

## کنترل هوشمند تیر تیموشنکو با استفاده از الگوریتم بهینه- سازی چندهدفه ازدحام ذرات و کنترلر PID مطابق با نگرش جایابی بهینه وصله‌های محرک پیزوالکتریک

امروزه اهمیت حذف ارتعاشات سازه‌های مهندسی باعث شده‌است که علم طراحی کاربردی با وسعت چشمگیری روبرو شود. نقش حذف ارتعاشات در مواد و مصالح با صرف انرژی و هزینه کمتر موضوعی است که در دهه اخیر به عنوان چالشی در مهندسی مکانیک مورد بحث و تحلیل قرار گرفته‌است. هدف، حذف ارتعاشات یا کاهش دامنه ارتعاشی در حداقل زمان می‌باشد. در این مقاله از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات چندهدفه، مکان پیزوالکتریک‌ها برای تسریع هرچه بهتر میرایی دامنه ارتعاشات استفاده می‌شود. حرکت‌های ارتعاشی سازه توسط حسگرهای پیزو حس شده و عملیات کنترلی بر مبنای آن انجام می‌شود و در نهایت برای میرانمودن، سیگنال کنترلی لازم به عملگرها ارسال خواهد شد. نتیجه این حرکت، میراشدن ارتعاشات سازه می‌باشد. سازه مورد بررسی در این پژوهش، تیر تیموشنکو با شرط مرزی یکسرگیردار، به بررسی ارتعاشی عرضی تیر تحت اثر بار خارجی اعم از نیروی عرضی و گشتاور خمشی قرار می‌گیرد. این بار خارجی تابعی از زمان بصورت پالس، ایمپالس، پله و سینوسی می‌باشد. در اینجا برای کنترل سازه از کنترلر PID استفاده شده‌است. در این کنترلر ضرایب مجهول  $K_p$ ،  $K_d$ ،  $K_i$  با استفاده از الگوریتم ازدحام ذرات چندهدفه، در اثر جستجوی در طول تیر محاسبه شده و به تعیین نقطه یا نقاطی بهینه از تیر جهت قرارگیری عملگر و حسگر پیزوالکتریک به ترتیب در بالا و پایین تیر برای میرا نمودن سازه در کمترین زمان ممکن منجر می‌شود.

مجتبی حسنلو<sup>۱</sup>

کارشناسی ارشد

احمد باقری<sup>۲</sup>

استاد

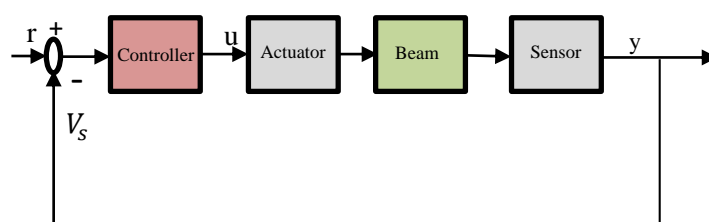
واژه های راهنما: پیزوالکتریک، میرایی ارتعاشی، سازه، الگوریتم بهینه‌سازی MOPSO، کنترلر PID.

### ۱- مقدمه

کنترل فعال ارتعاشاتی یک مساله حائز اهمیت در سازه‌ها محسوب شده و باعث تبدیل یک سازه به سازه‌ای هوشمند می‌گردد که بطور خودکار به کنترل در برابر اغتشاشات خارجی می‌پردازد. در کنترل ارتعاشات هدف کاهش پاسخ ارتعاشی سیستم است و در بسیاری از مواقع تاثیر به سزایی در پایداری و عملکرد سیستم خواهد گذاشت. کنترل فعال ارتعاشی شامل سیستمی بوده که در شکل (۱) نمایش داده شده است. صفی‌زاده و همکارانش در پژوهشی با استفاده از شاخص عملکردی گرامیان کنترل‌پذیری و استفاده از الگوریتم ژنتیک، مکان بهینه را برای یک ورق که تمام لبه‌های آن گیردار بود، تحقیق کرده‌اند.

<sup>۱</sup>نویسنده مسئول، کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان HasanluMojtaba@gmail.com

<sup>۲</sup>استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان Bagheri@guilan.ac.ir



شکل ۱- بلوک دیاگرام یک تیر هوشمند با حسگر و عملگر پیزوالکتریک

آن‌ها معادلات ساختاری ورق را بصورت تحلیلی استخراج و با معادلات تحلیلی عملگر پیزوالکتریک ادغام و معادله یک سازه هوشمند را بدست آوردند. سپس با استفاده از روش فضای حالت، سعی در مکان‌یابی بهینه سیستم خود کردند. در این روش وظیفه اصلی، کنترل‌پذیری سیستم و بیان یک ورودی کنترل بهینه می‌باشد بطوریکه با اعمال نیرو در این مکان بهینه از سازه، بتوان سیستم را میرا ساخت [۱].

یانگ و چن طی ۲ مقاله به بررسی مکان‌یابی بهینه عملگر و حسگر پیزوالکتریک بر روی یک ورق پرداختند. نظریه آنها در این مقاله‌ها این بود که برای اینکه عملکرد کنترل سیستم بالاتر رود یا به عبارتی در اثر کنترل سیستم توسط پیزوالکتریک، به میرایی ارتعاش آن ختم شود، عملگر پیزوالکتریک باید تاثیر خودش را در جهت مشخص بر ورق اعمال کند. حال نقطه یا نقاطی در یک ورق وجود دارند که با قرارگیری عملگر پیزوالکتریک، تاثیر بالقوه خود را نشان دهد و کنترل سیستم با کارایی بیشتر و موثرتری اتفاق بیفتد. آنها در مقاله [۲] از ۲ نوع الگوریتم SATSP<sup>۱</sup> و الگوریتم دیگری تحت عنوان HTTPSP<sup>۲</sup> جهت بهینه‌سازی مکان ورق استفاده نموده‌اند که نتایج استخراج‌شده از الگوریتم بهینه‌سازی SATSP از نتایج الگوریتم HTTPSP بهتر بود و در مقاله [۳] با استفاده از الگوریتم SATSP با الگوریتم GATSP<sup>۳</sup> که با بهینه‌سازی مجدد بر روی این نوع الگوریتم، نتایج بهتر و قابل ملاحظه‌ای از GATSP نسبت به SATTSP دست پیدا کردند. گوپتا و همکارانش در پژوهشی بسیار کاربردی و مفید از ۶ نوع تابع هدف جهت بهینه‌یابی مکان قرارگیری پیزوالکتریک در نقش حسگر و عملگر بر روی سازه تیر و ورق بکار بردند که این توابع هدف شامل موارد زیر است [۴]:

- ۱) بیشینه کردن نیرو یا گشتاور صادرشده از عملگر پیزوالکتریک.
- ۲) بیشینه خیز اتفاق افتاده در سازه.
- ۳) کمینه کردن تاثیر کنترلی یا بیشینه کردن انرژی اتلافی.
- ۴) بیشینه نمودن درجه کنترل‌پذیری.
- ۵) بیشینه کردن درجه مشاهده‌پذیری.
- ۶) کمینه نمودن پدیده سرریز.

<sup>1</sup> Simulated Annealing for the TSP

<sup>2</sup> Hopfield-Tank for the TSP

<sup>3</sup> Genetic Algorithm for TSP

تراجکف و نسترویچ به تحلیل مکان‌یابی براساس معیار کنترل‌پذیری و مشاهده‌پذیری پرداختند که بهینه‌سازی براساس نرم  $H_2$  و  $H_\infty$  و تابع گرامیان کنترل‌پذیری و مشاهده‌پذیری وابسته به مودهای ارتعاشی، صورت‌پذیرفت. مدل سازه با استفاده از اجزاء محدود طراحی شد و بعد از انجام فرآیند کاهش مرتبه، عملیات بهینه‌سازی روی مدل کاهش‌یافته انجام گرفت و مکان بهینه برای ورق و تیر یکسرگیردار پیشنهاد داده شد [۵]. باچمن و همکاران، تحقیقات مکان‌یابی بهینه ۲ تکه پیزوالکتریک روی یک پره توربوماشین که این پره از نوع کامپوزیت کربن/اپوکسی ساخته شده بود، انجام دادند و با استفاده از معیار افزایش انرژی پتانسیل پیزوالکتریک و سازه و افزایش ضریب میرایی کوپلینگ الکترومکانیکی، سعی در بهینه‌سازی در افزایش انرژی ذخیره شده در پیزوالکتریک در بهترین مکان ممکن از یک پره کامپوزیتی کردند [۶].

