

# مطالعه عددی جابجایی اجباری جریان آرام نانوسیال در کانال موازی همراه با منابع حرارتی گسسته

سبیحه فدایی تهرانی<sup>۱</sup>

دانشجوی کارشناسی ارشد

افراسیاب رئیسی<sup>۲</sup>

دانشیار

بهزاد قاسمی<sup>۳</sup>

استاد

در این پژوهش، انتقال حرارت جابجایی اجباری نانوسیال آب-مس در حالت آرام درون کانال با صفحات موازی، به صورت عددی بررسی شده است. روی دیوارهای کانال منابع حرارتی دما ثابت با اندازه‌ها و فواصل مشخص قرار دارند. طول کانال به اندازه کافی بزرگ در نظر گرفته شده است، بنابراین جریان در مقطع خروجی کانال از نظر هیدرودینامیکی و حرارتی توسعه یافته فرض شده است. هدف از این تحقیق بررسی عددی تأثیر عدد رینولدز، درصد حجمی نانوذرات و تعداد منابع حرارتی بر میدان جریان و نرخ انتقال حرارت می‌باشد. برای این منظور معادلات پیوستگی، ممنتوم و انرژی به روش تفاضل محدود بر مبنای حجم کنترل جبری و با استفاده از الگوریتم سیمپل به طور هم‌زمان حل شده‌اند. نتایج نشان می‌دهد که افزایش درصد حجمی نانوذرات و افزایش عدد رینولدز، باعث افزایش نرخ انتقال حرارت از منابع حرارتی دما ثابت به نانوسیال جاری در کانال می‌شوند. نتایج همچنین نشان می‌دهد که با تقسیم یک منبع حرارتی به قسمت‌های کوچکتر و توزیع این منابع حرارتی کوچک شده بر روی دیوارهای کانال، نرخ انتقال حرارت افزایش می‌یابد و نانوسیال با دمای بیشتری کانال را ترک می‌کند.

واژه‌های راهنما: جابجایی اجباری، نانوسیال، جریان آرام، کانال، منابع حرارتی

## ۱- مقدمه

انتقال حرارت جابجایی اجباری در کانال‌ها به دلیل کاربردهای فراوانی که در صنعت دارد از دیرباز مورد توجه محققان بوده است. از جمله، عملکرد مبدل‌های حرارتی که در بیشتر صنایع به کار گرفته می‌شوند، براساس انتقال حرارت جابجایی اجباری در لوله‌ها و کانال‌ها استوار است. با توجه به پیشرفت تکنولوژی و تمایل به کوچک کردن سیستم‌ها، استفاده از سیالات مرسوم از قبیل آب و روغن که دارای ضریب هدایت حرارتی پائینی هستند، جوابگوی عملکرد حرارتی این گونه سیستم‌ها نیست.

<sup>۱</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد fadaei\_sabihe@yahoo.com

<sup>۲</sup> نویسنده مسئول، دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد raisi@eng.sku.ac.ir

<sup>۳</sup> استاد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد ghasemi@eng.sku.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۴/۱۱/۰۶، تاریخ پذیرش: ۹۵/۰۸/۱۷

با توجه به دستیابی به تکنولوژی ساخت ذرات جامد فلزی و غیرفلزی در مقیاس نانو، استفاده از نانوسیالات برای افزایش نرخ انتقال حرارت در مکانیزم‌های جابجایی طبیعی و اجباری، در سال‌های اخیر مورد توجه محققان قرار گرفته است. چنانچه سرتاسر طول کانال حاوی جریان سیال، تحت شرط مرزی حرارتی دما ثابت یا شار حرارتی ثابت قرار گیرد، عدد نوسلت موضعی در طول ورودی حرارتی کاهش می‌یابد و در ناحیه توسعه‌یافته به مقدار ثابتی می‌رسد [۱]. اگر منابع حرارتی گسسته‌ای بر روی سطح کانال قرار گیرند و دیوارهای کانال ما بین این منابع حرارتی عایق شوند، با عبور جریان سیال از روی این منابع حرارتی لایه‌های مرزی حرارتی به صورت متوالی تشکیل می‌شوند و نرخ انتقال حرارت به سیال افزایش می‌یابد. با توجه به اهمیت نانوسیالات در افزایش راندمان و بهبود عملکرد حرارتی سیستم‌های مختلف، در سال‌های اخیر مطالعات ارزشمندی در رابطه با مزیت‌های بکارگیری نانوسیالات در سیستم‌های مهندسی انجام شده است.

زینعلی هریس و همکاران [۲] به مطالعه تجربی انتقال حرارت جابجایی جریان آرام نانوسیال آب - آلومینا در یک کانال با سطح مقطع مربعی تحت شار حرارتی ثابت پرداختند. آنها ضریب هدایت گرمایی و اعداد نوسلت و پکلت نانوسیال را برای درصد‌های مختلف  $Al_2O_3$  بررسی نمودند و به این نتیجه رسیدند که ضریب انتقال حرارت با افزایش درصد حجمی نانوذرات به خصوص در نرخ‌های بالای جریان، افزایش می‌یابد. تهیر و میتال [۳] انتقال حرارت جابجایی جریان آرام و توسعه یافته‌ی نانوسیال آب - آلومینا در یک کانال دایروی با شرط مرزی شار حرارتی ثابت را به صورت عددی بررسی کردند. آنها در این تحقیق با فرض مدل تک فازی برای نانوسیال، اثرات قطر نانوذرات، عدد رینولدز و درصد حجمی نانوذرات بر ضریب انتقال حرارت جابجایی متوسط را بررسی نمودند و دریافتند که با افزایش عدد رینولدز نرخ انتقال حرارت به طور چشم‌گیری افزایش می‌یابد، در حالی که افزایش درصد حجمی نانوذرات تأثیر افزایشی کمتری بر روی نرخ انتقال حرارت دارد. آنها همچنین نشان دادند که عدد نوسلت متوسط با افزایش عدد رینولدز و درصد حجمی نانوذرات به صورت خطی افزایش و با افزایش قطر نانوذرات به صورت سهموی کاهش می‌یابد.

اکبری‌نیا و بهزادمهر [۴] انتقال حرارت جابجایی توأم جریان آرام کاملاً توسعه‌یافته‌ی نانوسیال آب - آلومینا را در یک لوله خمیده افقی به صورت عددی مطالعه کردند. آنها در این بررسی از معادلات بیضوی سه بعدی استفاده نمودند و اثرات هم‌زمان نیروی شناوری، نیروی گریز از مرکز و درصد حجمی نانوذرات را در نظر گرفتند. نتایج آنها نشان داد که برای یک عدد رینولدز داده شده، نیروی شناوری یک تأثیر منفی بر عدد نوسلت دارد در حالی که درصد حجمی نانوذرات تأثیر مثبتی بر روی افزایش انتقال حرارت و همچنین کاهش اصطکاک دارد. میرمعصومی و بهزادمهر [۵] با در نظر گرفتن مدل دو فازی برای نانوسیال، انتقال حرارت جابجایی ترکیبی جریان آرام نانوسیال آب - آلومینا را در یک لوله افقی به روش عددی بررسی کردند.

در این تحقیق تأثیر درصد حجمی نانوذرات در یک محدوده‌ی وسیعی از اعداد گراشوف و رینولدز و به ازای یک قطر میانگین برای نانوذرات بر روی میدان‌های جریان و دما بررسی شد و نشان داده شد که در ناحیه‌ی کاملاً توسعه یافته، درصد حجمی نانوذرات تأثیر قابل توجهی روی پارامترهای هیدرودینامیکی ندارد، هر چند تأثیرات آن روی رفتار حرارتی مهم است. آنها همچنین دریافتند که درصد حجمی نانوذرات در کف لوله و ناحیه نزدیک به دیوار بیشتر از سایر نواحی است. امیری دهشیری و سلیم‌پور [۶] رفتار گرمایی و هیدرودینامیکی جریان آرام نانوسیال آب - اکسید تیتانیوم را درون کانال‌های دایروی، مربعی و مستطیلی به

صورت تجربی بررسی کردند. نتایج آنها نشان داد که افت فشار در کانال‌های دایروی از کانال‌های غیر دایروی بیشتر است و افزودن نانوذرات به سیالات مرسوم موجب افزایش قابل توجه افت فشار نمی‌شود. نتایج آنها همچنین نشان داد که عدد نوسلت کانال‌های دایروی نسبت به کانال‌های غیر دایروی بیشتر است و اضافه کردن نانوذرات باعث بهبود عملکرد حرارتی کانال‌ها می‌شود. فنگ و لی [۷] به بررسی آزمایشگاهی انتقال حرارت جابجایی ترکیبی جریان نانوسیال اتیلن گلیکول - سیلیکا در یک لوله افقی با عدد پرانتل بزرگ و عدد رینولدز کوچک (بین ۹ الی ۴۵۰) پرداختند. در این تحقیق قطر نانوذرات در محدوده‌ی ۱۵ الی ۵۰ نانومتر و درصد حجمی آنها در محدوده‌ی ۰/۲ الی ۲ درصد تغییر کرده است. نتایج آنها نشان داد که به علت وجود انتقال حرارت جابجایی طبیعی علاوه بر جابجایی اجباری، عدد نوسلت متوسط از موارد پیش بینی شده در بررسی‌های انتقال حرارت جابجایی اجباری خالص، بیشتر است و عدد نوسلت متوسط با افزایش اعداد گراش و رینولدز، افزایش می‌یابد. اکبری و همکاران [۸] انتقال حرارت جابجایی ترکیبی جریان آرام و کاملاً توسعه‌یافته‌ی نانوسیال آب - آلومینا را در لوله‌های افقی و مایل به روش عددی مطالعه کردند.

نتایج این تحقیق نشان داد که درصد حجمی نانوذرات تأثیر قابل ملاحظه‌ای روی پارامترهای هیدرودینامیکی ندارد، اما ضریب انتقال حرارت جابجایی به ازای درصد حجمی ۰/۴٪ حدود ۱۵٪ افزایش یافت. آنها همچنین نشان دادند که ضریب اصطکاک سطحی به طور پیوسته با افزایش شیب لوله افزایش می‌یابد، اما ضریب انتقال حرارت در زاویه‌ی ۴۵ درجه به بیشترین مقدار خود می‌رسد.

