[۳–۱]. در فرایندهای رشد کریستالها گرادیان دمای ایجاد شده بین دیوار جامد و مذاب سبب ایجاد نیروی شناوری و حرکت سیال در داخل محفظه میشود. در خیلی موارد عملی، حرکت ایجاد شده نابسامان، بینظم و یا حتی آشفته میباشد. این نوع جریانها میتوانند باعث ایجاد ناهمگنی میکروسکوپی در محصولات تولیدی شوند بطوریکه بر ساختار محصول نهایی که شامل شمش، شمشه،

ا استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان sheikhz@kashanu.ac.ir

rahmanivahid@yahoo.com دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان

^۳ دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان mrb_6079@yahoo.com

تختالهای فلزی بزرگ و … میباشد تأثیر گذار بوده، و باعث پدیدار شدن یک ساختار غیر همگن و درشت دانه در قطعهٔ ریخته گری شده میشود. بنابراین در چنین فرایندهایی کاهش قدرت جابجایی مورد توجه میباشد.

دو روش به منظور کاهش جابجایی وجود دارد، یکی کاهش نیروی شناوری است که با استفاده از کاهش جاذبه صورت می پذیرد (البته این روش به لحاظ هزینه بسیار گران است) و دیگری استفاده از میدان مغناطیسی است که روشی مؤثر برای مذابهای هادی جریان الکتریکی می باشد. با اعمال یک میدان مغناطیسی بر مذاب درون محفظه می توان جریان جابجایی را کاهش داده و یک ساختار ریز دانه و همگن در محصول نهایی بوجود آورد [۴]. مطالعه و درک انتقال حرارت درچنین فرایندهایی به منظور کنترل بهتر و ایجاد کیفیت بیشتر در محصولات ساخته شده، دارای اهمیت فراوان می باشد. در این راستا مطالعات فراوانی صورت گرفته است که به برخی از آنها اشاره می شود.

اُرپر و همکارش اثر میدان مغناطیسی را بر میدان جریان و دما در یک محفظه با دیواره های جانبی دما ثابت در حالت گذرا بررسی کردهاند [۵]. آنها نشان دادهاند در این سیستم که به حالت ایدهال در زمان رشد کریستال ها نزدیک است قدرت میدان مغناطیسی یکی از عوامل مهم در تضعیف انتقال حرارت جابجائی است.

رودرایاه و همکاران تأثیر اعمال میدان مغناطیسی ثابت همجهت با شتاب جاذبه بر جریان جابجایی آزاد گذرا درون یک محفظهٔ مربعی با دیوارههای جانبی دما ثابت و دیوارههای افقی عایق حاوی سیالی با عدد پرانتل ۰٫۷۳۳ را به طور عددی بررسی نمودهاند و نشان دادهاند که با افزایش قدرت میدان مغناطیسی، جریان جابجایی از بین رفته و نرخ انتقال حرارت کاهش مییابد[۶].

الناجم و همکاران میدانهای دما و جریان را تحت اعمال یک میدان مغناطیسی در یک محفظ هٔ مربعی مایل با دیوارههای عمودی دما ثابت و دیوارههای افقی عایق برای سیالی با عـدد پرانتـل ۰٫۷۱ بـا اسـتفاده از روش حجم کنترل بر اساس قاعده توانی بررسی نمـودهانـد[۷]. آنهـا نشـان دادنـد کـه اعمـال یـک میـدان مغناطیسی بر جریانهای جابجایی آزاد و انتقال حرارت، برای زوایای انحراف کـوچکتر و اعـداد گراشـف بـالاتر تأثیر بیشتری دارد.

استوک و همکاران یک مطالعه تجربی روی انتقال حرارت جابجایی آزاد با و بدون حضور میدان مغناطیسی در درون محفظهای مستطیل شکل که از گالیم مذاب پر شده است انجام دادهاند و نشان دادند که حضور میدان مغناطیسی باعث توقف انتقال حرارت می شود [۸]. آنها همچنین نشان دادند زمانی که قدرت میدان مغناطیسی بالا و قدرت جابجایی پایین باشد، خطوط جریان در مرکز محفظه کشیده شده و خطوط دما ثابت تقریبا موازی می شود که نشان دهنده غالب شدن هدایت حرارتی در مرکز محفظه می باشد.

مهمت و الیف تأثیر اعمال میدان مغناطیسی بر جریان درون محفظههای مربعی و مستطیلی شکل مایل را که دو دیوارهٔ جانبی آن گرم و سرد و دو دیوارهٔ دیگر عایق بودند را برای سیالی با عدد پرانتل ۱ بطور عددی مطالعه کردند[۹]. آنها نشان دادند که زاویهٔ قرارگیری محفظه نسبت به افق، نسبت ابعاد محفظه، قدرت و جهت اعمال میدان مغناطیسی تأثیرات قابل توجهی را بر میدان جریان و انتقال حرارت میگذارند. تیاما اثر جابجائی آزاد را در یک محفظهی مستطیلی شکل تحت یک میدان مغناطیسی ثابت در حالی که دیوارههای بالا و پائین عایق و دیوارههای جانبی در دمای ثابت باشند را بررسی کرده است[۱۰]. تیاما نشان داد که عدد ناسلت متوسط که معیاری برای نرخ انتقال حرارت در داخل محفظه در نظر گرفته میشود، با افزایش عدد رایلی افزایش و با افزایش قدرت میدان مغناطیسی کاهش مییابد.