نواک و زلینسکی، روشی برای محاسبه مکان بهینه حسگر و عملگر پیزوالکتریک پیشنهاد دادند. تیر نازک، ورق نازک و پنل نازک، با شرایط مرزی مختلف، تحت ارتعاش آکوستیکی بعنوان سازه مورد آزمایش بود. روش آنالیز دینامیکی سازه بصورت تحلیلی صورت پذیرفت [۷]. روسی و همکارانش، به کنترل غیرفعال صدای پخش‌شده بر روی یک ورق آلومینومی با شرایط مرزی غیراستاندارد پرداختند و با مکان‌یابی بهینه بر روی آن، مختصاتی را برای قراردادن تکه‌های پیزوالکتریک در نظر گرفتند. بطور کل هدف، دست یافتن به بهترین کارایی این ورق در کاهش صدای پخش‌شده از آن بود [۸]. درجی و هاله، یک ورق ایزوتروپ یکسرگیردار را از طریق روش اجزاء محدود در نرم‌افزار انسیس با استفاده از المان‌های سالیید ۴۵ برای مش‌بندی ۳ بعدی و تکه‌های حسگر و عملگر پیزوالکتریک و شل ۶۳ برای مش‌بندی ۲ بعدی ورق، مدل را آماده کنترل نمودند و با استفاده از شاخص عملکردی خطی درجه ۲ (کمینه‌سازی) و الگوریتم ژنتیک در نرم‌افزار متلب<sup>۳</sup>، موفق به ارتباط همزمان این دو نرم‌افزار جهت تسریع در میرایی ارتعاشی از طریق مکان‌یابی بهینه تکه‌های پیزوالکتریک شدند و نتایج خود را به نمایش درآوردند [۹]. همچنین این دو پژوهشگر با ۱۰ تکه پیزوالکتریک بصورت حسگر و عملگر بر روی یک ورق یکسرگیردار مکان‌یابی خود را بررسی کردند. آنها از الگوریتم ژنتیک، بهینه‌سازی تابع هدف را انجام دادند.

روش مدل‌سازی منطبق بر تئوری برشی مرتبه اول بنا نهاده شد و از طریق روش اجزاء محدود و رابطه هامیلتون صورت پذیرفت. هدف آنها در مکان‌یابی بهینه، رسیدن به میرایی ۶ مود اول ارتعاشی ورق بود که آنها بصورت تحلیلی با نرم‌افزار انسیس با بکارگیری المان سالیید ۴۵ برای مش‌بندی ۳ بعدی و از المان شل ۶۳ برای مش‌بندی ۲ بعدی ورق خود استفاده و نتایج خود را با روش اجزاء محدود مقایسه نمودند. تابع هدف مورد بهینه‌سازی براساس نرم  $H_2$  اصلاح‌شده در الگوریتم ژنتیک برای یافتن مکان بهینه در نظر گرفته شد [۱۰]. زوریچ و همکارانش با استفاده از ترکیب منطق فازی و الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات تک هدفه<sup>۴</sup> سعی در بهینه‌سازی اندازه و مکان قرارگیری پیزوالکتریک بر روی تیر نازک کامپوزیتی با مدل‌سازی اجزاء محدود براساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه ۳ کردند [۱۱].

<sup>1</sup> Solid45

<sup>2</sup> Shell63

<sup>3</sup> MATLAB

<sup>4</sup> PSO (Particle Swarm Optimization)

شولز و همکارانش در سال (۲۰۱۳) از تکه‌های پیزوالکتریک برای جابجایی بهینه بر روی تیر یکسرگیردار و ورق با تکیه‌گاه ساده استفاده کردند. روش بهینه‌سازی آنها از الگوریتم باینری ژنتیک و روش کنترل بهینه درجه دوم<sup>۱</sup> بود. در این تحقیق تابع هدف بهینه‌سازی آنها براساس تابع لیاپانوف طرح‌ریزی شده بود.

طی این تحقیق آنها به این هدف رسیدند که جابجایی بهینه در چندین مود اول، که بعنوان موده‌های پرنرژی محسوب می‌شوند، می‌تواند سیستم را کنترل و سایر موده‌های ارتعاشی را پوشش دهد. متغیرهای حالت، انرژی جنبشی، انرژی کرنشی و ولتاژ ورودی عملگر در نظر گرفته شد و به نتایج قابل توجهی دست یافتند [۱۲]. چابرا و همکارانش، با استفاده از روش MCSVD<sup>۲</sup> و الگوریتم ژنتیک به جابجایی بهینه ۱۰ عملگر پیزوالکتریک بر روی ورق مربعی شکل با تکیه‌گاه ساده پرداختند و در پایان برای کنترل ارتعاشی سیستم از قانون کنترلی LQR برای بررسی عملکرد و کارایی سیستم استفاده کردند و از این طریق، ۶ مود اول ارتعاشی ورق مربعی شکل را بهینه و کنترل نمودند [۱۳].

بوتا و همکارانش، تابع هدف جدیدی را برای جابجایی بهینه پیزوالکتریک پیشنهاد نمودند که بهینه‌کردن تابع هدف، باعث میرایی چند مود ارتعاشی بطور همزمان می‌شود. سازه مورد بررسی آنها یک تیر یکسرگیردار با استفاده از تئوری اویلر-برنولی بود. آنها مدل‌سازی تیر را به دو صورت تحلیلی و عددی اجزاء محدود انجام دادند و مطابقت این ۲ روش را ارائه نمودند. همچنین در مقاله‌ای دیگر، نتایج تجربی از مکان‌یابی بهینه پیزوالکتریک بعنوان حسگر و عملگر بر روی پره‌های توربوماشین کسب نمودند. آنها یک پره توربوماشین را بصورت یک تیر یکسرگیردار فرض نموده و سپس بصورت تحلیلی نیز به حل معادله کوپل شده تیر با حسگر و عملگر پیزوالکتریک پرداختند و نتایج تئوری خود را به همراه نتایج تجربی به نمایش گذاشتند. هدف آنها کاهش ارتعاش و خستگی<sup>۳</sup> تیر بود [۱۴].

آراجو و همکارانش با استفاده از روش بهینه‌سازی DMM، مکان‌یابی بهینه پیزوالکتریک را بر روی یک ورق ساندویچی با هسته ویسکوالاستیک و رویه چند لایه‌ای انجام دادند. در اثر این تحقیق آنها توانستند با یافتن بهترین مکان، میرایی ارتعاشی ورق ساندویچی را تحلیل کنند و با آنالیز ۶ مود ارتعاشی به نتایج قابل ملاحظه‌ای دست یابند [۱۵]. ورونا و پاولتسیک، در طی ۲ مقاله جداگانه، برای یافتن مکان بهینه عملگر و حسگر پیزوالکتریک از نگرش کنترل‌پذیری جهت‌دار مکانی استفاده کردند. سازه مورد بررسی آنها ورق مستطیلی ایزوتروپ با ۴ طرف گیردار بود. آنها برای بهینه‌سازی شاخص کنترل‌پذیری از الگوریتم ممیتیک استفاده نمودند. الگوریتم ممیتیک بدلیل همگرایی سریع و حل آماری بهتر، عملکرد مناسبی را از خود بجای گذاشت [۱۶-۱۷]. در این تحقیق سازه مورد بررسی، تیر تیموشنکو در نظر گرفته شده است.

تیر تیموشنکو به دلیل در نظر گرفتن اثر برشی در هنگام تغییر شکل، مدل دقیق‌تری نسبت به تیر اویلر-برنولی از خود ارائه می‌کند. با انجام مدل‌سازی تیر یکسرگیردار با استفاده از تئوری تیموشنکو و استخراج ماتریس‌های سفتی-جرم-نیرو از طریق روش عددی المان محدود و الحاق تکه‌های حسگر و عملگر پیزوالکتریک بصورت مدل تحت عنوان PZT<sup>۴</sup> تحت ورودی متناوب و غیرمتناوب بر سازه و با توجه

<sup>1</sup> LQR (Linear Quadratic Regulator)

<sup>2</sup> Modified Control Matrix and Singular Value Decomposition

<sup>3</sup> Fatigue

<sup>4</sup> Lead Zirconate Titanate

به نگرش جایابی المان‌های پیزوالکتریک سعی در ارضا نمودن ۲ هدف توسط الگوریتم ازدحام ذرات چند هدفه<sup>۱</sup> شده است.