حسینی‌پور و همکاران [۹] ضریب انتقال حرارت و افت فشار جریان نانوسیال نانولوله کربنی - آب را در یک لوله مدور افقی تحت شار حرارتی ثابت به صورت تجربی بررسی کردند. نتایج این تحقیق حاکی از آن است که با افزایش مقدار بسیار کمی از نانولوله‌های کربنی به آب، ضریب انتقال حرارت به مقدار قابل توجهی افزایش می‌یابد. آنها همچنین دریافتند که در غلظت‌های پائین نانولوله‌های کربنی، افت فشار در نانوسیالات و سیالات پایه دارای اختلاف معنی‌داری نیست.

فکور و همکاران [۱۰] به بررسی جریان آرام کاملاً توسعه یافته‌ی نانوسیال و انتقال حرارت جابجایی ترکیبی در یک کانال عمودی پرداختند. آنها در این تحقیق با استفاده از مجموعه‌ای جدید از متغیرهای تشابهی، معادلات حاکم را به مجموعه‌ای از سه معادله‌ی کوپل‌شده کاهش دادند و این معادلات را با استفاده از روش اختلال هموتوپی<sup>۱</sup> حل کردند. نتایج آنها نشان داد که وجود نانوذرات درون سیال پایه می‌تواند مشخصه‌های انتقال حرارت را به مقدار قابل ملاحظه‌ای بهبود بخشد.

منصور و همکارانش [۱۱] یک بررسی تجربی برای مطالعه انتقال حرارت جابجایی ترکیبی جریان آرام نانوسیال آب - آلومینا داخل یک لوله مایل مسی با اعمال یک شار حرارتی یکنواخت در سطح بیرونی لوله انجام دادند. آنها اثر درصد نانوذرات و توان منبع تغذیه را بر روی توسعه میدان دما مطالعه کردند و نتیجه گرفتند که ضریب انتقال حرارت با افزایش درصد حجمی نانوذرات از ۰ تا ۴ درصد، اندکی کاهش می‌یابد. آلوارینو و همکارانش [۱۲] به بررسی عددی یک جریان آرام توسعه یافته از نانوسیال آب - آلومینا در یک کانال لوله‌ای تحت شرط مرزی شار حرارتی ثابت با در نظر گرفتن اثرات نفوذ براونی و ترموفورتیک<sup>۲</sup> پرداختند.

<sup>1</sup> Homotopy perturbation method

<sup>2</sup> Thermophoretic Diffusion

آنها در این تحقیق تأثیرات دما و درصد حجمی نانوذرات را روی خواص انتقال نانوسیال مورد توجه قرار دادند. درصد حجمی نانوذرات در بررسی آنها تا ۶ درصد بود. نتایج آنها نشان داد که یک لایه ی مرزی در طول لوله توسعه می یابد، که این ناحیه تدریجاً توسط عمل نفوذ ترموفرتیک از نانوذرات تهی می شود. نتایج آنها هم چنین نشان داد که افزایش انتقال حرارت، به ویژه در درصدهای حجمی بالای نانوذرات، اندک می باشد، به طوری که بیشترین افزایش انتقال حرارت حدود ۰.۵٪ گزارش شد. سلیمی گچوئی و همکاران [۱۳] انتقال حرارت جابجایی اجباری آب خالص و نانوسیال آب - آلومینا را در یک میکرومبدل حرارتی به صورت آزمایشگاهی بررسی کردند. در این بررسی تغییرات دمای سطح میکروکانال، دمای سیال در ناحیه ی ورودی میکروکانال، ضریب انتقال حرارت متوسط آب خالص و نانوسیال و ضریب اصطکاک آنها اندازه گیری شده است. نتایج آنها نشان داد که نسبت به آب خالص، بیشترین مقدار ضریب انتقال حرارت متوسط برای نانوسیال با غلظت ۰.۵٪ در حدود ۳۲/۸٪ و برای نانوسیال ۱٪ در حدود ۴۹/۷٪ است.

سانترا و همکارانش [۱] تأثیر نانوسیال آب - مس را به عنوان یک محیط خنک کننده برای شبیه سازی رفتار انتقال حرارت دو بعدی در یک کانال افقی با صفحات موازی را به روش عددی مطالعه کردند. در این بررسی دیوارهای بالایی و پایینی کانال در یک دمای ثابت قرار داشتند و قطر نانوذرات مس ۱۰۰ نانومتر و عدد پراکتل سیال پایه ۷/۰۲ در نظر گرفته شده بود. آنها مشاهده کردند که با افزایش درصد حجمی نانوذرات، نرخ انتقال حرارت افزایش می یابد. ملوندی و گنجی [۱۴] اثرات انتقال نانوذرات بر روی حرارت جابجایی نانوسیال آب - آلومینا در داخل یک کانال با صفحات موازی را به صورت عددی بررسی کردند. در این پژوهش نانوسیال به صورت دوفازی مدل شده است و برای ایجاد یک گرادیان دما در عرض کانال، دیوار پایینی آن عایق و از دیوار بالایی یک شار حرارتی یکنواخت به بیرون منتقل می شود. آنها نشان دادند که نانوذرات از دیوار آدیباتیک (تخلیه نانوذرات) به طرف دیوار سرد بالایی (انباشته شدن نانوذرات) حرکت می کنند و یک توزیع غیریکنواخت نانوذرات ایجاد می شود. به علاوه آنها نشان دادند که وقتی حرکت براونی، انتقال و کوچ نانوذرات را کنترل می کند، یک نرخ انتقال حرارت غیرعادی رخ می دهد.

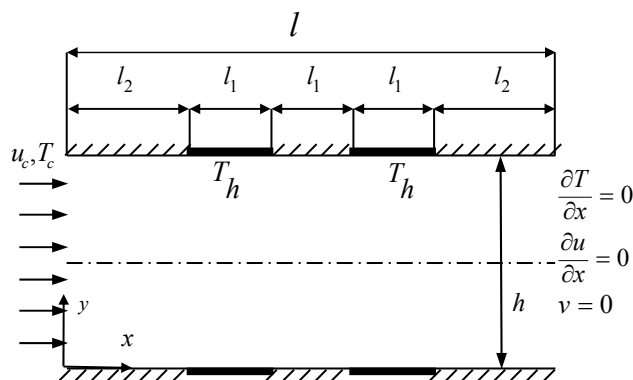
کلتی و همکارانش [۱۵] به مطالعه آزمایشگاهی و عددی انتقال حرارت جابجایی اجباری جریان آرام نانوسیال آب - آلومینا در داخل یک میکروکانال حرارتی مستطیلی عریض (طول ۹۴/۳ میلی متر، عرض ۲۸/۱ میلی متر و ارتفاع ۵۸۰ نانومتر) پرداختند. آنها با مقایسه ی روش عددی و آزمایشگاهی نشان دادند که در مدل دوفازی نسبت به تک فازی، تطابق بهتری بین بررسی عددی با نتایج آزمایشگاهی وجود دارد و بیشترین انحراف از نتایج آزمایشگاهی برای مدل دوفازی ۷/۴۲٪ و برای مدل تک فازی ۱۲/۶۱٪ است. آنها هم چنین به این نتیجه رسیدند که عدد نوسلت متوسط، با افزایش عدد رینولدز و افزایش درصد حجمی نانوذرات و هم چنین کاهش در اندازه قطر نانوذرات، افزایش می یابد. احمد و اسلامیان [۱۶] با استفاده از روش شبکه بولترمن، تأثیر نیروهای اینرسی و خارجی بر مشخصه های جریان و انتقال حرارت جابجایی اجباری جریان آرام نانوسیال در میکروکانال های مستطیلی که از زیر گرم می شد را بررسی نمودند. آنها در این بررسی به اهمیت نیروهای خارجی نظیر نیروهای کششی، براونی و ترموفورز پرداختند و دریافتند که نیروی براونی تأثیر قابل ملاحظه ای روی مشخصه های جریان و انتقال حرارت در رینولدزهای پایین ( $1 \leq Re \leq 10$ ) دارد، اما اثر ترموفورز در همه حالت های جریان با اطمینان قابل چشم پوشی است.

آنها هم‌چنین مشاهده نمودند که در اعداد رینولدز پایین جریان نانوسیال ناهمگن است و مشخصه‌های انتقال حرارت برای نانوسیال نسبت به سیال خالص افزایش قابل توجهی دارند، در حالی که در رینولدزهای بالاتر نظیر  $Re=100$  نانوسیال به طور همگن رفتار می‌کند و استفاده از نانوسیال ممکن است قابل توجیه نباشد. در تحقیق حاضر، انتقال حرارت جابجایی اجباری جریان آرام نانوسیال در یک کانال با صفحات موازی، بررسی می‌شود. روی دیوارهای کانال منابع حرارتی با اندازه‌ها و فواصل مشخص قرار دارند که در فواصل بین این منابع حرارتی و هم‌چنین قسمت‌های ابتدایی و انتهایی کانال، عایق شده‌اند و جریان نانوسیال با دما و سرعت یکنواخت وارد کانال می‌شود. با توجه به بررسی مطالعات گذشته، جریان نانوسیال درون کانال‌ها تا کنون به خوبی بررسی شده است، اما حالتی که منابع حرارتی به صورت مجزا و با فاصله‌ی مشخصی از یکدیگر روی دیوارهای کانال قرار گرفته باشند بررسی نشده است. این مسئله می‌تواند در ارتباط با خنک‌کاری منابع گرمای نصب شده بر روی دیوارهای کانال‌ها باشد، یا به عنوان راه‌کاری برای افزایش راندمان مبدل‌های حرارتی جهت گرمایش سیال در نظر گرفته شود. خنک‌کاری قطعات الکترونیکی از کاربردهای عملی مسئله‌ی مورد بررسی در این تحقیق است. برای این منظور می‌توان قطعاتی الکترونیکی در نظر گرفت که با فاصله از یکدیگر روی صفحاتی نصب شده‌اند و توسط نانوسیال جاری در بین صفحات خنک می‌شوند. لذا در این تحقیق اثرات این منابع حرارتی دما ثابت روی میدان جریان و نرخ انتقال حرارت برای مقادیر مختلف عدد رینولدز و کسر حجمی نانوذرات بررسی می‌شود.

## ۲- مدل فیزیکی مسأله

در این تحقیق مطابق شکل (۱) انتقال حرارت جابجایی اجباری جریان آرام نانوسیال آب - مس در یک کانال افقی بررسی می‌شود. کانال مورد نظر از دو صفحه‌ی موازی با نسبت طول به عرض  $L=\frac{1}{h}=50$  تشکیل شده است. در یک حالت خاص، دو منبع گرمایی با ضخامت ناچیز و دمای ثابت  $T_h=303K$  به طول  $L_1=10$  و به فاصله‌ی  $L_1=10$  از یکدیگر، روی دیوارهای کانال نصب شده‌اند و ما بقی قسمت‌های دیوارها عایق می‌باشند، طول عایق ابتدایی و انتهایی روی دیوارها  $L_2=10$  می‌باشد، ضمن اینکه یک جریان آرام از نانوسیال آب - مس با دمای ورودی  $T_e=293K$  و سرعت ورودی  $u_e$  وارد کانال می‌شود و پس از دریافت حرارت از منابع حرارتی به صورت کاملاً توسعه یافته از سمت راست خارج می‌شود.