پیرمحمدی و همکاران تأثیر اعمال میدان مغناطیسی بر جریان درون محفظههای مربعی شکل را که دو دیوارهٔ جانبی آن گرم و سرد و دو دیوارهٔ دیگر عایق بودند را برای سیالی با عدد پرانتل ۰٫۷۳۳ بطور عددی مطالعه کردند[۱۱]. آنها نشان دادند که با افزایش قدرت میدان مغناطیسی جابجائی آزاد و عدد ناسلت متوسط در داخل محفظه کاهش مییابد.

شیخ زاده و همکاران با استفاده از روشهای عددی، یک محفظهٔ دو بعدی حاوی سیالی با عدد پرانتل شیخ زاده و همکاران با استفاده از روشهای عددی، یک محفظهٔ دو بعدی حاوی سیالی با عدد پرانتل معنار، ۱۷ که بخشی از دیوارهٔ راست محفظه گرم و بخشی از دیوارهٔ چپ آن سرد بود و در معرض یک میدان مغناطیسی ثابت قرار داشت را مدلسازی کرده و میدان دما و انتقال حرارت را مورد بررسی قرار دادند[۱۲]. آنها نتایج را برای مقادیر مختلف اعداد رایلی، هارتمن و زاویهٔ قرارگیری محفظه نسبت به افق ارائه نمودند و مشاهده کردند که قدرت میدان مغناطیسی اعمالی یکی از پارامترهای مهم در تضعیف جریانهای جابجایی آزاد میباشد و با اعمال میدان مناسب میتوان جابجایی آزاد را از بین برد. آنها همچنین دریافتند که قرارگیری محفظه در زاویه هم در تضعیف جریانه مودند که قرارگیری محفظه در زاویه هران معناطیسی اعمالی یکی از پارامترهای مهم در تضعیف جریانه می جابجایی آزاد میباشد و با اعمال میدان مناسب میتوان جابجایی آزاد را از بین برد. آنها همچنین دریافتند که قرارگیری محفظه در زاویه هایی بزرگتر از زاویهٔ ۳۰ درجه نسبت به افق نیز میتواند یک عامل مؤثر در تضعیف جریان همی از دریا مؤثر در از بین برد. آنها همچنین دریافتند که قرارگیری محفظه در زاویه هایی بزرگتر از زاویهٔ ۳۰ درجه نسبت به افق نیز میتوان دریان در از تریا تریا مؤثر در تضعیف جریان جابجایی آزاد را از بین برد. آنها موجنین دریافتند که قرارگیری محفظه در زاویه یای بزرگتر از زاویهٔ ۳۰ درجه نسبت به افی نیز میتواند یک عامل مؤثر در تضعیف جریان جابجایی آزاد باشد.

۲ – هیدرودینامیک مغناطیسی اگر جریان سیال هادی الکتریسیته با سرعت *ū* در حضور میدان مغناطیسی *ق*رخ دهد، چگالی جریان الکتریکی، *ī*، مطابق با قانون القای فارادی بوجود می آید [۴]:

$$\vec{J} = \sigma(-\vec{\nabla}\Phi + \vec{u} \times \vec{B}) \tag{1}$$

که در آن σ ضریب هدایت الکتریکی محیط رسانا، Φ پتانسیل الکتریکی و $\vec{B} = \vec{B}_* + \vec{b}$ مجموع میدان مغناطیسی اعمالی (\vec{B}_*) و میدان مغناطیسی القایی (\vec{b}) میباشد. بواسطهٔ برهمکنش چگالی جریان الکتریکی با میدان مغناطیسی، نیروی لورنتزبصورت زیر فعال میشود:

$$\vec{F} = \vec{J} \times \vec{B} \tag{(Y)}$$

نیروی لورنتز بر تمام رساناهای متحرک که در معرض میدان مغناطیسی قرار گرفتهاند عمل می کند. یکی از پارامترهای مهم در هیدرودینامیک مغناطیسی، عدد بدون بعدی به نام رینولدز مغناطیسی

میباشد که نسبت میدان مغناطیسی القایی به میدان مغناطیسی اعمالی میباشد:

$$\operatorname{Re}_{m} = \mu_{\circ} \operatorname{\sigmau} \ell \tag{(7)}$$

که در آن، $^{\mu}$ ضریب نفوذ پذیری محیط و $^{\ell}$ طول مشخصه میباشد. در رینولدزهای مغناطیسی بزرگ، میدان مغناطیسی القایی بر میدان مغناطیسی اعمالی غلبه خواهد کرد. این حالت در مبحث فیزیک نجومی

که طول مشخصههای بزرگ نظیر فواصل بین سیارات و ... مطرح است، مورد مطالعه قرار می گیرد. در صنعت تولید مواد بواسطهی اینکه سرعت و طول مشخصه کم میباشند رینولدز مغناطیسی کوچک و میدان مغناطیسی اعمالی بر میدان مغناطیسی القایی غلبه می کند. در این حالت، میدان مغناطیسی میدان سرعت را بواسطه وجود نیروی لورنتز تحت تأثیر قرار می دهد، اما بدلیل کوچک بودن میدان مغناطیسی القائی میدان سرعت تاثیر چندانی بر میدان مغناطیسی نمی گذارد. یکی از موارد کاربرد هیدرودینامیک مغناطیسی در صنعت تولید مواد اعمال میدان مغناطیسی بر مذاب در حال انجماد می باشد. تضعیف جریان بواسطه تقابل نیروی لورنتز با نیروی شناوری رخ می دهد و در نتیجهٔ آن، انجماد بصورتی انجام خواهد گرفت که ساختار شمش نهایی بهبود خواهد یافت. شکل (۱) یک شمش منجمد شده در مجاورت میدانهای مغناطیسی