این اهداف عبارتند از:

#### اهداف ورودی متناوب:

۱. کمینه‌سازی بیشترین جابجایی نوک تیر
۲. کمینه‌سازی مدت زمان میرایی

#### اهداف ورودی غیر متناوب:

۱. کمینه‌سازی بیشترین جابجایی نوک تیر
  ۲. کمینه‌سازی میزان ولتاژ ورودی به عملگر پیزوالکتریک
- در پایان برای کامل‌شدن حلقه کنترلی از کنترل کننده PID نیز بکار گرفته شده است. در پایان پارامترهای بهینه شده توسط الگوریتم را بیان گردیده است.
۱. مکان بهینه حسگر و عملگر پیزوالکتریک
  ۲. پارامترهای کنترلر PID

## ۲- نوآوری پژوهش

اگر نوآوری این پژوهش به اجمال توصیف شود بطوریکه این پژوهش نسبت به پژوهش‌های قبل که توسط محققان در سراسر دنیا به انجام رسیده است بیان نمود می‌توان بصورت زیر اشاره نمود.

### ۲-۱- ورودی اغتشاش

در این پژوهش جهت اطمینان از مدل طراحی شده انواع ورودی‌های مختلف بعنوان نیروی خارجی بر نوک سازه اعمال گردیده تا از صحت مدل کنترلی اطمینان حاصل کرد.

### ۲-۲- بهینه‌سازی چندهدفه

در این مدل‌سازی از روش بهینه‌سازی هوشمند و چند هدفه استفاده شده تا بتوان اهداف بیشتری را مورد ارزیابی قرار داد و هم مدل کامل‌تری را جهت کنترل ارتعاشی ارائه نمود.

### ۲-۳- الگوریتم بهینه‌ساز

نوع الگوریتم بکارگرفته شده بدلیل ویژگی‌های منحصر به فردی که نسبت به سایر الگوریتم‌های بهینه‌ساز اعم از الگوریتم ژنتیک داراست سرعت فرآیند بهینه‌سازی را افزایش و رسیدن به یک مدل معتبر را تسریع

<sup>1</sup> MOPSO (Multi-Objective Particle Swarm Optimization)

ساخته است. حال می‌توان به مهمترین این ویژگی‌های الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات چندهدفه اشاره نمود.

- به اشتراک‌گذاری اطلاعات در بین ذرات.
- نخبه‌گرایی و حذف ذرات مغلوب.
- انتخاب بهترین تجربه گروهی.
- وجود مفاهیم تجربه شخصی و تجربه گروهی بصورت مجزا و مقایسه آنها با یکدیگر.
- حفظ تنوع در تولید جمعیت اولیه.
- جلوگیری از به دام افتادن در بهینه محلی.

## ۲-۴- حالت گذرا و مانا

از آنجایی که مدل‌سازی بر طبق معادله‌ی دیفرانسیلی درجه دو (معادله نیوتن) و بیان آن بصورت معادله فضای حالت (حوزه زمان) صورت پذیرفته، در واقع حالت گذرا و ماندگار سیستم یکجا در نظر گرفته می‌شود. بنابراین رفتار سازه هوشمند را از ابتدا تا بی‌نهایت مشاهده و تحلیل نمود (در ورودی سینوسی قابل مشاهده است).

## ۲-۵- کنترلر PID

کنترلر PID دارای ویژگی‌های منحصر به فردی در میان جمع‌کنندگی از کنترل‌کننده‌ها که تاکنون توسط محققین ارائه شده‌اند. در اینجا می‌توان گزیده‌ای از ویژگی‌های این کنترل‌کننده را اشاره کرد.

- سادگی در حجم محاسبات و نصب آن در حالت آزمایشگاهی.
- مقاوم بودن در برابر نویز و اغتشاش به سیستم.
- کاهش خطا بدلیل وجود عامل انتگرالگیر در معادله کنترلر.
- ترکیب این کنترلر به دلیل مقاوم‌بودن و سایر ویژگی‌های ذاتی با الگوریتم بهینه‌سازی هوشمندی همچون MOPSO خود می‌تواند یک اطمینان‌خاطری از کنترل سازه در برابر اغتشاشات بوجود آورد.

## ۲-۶- ترکیب ضرایب کنترلر با سایر متغیرهای طراحی

در این مقاله الگوریتم بهینه‌ساز وظیفه جستجوی بهترین مقادیر برای ضرایب کنترلر PID و سایر متغیرهای طراحی اعم از مکان قرارگیری حسگر و عملگر پیزوالکتریک جهت کمینه نمودن قیود طراحی بود.

## ۲-۷- بیان رویکرد مکان‌یابی حسگر و عملگر پیزوالکتریک

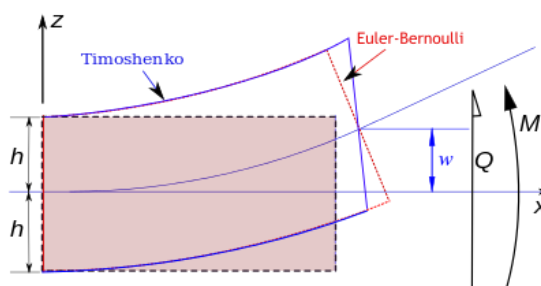
هدف کلی این پژوهش یافتن مکانی بهینه برای نصب حسگر و عملگر پیزوالکتریک جهت دستیابی به کنترل ارتعاشی سازه می‌باشد. حال رویکرد مکان‌یابی پیزوالکتریک دارای محاسن زیر برای مهار ارتعاشی سازه می‌باشد.

- مصرف کم از مواد پیزوالکتریک
- دقت بالا
- وزن کمتر
- حساسیت بیشتر
- کاهش اتلاف انرژی سازه
- کنترل تعداد ارتعاشی بیشتر سازه
- تولید نیروهای بزرگتر تا حدود ۱۰ کیلو نیوتن

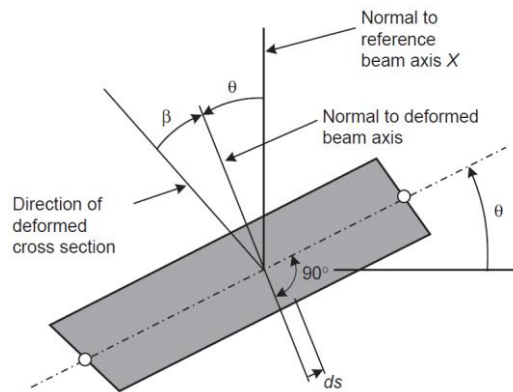
### ۳- معادلات ساختاری

سازه مورد بررسی در این مدل سازی همانند شکل (۲) یک تیر نازک یکسرگیردار است که تحت اثرات خارجی اعم از نیروی عرضی و گشتاور قرار گرفته است. تیر تیموشنکو بدلیل در نظر گرفتن اثر تنش برشی نسبت به تیر اویلر-برنولی به واقعیت نزدیک تر است. همانطور که در شکل (۲) می بینیم تیر تیموشنکو بعد از خمشی که در آن اتفاق می افتد صفحه سطح مقطع بر تار خنثی عمود باقی نمی ماند. اگر تیر شکل (۲) تحت نیرو یا گشتاور خارجی تحت راستای مشخص بصورت زیر قرار بگیرد می توان اثر برشی را دریافت نمود. برای درک بیشتر از شکل (۳) می توان بصورت زیر توجه بیشتری به تئوری تیموشنکو نمود. بنابراین شیبی در تار خنثی بوجود می آید که بر اساس شکل (۳) بصورت ۲ پارامتر  $\theta$  و  $\beta$  محسوب می شود. در ادامه خواهیم دید تنها تفاوت تیر تیموشنکو و اویلر-برنولی با یک پارامتر قابل تمیز خواهد بود. اما اگر خواهیم با استفاده از روش اجزاء محدود به توصیف عددی معادلات حرکت سیستم بپردازیم باید میدان جابجایی را بصورت زیر تعریف کنیم.