لازم به ذکر است که برای بررسی اثر تعداد منابع حرارتی، تعداد آنها از ۱ تا ۴ تغییر می‌کند. هدف از این تحقیق بررسی اثرات عدد رینولدز، کسر حجمی نانوذرات و تعداد منابع حرارتی، به طوری که طول کل آنها ثابت باشد، بر روی میدان‌های جریان و دما و نرخ انتقال حرارت است.



شکل ۱ - دستگاه مختصات و مدل فیزیکی مسأله

### ۳- معادلات اساسی حاکم

در این تحقیق جریان نانوسیال آرام، دائمی، تراکم ناپذیر و دو بعدی فرض شده است و از اتلاف حرارتی لزجت صرف نظر می‌شود. هم‌چنین نانوسیال به عنوان یک محیط پیوسته‌ی تک فاز با تعادل گرمایی بین سیال پایه و نانوذرات در نظر گرفته شده است. شرط عدم لغزش روی دیوارها برقرار است و عدد پرانتل سیال پایه ۶/۲ منظور شده است. با فرض نانوسیال نیوتنی معادلات حاکم به شکل بی‌بعد عبارتند از:

معادله‌ی پیوستگی:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

معادله‌ی ممنتوم در جهت  $x$ :

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf} \nu_f} \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (2)$$

معادله‌ی ممنتوم در جهت  $y$ :

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf} \nu_f} \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) \quad (3)$$

معادله‌ی انرژی:

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \frac{1}{Re Pr} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (4)$$

در معادله‌های (۱) تا (۴) از پارامترهای بی‌بعد رابطه (۵) استفاده شده است.

$$U = \frac{u}{u_c}, V = \frac{v}{u_c}, X = \frac{x}{h}, Y = \frac{y}{h}, L_1 = \frac{l_1}{h}, L_2 = \frac{l_2}{h} \\ \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c}, P = \frac{\bar{p}}{\rho_{nf} u_c^2} \quad (5)$$

اعداد بی‌بعد رینولدز و پرانتل براساس خواص سیال پایه به صورت رابطه‌ی (۶) تعریف می‌شوند.

$$Re = \frac{\rho_f u_c h}{\mu_f}, Pr = \frac{\nu_f}{\alpha_f} \quad (6)$$

جدول ۱ - خواص آب و مس در ۲۵ درجه سانتی گراد [۱۸]

خواص فیزیکی	چگالی $\text{kgm}^{-3}$	حرارت مخصوص $\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$	ضریب رسانایی هدایتی $\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$
آب خالص	۹۹۷/۱	۴۱۷۹	۰/۶۱۳
نانوذرات مس	۸۹۳۳	۳۸۵	۴۰۱

با توجه به اینکه نانوسیال به صورت یک مخلوط همگن یک فازی از سیال پایه و نانوذرات در نظر گرفته شده است، چگالی، ظرفیت حرارتی و ضریب پخش حرارتی نانوسیال با استفاده از رابطه‌ی (۷) محاسبه می‌شوند [۱۷].

$$\begin{aligned}\rho_{nf} &= (1-\phi)\rho_f + \phi\rho_p \\ (\rho c_p)_{nf} &= (1-\phi)(\rho c_p)_f + \phi(\rho c_p)_p \\ \alpha_{nf} &= \frac{k_{nf}}{(\rho c_p)_{nf}}\end{aligned}\quad (7)$$

در رابطه‌ی (۷) زیرنویس  $nf$ ،  $f$  و  $p$  به ترتیب اشاره به خواص نانوسیال آب و مس دارد. خواص آب و نانوذرات مس در جدول (۱) آورده شده است.

ویسکوزیته‌ی نانوسیال مطابق مدل کرشن [۱۹] طبق رابطه‌ی (۸) بیان می‌شود.

$$\frac{\mu_f}{\mu_{nf}} = 1 - 34.87 \left(\frac{d_p}{d_f}\right)^{-0.3} \phi^{1.03} \quad (8)$$

$$\mu_f = \frac{k_f Pr}{c_{pf}} \quad (9)$$

$$d_f = 0.1 \left(\frac{6M}{N\pi\rho_f}\right)^{1/3} \quad (10)$$

در روابط (۸) تا (۱۰)  $\mu_f$  ویسکوزیته‌ی دینامیکی سیال خالص است،  $d_p$  قطر نانوذرات و برابر با ۱۰۰ نانومتر می‌باشد،  $d_f$  قطر مولکولی آب است و  $M$  جرم مولکولی سیال خالص است که برای آب برابر با ۱۸/۰۱۵۲۸ گرم بر مول می‌باشد و  $N$  عدد آووگادرو است.

ضریب رسانایی گرمایی نانوسیال نیز طبق مدل کرشن [۱۹] به صورت رابطه‌ی (۱۱) قابل بیان می‌باشد.

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = 1 + 4.4 Re_p^{0.4} Pr^{0.66} \left(\frac{T}{T_{fr}}\right)^{10} \left(\frac{k_p}{k_f}\right)^{0.03} \phi^{0.66} \quad (11)$$

$Pr$  پرانتل سیال خالص می‌باشد.  $T_{fr}$  دمای انجماد سیال خالص است که برای آب برابر با ۲۷۳/۱۶ کلوین در نظر گرفته شده است. عدد رینولدز نانوذرات ( $Re_p$ ) نیز مطابق رابطه‌ی (۱۲) تعریف می‌شود [۱۹].

$$Re_p = \frac{\rho_f u_B d_p}{\mu_f} \quad (12)$$

$u_B$  سرعت حرکت براونی نانوذرات می‌باشد که مطابق رابطه‌ی (۱۳) زیر قابل بیان می‌باشد.

$$u_B = \frac{2\kappa_b T}{\pi\mu_f d_p^2} \quad (13)$$

در رابطه‌ی (۱۳)  $\kappa_b$  ثابت بولتزمن است و برابر با  $1.38 \times 10^{-23}$  ژول بر کلوین است. در نتیجه عدد رینولدز نانوذرات به صورت رابطه‌ی (۱۴) در می‌آید.

$$Re_p = \frac{2\rho_f \kappa_b T}{\pi \mu_f^2 d_p} \quad (14)$$

عدد نوسلت موضعی معیاری از نرخ انتقال حرارت منتقل شده به نانوسیال می‌باشد و روی منابع حرارتی به صورت رابطه‌ی (۱۵) تعریف می‌شود.

$$Nu = \frac{\lambda h}{k_f} \quad (15)$$

در رابطه‌ی (۱۵)،  $\lambda$  ضریب انتقال حرارت جابجایی است و برای منابع حرارتی واقع بر روی دیوار پایینی از رابطه‌ی (۱۶) محاسبه می‌شود.

$$\lambda = \frac{-k_{nf} \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0}}{T_h - T_c} \quad (16)$$

با جای‌گذاری در رابطه‌ی (۱۵) و استفاده از پارامترهای بی‌بعد، رابطه‌ی (۱۷) برای محاسبه نوسلت موضعی بدست می‌آید.

$$Nu(X) = -\frac{k_{nf}}{k_f} \left( \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_{Y=0} \quad (17)$$

عدد نوسلت متوسط نیز از طریق انتگرال‌گیری از رابطه‌ی (۱۷) بر روی طول منابع حرارتی بدست می‌آید که برای یک منبع حرارتی به صورت رابطه‌ی (۱۸) بیان می‌شود.

$$Nu_m = \int_0^1 Nu(X) dX \quad (18)$$

#### ۴- شرایط مرزی

برای به دست آوردن جواب یگانه برای معادله‌های (۱) تا (۴) احتیاج به شرایط مرزی است. شرایط مرزی هیدرودینامیکی به این صورت هستند که روی دیوارها شرط عدم لغزش و عدم نفوذ ( $U=V=0$ ) برقرار است. همچنین از نظر حرارتی، روی منابع حرارتی دمای نانوسیال برابر با دمای منبع حرارتی است و برای قسمت های عایق‌گرادیان دما برابر صفر است. در ورودی کانال سرعت و دما یکنواخت است ( $U=1, \theta=V=0$ ) و در مقطع خروجی شرایط کاملاً توسعه یافته‌ی هیدرودینامیکی و حرارتی برقرار است ( $\frac{\partial U}{\partial X} = \frac{\partial \theta}{\partial \theta} = V=0$ ).

#### ۵- روش عددی

برای حل عددی، میدان حل با استفاده از شبکه‌ی جابجاشده، شبکه‌بندی شده است. معادلات (۱) تا (۴) به همراه شرایط مرزی مربوطه با استفاده از روش اختلاف محدود مبتنی بر حجم کنترل گسسته‌سازی و به معادلات جبری تبدیل شدند همچنین جملات جابجایی- نفوذبا استفاده از روش توان پیرو تقریب زده شدند.



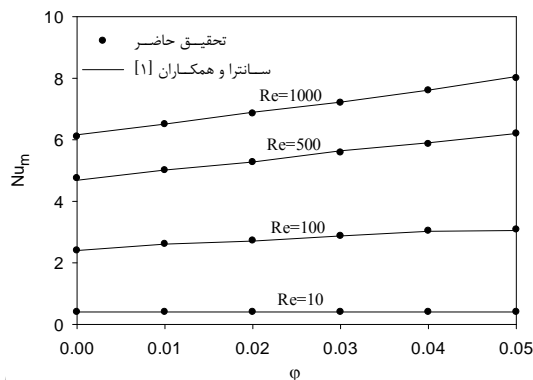
برای حل هم‌زمان معادلات جبری شده، از الگوریتم سیمپل [۲۰] و یک برنامه‌ی کامپیوتری که به زبان فرترن نوشته شد، استفاده شده است. با توجه به اینکه الگوریتم حل بر روش تکرار استوار است از معیار همگرایی رابطه (۱۹) استفاده شد.

$$\sum_j \sum_i \left| \frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\phi^n} \right|_{i,j} \leq 10^{-7} \quad (19)$$

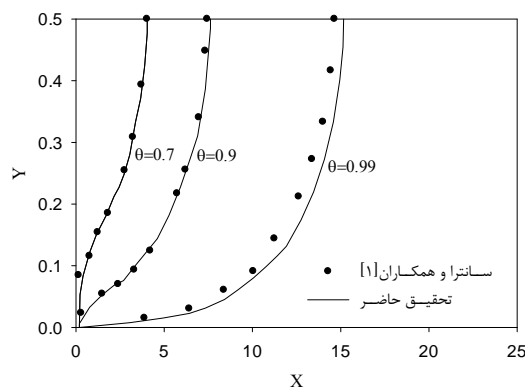
در رابطه (۱۹)  $\phi$  متغیر عمومی  $(U, V, \theta)$  و  $n$  معرف شمارنده‌ی تکرارها است.