۳- هندسه مسئله و معادلات حاکم

هندسهٔ مسئلهٔ مورد نظر به همراه شرایط مرزی در شکل (۲) نشان داده شده است. محفظه دارای دیواره های جانبی دما ثابت و دیواره های بالایی و پایینی عایق میباشد. فرض شده است که تمام دیواره ها عایق الکتریکی هستند. محفظه دارای پهنا و ارتفاع *L*است. همچنین عدد رینولدز مغناطیسی کوچک بوده و میدان مغناطیسی القایی در برابر میدان مغناطیسی اعمالی ناچیز است [۱۴].

معادلات حاکم بر جریان دوبعدی، گذرا و آرام برای محفظ می حاوی سیال هادی الکتریسیته نوشته می شود. بمنظور بیان معادلات حاکم، ابتدا باید نیروی لورنتز برحسب متغیرهای جریان و میدان مغناطیسی اعمالی محاسبه شود. با توجه به تعریف رابطهٔ چگالی جریان الکتریکی در رابطهٔ (۱) و قانون بقای بار الکتریکی ($\vec{J} = 0$) داریم:

$$\nabla^2 \Phi = \vec{\nabla}.(\vec{u} \times \vec{B}) \tag{(f)}$$

با توجه به دو بعدی بودن جریان سمت راست معادله فوق صفر میباشد و در نتیجه داریم:

$$\nabla^2 \Phi = 0 \tag{(a)}$$

از طرفی با توجه به اینکه تمام دیوارهها عایق الکتریکی هستند، ø=ø تنها جواب معادلـهٔ خواهـد بـود. بنابراین چگالی جریان الکتریکی به شکل زیر ساده میشود:

$$\vec{J} = \sigma(\vec{u} \times \vec{B}) \tag{(7)}$$

با توجه به بردار سرعت و بردار میدان مغناطیسی در مسئله مورد نظر نیروی لورنتز برحسب متغیرهای مسئله عبارت است از:

$$\vec{u} = u\hat{e}_x + v\hat{e}_y$$

$$\vec{B} = B_0\hat{e}_x$$
(Y)

$$\vec{F} = \vec{J} \times \vec{B} = -\sigma v \,\mathbf{B}^2 \cdot \hat{\mathbf{e}}_{y} \tag{(A)}$$

بنابراین معادلات حاکم شامل معادله پیوستگی، معادلات مومنتوم در جهت x و y و معادله ی انرژی بصورت زیر بدست می آیند:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{9}$$

$$\rho(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2})$$
(1.)

$$\rho(\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}) + \rho g \beta(T - T_c) - v\sigma B_o^2$$

(11)

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)$$
(17)

جهت انجام مطالعات پارامتری، مناسبتر است که نتایج بصورت بی بعد بررسی شوند. لذا شکل بدون بعد معادلات با استفاده از متغیرهای بدون بعد استخراج می گرد و اعداد بی بعد مهم مشخص می گردد. متغیرهای بدون بعد بصورت زیر تعریف می شوند:

$$X = \frac{x}{L}, Y = \frac{y}{L}, U = \frac{Lu}{\alpha}, V = \frac{Lv}{\alpha}, P = \frac{pL^2}{\rho\alpha^2}, \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c}, \tau = \frac{t}{L^2 / \alpha}$$
(17)

که در آن، t، x و y مختصات با بعد، L پهنای محفظه، u و y سرعت با بعد در راستای محورهای x و y، که در آن، t، t و x مختصات با بعد، L پهنای محفظه، u و y سرعت با بعد در راستای محورهای x و y، α ضریب پخش حرارتی، ρ چگالی جریان، p فشار سیال میباشند. θ دمای بدون بعد و π دمای دون بعد و x و x، x و y سرعت ای بدون بعد و x و y فشار بدون بعد، U و y سرعت های بدون بعد و P فشار بدون بعد میباشد. u فشار سیال مختصات بدون بعد، u و y مختصات با بعد میباشد. u محورهای x و y

$$\tau = 0 \implies U = V = 0, \theta = 0 \tag{14}$$

و شرایط مرزی بدون بعد بصورت زیر میباشد:

$$X = 0: U, V = 0, \theta = 1$$

$$X = 1: U, V = 0, \theta = 0 \tag{1a}$$

$$Y = 0,1$$
 $U, V = 0, \partial \theta / \partial Y = 0$

اعداد بدون بعد پرانتل، Pr، هارتمن، Ha، و رایلی، Ra، که در معادلات بی بعد ظاهر می شوند عبارتند از:

$$pr = \frac{\mu}{\rho \alpha}, \ Ha = LB_{\circ} \sqrt{\frac{\sigma}{\mu}}, \ Ra = \frac{\rho g \beta (T_h - T_c) L^3}{\alpha \mu}$$
 (19)

