

## شبیه سازی فرآیند فشردن دیسک با یک مدل جدید

### صلب پلاستیک بدون المان

در این مقاله بر اساس قانون جریان برای مواد کم تراکم پذیر که رفتارشان به صورت صلب پلاستیک فرض می‌شود، فرآیند فشردن دیسک به صورت تقارن محوری شبیه سازی می‌گردد. برای شبیه سازی از روش بدون المان RKPM استفاده می‌شود. برای شبیه سازی، میدان سرعت تقریبی در فرم ضعیف معادله تعادل مورد استفاده قرار می‌گیرد. برای تعریف میدان سرعت تقریبی از توابع شکل بدون المان RKPM استفاده شده است. در این شبیه سازی از توابع شکل بدون المان مادی برای تقریب زدن استفاده شده است. این امر سبب می‌شود که گره های حوزه اثر نقاط در حین تغییر شکل ثابت بمانند. برای اعمال شرایط مرزی اساسی از روش تبدیل استفاده شده است. نتیجه‌های به دست آمده از شبیه سازی با روش اجزاء محدود و نتیجه‌های تجربی مقایسه گردیده و مطابقت خوبی بین آنها مشاهده گردیده است.

### مهرداد فروتن<sup>۱</sup>

استادیار

### رحیم ستوده بحرینی<sup>۲</sup>

کارشناس ارشد

### مهدی مرتضوی<sup>۳</sup>

کارشناس ارشد

واژه‌های راهنما: روش شبه بدون المان، شکل دهی حجمی فلز، صلب پلاستیک، فشردن دیسک

### ۱- مقدمه

فرآیندهای تولیدی مانند شکل دهی فلزات در صنعت بسیار مهم هستند. هزینه بالای اجزای دستگاه فرم-دهی در صورت پیشرفت‌های محاسباتی و فیزیکی در متدلوژی فرآیند طراحی و کنترل، می‌تواند به میزان قابل توجهی کاهش یابد. حل‌های عددی وسیله قدرتمندی برای تحلیل فرآیندهای شکل دهی فلزات هستند. این روش‌ها می‌توانند نواقص را در قسمت‌های تغییر شکل یافته پیش بینی کنند، عمر ابزار و قالب را بالا ببرند و فرآیند شکل دهی را بهینه سازی کنند.

بطور کلی فرآیند شکل دهی فلزات در دسته مسائل غیر خطی با تغییر شکل زیاد طبقه بندی می‌شوند. مسائل شکل دهی حجمی فلزات با استفاده از روش المان محدود الاستو-پلاستیک و صلب-پلاستیک به وسیله محققین زیادی تحلیل شده‌اند. کاربرد این روش‌ها برای تحلیل مسائل شکل دهی فلزات با محدودیت-

<sup>۱</sup> استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه رازی کرمانشاه [foroutan@razi.ac.ir](mailto:foroutan@razi.ac.ir)

<sup>۲</sup> نویسنده مسئول، کارشناس ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه رازی کرمانشاه [rahim.sotoodeh@gmail.com](mailto:rahim.sotoodeh@gmail.com)

<sup>۳</sup> کارشناس ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه رازی کرمانشاه

هاى روبروست: (۱) مش بندى حوزه مسئله مورد نياز است كه هزينه بر مى باشد. (۲) به دليل تغيير شكل محلى زياد المانها جاكوبين منفى مى گردد از اين رو علاوه بر مش بندى ابتدائى مش بندى هاى مجدد در حين تحليل نيز الزامى مى گردد كه باعث افزايش هزينه و کاهش دقت مى گردد.