## ۶- اعتبارسنجی و بررسی استقلال حل از شبکه

برای سنجش اعتبار روش عددی و برنامه نوشته شده، نتایج عددی حاصل از اجرای برنامه‌ی کامپیوتری با کارهای مشابه و به طور نمونه با مرجع [۱] مقایسه شد. برای این منظور یک کانال افقی به صورت دو دیوار موازی که هر دو دیوار آن در دمای ثابت  $T_h$  قرار دارد و نانوسیال با دمای یکنواخت  $T_c$  وارد آن می‌شود در نظر گرفته شد. در شکل‌های (۲) و (۳) به ترتیب عدد نوسلت متوسط و خطوط هم‌دما حاصل از تحقیق حاضر با نتایج مشابه ارائه شده در مرجع [۱] مقایسه شده‌اند.



شکل ۱- اعتبارسنجی برنامه حاضر با نتایج مرجع [۱]



شکل ۲- اعتبارسنجی برنامه حاضر با نتایج مرجع [۱] (خطوط هم‌دما در  $\phi=0.03$  و  $Re=10$ ).

مقایسه‌ی این نتایج نشان از صحت عملکرد برنامه‌ی کامپیوتری نوشته شده دارد. پس از کنترل عملکرد برنامه لازم است که استقلال جواب‌ها از تعداد نقاط شبکه بررسی شود و شبکه حل مناسب انتخاب شود. بنابراین تأثیر تعداد نقاط شبکه بر عدد نوسلت متوسط و دمای بی‌بعد در مقطع خروجی، در اعداد رینولدز مختلف و درصد حجمی ثابت نانوذرات ( $\phi=0.03$ ) بررسی شد. نمونه‌ای از این بررسی‌ها در جدول (۲) ارائه شده است. با توجه به جدول (۲)، می‌توان بیان نمود که تقریباً برای شبکه‌های ریزتر از  $40 \times 40$  جواب‌های یکسانی حاصل می‌شود، بدین ترتیب، شبکه  $40 \times 40$  برای اجراهای برنامه انتخاب شده است.

## ۷- طول مناسب کانال و توسعه یافتگی هیدرودینامیکی و حرارتی

با توجه به اینکه در این تحقیق طول بی‌بعد کانال  $L/h=50$  در نظر گرفته شده است و در خروجی آن از شرایط مرزی توسعه‌یافتگی حرارتی و هیدرودینامیکی استفاده می‌شود، باید مطمئن شویم که این شرایط در خروجی برقرار می‌شوند. برای این منظور به ازای  $Re=500$  و  $\phi=0.03$  با افزایش طول قسمت عایق انتهایی، عدد نوسلت متوسط روی منابع حرارتی، برای طول‌های مختلف کانال محاسبه شد که نتایج آن در جدول (۳) ارائه شده است. با توجه به اینکه با افزایش طول کانال، عدد نوسلت متوسط تغییری نکرده است، بنابراین به ازای  $L=50$  جریان در خروجی کانال از نظر هیدرودینامیکی و حرارتی توسعه یافته می‌شود.

جدول ۲ - بررسی استقلال جواب‌ها از تعداد نقاط شبکه ( $\phi=0.03$ )

Re	شبکه:	$100 \times 10$	$200 \times 20$	$300 \times 30$	$400 \times 40$	$500 \times 50$
۱۰	$Nu_m$	۱/۴۴۳	۱/۴۴۶	۱/۴۴۸	۱/۴۴۸	۱/۴۴۹
	$\theta_{out(Y=0.5)}$	۰/۹۳۶	۰/۹۳۸	۰/۹۳۹	۰/۹۳۹	۰/۹۴۰
۱۰۰	$Nu_m$	۵/۰۹۴	۵/۰۴۰	۵/۰۳۱	۵/۰۲۸	۵/۰۲۸
	$\theta_{out(Y=0.5)}$	۰/۲۴۰	۰/۲۳۳	۰/۲۳۲	۰/۲۳۱	۰/۲۳۱
۵۰۰	$Nu_m$	۹/۳۱۱	۹/۰۰۳	۸/۹۴۲	۸/۹۲۱	۸/۹۱۲
	$\theta_{out(Y=0.5)}$	۰/۰۱۰	۰/۰۰۶	۰/۰۰۵	۰/۰۰۵	۰/۰۰۵

جدول ۳ - بررسی شرایط توسعه یافته در مقطع خروجی کانال

طول بی‌بعد کانال	$Nu_m$
۵۰	۸/۹۲۱
۶۰	۸/۹۲۱
۷۰	۸/۹۲۱

نتایج این تحقیق در قالب اثرات عدد رینولدز  $10 \leq Re \leq 500$ ، کسر حجمی نانوذرات  $0 \leq \phi \leq 0.04$  و تعداد منابع حرارتی بر روی هر دیوار  $1 \leq NH \leq 4$  بر روی میدان‌های جریان و دما، پروفیل‌های سرعت و دما و نرخ انتقال حرارت ارائه شده است.

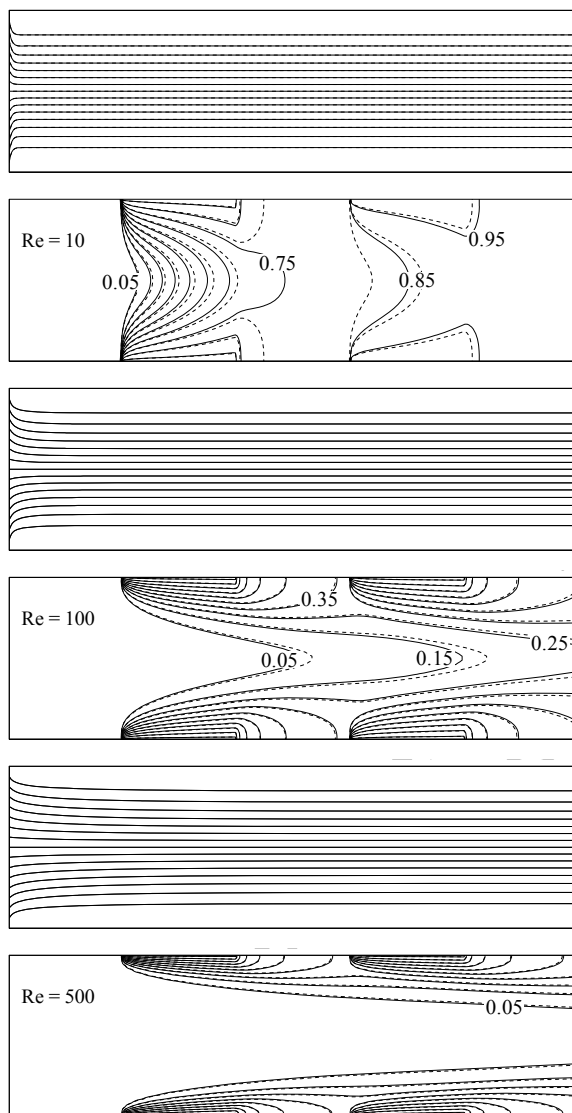
### ۷-۱- بررسی اثر عدد رینولدز

در این قسمت با در نظر گرفتن دو منبع حرارتی روی هر کدام از دیوارها، برای یک مقدار ثابت کسر حجمی نانوذرات ( $\phi=0.03$ )، تأثیر تغییرات عدد رینولدز در بازه‌ی  $10 \leq Re \leq 500$  بر روی میدان‌های جریان و دما بررسی شده است. طول بی‌بعد هر منبع حرارتی و نیز عایق‌های میانی  $L_1=10$  و طول عایق‌های ابتدایی و انتهایی نیز  $L_2=10$  می‌باشد. در شکل (۴) خطوط جریان و خطوط هم‌دما برای نانوسیال و سیال خالص، برای اعداد رینولدز مختلف، نشان داده شده است. خطوط جریان نشان می‌دهند که جریان‌های نانوسیال و سیال خالص در اعداد رینولدز مختلف خیلی سریع از نظر هیدرودینامیکی کاملاً توسعه یافته می‌شوند.

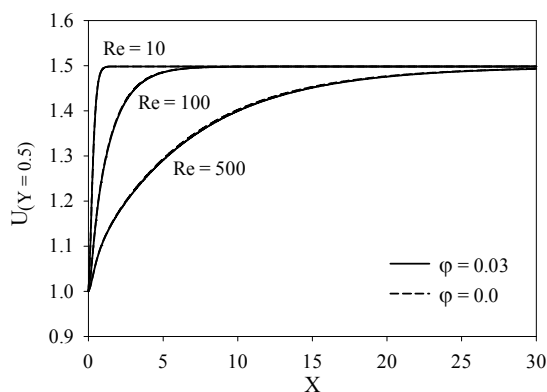
با توجه به اینکه ضخامت لایه‌ی مرزی هیدرودینامیکی با افزایش عدد رینولدز کاهش می‌یابد، طول ورودی هیدرودینامیکی با افزایش عدد رینولدز افزایش می‌یابد. خطوط هم‌دما نشان می‌دهند که در  $Re=10$ ، لایه‌های مرزی حرارتی پس از تشکیل، خیلی سریع رشد می‌کنند و سرتاسر عرض کانال را در برمی‌گیرند. از این‌رو دمای سیال در حین عبور از بین منابع حرارتی افزایش می‌یابد، به طوری که پس از اینکه جریان منبع حرارتی دوم را ترک می‌کند، دمای آن به حدود  $0.95$  دمای منابع حرارتی می‌رسد. با افزایش عدد رینولدز سرعت جریان افزایش می‌یابد و سیال عبوری فرصت کمتری برای تبادل حرارت در اختیار دارد، بنابراین در  $Re=500$  دیده می‌شود که در سراسر طول کانال، دمای قسمت مرکزی کانال تغییری نکرده است و برابر دمای ورودی باقی مانده است. در واقع در  $Re=500$  لایه‌های مرزی حرارتی به هم نمی‌رسند.