که در آن، μ ویسکوزیته و β ضریب انبساط حرارتی سیال میباشد. عدد بدون بعد هارتمن، Ha، برابر با نسبت نیروی لورنتز به نیروی لزجت میباشد. در حقیقت بزرگی این عدد نشان دهندهٔ قدرت میدان مغناطیسی میباشد. بدین ترتیب معادلات حاکم با فرض اینکه زاویهی میدان و محفظهی با افق صفر باشد به شکل بدون بعد عبارتند از:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \tag{1Y}$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + pr(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2})$$
(1A)

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + pr(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2}) + Ra \operatorname{Pr} \theta + Ha^2 prV$$
(19)

$$\frac{\partial\theta}{\partial\tau} + U\frac{\partial\theta}{\partial X} + V\frac{\partial\theta}{\partial Y} = \left(\frac{\partial^2\theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial Y^2}\right) \tag{(7.)}$$

به منظور مقایسهٔ قدرت جریان از تابع جریان استفاده می شود که با انتگرالگیری از رابطهی زیر بدست می آید:

$$-\frac{\partial \Psi}{\partial Y} = U \tag{(1)}$$

همچنین به منظور مقایسهٔ نرخ انتقال حرارت از عدد بدون بعد ناسلت استفاده می شود. عدد ناسلت موضعی و متوسط روی دیوارهی گرم به شکل زیر محاسبه می شود:

$$Nu_{y} = \frac{hL}{k} = -\frac{\partial\theta}{\partial X}\Big|_{X=0}$$
(11)

$$\nabla \overline{Nu} = \int_{0}^{1} Nu_{y} dY$$
 (YT)

۴- روش عددی

معادلات حاکم به همراه شرایط اولیه و مرزی با استفاده از روش عددی حجم محدود حل شدهاند. برای جداسازی جملات جابجایی از تکنیک پیوندی در شبکه جابجا شده استفاده و وابستگی میدان سرعت و فشار از طریق الگوریتم سیمپلر برقرار شدهاست. معادلات منفصل شده که کاملاً به هم وابسته میباشند از طریق روش ماتریس سه قطری حل شدهاند. بدین منظور یک کد کامپیوتری به زبان فرترن برگرفته از کد TEACH [۱۶] تهیه شده است[۱۴].

۴–۱–۱ انتخاب شبکهٔ مناسب
برای بدست آوردن نتایج مستقل از شبکه نقاط، نمودار تغییرات دما روی خط میانی محفظه برای چندین
شبکه ترسیم و با مقایسهٔ آنها شبکهٔ بهینه انتخاب شده است. به این منظور شبکههای ۴۱×۴۱،
۵۱/۶۱×۲۱، ۲۱×۷۱ و ۸۱×۸۱ برای عدد رایلی ^۵۰۱ و عدد هارتمن ۲۰ مورد بررسی قرار گرفته و در

شکل (۳) تغییرات دما روی خط میانی محفظه، θ_c ، بر حسب X داده شده است. با توجه به این شبکهٔ ۶۱×۶۱ بعنوان شبکهٔ مناسب انتخاب شده است. افزایش تعداد نقاط بیش از آن تغییر قابل ملاحظهای در نمودار دما مشاهده نمی شود.

۲-۴- بررسی عملکرد صحت برنامهٔ کامپیوتری

برای اطمینان از عملکرد صحیح برنامهٔ کامپیوتری و بررسی دقت نتایج بدست آمده، برای یک کار نمونه که نتایج آن در متون منتشر شده موجود است و تا حدی کار حاضر به آن مشابه است، برنامهٔ کامپیوتری اجرا و نتایج مورد مقایسه قرار گرفته است. مقادیر عدد ناسلت متوسط روی دیوارهٔ گرم در حالت دائم برای اعداد گراشف ^۴ ۱۰۰×۲ و ^۱ ما×۲ و اعداد هارتمن مختلف حاصل از کار حاضر با نتایج مرجع [۶] در جدول (۱) مقایسه شده است. همانطور که مشاهده می شود، تطابق بسیار خوبی بین نتایج وجود دارد و ماکزیمم اختلاف موجود بین نتایج حاضر و نتایج مرجع [۶]، یک درصد می باشد.

۵– بررسی نتایج

پس از اطمینان از صحت عملکرد برنامهٔ کامپیوتری به حل مسئلهٔ مورد نظر پرداخته شده است. نتایج حاصل در چند بخش مختلف مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفتهاند. در بخـش اول، مقایسـهای اجمـالی میـان نیـروی لورنتز و شناوری انجام گرفته است و تغییرات زمانی نسبت نیروی لورنتز و شناوری بررسی شده است.

در بخش دوم، نحوهی تشکیل خطوط جریان و دما ثابت در اعداد رایلی و هارتمن مختلف در طی زمان تا رسیدن به حالت دائم، بررسی شده و تاثیرات افزایش قدرت میدان مغناطیسی، بر میدان جریان و انتقال حرارت با بررسی ماکزیمم قدر مطلق تابع جریان و عدد ناسلت متوسط با گذشت زمان نشان داده شده است.

۵-۱- تاثیر افزایش قدرت میدان مغناطیسی بر نسبت نیروی شناوری و لورنتز

در این بخش به بررسی تاثیر افزایش عدد هارتمن بر نسبت نیروی شناوری و لورنتز بیر حسب زمان در اعداد رایلی 10^{6} ۲۰ تا 10^{6} پرداخته شده است. بدین منظور مقدار مجموع قدر مطلق نیروی لورنتز (F_{i}) و شـناوری (F_{i}) در تمام نقاط به صورت زیر محاسبه شده است.

$$F_{l} = \sum_{i=1}^{m \times m} |f_{l}|_{i} , \quad F_{b} = \sum_{i=1}^{m \times m} |f_{b}|_{i}$$
(14)

که در آن m تعداد نقاط شبکه در هر جهت، و f_b و f_l مقادیر نیروی شناوری و لورنتز در نقاط شبکه میباشند.