روش هاى بدون المان گروهى از روش هاى عددى هستند كه براى حل معادله هاى مشتق هاى جزئى بر روى مجموعه اى از نقطه هاى منظم و يا غير منظم به كار مى روند. اين روش ها احتياجى به روند پر هزينه مش بندى و مش بندى مجدد حين حل مسئله را ندارند. بعلاوه روش هاى بدون المان اجازه توزيع دلخواه گره ها در حوزه مسئله را مى دهند. تفاوت اساسى اين روشها با روش اجزاء محدود در نحوه تقريبات متغير ميدان است. برخى از روش هاى بدون المان عبارتند از: روش المان پراكنده<sup>۱</sup> [۱]، روش EFG<sup>۲</sup> [۲،۳]، روش RKPM<sup>۳</sup> [۴،۵]، روش sph<sup>۴</sup> [۶]، روش جزء واحد<sup>۵</sup> [۷]، روش نقطه محدود<sup>۶</sup> [۸] و تخمين بدون المان پتروف - گالركين<sup>۷</sup> [۹]. چن [۱۰،۱۱،۱۲] نخستين كسى بود كه از روش RKPM در تحليل شكل دهى فلزات استفاده نمود. روش هاى بدون المان فوق اكثرأ بر روى فرم ضعيف بنا شده اند. اگر انتگرال گيرى بطور مستقيم در گره ها انجام شود روش را بدون المان حقيقى گويند و اگر انتگرال گيرى بر روى سلول هاى مشابه المان محدود انجام شود روش شبه بدون المان نتيجه مى شود. در فرآيندهاى شكل دهى حجمى کرنش هاى الاستيك قابل چشم پوشى هستند. بنابراين براى تحليل اين فرآيندها مى توان بجاي استفاده از مدلهاى الاستو- پلاستيك، از مدلهاى صلب- پلاستيك كه مدلهاى ساده ترى هستند استفاده نمود. تحليل فرآيندهاى شكل دهى با استفاده از مدلهاى صلب- پلاستيك و روش هاى بدون المان اخيراً مورد توجه محققين قرار گرفته است. جيو و همكاران [۱۳،۱۴] با استفاده از روش بدون المان كالوكيشن فرآيندهاى اكستروژن معكوس و فشردن کرنش صفحه اى را مدل كردند. ژيانگ و همكاران [۱۵] يك مدل صلب- پلاستيك بدون المان با استفاده از تقريبات RKPM براى مدل كردن فرآيند فشردن حلقه ارائه نمود. لى و همكاران [۱۶] با استفاده از تقريبات sph فرآيند فشردن حلقه را مدل نمودند. در دو مدل اخير براى اعمال شرايط مرزى اساسى از روش تابع جريمه استفاده شده است.

در اين مقاله از روش RKPM براى شبيه سازى فرآيند فشردن ديسك بصورت تقارن محورى استفاده شده است. رفتار ماده بصورت صلب- پلاستيك در نظر گرفته شده و از قانون جريان مواد كمى تراكم پذير در فرم ضعيف معادله تعادل استفاده شده است. براى انتگرال گيرى در فرم ضعيف معادله تعادل از يك شبكه پس زمينه استفاده شده است. روش انتگرال گيرى عددى روش گوس است. در اين شبيه سازى از توابع شكل بدون المان مادى براى تقريبات زدن ميدان سرعت استفاده شده است. به اين ترتيب گره هاى حوزه اثر نقاط در حين تغيير شكل ثابت مى مانند كه در نتيجه باعث کاهش زمان حل مسئله توسط رايانه مى شود.

<sup>1</sup> diffuse element method

<sup>2</sup> element free Galerkin

<sup>3</sup> reproducing kernel particle method

<sup>4</sup> smooth particle hydrodynamics

<sup>5</sup> partition of unity method

<sup>6</sup> finite point method

<sup>7</sup> meshless local Petrov-Galerkin approach

توابع شکل بدون المان شرط دلتای کرانیکر را ارضاء نمی‌کنند. بنابراین اعمال شرایط مرزی اساسی بصورت مستقیم امکان پذیر نمی‌باشد. در این مقاله از روش تبدیل برای اعمال شرایط مرزی اساسی (یعنی تعریف مقادیر مرزی گره‌ها) استفاده شده است. با استفاده از توابع شکل مادی، ماتریس تبدیل نیز فقط یکبار در گام اول تغییر شکل تشکیل شده و در طول تغییر شکل نیازی به محاسبه دوباره آن نمی‌باشد.

## ۲- فرمول بندی فرم ضعیف کم تراکم پذیر صلب پلاستیک

برای تحلیل فرآیندهای شکل دهی فلزات از معادله تعادل و یا فرم ضعیف آن استفاده می‌گردد. فرم ضعیف معادله تعادل در قالب قانون نرخ کار مجازی بشکل زیر بیان می‌شود.

$$\int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma} \cdot \delta(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) dv - \int_{\Gamma} \mathbf{F} \cdot \delta \mathbf{u} ds = 0 \quad (1)$$