$$\begin{aligned}
 u(x, y, z, t) &= z\theta(x, t) && \text{جابجایی در راستای } x \\
 v(x, y, z, t) &= 0 && \text{جابجایی در راستای } y \\
 w(x, y, z, t) &= w(x, t) && \text{جابجایی در راستای } z
 \end{aligned}
 \tag{۱}$$



شکل ۲- تئوری تیموشنکو [۱۸]



شکل ۳- نمایش پارامترهای  $\theta$  و  $\beta$  [۲۴]

معادلات تحلیلی دینامیکی سیستم را چنین تعریف می‌کنیم:

$$A \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + q_d = \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (۲)$$

$$EI \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} - KGA \gamma_{xz} + m = \rho I \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2}$$

که تنش محوری و برشی بصورت روابط (۱) و (۲) اشاره می‌شود [۱۹-۲۰].

$$\sigma_{xz} = K \left[ \frac{\partial w}{\partial x} + \theta \right] \quad (۱)$$

$$\sigma_{xx} = Ez \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (۲)$$

اگر انرژی جنبشی و انرژی کرنشی و کار مجازی را برای یک المان از تیر در نظر بگیریم به معادله زیر

می‌رسیم:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L \begin{bmatrix} \frac{\partial \theta}{\partial x} \\ \frac{\partial w}{\partial x} + \theta \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} EI & 0 \\ 0 & KAG \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \theta}{\partial x} \\ \frac{\partial w}{\partial x} + \theta \end{bmatrix} dx \quad (۴)$$

T

$$= \frac{1}{2} \int_0^L \begin{bmatrix} \frac{\partial w}{\partial t} \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \rho A & 0 \\ 0 & \rho I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial w}{\partial t} \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} \end{bmatrix} dx \quad (۵)$$

$W_e$

$$= \int_0^L [w]^T [q_d] dx \quad (۶)$$

حال با استفاده از رابطه هامیلتون، تلاش به بدست آوردن ماتریس جرم و سفتی و دمپینگ سیستم می‌نماییم.

$$\delta \Pi = \int_{t_1}^{t_2} (\delta U - \delta T - \delta W_e) dt = 0 \quad (۷)$$



در اجزاء محدود روش‌های مختلفی برای توصیف هر المان با استفاده از توابع شکل وجود دارد. برای یک المان فرضی همانند شکل (۴) از یک المان ۲ گره‌ای در ابتدا و انتهای المان که هر گره ۲ درجه آزادی اعم از دورانی و انتقالی (عرضی) برخوردار است، منظور شده است. حال تابع شکل برای یک المان بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$w(x, t) = [N_w][q] \quad (۸)$$

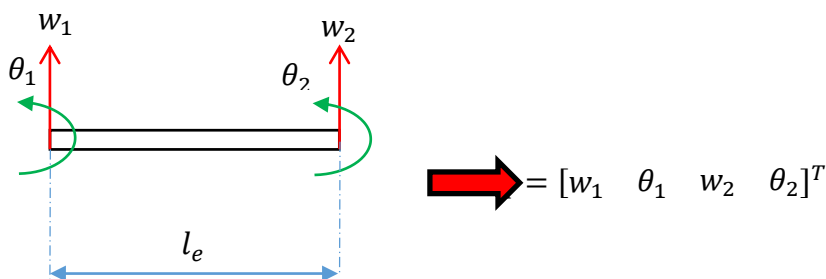
$$w'(x, t) = [N_\theta][q] \quad (۹)$$

$$w''(x, t) = [N_a][q] \quad (۱۰)$$

$$\dot{w}(x, t) = [N_w][\dot{q}] \quad (۱۱)$$

که  $q$  بردار جابجایی برای گره‌های یک المان با توجه به شکل (۴) تعریف می‌شود. هر کدام از ضرایب  $q$  ماتریس‌های تابع شکل هستند که کاملاً منطبق بر شرایط مرزی تیر یکسرگیردار می‌باشند [۱۱]. بنابراین داریم:

$$[N_w]^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{1+\varphi} \left\{ 2 \left( \frac{x}{L} \right)^3 - 3 \left( \frac{x}{L} \right)^2 - \varphi \left( \frac{x}{L} \right) + 1 + \varphi \right\} \\ \frac{1}{1+\varphi} \left\{ \left( \frac{x}{L} \right)^3 - \left( 2 + \frac{\varphi}{2} \right) \left( \frac{x}{L} \right)^2 - \left( 1 + \frac{\varphi}{2} \right) \left( \frac{x}{L} \right) \right\} \\ \frac{-1}{1+\varphi} \left\{ 2 \left( \frac{x}{L} \right)^3 - 3 \left( \frac{x}{L} \right)^2 - \varphi \left( \frac{x}{L} \right) \right\} \\ \frac{1}{1+\varphi} \left\{ \left( \frac{x}{L} \right)^3 - \left( 1 - \frac{\varphi}{2} \right) \left( \frac{x}{L} \right)^2 - \frac{\varphi}{2} \left( \frac{x}{L} \right) \right\} \end{bmatrix} \quad (۱۲)$$



شکل ۴- المان تیر

$$[N_\theta]^T = \begin{bmatrix} \frac{6}{(1+\varphi)L} \left\{ \left(\frac{x}{L}\right)^2 - \left(\frac{x}{L}\right) \right\} \\ \frac{1}{(1+\varphi)} \left\{ 3 \left(\frac{x}{L}\right)^2 - (4+\varphi) \left(\frac{x}{L}\right) + 1 + \varphi \right\} \\ \frac{-6}{(1+\varphi)L} \left\{ \left(\frac{x}{L}\right)^2 - \left(\frac{x}{L}\right) \right\} \\ \frac{1}{(1+\varphi)} \left\{ 3 \left(\frac{x}{L}\right)^2 - (2-\varphi) \left(\frac{x}{L}\right) \right\} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$[N_a]^T = \begin{bmatrix} \frac{6}{(1+\varphi)L} \left\{ 2 \frac{x}{L^2} - \frac{1}{L} \right\} \\ \frac{1}{(1+\varphi)L} \left\{ \frac{6x}{L} - (4+\varphi) \right\} \\ \frac{-6}{(1+\varphi)L} \left\{ 2 \frac{x}{L^2} - \frac{1}{L} \right\} \\ \frac{1}{(1+\varphi)L} \left\{ 6 \frac{x}{L^2} - \left(\frac{2-\varphi}{L}\right) \right\} \end{bmatrix} \quad (14)$$

همانطور که قبلا به آن اشاره شد تنها وجه تمایز تیر تیموشنکو با تیر اویلر - برنولی در پارامتر زیر است.

$$\varphi = \frac{24}{L^2} \left( \frac{1}{KA} \right) (1 + \nu) \quad (15)$$

حال به استخراج ماتریس جرم و سفتی از رابطه (۱۲) و (۱۳) می پردازیم.

$$[M]^{beam} = \int_0^L \begin{bmatrix} [N_w] \\ [N_\theta] \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \rho A & 0 \\ 0 & \rho I_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [N_w] \\ [N_\theta] \end{bmatrix} dx \quad (16)$$

از آنجایی که هر گره در یک المان دارای ۲ درجه آزادی بصورت حرکت انتقالی (عرضی) و حرکت دورانی می باشد، ماتریس جرم شامل ۲ بخش بوده که  $[M_{pl}]$  مربوط به حرکت انتقالی و  $[M_{pa}]$  مربوط به حرکت دورانی است.

$$M^{beam} = [M_{\rho A}] + [M_{\rho I}] \quad (17)$$

برای یافتن ماتریس‌های جرم و سفتی پیزوالکتریک دقیقا مشابه قبل هر المان از یک تکه پیزوالکتریک را با ۲ گره که هر گره ۲ درجه آزادی برخوردار است و همانند شکل (۵) در نظر گرفته می شود همانند بنابراین داریم:

$$[M^{piezo}] = [M_{\rho piezo A}] + [M_{\rho piezo I}] \quad (18)$$

رابطه (۴) که مربوط به انرژی کرنشی است که سختی سیستم از آن بدست می آید.