توجه شود که در حالتی که هیچ میدان مغناطیسیای اعمال نشده است، یعنی در هارتمن صفر، نیروی لورنتز در سراسر میدان حل برابر صفر است و نیروی شناوری در قویترین حالت خود میباشد. مقادیر نسبت این نیروها در اعداد هارتمن ۱ و ۱۰۰، برای عدد رایلی ^۱۰۴ و اعداد هارتمن ۱ و ۱۶۰، در سایر اعداد رایلی، در طی گذشت زمان بررسی شده است. همانطور که مشاهده می گردد نسبت نیروی شناوری به لورنتز از مقدار اولیهی صفر بدلیل ایجاد گرادیان دما در کنار دیوارهی گرم شروع به افزایش میکند. با گذشت زمان، همانطور که در بخش بعدی مشاهده خواهد شد حرارت در سراسر محفظه نفوذ پیدا خواهد کرد و گرادیان دما در کنارهی دیوارهی گرم تعدیل شده و نسبت نیروها به مقدار ثابتی میل خواهد کرد.

مطابق با شکل (۴) در $ra = 1 \cdot r$ مشاهده می شود که در عدد هارتمن ۱ بدلیل قدرت زیاد جابجائی و قدرت بسیار کم میدان مغناطیسی مقدار نسبت نیروی شناوری به لورنتز با گذشت زمان تا حدود r = -, rثابت می شود این در حالی که با افزایش عدد هارتمن تا ۱۰۰ به دلیل کاهش جابجائی و کاهش سرعت ذرات سیال در داخل محفظه نسبت این نیروها در حدود r = -, r ثابت می شود و نسبت نیروی شناوری به لورنتز در حدود سی و پنج هزار برابر نسبت به عدد هارتمن ۱ کوچک تر می شود.

افزایش عدد رایلی که بیانگر افزایش قدرت جابجائی در داخل محفظ ه است انتظار میرود که نسبت نیروی شناوری به لورنتز افزایش یابد. این افزایش بخوبی در شکلهای (۵) و (۶) نشان داده شده است. در عدد رایلی ۱۰۵ مطابق با شکل (۵) مشاهده می گردد که با افزایش عدد هارتمن از مقدار ۱ تا ۱۶۰ نیروی شناوری که در ابتدا بیش از چهل هزار برابر بزرگتر از نیروی لورنتز است بیش از یکصدو سی هزار برابر کاهش پیدا کرده و به حدود ۳ برابر میرسد.

در شکل (۶) نیز تغییرات زمانی نسبت نیروی شناوری به لورنتز در اعداد هارتمن ۱ و ۱۶۰ و عـدد رایلـی ۱۰^۴ نشان داده شده است. مشاهده میشود که با افزایش قدرت میدان از ۱ تا ۱۶۰ نسبت نیروی شناوری بـه لورنتز بیست هزار برابر کوچک میشود.

۵-۲- تأثیر افزایش قدرت میدان مغناطیسی بر میدان جریان و انتقال حرارت
 در این بخش به بررسی تاثیر افزایش قدرت میدان مغناطیسی بر خطوط جریان و دما ثابت در اعداد هارتمن
 ۰۰ ۵۰ و ۱۰۰ برای عدد رایلی ^۱۰۰ و اعداد هارتمن ۰۰ ۵۰ و ۱۶۰ برای اعداد رایلی ^{۱۰۵} و ^{۱۰۶} پرداخته می شود.

۵-۲-۱- خطوط جریان

خطوط جریان در عدد رایلی ^۴ ۱۰ و اعداد هارتمن مختلف در زمانهای مختلف در شکل (۷) نشان داده شده است. همانطور که مشاهده میشود در عدد رایلی ^۴ ۱۰ و تمامی اعداد هارتمن در لحظهی ابتادائی خطوط جریان در کنار دیوارهی گرم تشکیل و با گذشت زمان در سراسر محفظه گسترش مییابد.

 در سایر اعداد هارتمن نیز روندی شبیه آنچه که در مورد عدد هارتمن صفر مشاهده گردید دیده می شود با این تفاوت که با افزایش عدد هارتمن در تمامی زمانها ماکزیمم قدر مطلق تابع جریان کاهش یافته و گردابهها شکل محفظه را بخود می گیرند.

شکل (۸- الف) تغییرات مؤلفهٔ عمودی سرعت، V_c ، بر حسب X را روی خط میانی محفظ ه (۵, Y = Y) و شکل (۸- ب) تغییرات مؤلفهٔ افقی سرعت، U_c ، بر حسب Y را روی خط میانی محفظه (۵, X = X) برای عدد رایلی ^۴ ۱۰ و اعداد هارتمن مختلف نشان میدهد.

نکتهای که با مشاهدهٔ پروفیلهای سرعت در شکل (۸) میتوان به آن اشاره کرد این است که هرچه عـدد هارتمن افزایش مییابد، قلهٔ سرعت که در نزدیکی دیواره وجود دارد کوتاهتـر مـیشـود کـه نشـان از کـاهش سرعتها با افزایش عدد رایلی دارد.