در این معادله  $\boldsymbol{\sigma}$ ،  $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$  و  $\mathbf{F}$  و  $\mathbf{u}$  بترتیب بردار تنش، بردار نرخ کرنش، بردار ترکشن خارجی و بردار سرعت هستند.  $\Gamma$  قسمتی از مرز ناحیه  $\Omega$  است که ترکشن سطحی  $\mathbf{F}$  بر آن اثر می‌کند. مولفه‌های بردارهای تنش و نرخ کرنش در مسائل متقارن محوری بشکل زیر هستند.

$$\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z, \sigma_{rz}]^T, \quad \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = [\dot{\varepsilon}_r, \dot{\varepsilon}_\theta, \dot{\varepsilon}_z, \dot{\varepsilon}_{rz}]^T \quad (2)$$

همچنین مولفه‌های نرخ کرنش برحسب مولفه‌های سرعت بصورت زیر تعریف می‌شوند.

$$\dot{\varepsilon}_r = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \dot{\varepsilon}_\theta = \frac{u_r}{r}, \quad \frac{\partial u_z}{\partial z}, \quad \dot{\varepsilon}_{rz} = \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \quad (3)$$

قانون جریان برای مواد کمی تراکم پذیر بصورت زیر بیان می‌گردد.

$$\sigma_{ij} = \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\varepsilon}} \left( \frac{2}{3} \dot{\varepsilon}_{ij} + \left( \frac{1}{g} - \frac{2}{9} \right) \dot{\varepsilon}_{kk} \delta_{ij} \right) \quad (4)$$

که  $\bar{\sigma} = \sqrt{(3/2)\sigma'_{ij}\sigma'_{ij} + g(\sigma_{kk}/3)^2}$  تنش مؤثر و  $\dot{\varepsilon}_{ij}(u)$  تانسور نرخ کرنش،  $\delta_{ij}$   $\dot{\varepsilon} = \sqrt{(2/3)\dot{\varepsilon}_{ij}(u)\dot{\varepsilon}_{ij}(u) + (\dot{\varepsilon}_{kk}^2/g)}$  نرخ کرنش مؤثر و  $\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_{kk}/3\delta_{ij}$  تانسور تنش انحرافی است. دلتای کرانیکر و  $g$  ثابت کوچک و مثبت ماده برای مواد کم تراکم پذیر می‌باشد (که بین ۰/۰۱ تا ۰/۰۰۰۱ تغییر می‌کند). معادله (۴) با توجه به تعریف‌های رابطه (۲) بشکل ماتریسی زیر هم قابل بیان است.

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (5)$$

که ماتریس  $\mathbf{D}$  بصورت زیر تعریف میشود.

$$\mathbf{D} = \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\varepsilon}} \left[ \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \left( \frac{1}{g} - \frac{2}{9} \right) \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right] \quad (۶)$$

### ۳- گسسته سازي با روش بدون المان

با استفاده از تقريبن بدون المان RKPM مولفه‌هاي ميدان سرعت تقريبن زده مي‌شوند.

$$u_r = \sum \Phi_i (\hat{u}_r)_i, \quad u_z = \sum \Phi_i (\hat{u}_z)_i \quad (۷)$$

که در اين تقريبن ها،  $\Phi_i$  تابع شکل گره  $i$  ام و  $(\hat{u}_r)_i$ ،  $(\hat{u}_z)_i$  مولفه‌هاي سرعت تعميم يافته در گره مذکور هستند. با استفاده از تقريبن‌هاي فوق بردار نرخ کرنش بصورت زير قابل بيان است.

$$\dot{\varepsilon} = \mathbf{B} \hat{\mathbf{u}} \quad (۸)$$

مولفه‌هاي بردار  $\hat{\mathbf{u}}$  و ماتريس  $\mathbf{B}$  بصورت زير هستند.

$$\hat{\mathbf{u}} = [(\hat{u}_r)_1, (\hat{u}_z)_1, \dots, (\hat{u}_r)_N, (\hat{u}_z)_N]^T \quad (۹)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi_1}{\partial r} & 0 & \frac{\partial \Phi_2}{\partial r} & 0 & \dots & \dots & \frac{\partial \Phi_N}{\partial r} & 0 \\ \frac{\Phi_1}{r} & 0 & \frac{\Phi_2}{r} & 0 & \dots & \dots & \frac{\Phi_N}{r} & 0 \\ 0 & \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} & 0 & \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} & \dots & \dots & 0 & \frac{\partial \Phi_N}{\partial z} \\ \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} & \frac{\partial \Phi_1}{\partial r} & \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} & \frac{\partial \Phi_2}{\partial r} & \dots & \dots & \frac{\partial \Phi_N}{\partial z} & \frac{\partial \Phi_N}{\partial r} \end{bmatrix} \quad (۱۰)$$