از آنجایی که با افزایش عدد رینولدز، ضخامت لایه‌ی مرزی حرارتی کاهش می‌یابد، با توجه به خطوط هم‌دما دیده می‌شود که با افزایش عدد رینولدز تراکم خطوط هم‌دما در مجاورت منابع حرارتی افزایش یافته است، که این نشان از افزایش نرخ انتقال حرارت دارد. همچنین با توجه به این خطوط دیده می‌شود که دمای نانوسیال، به دلیل بزرگ‌تر بودن ضریب هدایت حرارتی آن، نسبت به سیال خالص بیشتر افزایش می‌یابد.

در شکل (۵) تغییرات سرعت بی‌بعد خط مرکزی کانال برای سیال خالص و نانوسیال در اعداد رینولدز مختلف نشان داده شده است. با توجه به شکل (۵) دیده می‌شود که در  $Re=10$  که سرعت جریان کم است، جریان خیلی زود از نظر هیدرودینامیکی توسعه یافته می‌شود و با افزایش عدد رینولدز طول ورودی هیدرودینامیکی افزایش می‌یابد. همچنین تغییرات سرعت روی خط مرکزی نشان می‌دهد که تفاوت قابل ملاحظه‌ای در هیدرودینامیک سیال خالص و نانوسیال دیده نمی‌شود.



شکل ۴ - خطوط جریان (بالا) و خطوط همدمما (پایین) برای نانوسیال آب - مس با  $\phi=0.03$  (—) و آب خالص (.....) در اعداد رینولدز مختلف

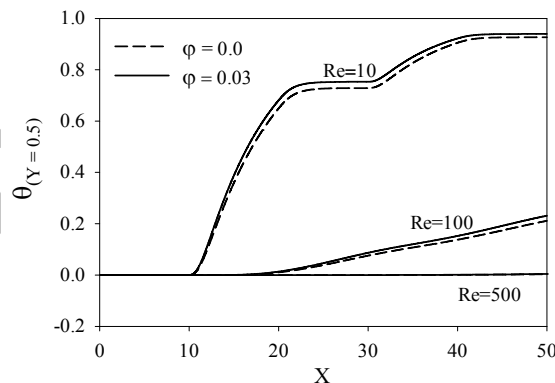


شکل ۵ - تغییرات سرعت بی‌بعد روی خط مرکزی در طول کانال برای نانوسیال و سیال خالص در اعداد رینولدز مختلف

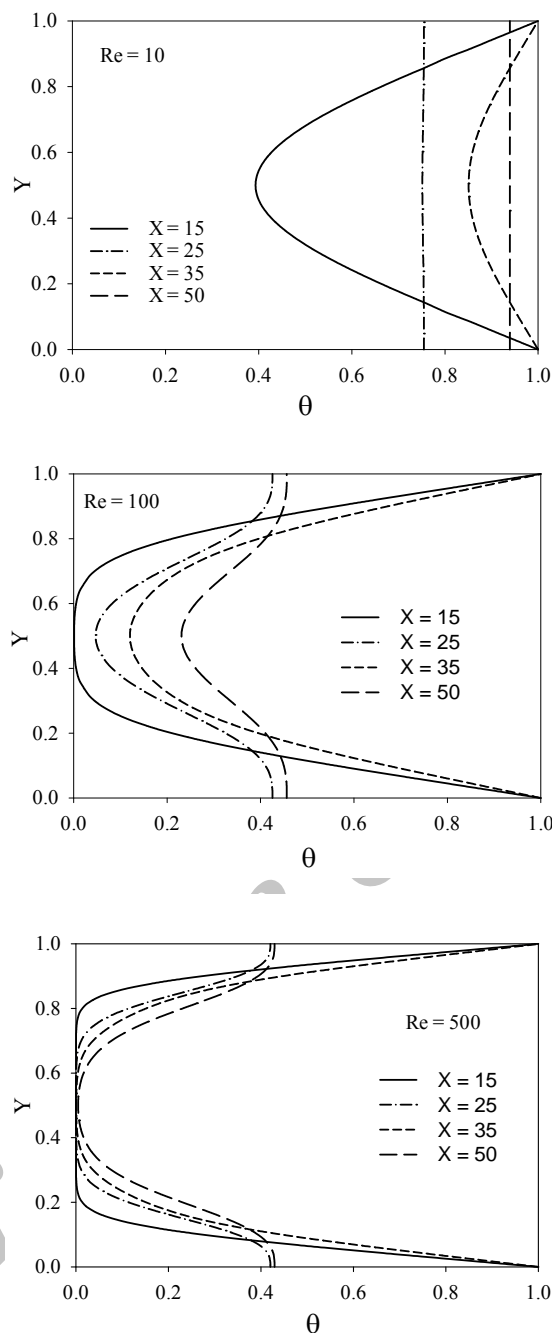
در شکل (۶)، تغییرات دمای خط مرکزی کانال در اعداد رینولدز مختلف برای سیال خالص و نانوسیال نشان داده شده است. در  $Re=10$  که سرعت جریان کم است و فرصت کافی برای گرم شدن نانوسیال جاری وجود دارد، به محض اینکه جریان وارد مقطع گرمایشی می‌شود، دمای خط مرکزی با شیب زیادی افزایش می‌یابد. در فاصله‌ی بین دو مقطع گرمایشی، دمای خط مرکزی تقریباً ثابت باقی می‌ماند و در مقطع گرمایشی دوم دمای خط مرکزی با شیب کمتری افزایش می‌یابد. در  $Re=100$  پس از اینکه لایه‌های مرزی حرارتی به هم رسیدند، دمای خط مرکزی تقریباً با شیب یکنواختی تا انتهای کانال افزایش می‌یابد. در این حالت در قسمت‌های عایق نیز حرارت از سیال گرم مجاور دیوارها به خط مرکزی منتقل می‌شود و سبب افزایش دمای خط مرکزی می‌شود. در  $Re=500$  به دلیل اینکه تا مقطع خروجی کانال، لایه‌های مرزی حرارتی به هم نمی‌رسند، دمای خط مرکزی در سرتاسر کانال برابر با دمای ورودی باقی می‌ماند.

با توجه به شکل (۶) هم‌چنین پیداست که به دلیل بالاتر بودن ضریب هدایتی نانوسیال نسبت به سیال خالص، دمای نانوسیال بیشتر تحت تأثیر شرط مرزی حرارتی قرار گرفته است.

در شکل (۷) پروفیل دمای بی‌بعد جریان نانوسیال با درصد حجمی ( $\phi=0.03$ ) در عرض کانال در چهار مقطع متفاوت برای اعداد رینولدز مختلف ترسیم شده است. با توجه به شکل (۷) دیده می‌شود که برای تمامی اعداد رینولدز، تغییرات دما در مقطع گرمایشی اول ( $X=15$ )، بیشتر از مقطع گرمایشی دوم ( $X=35$ ) است و گرادیان دما روی منابع حرارتی با افزایش عدد رینولدز افزایش می‌یابد. در  $Re=10$  که سرعت جریان کم است دمای سیال در مقاطع گرمایشی، در سرتاسر عرض کانال تحت تأثیر دمای منابع حرارتی قرار گرفته است و در مقطع عایق میانی و در مقطع خروجی دمای سیال در عرض کانال یکنواخت شده است.



شکل ۶ - تغییرات دمای بی‌بعد خط مرکزی در طول کانال برای نانوسیال و آب خالص در اعداد رینولدز مختلف



شکل ۷ - نمودار دما در عرض مقاطع مختلف کانال در  $Re=10, 100, 500$ ،  $\phi=0.03$

همچنین در شکل (۷) دیده می‌شود که برای  $Re=100$  در  $X=15$  دمای خط مرکزی کانال هنوز تحت تأثیر دمای منابع حرارتی قرار نگرفته است و در قسمت‌های عایق نیز بین لایه‌های سیال انتقال حرارت صورت می‌گیرد. برای  $Re=100$  در تمامی مقاطع دمای ناحیه‌ی مرکزی کانال تحت تأثیر دمای منابع حرارتی قرار نمی‌گیرد و در مقطع‌های گرمایشی گرادیان دمای شدیدی روی مرزها اتفاق می‌افتد. مقایسه‌ی نمودارها در رینولدزهای مختلف حاکی از آن است که در رینولدزهای بالا به دلیل سرعت زیاد جریان، زمان برای تبادل گرما بسیار کم است و در نتیجه تغییرات دما بسیار زیاد می‌باشد. در رینولدزهای پایین چون زمان برای این تبادل حرارت کافی می‌باشد همدم شدن لایه‌های جریان بهتر و بیشتر انجام می‌شود.

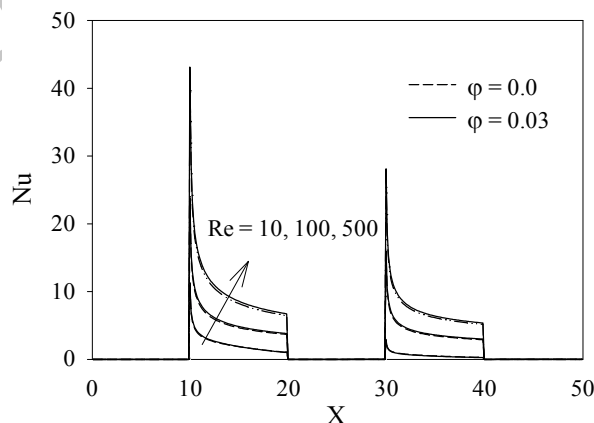
در شکل (۸) تغییرات عدد نوسلت موضعی روی منابع حرارتی برای آب خالص و نانوسیال با درصد حجمی  $\phi=0.03$  در اعداد رینولدز مختلف ( $Re=10,100,500$ ) نشان داده شده است. با توجه به شکل (۸) دیده می شود که عدد نوسلت موضعی روی منبع حرارتی اول دارای تغییرات شدیدتری نسبت به منبع حرارتی دوم است. این به آن دلیل است که روی منبع حرارتی اول اختلاف دمای بیشتری بین نانوسیال و دیوار کانال وجود دارد. همچنین با افزایش عدد رینولدز به دلیل کاهش ضخامت لایه مرزی حرارتی و افزایش گرادیان دما در مجاورت دیوار عدد نوسلت موضعی افزایش می یابد.

با مقایسه‌ی عدد نوسلت موضعی برای نانوسیال و سیال خالص، دیده می شود که در  $Re=10$ ، به دلیل اینکه سرعت جریان کم است، دمای سیال خالص و نانوسیال به محض ورود به نواحی گرمایشی افزایش می یابد و اختلاف قابل ملاحظه‌ای بین دمای سیال خالص و نانوسیال وجود ندارد بنابراین در این حالت عدد نوسلت موضعی برای سیال خالص و نانوسیال تقریباً برابر است.