با افزایش عدد رایلی به مقدار ^۹ ۱۰ همانطور که از شکل (۹) کاملاً مشخص است، در تمامی اعداد هارتمن مقدار ماکزیمم قدر مطلق تابع جریان افزایش پیدا می کند. بطوریکه در عدد هارتمن صفر و درعدد رایلی ۱۰^۵، ا_{یسا} در لحظهی دائم، در حدود سه برابر ا_{یسا} در عدد رایلی ^۴ ۱۰ است. در این عدد رایلی نیز با گذشت زمان خطوط جریان که در ابتدا بدلیل گرادیان دمای ایجاد شده در کنار دیوار گرم تشکیل شده بودند بتدریج سراسر محفظه را در بر می گیرند. همچنین مطابق با شکل با افزایش عدد هارتمن جابجائی در داخل محفظه تضعیف می گردد بطوریکه خطوط جریان در سراسر محفظه تقریباً هم مرتبه شده و خطوط شکل محفظه را به خود می گیرند.

تغییرات خطوط جریان در عدد رایلی ۲۰^۶ نیز در شکل (۱۰) نشان داده شده است. مطابق با شکل به دلیل قدرت بسیار زیاد جابجائی در این عدد رایلی خطوط جریان در کنار دیوار گرم تراکم بالائی دارند. با افزایش عدد هارتمن مشاهده می گردد که این خطوط به سمت مرکز محفظه کشیده شده بطوریکه در عدد هارتمن ۱۶۰ تقریباً محفظه را می پوشانند. همچنین مقدار مسیر استرا با افزایش عدد هارتمن کاهش یافته بطوریکه در شرایط دائم این مقدار حدود ۶ برابر کاهش یافته است.

۵-۲-۲- خطوط دما ثابت

تغییرات خطوط دما ثابت نیز در عدد رایلی ^۴ ۱۰ و اعداد هارتمن مختلف در شکل (۱۱) نشان داده شده است. مطابق با شکل مشاهده می گردد که خطوط دما ثابت که در زمانهای ابتدائی بواسطهی گرادیان دمای ایجاد شده در کنارهی دیوارهی گرم تشکیل شده بودند با گذشت زمان در محفظه نفوذ پیدا کرده و به سمت دیوار سرد پیش میروند. مطابق با شکل در عدد هارتمن صفر، تشکیل خطوط دما ثابت در کنار دیوار گرم و موازی آن، نشان دهندهی هدایت خالص میباشد که با گذشت زمان تا ۲۰٬۶۴ - ۲ نفوذ حرارت تحت تاثیر جابجائی به داخل محفظه صورت گرفته است. با گذشت بیشتر زمان جابجائی سراسر محفظه را در بر گرفته و انحراف خطوط بیشتر میشود. با افزایش عدد هارتمن نقش جایجائی در محفظه کمرنگ می شود بطوریکه در عدد هارتمن ۱۰۰ خطوط در تمامی زمانها موازی دیوار گرم بوده و نشان دهنده ی هدایت خالص در محفظه میباشند. خطوط دما ثابت نیز در شکل (۱۲) نشان داده شده است. همانطور که در شکل مشاهده می گردد در تمامی اعدد هارتمن خطوط از کنار دیوار گرم شروع به حرکت کرده و با گذشت زمان به سمت دیوار سرد پیش میرود. مطابق با شکل به دلیل قدرت بیشتر جابجائی در عدد رایلی ^۵ ۱۰ جابجائی تاثیر خود را زودتر (۲۰,۰۱۶) نسبت به عدد رایلی ^۱ ۱۰ نشان میدهد. همچنین همانطور که مشاهده شده است پس از رسیدن به شرایط دائم (۲,۰۰۰) در مرکز محفظه بدلیل قدرت جابجائی لایه بندی حرارتی ایجاد شده است. با افزایش عدد هارتمن تاثیر جابجائی در خطوط دما ثابت دیرتر اتفاق افتاده و لایه بندی حرارتی ایجاد شده در مرکز محفظه از بین میرود اما همانطور که مشاهده میشود در این عدد رایلی بدلیل قدرت نیروی شناوری تا عدد هارتمن ۲۰۱۰ نیز خطوط دما ثابت کاملاً موازی دیوارههای کناری نشدهاند.

تغییرات خطوط دما ثابت با زمان در عدد رایلی ^۲۰۴ نیز در اعداد هارتمن مختلف در شکل (۱۳) نشان داده شده است.

مطابق با شکل به دلیل قدرت بیشتر جابجائی در عدد رایلی ^۲۰۰ جابجائی تاثیر خود را خیلی زود در زمان، ۲۰۰۸ ت نسبت به سایر اعداد رایلی ^۲۰۱ نشان میدهد. همچنین مشاهده می شود بدلیل قدرت زیاد جابجائی در زمانهای بیشتر از ۲۳۰,۰۳ ت لایه بندی حرارتی در بالای محفظه تشکیل شده و با گذشت زمان در محفظه پیش میرود. با افزایش عدد هارتمن تاثیر جابجائی در خطوط جریان دیرتر اتفاق افتاده و لایه بندی حرارتی ایجاد شده در مرکز محفظه از بین میرود اما همانطور که مشاهده شده است در ایـن عـدد رایلی بدلیل قدرت نیروی شناوری تا عدد هارتمن ۱۰۶ هنوز ترکیبی از انتقال حرارت به شیوه ی هدایت و جابجائی در محفظه برقرار است و جابجائی هنوز کاملاً تضعیف نشده است.