در روابط (۹) و (۱۰)  $N$  تعداد کل گره‌ها است. با جايگذاري رابطه (۵) در رابطه (۱) و استفاده از رابطه (۸) نتيجه زير حاصل مي‌شود.

$$\delta(\hat{\mathbf{u}})^T \left( \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dv \right) \hat{\mathbf{u}} - \delta(\hat{\mathbf{u}})^T \int_{\Gamma} \Phi^T \mathbf{F} ds = 0 \quad (۱۱)$$

ماتريس  $\Phi$  داراي دو سطر و  $N$  ستون است.

$$\mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} \Phi_1 & 0 & \Phi_2 & 0 & \dots & \dots & \Phi_N & 0 \\ 0 & \Phi_1 & 0 & \Phi_2 & \dots & \dots & 0 & \Phi_N \end{bmatrix} \quad (12)$$

معادله (۱۱) بایستی بازا هر بردار  $\delta(\hat{\mathbf{u}})$  دلخواه برقرار باشد. بنابراین می توان معادله (۱۱) را بشکل زیر نوشت:

$$\mathbf{k}\hat{\mathbf{u}} = \mathbf{f} \quad (13)$$

که در رابطه بالا:

$$\mathbf{f} = \int_{\Gamma} \mathbf{\Phi}^T \mathbf{F} ds, \quad \mathbf{k} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dv \quad (14)$$

در این مقاله از روش تبدیل<sup>۱</sup> برای اعمال شرایط مرزی اساسی استفاده می گردد. در این روش بردار سرعت تعمیم یافته  $\hat{\mathbf{u}}$  در معادله (۱۳) بر حسب سرعت واقعی گره ها بیان می گردد.

$$\mathbf{U} = \mathbf{T}\hat{\mathbf{u}} \quad (15)$$

$$\mathbf{U} = [(u_r)_1, (u_z)_1, \dots, (u_r)_N, (u_z)_N]^T \quad (16)$$

ماتریس  $\mathbf{T}$  ماتریس انتقال نامیده می شود و بصورت زیر تعریف می گردد.

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \Phi_1(\mathbf{x}_1) & 0 & \Phi_2(\mathbf{x}_1) & \dots & \dots & \dots & \Phi_N(\mathbf{x}_1) & 0 \\ 0 & \Phi_1(\mathbf{x}_1) & 0 & \Phi_2(\mathbf{x}_1) & \dots & \dots & 0 & \Phi_N(\mathbf{x}_1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Phi_1(\mathbf{x}_N) & 0 & \Phi_2(\mathbf{x}_N) & 0 & \dots & \dots & \Phi_N(\mathbf{x}_N) & 0 \\ 0 & \Phi_1(\mathbf{x}_N) & 0 & \Phi_2(\mathbf{x}_N) & \dots & \dots & 0 & \Phi_N(\mathbf{x}_N) \end{bmatrix} \quad (17)$$

با تعريف توابع شكل بدون المان بر حسب مختصات اوليه گره‌ها، ماتريس انتقال در طى فرآيند ثابت باقى مى‌ماند. با استفاده از رابطه (۱۵) مى‌توان رابطه (۱۳) را بشكل زير نوشت :

$$\hat{\mathbf{k}}\mathbf{U} = \hat{\mathbf{f}} \quad (18)$$

که در اين معادله :

$$\hat{\mathbf{f}} = \mathbf{T}^{-T}\mathbf{f}, \quad \hat{\mathbf{k}} = \mathbf{T}^{-T}\mathbf{k}\mathbf{T}^{-1} \quad (19)$$