$$[K^{beam}] = \int_0^L \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} [N_\theta] \\ [N_\theta] + \frac{\partial}{\partial x} [N_w] \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} EI & 0 \\ 0 & KGA \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} [N_\theta] \\ [N_\theta] + \frac{\partial}{\partial x} [N_w] \end{bmatrix} dx \quad (19)$$

در نهایت از رابطه کار مجازی (۶) می توان ماتریس نیروی خارجی به سیستم را بدست آورد که به این نتیجه می رسیم:

$$[F] = \int_0^L \begin{bmatrix} [N_w] \\ [N_\theta] \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} q_d \\ m \end{bmatrix} dx \quad (20)$$

حال برای توصیف یک سازه هوشمند باید پیزوالکتریک را با سازه ترکیب نموده و بدین صورت که ماتریس جرم و سفتی مونتاژ شده تیر را با ماتریس جرم و سفتی پیزوالکتریک ترکیب کنیم. بنابراین داریم:

$$[K_{smart}] = [K^{beam}] + [K^{piezo}] \quad (21)$$

$$[M_{smart}] = [M^{beam}] + [M^{piezo}] \quad (22)$$

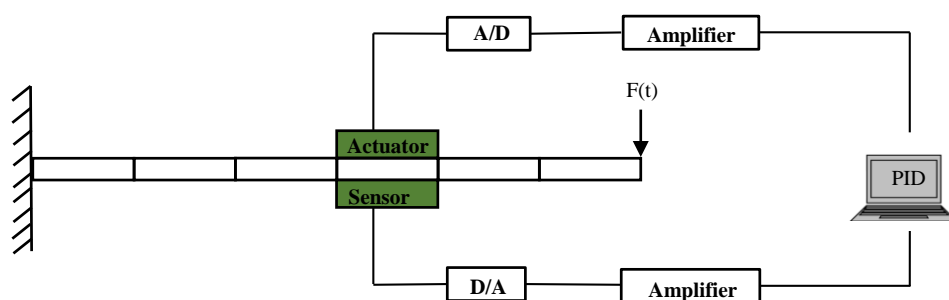
$$[C_{smart}] = \alpha [M_{smart}] + \beta [K_{smart}] \quad (23)$$

که ضرایب  $\alpha$  و  $\beta$  از طریق روش ریلی قابل دستیابی می باشند.

#### ۴- مدل الکترومکانیکی پیزوالکتریک

یک تیر یکسرگیردار را همانند شکل (۵) از طریق مفاهیم اجزاء محدود به گره ها یا شبکه هایی تقسیم می کنیم. هر چقدر تعداد گره ها بیشتر باشد، حجم محاسبات و آنالیز طراحی دقت بیشتری به همراه خواهد داشت. قرار است عملگر و حسگر پیزوالکتریک را به ترتیب در بالا و پایین تیر روی یکی از المان های تقسیم شده تیر قرار دهیم. مکانیزم کاری تکه های پیزوالکتریک بدین صورت است که ارتعاش و جابجایی عرضی و دورانی هر المانی که حسگر پیزوالکتریک روی آن نصب است حس شده و با استفاده از رابطه (۲۴) آن را به جریان الکتریکی تبدیل می کند.

$$i(t) = z e_{31} b \int_0^{l_p} N_a^T dx \dot{q} \quad (24)$$



شکل ۵- مدل الکترومکانیکی تیر هوشمند

آنگاه با ضرب جریان الکتریکی در پارامتر  $G_c$  که بیانگر مقاومت الکتریکی در طول مسیر سیگنال از حسگر به کنترلر، ولتاژ ارسالی به عملگر پیزوالکتریک بدست می‌آید.

$$V_{sensor}(t) = G_c i(t) \quad (25)$$

اما مهمترین بخش در این تحقیق در واقع طراحی بهترین بهره کنترلر می‌باشد که در اینجا بهره‌های کنترلی ضرایب کنترلر PID می‌باشد که از طریق الگوریتم بهینه‌سازی چند هدفه استخراج می‌شود. حال کنترلر PID بهترین دستور را از جنس ولتاژ به عملگر پیزوالکتریک از طریق رابطه (۲۶) بر تیر اعمال نموده تا به میرایی ارتعاشی سیستم ختم شود. نیروی کنترلی که در واقع عملگر پیزوالکتریک باید بر تیر اعمال کند بصورت زیر تعریف می‌شود [۲۶].

$$V_{actuator}(t) = K_c V_{sensor}(t) \quad (26)$$

$$f_{control} = E_{piezo} d_{31} b \bar{z} \int_0^{l_{piezo}} N_{\theta}^T dx \quad (27)$$

## ۵- مدل فضای حالت

در توصیف دینامیک سیستم‌های پیوسته از قانون دوم نیوتن با رابطه نام‌آشنای (۲۸) مواجه می‌شویم. نکته قابل توجه این است که هرکدام از ضرایب در این معادله بیانگر ماتریس مربع با مرتبه یکسان می‌باشند و در واقع همان ماتریس‌های سفتی و جرم و دمپینگ ترکیب‌شده سازه با پیزوالکتریک است.

$$M_{smart} \ddot{q} + C_{smart} \dot{q} + K_{smart} q = f_{total} \quad (28)$$

اما نیروی تحریک کلی یا  $f_{total}$  از دو بخش تشکیل شده‌است. یک نیروی تحریک از سوی نیروی خارجی و دیگری نیرویی است که از سوی عملگر بر سازه اعمال و از جابجایی ناخواسته جلوگیری می‌شود، پس می‌توان  $f_{total}$  چنین بیان کرد:

$$f_{total} = f_{external} + f_{control} \quad (29)$$

یکی از روش‌های طراحی کنترلی سیستم‌ها توصیف براساس فضای حالت سیستم می‌باشد. حال اگر معادله دینامیکی سیستم (۲۸) را براساس فضای حالت بصورت معادله‌ی (۳۰) بیان شود:

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t) + Er(t) \quad (30)$$

$$y = Cx(t) + Du(t)$$

$x$  متغیر حالت و  $y$  خروجی سیستم محسوب می‌شود. روش فضای حالت چنین بیان می‌شود که معادله دینامیکی مرتبه  $n$  را به  $n$  معادله مرتبه اول تبدیل می‌کند. تمام شبیه‌سازی سیستم براساس فضای حالت انجام پذیرفته است.

$$A = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -\left[\frac{K_{\text{smart}}}{M_{\text{smart}}}\right] & -\left[\frac{C_{\text{smart}}}{M_{\text{smart}}}\right] \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} [0] \\ \left[\frac{f_{\text{control}}}{M_{\text{smart}}}\right] \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} [0] \\ \left[\frac{f_{\text{external}}}{M_{\text{smart}}}\right] \end{bmatrix}$$

$$D = [0] \quad C = [I] \quad (31)$$

## ۶- طراحی کنترلر PID

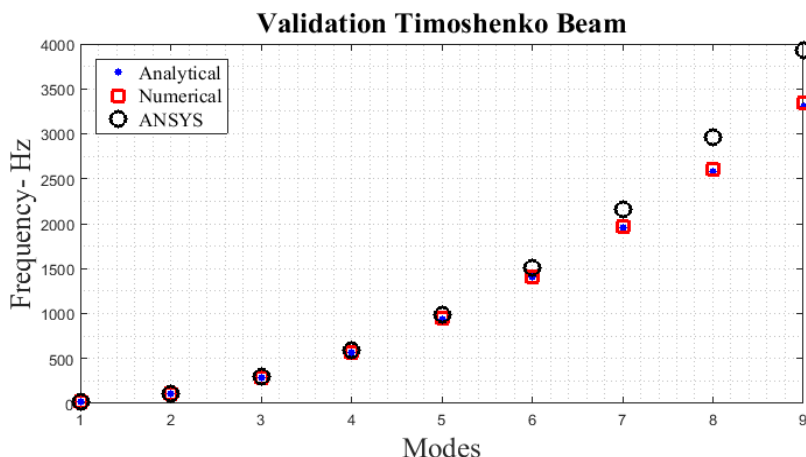
در این قسمت طراحی کنترل کننده PID با ضرایب متغیر انجام شده است. ضرایب کنترل کننده با استفاده از الگوریتم بهینه سازی چندهدفه ازدحام ذرات در بازه‌ی کاری حسگر و عملگر پیزوالکتریک و محدوده‌ی امکان پذیر از لحاظ توانایی ذاتی کنترلر در حالت واقعیت تنظیم می گردند.