۵-۲-۳ عدد ناسلت متوسط

تغییرات عدد ناسلت متوسط در اعداد هارتمن و رایلی مختلف در شکل (۱۴) نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می گردد در $Ra = 10^{5}$ و در زمانهای ابتدائی بواسطه ی گرادیان دمای زیاد ایجاد شده در کنار دیوار گرم مقدار عدد ناسلت بسیار زیاد است که این مقدار پس از نفوذ حرارت در طی زمان، به داخل محفظه کاهش پیدا کرده و به مقدار ثابتی میل می کند. مطابق با شکل با افزایش عدد هارتمن عدد ناسلت متوسط کاهش مییابد.

در عدد رایلی ^۵ ۱۰^۵ مطابق با شکل همانند عدد رایلی ^۴ ۱۰ عدد ناسلت از مقدار زیاد اولیه با گذشت زمان کاهش یافته و به عدد ثابتی میل میکند و با افزایش عدد هارتمن عدد ناسلت به مقدار کمتری در تمامی زمانها میل میکند.

همچنین در عدد رایلی ^۲۰۴ مطابق با شکل همانند سایر اعداد رایلی عدد ناسلت از مقدار زیاد اولیه در طی زمان شروع به کاهش کرده و به عدد ثابتی میل میکنند و با افزایش عدد هارتمن مقادیر عدد ناسلت بـه مقدار کمتری در تمامی زمانها میل میکند.

۶- نتیجه گیری

در این مقاله به بررسی تأثیر اعمال یک میدان مغناطیسی ثابت بر جریان جابجایی آزاد و میدان دما در حالت گذرا و آرام درون یک محفظهٔ دو بعدی حاوی فلز گالیم مذاب با عدد پرانتـل ۰٫۰۲ بـرای محفظـهای بـا دیوارههای جانبی دما پرداخته شد. با توجه به نتایج ارائه شده مشاهده شد که:

- در تمامی اعداد رایلی در زمانهای ابتدائی و عدد هارتمن صفر خطوط جریان بصورت گردابه در کنار دیوارهی گرم تشکیل میشوند. مرکز این گردابهها با گذشت زمان به سمت مرکز محفظه حرکت میکند و با افزایش عدد هارتمن شکل محفظه را به خود می گیرند.
- ۲. خطوط دما ثابت در تمامی اعداد رایلی در زمانهای ابتدائی نشان دهندهی انتقال حرارت به شیوهی هدایت در مجاورت دیوار گرم میباشند. با گذشت زمان این خطوط در سراسر محفظه نفوذ پیدا کرده و تحت تاثیر جابجائی منحرف میشوند.
- ۳. در تمامی اعداد رایلی نسبت نیروی شناوری به لورنتز در ابتدای فرایند از مقدار صفر شروع و به سرعت افزایش مییابد (بدلیل گرادیان دمای شدید ایجاد شده در مجاورت دیوارهی گرم) و پس از رسیدن به مقدار ماکزیمم خود، کاهش یافته و در مقدار مشخصی ثابت میشوند (بدلیل نفوذ حرارت در سراسر محفظه و کاهش گرادیان دما در کنار دیوار گرم).
- ۴. در اعداد رایلی مختلف با اعمال یک میدان مغناطیسی مناسب میتوان جابجائی آزاد، که در شروع فراینـد در داخل محفظه ایجاد شده است را تا حد قابل توجهی تضعیف نمود.
- ۵. عدد ناسلت متوسط در ابتدای فرایند در تمامی اعداد رایلی و هارتمن، از یک مقدار بسیار زیاد شروع میشود و در طی گذشت زمان کاهش یافته تا اینکه در مقدار معینی ثابت میشود. مشاهده شده است که در تمامی زمانها با افزایش عدد هارتمن عدد ناسلت متوسط کاهش می ابد.
- ۶. با افزایش عدد هارتمن، بخاطر تقابل نیروی لورنتز با نیروی شناوری، در تمامی زمانها از مقادیر سرعت درون محفظه کاسته شده و در نتیجه ماکزیمم قدر مطلق تابع جریان کاهش مییابد. همچنین با افزایش عدد هارتمن، جابجایی آزاد تضعیف شده و نرخ انتقال حرارت کلی بین دیوارههای گرم و سرد کاهش یافته و مکانیزم انتقال حرارت به سمت هدایت خالص (۱ = سر) پیش میرود.

مراجع

- Basak, T., Roy, S., and Balakrishnan, A.R., "Effects of Thermal Boundary Conditions on Natural Convection Flows within a Square Cavity", Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 49, pp. 4525–4535, (2006).
- [2] Nithyadevi, N., Kandaswamy, P., and Sivasankaran, S., "Natural Convection in a Square Cavity with Partially Active Vertical Walls: Time-periodic Boundary Condition", Hindawi Publishing Corporation, Mathematical Problems in Engineering, Article ID 23425. pp. 1-16, (2006).
- [3] Hong Deng, Q., "Fluid Flow and Heat Transfer Characteristics of Natural Convection in Square Cavities Due to Discrete Source-sink Pairs", Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 51, pp. 5949-5957, (2008).