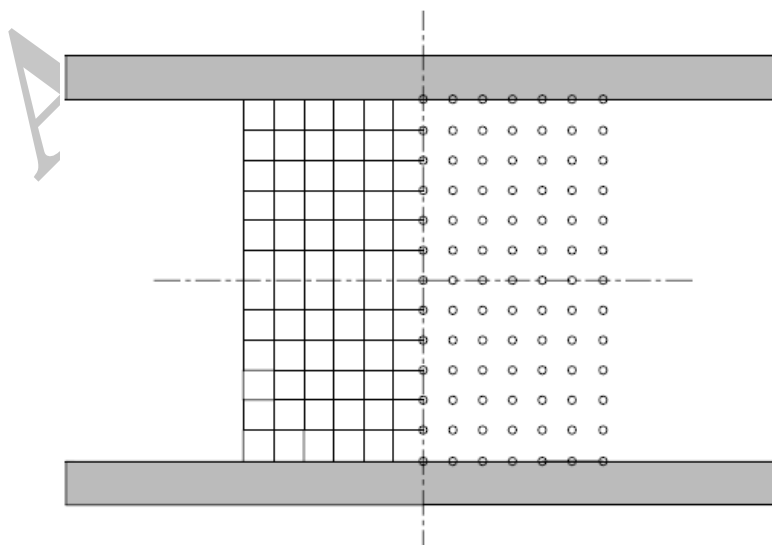
در دستگاه معادلات (۱۸) مى‌توان شرايط مرزى اساسى را شبيه به روش اجزاء محدود به راحتى اعمال نمود. اين دستگاه معادلات غيرخطى است که براى حل آن از روش نيوتن-رفسون استفاده شده است.

#### ۴- نتيجہ گيرى و بحث

با استفاده از مدل ارائه شده فرآيند فشردن يک ديسک از جنس آلياژ آلومينوم Al6060 با رابطه تنش کرنش زير شبيه سازى شده است.

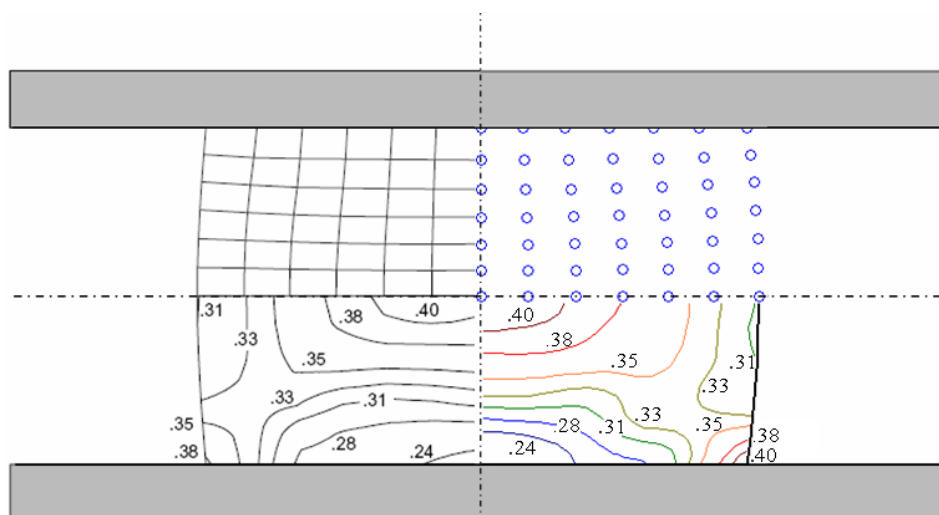
$$\bar{\sigma} = 298.32\bar{\epsilon}^{0.0857} MPa \quad (20)$$

ديسک شبيه سازى شده داراى قطر اوليه ۸ mm و ارتفاع اوليه ۸ mm مى‌باشد. در يک نيمه آن آرايش گره‌اى ۱۳×۷ در نظر گرفته شده است. آرايش گره‌اى در نظر گرفته شده در مدل حاضر به همراه شبکه المان‌ها مربوط به تحليل اجزاء محدود مرجع [۱۵] در شکل (۱) نشان داده شده است. براى مدل کردن اصطکاک بين قطعه کار و سطح تماس تنش برشى ثابت با ضريب اصطکاک  $m = 0.11$  در نظر گرفته شده است. در هر مرحله از حل مسئله ميزان فشردگى يک در صد اعمال گردیده است.