## ۷- بهینه سازی در پژوهش

۱. ابتدا تیر یکسرگیردار مطابق با تئوری تیموشنکو بطوریکه که هر گره از یک المان تیر دارای ۲ درجه آزادی (حرکت دورانی- حرکت انتقالی عرضی) باشد، مدل سازی شود.
۲. تیر به ۲۰ المان مساوی تقسیم می شود. تقسیم تیر به ۲۰ المان بعنوان نمونه به این تعداد تقسیم گردیده است و بالطبع تقسیم تیر به تعداد بیشتر المان دقت محاسبات نسبت به محاسبات انجام گرفته بیشتر می باشد و زمان بیشتری برای حل مساله باید صرف نمود.
۳. اندازه طولی هر المان حسگر و عملگر پیزوالکتریک که به ترتیب در پایین و بالای تیر قرار می دهیم با هم برابر فرض شوند.
۴. متغیرهای طراحی را در تابع هزینه مشخص می کنیم.  
 تعداد المان های پیزوالکتریک در محدوده‌ی [۱,۱۰] در نظر می گیریم.  
 مکان قرارگیری این تعداد المان پیزوالکتریک بصورت شماره المان تیر که بصورت [۱,۲۰] به الگوریتم شناخته می شود.
۵. در تابع هزینه اهداف زیر را مدنظر قرار داده می شود.
  - کمینه نمودن زمان میرایی
  - کمینه نمودن جابجایی عرضی نوک تیر
  - کمینه نمودن میزان ولتاژ ورودی به عملگر پیزوالکتریک
۶. انجام فرآیند بهینه سازی توسط الگوریتم MOPSO و پیشنهاد مکان قرارگیری حسگر و عملگر جهت نصب آنها و مدل سازی یک سازه هوشمند براساس روش المان محدود و شبیه سازی سازه هوشمند در اثر ورودی موردنظر و در صورتی که به اهداف موردنظر دست یافت و یا به عبارتی قیود موردنظر ارضا گردیدند سازه هوشمند بعنوان مدل بهینه انتخاب می گردد.
۷. استخراج و ارائه نتایج.

## ۸- نمایش نتایج شبیه‌سازی

جهت اطمینان از مدل طراحی شده فرکانس‌های طبیعی ۹ مود ارتعاشی اول سیستم در سه روش تحلیلی و المان محدود و مدل ساخته شده در نرم افزار ANSYS می‌توان دریافت که روش المان محدود از دقت و صحت کافی برای نتیجه‌گیری و تصمیم در مدل کنترلی برخوردار است.



شکل ۶- صحت سنجی فرکانس‌های طبیعی روش اجزا محدود با مدل ANSYS و روش تحلیلی

### جدول ۱- مقادیر فرکانس‌های طبیعی از روش تحلیلی و المان محدود و نرم افزار ANSYS

فرکانس طبیعی (هرتز)

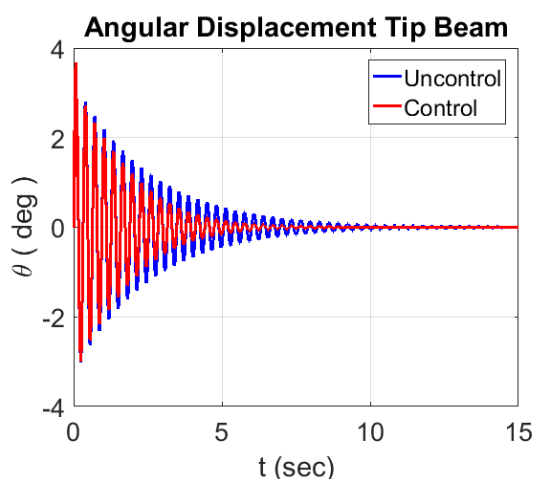
| روش تحلیلی | روش المان محدود | ANSYS   |
|------------|-----------------|---------|
| ۱۶۷/۰۶     | ۱۶۶/۹۹۶         | ۱۶۶/۹۹۸ |
| ۱۰۴/۶۹۹    | ۱۰۴/۵۷۲         | ۱۰۵/۰۱  |
| ۲۹۲/۷۵۱    | ۲۹۲/۵۲۸         | ۲۹۶/۲۶  |
| ۵۷۲/۱۸۶    | ۵۷۲/۴۶۷         | ۵۸۷/۶۵  |
| ۹۴۲/۵۱۲    | ۹۴۴/۷۳۶         | ۹۸۷/۵۹  |
| ۱۴۰۲/۱۱۲   | ۱۴۰۸/۴۹۸        | ۱۵۰۶/۴  |
| ۱۹۴۹/۷۰۳   | ۱۹۶۲/۹۷۴        | ۲۱۵۷/۴  |
| ۲۵۸۴/۲۵۶   | ۲۶۰۷/۳۱۷        | ۲۹۵۷/۵  |
| ۳۳۰۴/۵۶۷   | ۳۳۴۰/۹۶۵        | ۳۹۲۶/۸  |

### ۸-۱- ورودی پله

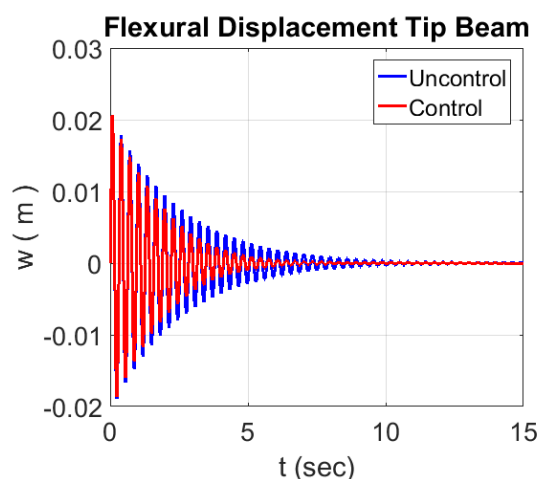
در این ورودی حسگر و عملگر در المان ۱۳ تیر قرار گرفته‌اند. المان ۱۳ از طرف تکیه‌گاه بعنوان نقطه کشف شده توسط الگوریتم بهینه‌ساز است بنابراین داریم.

### ۸-۲- ورودی ایمپالس

المان کشف شده بعنوان مکان بهینه برای قرارگیری حسگر و عملگر پیزوالکتریک توسط الگوریتم بهینه‌ساز المان ۱۷ تیر می‌باشد. نتایج بدست‌آمده به شرح زیر است.



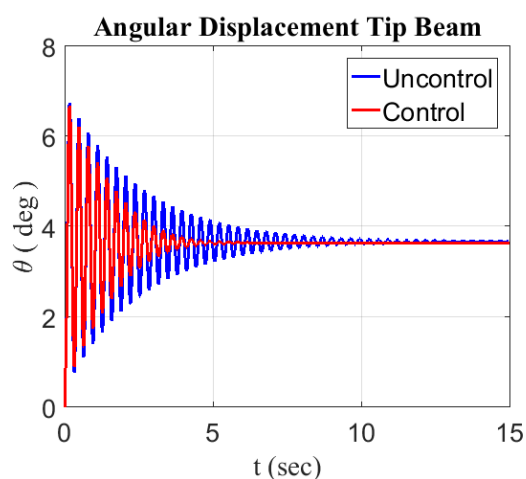
شکل ۸- جابجایی دورانی نوک تیر برای ورودی پله



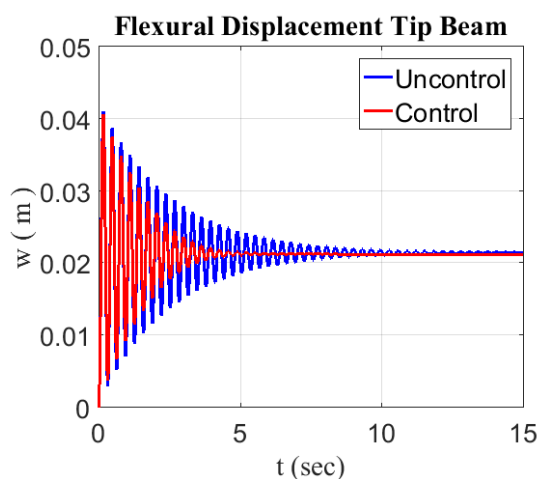
شکل ۷- جابجایی عرضی نوک تیر برای ورودی پله