- [4] Davidson, P.A., "An Introduction to Magnetohydrodynamic", Cambridge University Press, London, pp.3-24, (2001).
- [5] Oreper, G. M., and Szekely, J., "The Effect of an Externally Imposed Magnetic Field on Bouyancy Driven Flow in a Rectangular Cavity", Journal of Crystal Growth, Vol. 64, pp. 505-15, (1983).
- [6] Rudraiah, N., Barron, R.M., Venkatachalappa, M., and Subbaraya, C.K., "Effect of a Magnetic Field on Free Convection in a Rectangular Enclosure", Int. J. Engng Sci., Vol. 33, No. 8, pp. 1075-84, (1995).
- [7] Al-Najem, N.M., Khanafer, K.M., and El-Refaee, M.M., "Numerical Study of Laminar Natural Convection in Tilted Enclosure with Transverse Magnetic Field", Int. J. Numer. Methods Heat Fluid Flow, Vol. 8, pp. 651–672, (1998).
- [8] Xu, B., Li, B.Q., Stock, D.E., and Nithyadevi, N., "An Experimental Study of Thermally Induced Convection of Molten Gallium in Magnetic Fields", Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 49, pp. 2009-2019, (2006).
- [9] Mehmet, C.E., and Elif, B., "Natural Convection Flow under a Magnetic Field in an Inclined Square Enclosure Differentially Heated on Adjacent Walls", Meccanica, Vol. 42, pp. 435-449, (2007).
- [10] Teamah, M.A., "Numerical Simulation of Double Diffusive Natural Convection in Rectangular Enclosure in the Presences of Magnetic Field and Heat Source", Journal of Thermal Sciences, Vol. 47, pp. 237–248, (2008).
- [11] Pirmohamadi, M., Gasemi, M., and Sheikhzadeh, G.A., "Effectof a Magnetic Field on Buoyancy-driven Convection in Differentially Heated Square Cavity", IEEE Transactions on Magnetic, Vol. 45, No. 1, pp. 407-411 (2009).

[13] Gao, Y.L., LiGong, Q.S., and Zhai, Q.J., "Comparative Study on Structural Transformation of Low-melting Pure Al and High-melting Stainless Steel under External Pulsed Magnetic Field", Materials Letters, Vol. 61, pp. 4011-4014, (2007).

[۱۴] رحمانی، و، "بررسی عددی تأثیر اعمال یک میدان مغناطیسی بر جریان جابجایی آزاد و انتقال حرارت در یک حفرهٔ دو بعدی در حالت گذرا"، پایان نامهٔ کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، (۱۳۸۷).

[15] Bejan, A., "Convection Heat Transfer", Wiley Publisher, New York, (1984).

[16] Patankar, S.V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", McGraw-Hill, New York, (1980).

:*u*,v y و x مؤلفهٔ سرعت در جهت x و :U,Vمؤلفهٔ سرعت بی بعد در جهت X و Y مؤلفهٔ سرعت بی بعد در جهت X و Y روی خط میانی محفظه U_c, V_c مختصات با بعد :x,yمختصات بی بعد :X,Y

نمادهای یونانی

جدولها

Gr	На	Nu		
		نتايج مرجع [8]	نتايج حاضر	درصد اختلاف
	•	7,0111	۲,۵۰۳	• ,8777
۲×۱۰۴	۱.	7,7774	7,718	• ,4877
	۵۰	١,•٨٥۶	۱,۰۸۳	•,7٣٩۴
	۱۰۰	١,٠١١٠	١,٠٠٩	۰,۱۹۷۸
	•	۴,۹۱۹۸	4,949	۰٫۵۹۳۵
۲×۱۰۵	۱.	4,1 • 27	4,781	۰,۹۲۱۸
	۱۰۰	1,4817	1,447	١,٠۶٨۶

جدول ۱ – مقادیر ناسلت متوسط بر روی دیوارهٔ گرم، مقایسه بین نتایج حاضر و نتایج مرجع [۶].

شكلها







شکل ۳- تغییرات دما بر حسب X روی خط میانی محفظه



شکل ۴ – تغییرات زمانی نسبت نیروی شناوری به لورنتز در عدد رایلی ۱۰۴ و اعداد هارتمن ۱ و ۱۰۰



شکل ۵- تغییرات زمانی نسبت نیروی شناوری به لورنتز در عدد رایلی ^۱۰۴ و اعداد هارتمن ۱ و ۱۶۰



شکل ۶– تغییرات زمانی نسبت نیروی شناوری به لورنتز در عدد رایلی ^۱۰۴ و اعداد هارتمن ۱ و ۱۶۰



شکل ۸- (الف) تغییرات پروفیل مؤلفهٔ عمودی سرعت (ب) تغییرات پروفیل مؤلفهٔ افقی سرعت برای عدد رایلی ۱۰^۴

41







Abstract

In this paper, the effect of an imposed magnetic field on unsteady natural convection in a cavity containing liquid gallium is numerically studied. The left side wall is hot and the right side wall is cold and the top and bottom walls are adiabatic. The governing equations are discretized using the control volume method and the hybrid scheme. The SIMPLER algorithm is used to indicate the pressure gradient in the momentum equations. The results are displayed in the form of the ratio of Buoyancy force to Lorentz force, streamlines and isotherms, and variations of Nusselt number in terms of time. The result showed the strength of the magnetic field has a significant effect on the flow and temperature fields in all times, as the ratio of buoyancy force to Lorenz force decreases with increasing Ha. It is observed that average Nusselt number have a high value at the start of process and decreases with the time and approaches to a constant value; and with increasing Ha, average Nusselt number approaches to unity (i.e. pure conduction)

rch