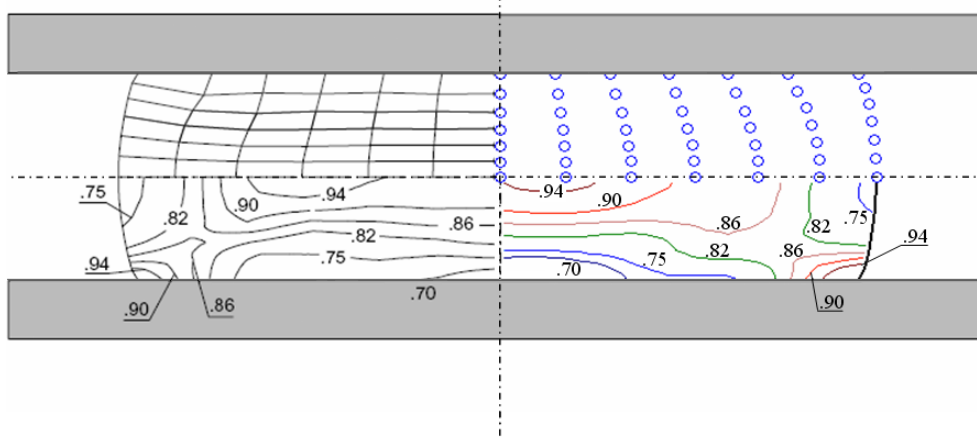


شکل ۱ - مقايسه جداسازى حوزه اثر مسئله در روش FEM و RKPM

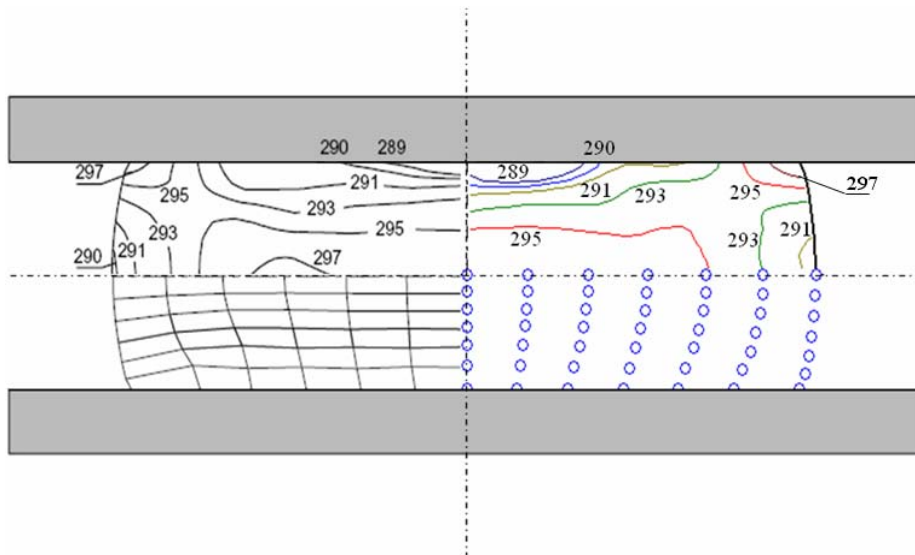
در شکل (۲) و (۳) نحوه تغییر مکان گره‌ها و توزیع کرنش موثر به ترتیب در دو مرحله‌ی ۲۸ درصد کاهش ارتفاع و ۵۷ درصد کاهش ارتفاع نشان داده شده است. در این شکل‌ها نتیجه‌های حاصل از مدل حاضر و روش اجزاء محدود با هم مقایسه گردیده‌اند. همچنین در شکل (۴) توزیع تنش موثر در مرحله ۵۷ درصد کاهش ارتفاع برای دو روش مقایسه شده است. شایان ذکر است که نتیجه‌های مربوط به روش اجزاء محدود از مرجع [۱۵] می‌باشند. مشاهده می‌شود که شکل‌های (۲) تا (۴) مطابقت خوبی را بین نتیجه‌های مدل حاضر و روش اجزاء محدود نشان می‌دهند.