جدول ۲- مقادیر بهینه شده برای ورودی پله

| پارامترهای بهینه |                 |                     |             |
|------------------|-----------------|---------------------|-------------|
| ضرایب PID        | ماکزیمم جابجایی | ماکزیمم زمان میرایی | المان بهینه |
| $K_p$            | ۱۲۵/۷۵۲۲        |                     |             |
| $K_i$            | ۶۷۴/۳۵۳۱        | ۰/۰۰۰۰۸۹            | ۱۳          |
| $K_d$            | ۶۸۰/۶۳۱         |                     |             |



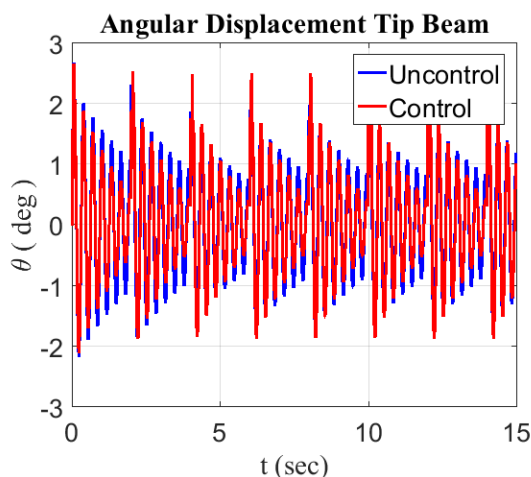
شکل ۱۰- جابجایی دورانی نوک تیر برای ورودی ایمپالس



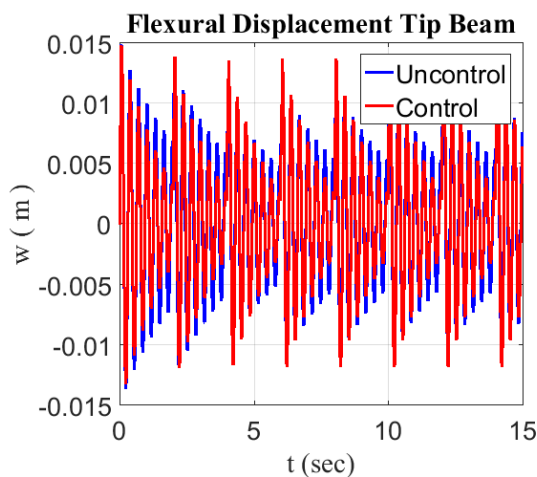
شکل ۹- جابجایی عرضی نوک تیر برای ورودی ایمپالس

جدول ۳- مقادیر بهینه شده برای ورودی ایمپالس

| پارامترهای بهینه |                       |                             |             |
|------------------|-----------------------|-----------------------------|-------------|
| ضرایب PID        | ماکزیمم جابجایی (متر) | ماکزیمم زمان میرایی (ثانیه) | المان بهینه |
| $K_p$            | ۴۶۶/۱۷۸۹              |                             |             |
| $K_i$            | ۳۷۲/۱۸۶۹              | ۰/۰۴                        | ۰/۸۳۷۶۸     |
| $K_d$            | ۸۳/۹۳۸۵۸              |                             | ۱۷          |



شکل ۱۲- جابجایی دورانی نوک تیر برای ورودی پالس



شکل ۱۱- جابجایی عرضی نوک تیر برای ورودی پالس

جدول ۴- مقادیر بهینه شده برای ورودی پالس

| پارامترهای بهینه |                       |                     |             |
|------------------|-----------------------|---------------------|-------------|
| ضرایب PID        | ماکزیمم جابجایی (متر) | ماکزیمم ولتاژ (ولت) | المان بهینه |
| $K_p$            | ۷۱۵۵۶/۷۵۲             |                     |             |
| $K_i$            | ۵۰۵۴۳/۶۹۰             | ۰/۰۱۴۸۴۲۱           | ۱۵۰         |
| $K_d$            | ۴۷۶۳۷/۷۴۹             |                     | ۱۹          |

### ۳-۸- ورودی پالس

المان ۱۹ برای مکان بهینه تکه های حسگر و کارانداز پیزوالکتریک کشف شده است که نتایج آن به قرار زیر است.

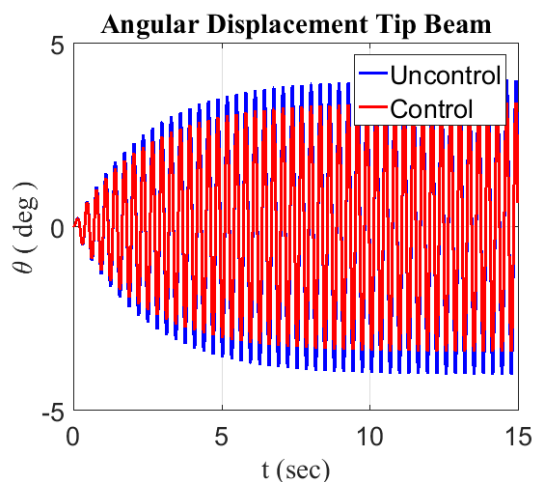
### ۴-۸- ورودی سینوسی

برای اثر جابجایی بهینه توسط الگوریتم MOPSO المان ۱۳ تیر به عنوان محل قرارگیری حسگر و عملگر پیزوالکتریک کشف گردیده است. نتایج بصورت زیر است.

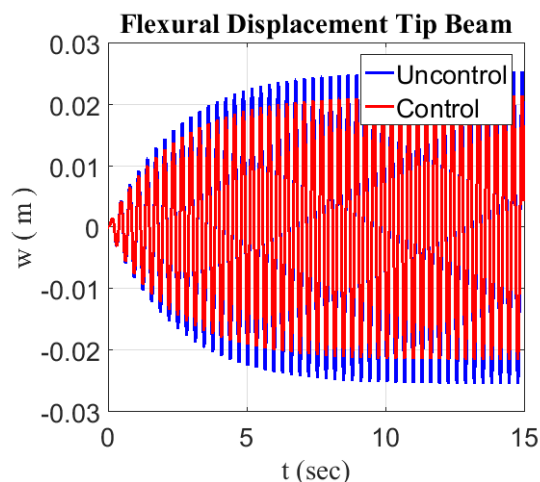


## ۸-۵- ورودی نویز سفید

المان ۱۶ تیر در ورودی نویز سفید بعنوان محل بهینه تکه‌های پیزوالکتریک مدنظر شده است که نتایج آن به صورت زیر قابل ارائه است.



شکل ۱۴- جابجایی دورانی نوک تیر برای ورودی سینوسی



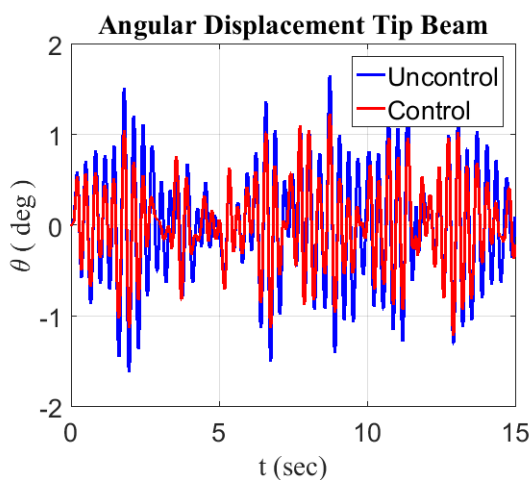
شکل ۱۳- جابجایی عرضی نوک تیر برای ورودی

سینوسی

جدول ۵- مقادیر بهینه شده برای ورودی سینوسی

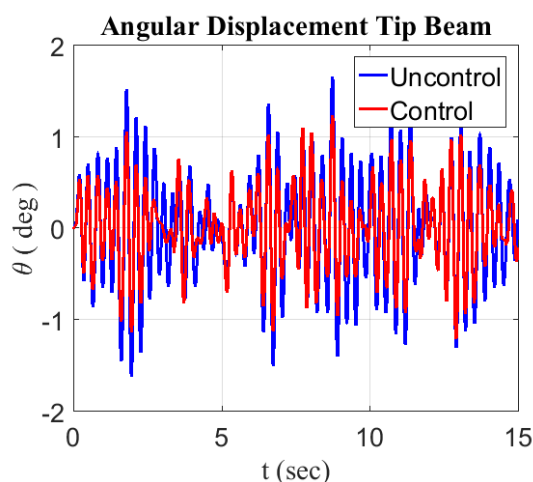
## پارامترهای بهینه

|       | ضرایب PID | ماکزیمم جابجایی (متر) | ماکزیمم ولتاژ (ولت) | المان بهینه |
|-------|-----------|-----------------------|---------------------|-------------|
| $K_p$ | ۱۰۶/۵۶۵   |                       |                     |             |
| $K_i$ | ۲۸۵/۷۱۳۲  | ۰/۰۱۸۹۴۹۲             | ۱۵۰                 | ۱۳          |
| $K_d$ | ۵۵۱/۴۱۲۷  |                       |                     |             |