در اعداد رینولدز بالاتر به دلیل اینکه فرصت کوتاهی برای گرم شدن سیال عبوری از نواحی گرمایشی وجود دارد، بالاتر بودن ضریب هدایت حرارتی نانوسیال اهمیت بیشتری پیدا می کند و عدد نوسلت موضعی نانوسیال نسبت به سیال خالص افزایش می یابد.

جدول (۴) عدد نوسلت متوسط ( $Nu_m$ ) را برای منبع حرارتی اول، منبع حرارتی دوم و هر دو منبع حرارتی برای نانوسیال ( $\phi=0.03$ ) در اعداد رینولدز مختلف نشان می دهد. مشاهده می شود که در همه اعداد رینولدز، نوسلت متوسط روی منبع حرارتی اول نسبت به منبع حرارتی دوم بیشتر است.

همان طور که قبلاً نیز بیان شد، علت آن وجود گرادیان دمای بیشتر روی منبع حرارتی اول و به خصوص در ابتدای آن، می باشد. در  $Re=10$ ، به دلیل اینکه در ناحیه‌ی گرمایشی دوم دمای نانوسیال به دمای منبع حرارتی نزدیک شده است، اختلاف قابل ملاحظه‌ای بین عدد نوسلت متوسط منبع حرارتی اول و دوم وجود دارد. با افزایش عدد رینولدز، عدد نوسلت متوسط روی هر دو منبع حرارتی افزایش می یابد، به عبارت دیگر افزایش عدد رینولدز باعث انتقال هر چه بیشتر گرما بین دیوار و نانوسیال می شود.



شکل ۸ - تغییرات عدد نوسلت موضعی در طول کانال برای نانوسیال و آب خالص در اعداد رینولدز مختلف

جدول ۴ - نوسلت متوسط ( $Nu_m$ ) در اعداد رینولدز مختلف ( $\phi=0.03$ )

Re	نوسلت متوسط منبع حرارتی اول	نوسلت متوسط منبع حرارتی دوم	نوسلت متوسط هر دو منبع حرارتی
۱۰	۲/۳۲۲۰	۰/۵۷۴۸	۱/۴۴۸۴
۵۰	۴/۵۶۹۱	۳/۱۰۳۴	۳/۸۳۶۲
۱۰۰	۵/۸۲۹۷	۴/۲۲۶۵	۵/۰۲۸۱
۲۰۰	۷/۴۲۵۷	۵/۴۳۷۷	۶/۴۳۱۷
۵۰۰	۱۰/۳۶۳۹	۷/۴۷۸۱	۸/۹۲۰۹

### ۷-۲- بررسی اثر درصد حجمی نانوذرات

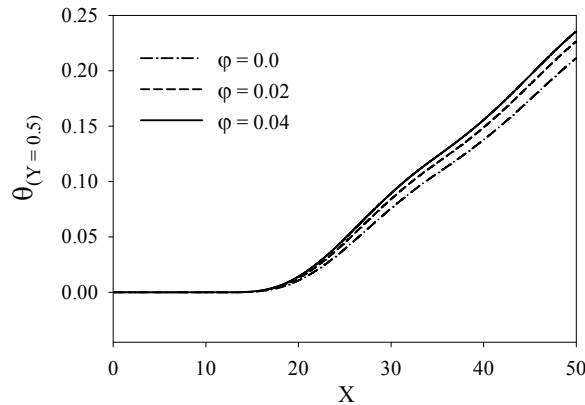
در این قسمت اثر درصد حجمی نانوذرات بر روی میدان دما بررسی می‌شود. در این حالت نیز مطابق شکل (۱) دو منبع حرارتی روی هر یک از دیوارهای کانال تعبیه شده است. در اینجا لازم است یادآوری شود که در این تحقیق نانوسیال به صورت یک محیط تک‌فازی و همگن در نظر گرفته شده است و بنابراین اثراتی مانند کلوخه شدن و حرکت نامنظم نانوذرات و همچنین مهاجرت آنها در نظر گرفته نشده است. نتایج حاصل از کارهای تجربی، درصد حجمی بهینه برای نانوسیال آب - اکسید مس را حدود ۳٪ ارائه کرده‌اند [۲۱].

در این تحقیق درصد حجمی نانوذرات در بازه‌ی ( $0 \leq \phi \leq 0.04$ ) تغییر می‌کند.

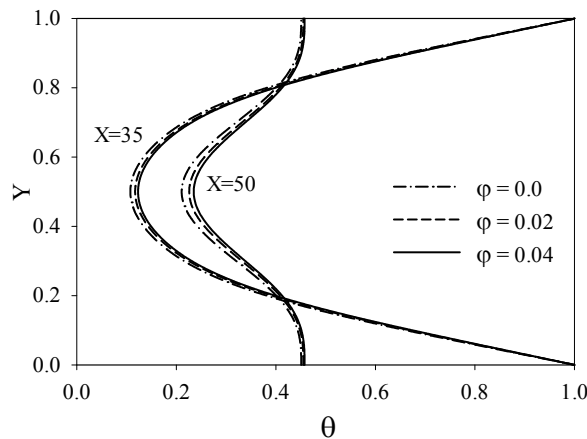
شکل (۹) دمای بی‌بعد خط مرکزی کانال را برای درصدهای حجمی مختلف ( $\phi=0.0, 0.02, 0.04$ ) و برای  $Re=100$  نشان می‌دهد. با توجه به شکل (۹) دیده می‌شود که در بخش قابل ملاحظه‌ای از ناحیه‌ی گرمایشی اول ( $10 \leq X \leq 20$ ) دمای خط مرکزی تحت تأثیر دمای منابع حرارتی قرار نگرفته است. در انتهای ناحیه‌ی گرمایشی اول لایه‌های مرزی حرارتی به هم می‌رسند و دمای خط مرکزی به صورت تدریجی شروع به افزایش می‌کند و در قسمت‌های عایق نیز حرارت از سیال گرم مجاور دیوارها به مرکز کانال منتقل می‌شود و سبب افزایش دمای خط مرکزی کانال می‌شود. پس از اینکه لایه‌های مرزی حرارتی به هم رسیدند، روند افزایشی دمای خط مرکزی تا انتهای کانال ادامه می‌یابد. افزودن نانوذرات سبب شده است که حرارت بیشتری به مرکز کانال منتقل شود و دمای خط مرکزی با افزایش درصد حجمی نانوذرات افزایش یافته است.

شکل (۱۰) تأثیر درصد حجمی نانوذرات ( $\phi=0.0, 0.02, 0.04$ ) روی پروفیل دمای بی‌بعد را در دو مقطع مختلف کانال  $X=35,50$  برای  $Re=100$  نشان می‌دهد. با توجه به شکل (۱۰) نیز دیده می‌شود که افزودن نانوذرات به سیال پایه سبب افزایش دمای نانوسیال در مقطع عرضی کانال به ویژه در ناحیه‌ی مرکزی کانال می‌شود. پس از اینکه جریان ناحیه‌ی گرمایشی دوم را ترک می‌کند، بر اثر انتقال حرارت بین لایه‌های سیال، دما در نزدیکی دیوارها کاهش می‌یابد و دمای ناحیه‌ی مرکزی کانال افزایش می‌یابد.



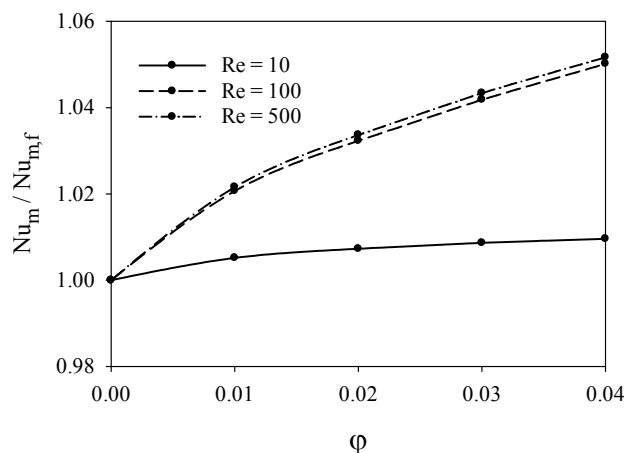


شکل ۹ - تغییرات دمای خط مرکزی کانال برای درصد حجمی مختلف نانوذرات در  $Re=100$



شکل ۱۰ - پروفیل دما در دو مقطع  $X=35,50$  برای مقادیر مختلف درصد حجمی نانوذرات در  $Re=100$

در شکل (۱۱)، تغییرات نسبت عدد نوسلت متوسط نانوسیال به عدد نوسلت متوسط سیال خالص  $(\frac{Nu_m}{Nu_{m,f}})$  بر حسب تغییرات درصد حجمی نانوذرات در اعداد رینولدز مختلف نشان داده شده است. با توجه به شکل (۱۱) دیده می‌شود که به طور کلی با افزایش درصد حجمی نانوذرات، نسبت اعداد نوسلت متوسط افزایش می‌یابد. در  $Re=10$ ، چون سرعت جریان کم است، دمای سیال خالص و نانوسیال سریعاً افزایش می‌یابند و گرادیان دما روی منابع حرارتی مقدار کمی است. بنابراین افزایش هدایت حرارتی نانوسیال، ناشی از افزودن نانوذرات تأثیر قابل ملاحظه‌ای روی نرخ انتقال حرارت ندارد. با افزایش عدد رینولدز، به دلیل اینکه فرصت کافی برای گرم شدن سیال عبوری وجود ندارد، گرادیان دما روی منابع حرارتی افزایش می‌یابد و با توجه به اینکه شار حرارتی منتقل شده به سیال از حاصل ضرب گرادیان دما در هدایت حرارتی نانوسیال حاصل می‌شود، بنابراین افزایش هدایت حرارتی نانوسیال ناشی از افزودن نانوذرات، سبب افزایش قابل ملاحظه‌ای در نرخ انتقال حرارت و عدد نوسلت متوسط می‌شود.