شکل ۲- مقایسه تغییر مکان گره‌ها و توزیع کرنش موثر در ۲۸ درصد کاهش ارتفاع

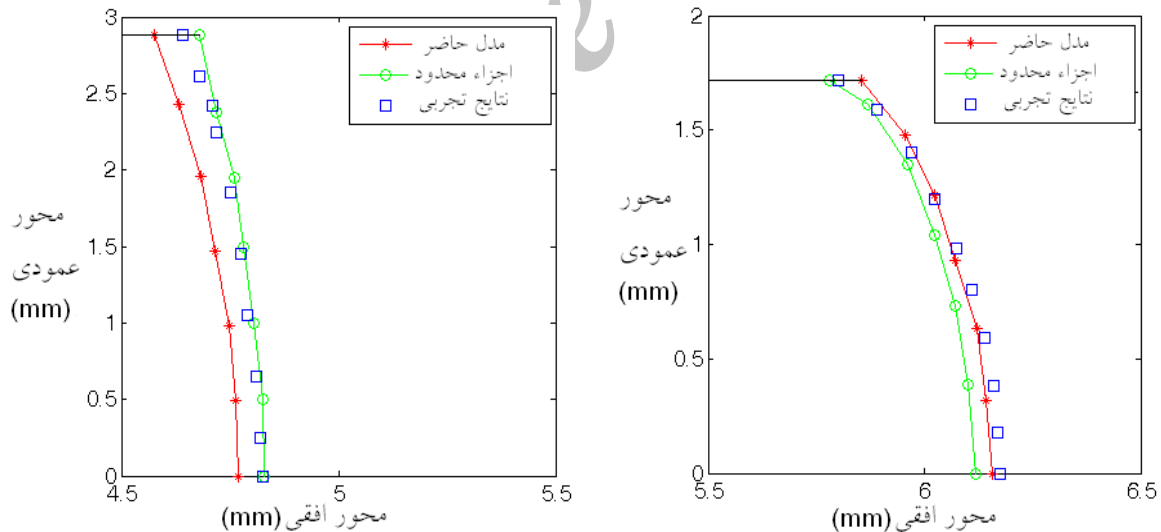


شکل ۳- مقایسه تغییر مکان گره‌ها و توزیع کرنش موثر در ۵۷ درصد کاهش ارتفاع



شکل ۴ - مقایسه تغییر مکان گره ها و توزیع تنش موثر (مگا پاسکال) در ۵۷ درصد کاهش ارتفاع

برای ارزیابی دقیق تر نتیجه های بدست آمده، پروفیل بدست آمده برای دیواره ديسك در دو مرحله اشاره شده در شکل (۵) نشان داده شده است. در این شکل پروفیل های بدست آمده از روش اجزاء محدود و مدل حاضر با نتیجه های تجربی مرجع [۱۵] مقایسه شده اند. در این شکل هم تطابق خوبی بین نتیجه های بدست آمده از مدل حاضر و نتیجه های تجربی مشاهده می شود، بخصوص در درصد کاهش بالاتر که دقت مدل حاضر از روش اجزاء محدود بیشتر است.



شکل ۵ - مقایسه هندسه به دست آمده در روش های FEM، RKPM و روش تجربی در درصد های فشردگی ۲۸٪ و ۵۷٪

## نتیجه گیری

در این مقاله با استفاده از روش بدون المان RKPM و تئوری پلاستیسیته برای مواد صلب کم تراکم پذیر شبيه سازى فرآیند فشردن ديسك انجام شد. از روش تبدیل برای اعمال شرایط مرزی اساسی استفاده گردید. از آنجاکه از توابع شکل مادی بدون المان استفاده شد، ماتریس تبدیل در طول فرآیند ثابت می ماند که همین باعث صرفه جویی در وقت گردید. برای انتگرال گیری نیز از روش انتگرال گیری عددی گوس با شبکه پس



زمینه استفاده شد. با مقایسه نتیجه‌های بدست آمده از مدل حاضر با نتیجه‌های تجربی و FEM مطابقت خوبی مشاهده گردید. همچنین نشان داده شد که مدل حاضر در فشردگی‌های بالاتر نسبت به روش FEM دقت بهتری دارد. این مدل قابلیت استفاده برای تحلیل سایر فرآیندهای شکل دهی متقارن محوری را داراست.