شکل ۱۱ - تغییرات نسبت عدد نوسلت متوسط نانوسیال به آب خالص با درصد حجمی نانوذرات در اعداد رینولدز مختلف

در جدول (۵) تأثیرات درصد حجمی نانوذرات و عدد رینولدز بر روی عدد نوسلت متوسط نشان داده شده است. همان طور که از جدول (۵) مشخص است در اعداد رینولدز بالاتر، تأثیر افزودن نانوذرات بر روی عدد نوسلت متوسط چشمگیرتر است، به طوری که برای  $Re=10$  افزودن ۴٪ حجمی نانوذرات به سیال خالص عدد نوسلت متوسط را حدود ۰/۹٪ افزایش می‌دهد در حالی که برای  $Re=500$ ، افزودن ۴٪ نانوذرات سبب افزایش حدود ۵/۱٪ در عدد نوسلت متوسط می‌شود.

### ۷-۳- بررسی اثر تعداد منابع حرارتی

در این قسمت تأثیر تعداد منابع‌های حرارتی بر روی میدان‌های جریان و دما و نرخ انتقال حرارت بررسی می‌شود. برای این منظور کسر حجمی نانوذرات و عدد رینولدز ثابت فرض می‌شوند ( $Re=100, \phi=0.03$ ). برای بررسی اثر تعداد منابع حرارتی تعداد آنها از ۱ تا ۴ تغییر می‌کند، ولی در هر حالت مجموع طول آنها ثابت است. با توجه به اینکه طول بی‌بعد کانال  $L = \frac{l}{h} = 50$  است، با توجه به شکل (۱)، در جدول (۶) اندازه طول بی‌بعد منابع حرارتی و قسمت‌های عایق نشان داده شده است.

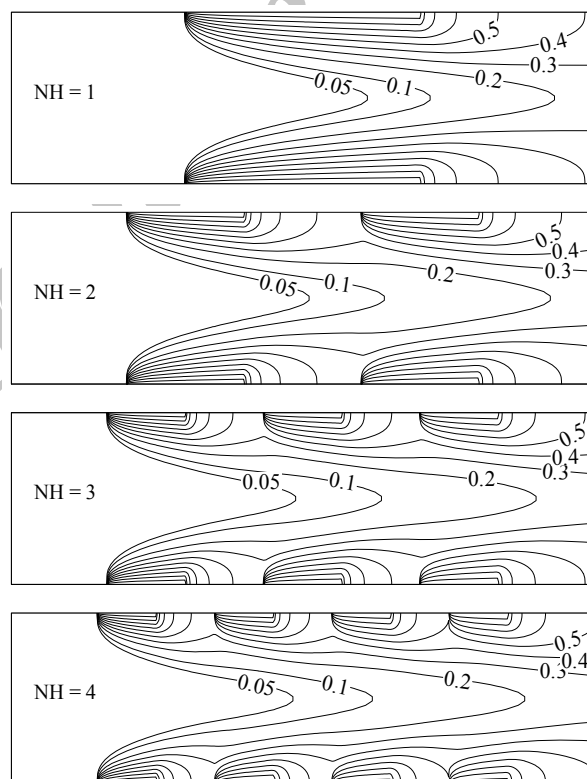
جدول ۵- تأثیر درصد حجمی نانوذرات روی عدد نوسلت متوسط ( $Nu_m$ )

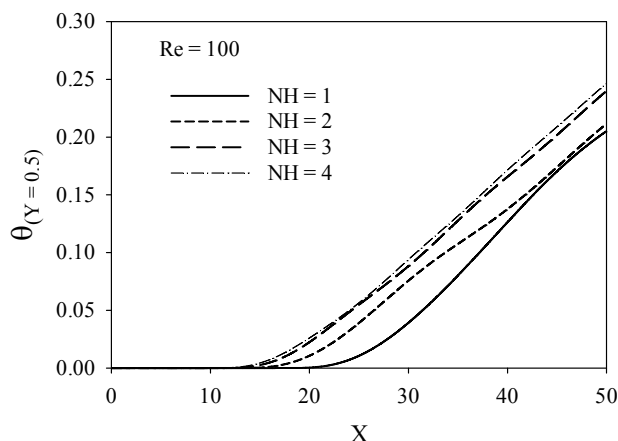
$\phi=0.04$	$\phi=0.02$	$\phi=0.0$	Re
۱/۴۵۰	۱/۴۴۶	۱/۴۳۶	۱۰
۳/۸۶۳	۳/۸۰۵	۳/۶۹۷	۵۰
۵/۰۶۸	۴/۹۸۲	۴/۸۲۶	۱۰۰
۶/۴۸۴	۶/۳۷۲	۶/۱۶۸	۲۰۰
۸/۹۹۲	۸/۸۳۸	۸/۵۵۰	۵۰۰

جدول ۶- طول بی‌بعد منابع حرارتی و قسمت‌های عایق شده

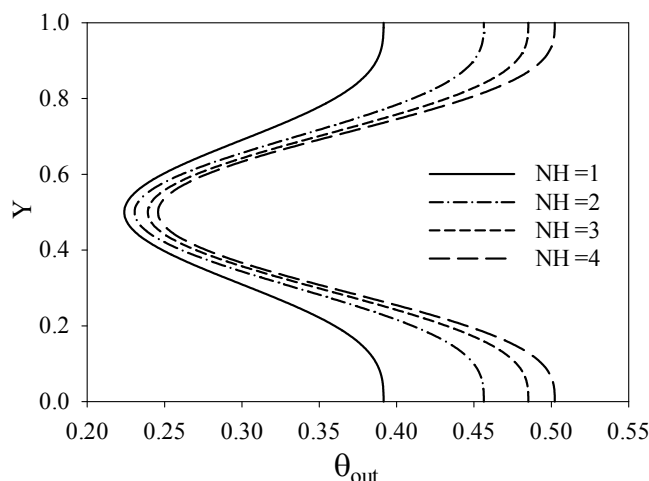
$L_2 = \frac{l_2}{h}$	$L_1 = \frac{l_1}{h}$	تعداد منابع حرارتی
۱۵	۲۰	۱
۱۰	۱۰	۲
$\frac{۲۵}{۳}$	$\frac{۲۰}{۳}$	۳
$\frac{۷}{۵}$	۵	۴

در شکل (۱۲) خطوط همدمما برای تعداد مختلف منابع حرارتی نشان داده شده است. با توجه به شکل (۱۲) دیده می‌شود که وقتی بیش از یک منبع حرارتی بر روی هر یک از دیوارهای کانال قرار دارد، با ورود جریان به ناحیه گرمایشی اول، لایه‌های مرزی حرارتی تشکیل می‌شوند. پس از اینکه جریان ناحیه گرمایشی اول را ترک می‌کند، در قسمت عایق بین دو منبع حرارتی، بین لایه‌های سیال انتقال حرارت صورت می‌گیرد و دمای سیال مجاور دیوار کاهش می‌یابد. با وارد شدن جریان به ناحیه گرمایشی دوم، لایه‌های مرزی حرارتی جدیدی شکل می‌گیرند و به همین ترتیب لایه‌های مرزی پشت سر هم تکرار می‌شوند. تشکیل لایه‌های مرزی متوالی سبب افزایش نرخ انتقال حرارت از منابع حرارتی به نانوسیال می‌شود.

شکل ۱۲ - خطوط همدمما برای نانوسیال آب-مس با  $\phi=0.03$  برای تعداد مختلف منابع حرارتی در  $Re=100$

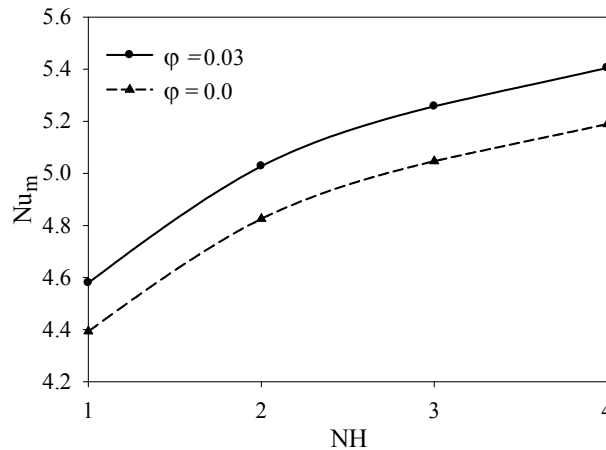


شکل ۱۳ - تغییرات دمای خط مرکزی کانال برای تعداد مختلف منابع حرارتی در  $Re=100$



شکل ۱۴ - نمودار دمای بی‌بعد در مقطع خروجی کانال برای تعداد منابع حرارتی مختلف در  $Re=100$ ،  $\phi=0.03$

همان‌طور که از شکل (۱۲) نیز پیدا است با افزایش تعداد منابع حرارتی، نانوسیال با دمای بیشتری کانال را ترک می‌کند. این موضوع در شکل‌های (۱۳) و (۱۴) که به ترتیب دمای خط مرکزی کانال و پروفیل دما در خروجی کانال را نشان می‌دهند نیز به خوبی دیده می‌شود. شکل (۱۴) نشان می‌دهد که با افزایش تعداد منابع حرارتی، افزایش دما در مجاورت دیوارهای کانال نسبت به ناحیه‌ی مرکزی کانال، بیشتر است. در شکل (۱۵) تغییرات عدد نوسلت متوسط بر حسب تعداد منابع حرارتی برای نانوسیال ( $\phi=0.03$ ) و سیال خالص برای  $Re=100$  نشان داده شده است. همان‌طور که در توضیح شکل (۱۲) بیان شد، با افزایش تعداد منابع حرارتی، به دلیل تشکیل لایه‌های مرزی متوالی، نرخ انتقال حرارت افزایش می‌یابد. در شکل (۱۵) نیز دیده می‌شود که عدد نوسلت متوسط به طور کلی با افزایش تعداد منابع حرارتی هم برای سیال خالص و هم برای نانوسیال افزایش می‌یابد. هرچقدر تعداد منابع حرارتی بیشتر شود به دلیل اینکه اختلاف دمای منابع حرارتی انتهایی با سیال مجاورشان کمتر می‌شود، شیب افزایش عدد نوسلت متوسط کاهش می‌یابد.



شکل ۱۵ - تغییرات عدد نوسلت متوسط در تعداد منابع حرارتی مختلف برای نانوسیال و آب خالص در  $Re=100$

## ۸- نتیجه‌گیری

در این مقاله جابجایی اجباری جریان آرام نانوسیال آب - مس ما بین دو صفحه تخت موازی، با منابع حرارتی متوالی دما ثابت روی دیوارها، به روش عددی بررسی شد. با حل عددی معادلات حاکم، تأثیر پارامترهای عدد رینولدز، کسر حجمی نانوذرات و تعداد منابع حرارتی بر روی میدان‌های جریان و دما و نرخ انتقال حرارت مطالعه شد. براساس نتایج بدست آمده، نتیجه‌گیری می‌شود که:

۱- با افزایش عدد رینولدز، ضخامت لایه‌های مرزی هیدرودینامیکی و حرارتی کاهش می‌یابند. کاهش ضخامت لایه‌ی مرزی حرارتی سبب افزایش گرادیان دما در مجاورت منابع حرارتی می‌شود و از این رو اعداد نوسلت موضعی و متوسط افزایش می‌یابند.