## مراجع

- [1] Nayroles, B., Touzot, G., and Villon, P., "Generalizing the FEM: Diffuse Approximation and Diffuse Elements", *Computational Mechanics* Vol. 10, pp. 307-318, (1992).
- [2] Belytschko, T., Lu, Y.Y., and Gu, L., "Element Free Galerkin Methods", *International Journal for Numerical Methods in Engineering* Vol. 37, pp. 229-256, (1994).
- [3] Lu, Y.Y., Belytschko, T. and Gu, L., "A New Implementation of the Element-free Galerkin Method", *Computer Methods in Applied Mechanics Engineering* Vol. 113, pp. 397-414, (1994).
- [4] Liu, W.K., Jun, S., Li, S., Adee, J. and Belytschko, T., "Reproducing Kernel Particle Methods for Structural Dynamics", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 38, pp. 1655-1679, (1995).
- [5] Liu, W.K., Jun, S., and Zhang, Y.F., "Reproducing Kernel Particle Methods", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 20, pp. 1081-1086, (1995).
- [6] Monaghan, J.J., "An Introduction to SPH", *Computer Physics Communications*, Vol. 48, pp. 89-96, (1988).
- [7] Melenk., J.M., and Babuska, I., "The Partition of Unity Finite Element Method: Basic Theory and Applications", *Computer Methods in Applied Mechanics Engineering*, Vol. 139, pp. 289-314, (1996).
- [8] Onate, E., Idelsohn, S., Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L., and Sacco, C., "A Stabilized Finite Point Method for Analysis of Fluid Mechanics Problems", *Computer Methods in Applied Mechanics Engineering*, Vol. 139, pp. 315-346, (1996).
- [9] Atluri, S.N., and Zhu, T., "A New Meshless Local Petrov-Galerkin (MLPG) Approach in Computational Mechanics", *Computational Mechanics*, Vol. 22, pp. 117-127, (1998).
- [10] Chen, J.S., Roque, C.M.O.L., Pan, C., and Button, S.T., "Analysis of Metal Forming Process Based on Meshless Method", *Journal of Material Processing Technology*, Vol. 80, pp. 642-656, (1998).
- [11] Chen, J.S., Pan, C., Roque, C.M.O.L., and Wang, H.P., "Lagrangian Reproducing Kernel Particle Method For Metal Forming Analysis", *Computational Mechanics*, Vol. 22, pp. 289-307, (1998).

- [12] Chen, J.S., Pan, C., Wu, C.T., and Liu, W.K., "Reproducing Kernel Particle Methods for Large Deformation Analysis of Non-linear Structures", Computer Methods in Applied Mechanics Engineering, Vol. 139, pp. 195-227, (1996).
- [13] Guo, Y.M., and Nakanishi, K., "A Backward Extrusion Analysis by the Rigid-plastic Integralless-meshless Method", Journal of Material Processing Technology Vol. 140, pp. 19-24, (2003).
- [14] Guo, Y.M., and Nakanishi, K., "A Nonlinear Rigid-plastic Analysis for Metal Forming Problem using the Rigid-plastic Point Collocation Method", Advances in Engineering Software, Vol. 36, pp. 234-242, (2005).
- [15] Xiong, S., Li, C.S., Rodrigues, J.M.C., and Martins, P.A.F., "Simulation of Bulk Metal Forming Processes using the Reproducing Kernel Particle Method", Computer and Structures, Vol. 83, pp. 574-587, (2005).
- [16] Li, C.S., Liu, X.H., and Wang, G.D., "Ring Upsetting Simulation by Meshless Method of Corrected Smooth Particle Hydrodynamics", Journal of Material Processing Technology, Vol. 183, pp. 425-431, (2007).

### فهرست نمادهای انگلیسی

- F : بردار ترکشن خارجی  
 f : بردار نیرو  
 $\hat{f}$  : بردار نیروی اصلاح شده  
 g : ثابت ماده  
 K : ماتریس سفتی  
 $\hat{K}$  : ماتریس سفتی اصلاح شده  
 T : ماتریس انتقال  
 u : بردار سرعت  
 U : بردار سرعت گره‌ای  
 $\hat{u}$  : بردار سرعت گره‌ای تعمیم یافته

### نمادهای یونانی

- $\sigma$  : بردار تنش  
 $\bar{\sigma}$  : تنش موثر  
 $\dot{\epsilon}$  : بردار نرخ کرنش  
 $\bar{\epsilon}$  : کرنش موثر  
 $\dot{\bar{\epsilon}}$  : نرخ کرنش موثر  
 $\Phi$  : تابع شکل بدون المان

**Abstract**

In this paper a rigid plastic mesh free method for slightly compressible materials is presented for the simulation of axisymmetric disk upsetting processes. In this model RKPM shape functions are used for the approximation of velocity field in weak form of equilibrium equation. These shape functions are defined in initial coordinates of particles. By using this method the support of shape functions covers the same set of particles during material deformation. Transformation method is used for imposition of essential boundary conditions. For evaluation of the presented model, disk upsetting processes are simulated using aluminum Al6060 (natural aged). Results obtained from this model are compared with experimental data and FEM results and good agreement is observed between them.

Archive of SID