۲- با افزایش کسر حجمی نانوذرات، به دلیل افزایش ضریب هدایت حرارتی نانوسیال، نرخ انتقال حرارت افزایش می‌یابد. در اعداد رینولدز پایین، به دلیل اینکه گرادیان دما در مجاورت منابع حرارتی کم است، افزایش ضریب هدایت حرارتی نانوسیال ناشی از افزودن نانوذرات، تأثیر زیادی بر روی نرخ انتقال حرارت ندارد. در اعداد رینولدز بالا، با توجه به اینکه گرادیان دما در کنار دیوارها افزایش می‌یابد، تأثیر افزایش هدایت حرارتی ناشی از افزودن نانوذرات، بیشتر به چشم می‌آید.

۳- تقسیم یک منبع حرارتی به منابع حرارتی کوچک‌تر و توزیع آنها بر روی دیوار کانال، سبب تشکیل لایه‌های مرزی پشت سر هم می‌شود. این لایه‌های مرزی متوالی گرادیان دما روی منابع حرارتی را افزایش می‌دهند و از این رو نرخ انتقال حرارت افزایش می‌یابد.

۴- توزیع منابع حرارتی با اندازه‌های کوچک‌تر روی دیوارهای کانال نسبت به افزودن نانوذرات به سیال پایه، تأثیر بیشتری بر روی نرخ انتقال حرارت دارد. با افزودن ۴٪ حجمی نانوذرات به سیال پایه در  $Re=100$  فقط حدود ۵٪ به عدد نوسلت متوسط اضافه می‌شود، در حالی که با تقسیم یک منبع حرارتی به چهار منبع حرارتی و توزیع آنها روی دیوار کانال در همان عدد رینولدز حدود ۱۸/۲٪ به عدد نوسلت متوسط سیال خالص و نانوسیال اضافه می‌شود.

## مراجع

- [1] Santra, A.K., Sen, S., and Chakraborty, N., "Study of Heat Transfer Due to Laminar Flow of Copper/Water Nanofluid Through Two Isothermally Heated Parallel Plates", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 48, pp. 391-400, (2009).
- [2] Zeinali Heris, S., Nassan, T.H., Noie, S.H., and Sardarabadi, M., "Laminar Convective Heat Transfer of  $Al_2O_3$ /Water Nanofluid Through Square Cross-sectional Duct", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 44, No. 4, pp. 375-382, (2013).
- [3] Tahir, Sh., and Mital, M., "Numerical Investigation of Laminar Nanofluid Developing Flow and Heat Transfer in a Circular Channel", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 39, No. 9, pp. 8-12, (2012).
- [4] Akbarinia, A., and Behzadmehr, A., "Numerical Study of Laminar Mixed Convection of a Nanofluid in Horizontal Curved Tubes", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 27, pp. 1327-1337, (2007).
- [5] Mirmasoumi, S., and Behzadmehr, A., "Numerical Study of Laminar Mixed Convection of a Nanofluid in a Horizontal Tube using Two-phase Mixture Model", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 28, pp. 717-727, (2008).
- [6] Dehshiri-Parizi, A., and Salimpour, M.R., "Water/ $TiO_2$  Nanofluid Flow Heat Transfer and Pressure Drop Through Ducts with Circular, Square and Rectangular Cross-sections", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 5, pp. 377-382, (2015).
- [7] Feng, Z.Z., and Li, W., "Laminar Mixed Convection of Large-Prandtl-Number in Tube Nanofluid Flow, Part I: Experimental Study", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 65, pp. 919-927, (2013).
- [8] Akbari, M., Behzadmehr, A., and Shahraki, F., "Fully Developed Mixed Convection in Horizontal and Inclined Tubes with Uniform Heat Flux using Nanofluid", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 29, pp. 545-556, (2008).
- [9] Hosseini-pour, E., Zeinali Heris, S., and Shanbedi, M., "Experimental Investigation of Heat Transfer Coefficient and Pressure Drop of Carbon Nanotubes-water Nanofluid under Constant Heat Flux", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 13, pp. 19-26, (2014).
- [10] Fakour, M., Vahabzadeh, A., and Ganji, D.D., "Scrutiny of Mixed Convection Flow of a Nanofluid in a Vertical Channel, Modeling of Microscale Transport in Multiphase Systems", *Case Studies in Thermal Engineering*, Vol. 4, pp. 15-23, (2014).
- [11] Mansour, R.B., Galanis, N., and Nguyen, C.T., "Experimental Study of Mixed Convection with Water/ $Al_2O_3$  Nanofluid in Inclined Tube with Uniform Wall Heat Flux", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 50, pp. 403-410, (2011).

- [12] Alvarino, P.F., SaizJabardo, J.M., Arce, A., and Lamas Galdo, M.I., "A Numerical Investigation of Laminar Flow of a Water/Alumina Nanofluid", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 59, pp. 423-432, (2013).
- [13] Salimi Gachuiee, M., Peyghambarzadeh, S.M., and Hashemabadi, S.H., "Experimental Investigation of Convective Heat Transfer of  $Al_2O_3$ /Water", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 2, pp. 270-280, (2015).
- [14] Malvandi, A., and Ganji, D.D., "Effects of Nanoparticle Migration on Force Convection of Alumina/Water Nanofluid in a Cooled Parallel-plate Channel", *Advanced Powder Technology*, Vol. 84, pp. 196-206, (2014).
- [15] Kalteh, M., Abbassi, A., Saffar-Avval, M., Frijns, A., Darhuber, A., and Harting, J., "Experimental and Numerical Investigation of Nanofluid Forced Convection Inside a Wide Microchannel Heat Sink", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 36, pp. 260-268, (2012).
- [16] Ahmed, M., and Eslamian, M., "Laminar Forced Convection of a Nanofluid in a Microchannel: Effect of Flow Inertia and External Forces on Heat Transfer and Fluid Flow Characteristics", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 78, pp. 326-338, (2015).
- [17] Brinkman, H.C., "The Viscosity of Concentrated Suspension and Solution", *International Journal Chemical Physics*, Vol. 20, No. 4, pp. 571-581, (1952).
- [18] Abu-Nada, E., Masoud, Z., and Hijazi, A., "Natural Convection Heat Transfer Enhancement in Horizontal Concentric Annuli using Nanofluids", *Int. Comm. in Heat and Mass Transfer*, Vol. 35, No. 5, pp. 657-665, (2008).
- [19] Corcione, M., "Empirical Correlating Equations for Predicting the Effective Thermal Conductivity and Dynamic Viscosity of Nanofluids", *Energy Convers. Manag.*, Vol. 52, pp. 789-793, (2011).
- [20] Patankar, S.V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere, Washington, D.C, (1980).
- [21] Zeinali Heris, S., Etemad, S.Gh., and Nasr Esfahany, M., "Experimental Investigation of Oxide Nanofluids Laminar Flow Convective Heat Transfer", *Int. Comm. in Heat and Mass Transfer*, Vol. 33, pp. 529-535, (2006).

### فهرست نمادهای انگلیسی

$c_p$ : حرارت مخصوص	$\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$
$d$ : قطر	$m$
$g$ : شتاب گرانشی	$\text{ms}^{-2}$
$h$ : مقطع عرضی کانال	$m$
$H$ : مقطع عرضی بی بعد کانال	
$k$ : ضریب انتقال حرارت هدایتی	$\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$
$l$ : طول کانال	$m$
$L$ : طول بی بعد کانال	
$M$ : جرم مولکولی	$\text{grmol}^{-1}$
$N$ : عدد آووگادرو	
$NH$ : تعداد منابع حرارتی	
$Nu$ : عدد نوسلت	
$P$ : فشار	$pa$
$\bar{p}$ : فشار اصلاح شده	$pa$
$Pe$ : عدد پکله	
$Pr$ : عدد پرائتل	
$Re$ : عدد رینولدز	
$T$ : دما	$K$
$T_{fr}$ : دمای انجماد سیال پایه	$K$
$u, v$ : سرعت در راستاهای $x, y$	$\text{ms}^{-1}$
$U, V$ : سرعت بی بعد در راستاهای $X, Y$	
$u_B$ : سرعت حرکت براونی نانوذرات	$\text{ms}^{-1}$
$x, y$ : مختصات کارتیزین	$m$
$X, Y$ : مختصات بی بعد کارتیزین	

### نمادهای یونانی

$\alpha$ : ضریب پخش حرارتی	$\text{m}^2\text{s}^{-1}$
$\theta$ : دمای بی بعد	
$\kappa_b$ : ثابت استفان بولتزمن	$\text{JK}^{-1}$
$\lambda$ : ضریب انتقال حرارت جابجایی	$\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$
$\mu$ : ویسکوزیته دینامیکی	$\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$
$\nu$ : ویسکوزیته سینماتیکی	$\text{m}^2\text{s}^{-1}$



$\rho$ : چگالی  $\text{kgm}^{-3}$

$\phi$ : درصد حجمی نانوذرات

### فهرست زیرنویس‌ها

c: سرد

eff: مؤثر

h: گرم

f: سیال خالص

m: متوسط

nf: نانوسیال

out: خروجی

p: نانوذرات

Archive of SID

## Abstract

In this study, the laminar forced convection heat transfer of water-coper nanofluid is numerically investigated within a parallel plate channel. Fixed temperature heat sources with the specified sizes and distances are embedded on the walls of the channel. The entry and exit sections of the channel as well as the sections between the heat sources are thermally insulated. The fluid flow with uniform velocity and temperature enters the channel. The channel length is considered large enough, so the flow in the channel output is assumed fully developed. The aim of this research is the numerical investigation of the effects of the Reynolds number, the solid volume fraction and the number of the heat sources on the flow field and heat transfer rate.

For this purpose, the governing equations are discretized by finite difference method based on the control volume formulation and are solved using the SIMPLE algorithm. In order to validate the computer program, the results of this study have been compared with the results of the previous numerical studies. This comparison has confirmed the accuracy of the performance of the computer program. The results show that the rate of heat transfer increases by increasing the solid volume fraction and Reynolds number. The results also show that, heat transfer rate increases when the heat source is divided into smaller sections and these sections are distributed on the channel wall.

Archive of SID