شکل ۱۶- جابجایی دورانی نوک تیر برای ورودی نویز

سفید



شکل ۱۵- جابجایی عرضی نوک تیر برای ورودی نویز

سفید

جدول ۶- مقادیر بهینه شده برای ورودی نویز سفید

| پارامترهای بهینه |                       |                    |             |
|------------------|-----------------------|--------------------|-------------|
| PID ضرایب        | ماکزیمم جابجایی (متر) | ماکزیمم ولتاژ(ولت) | المان بهینه |
| $K_p$ ۷۹۹۹۵/۰۸۹۵ |                       |                    |             |
| $K_i$ ۴۴۴۸/۱۲۷۳  | ۰/۰۰۷۶۶۹۲۰۳           | ۱۵۰                | ۱۶          |
| $K_d$ ۱۲۰۰۰/۸۰۳۱ |                       |                    |             |

۹- نتیجه‌گیری

در این پژوهش سعی شده است که یک مدل تیر یکسرگیردار در اثر تحریکات خارجی توسط پیزوالکتریک بطور خودکار کنترل و میرایی ارتعاشی درسیستم صورت پذیرد. به دلیل کاربرد گسترده صنعتی کنترلر PID و با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی MOPSO به طور هوشمندانه کنترل تیر اتفاق پذیرفته است. با استفاده از روش المان محدود معادلات سیستم در نرم افزار محاسباتی متلب طرح‌ریزی شده و سپس با نصب کنترلر PID سیستم را بطور کاملا مشهود در محدوده جابجایی واقعی و امکان‌پذیر میرا نمود. در اینجا سعی شده سیستم را با انواع ورودی ها مختلف تحریک نمود تا صحت طراحی کنترلر PID قابل اطمینان باشد.

مراجع

- [1] Safizadeh, M.R., MatDarus, I.Z., and Mailah, M., "Optimal Placement of Piezoelectric Actuator for Active Vibration Control of Flexible Plate", International Conference on Intelligent and Advanced Systems (IEEE), DOI: 10.1109/ICIAS.2010.5716168, (2010).
- [2] Yang, J.Y., and Chen, G.P., "Actuator Placement and Configuration Direct Optimization in Plate Structure Vibration Control System", International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation (IEEE), doi:10.1109/icmtma.2010.52, (2010).
- [3] Yang, J., and Chen, G., "Optimal Placement and Configuration Direction of Actuators in Plate Structure Vibration Control System", 2nd International Asia Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics (IEEE), Vol. 1, pp. 124-128, (2010).
- [4] Gupta, V., Sharma, M., and Thakur, N., "Optimization Criteria for Optimal Placement of Piezoelectric Sensors and Actuators on a Smart Structure: A Technical Review, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 21, doi: 10.1177/1045389x10381659, (2010).
- [5] Trajkov, M., and Nestorvic, T., "Optimal Placement of Piezoelectric Actuators and Sensors for Smart Structures", 15th International Conference on Experimental Mechanics, Faculty of Engineering, University of Porto, Porto/Portugal, Vol. 2716, pp. 1-3, (2012).

- [6] Bachmann, F., Bergamini, A.E., and Ermanni, P., "Optimum Piezoelectric Patch Positioning: A Strain Energy-Based Finite Element Approach", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* Vol. 21, DOI: 10.1177/1045389X10381659, (2012).
- [7] Nowak, L., and T.G.Zielinski, T., "Determining the Optimal Locations of Piezoelectric Transducers for Vibroacoustic Control of Structures with General Boundary Conditions", *Institute of Fundamental Technological Research, and Polish Academy of Sciences ul.Pawinskiego 5B, Vol. 15, pp. 163-170, 02-106 Warsaw, Poland, (2012).*
- [8] Rosi, G., Paccapeli, R., Ollivier, F., and Pouget, J., "Optimization of Piezoelectric Patches Positioning for Passive Sound Vibration Control of Plates, Vol. 199, Issue. 5, pp. 658-673, doi: <http://doi.org/10.1177/1045389x12447985>.
- [9] Daraji, A.H., and Hale, J.M., "The Effect of Symmetry on Optimal Transducer Location for Active Vibration Control", *Proceedings of the ASME 2012 International Design Engineering Technical Conference & Computers and Information in Engineering Conference IDETC/CIE 2012, No. DETC2012-70204, pp. 1115-1128, doi: 10.1115/DETC2012-70204. Chicago. IL, USA, August (2012).*
- [10] Hale, J.M., and Daraji, A.H., "Optimal Placement of Sensors and Actuators for Active Vibration Reduction of a Flexible Structure using a Genetic Algorithm Based on Modified  $H_{\infty}$ , *Modern Practice in Stress and Vibration Analysis*", *Journal of Physics, Conference Series* Vol. 382, Conf. 1, (2012).
- [11] Zoric, N.D., Simonovic, A.M., Mitrovic, Z.S., and Stuper, S.N., "Multi-objective Fuzzy Optimization of Sizing and Location of Piezoelectric Actuators and Sensors, *FME Transactions*, Vol. 40, pp. 1-9, (2012).
- [12] Schulz, S.L., Gomes, H.M., and Awruch, A.M., "Optimal Discrete Piezoelectric Patch Allocation on Composite Structures for Vibration Control Based on GA and Modal-LQR, *Computers and Structures*, Vol. 128, pp. 101-115, (2013).
- [13] Chhabra, D., Bhushan, G., and Chandra, P., "Optimal Placement of Piezoelectric Actuators on Plate Structures for Active Vibration Control using Modified Control Matrix and Singular Value Decomposition Approach", *International Journal of Mechanical, Industrial Science and Engineering*, Vol. 7, No. 3, pp. 101-115, (2013).
- [14] Botta, F., Dini, D., Schwingshackl, C., Mare, L.D., and Cerri, G., "Optimal Placement of Piezoelectric Plates to Control Multimode Vibrations of a Beam, *Advances in Acoustics and Vibration*, Vol. 2013, Article ID905160, 8 Pages, doi: <http://dx.doi.org/10.1155/20131905160>.
- [15] Araujo, A.L., Madeira, J.F.A., Soares, C.M.M., and Soares, C.A.M., "Optimal Design for Active Damping in Sandwich Structures using the Direct Multi Search Method", *Composite Structures*, No. 105, pp. 2-34, (2013).
- [16] Wrona, S., and Pawelczyk, M., "Controllability Oriented Placement of Actuators for Active Noise Vibration Control of Rectangular Plate using a Memetic Algorithm", *Archive of Acoustics*, Vol. 38, No. 4, pp. 529-526, (2013).

- [17] Worna, S., and Pawelczyk, M., "Application of a Memetic Algorithm to Placement to Placement of Sensors for Active Noise Vibration Control", *Mechanic and Control*, Vol. 32, No. 3, (2013).
- [18] [https://en.wikipedia.org/wiki/Timoshenko\\_beam\\_theory](https://en.wikipedia.org/wiki/Timoshenko_beam_theory).
- [19] <http://nobacks.com/airplane-twenty-nine>.
- [20] <https://en.wikipedia.org/wiki/Bending>.
- [21] [https://en.wikipedia.org/wiki/Timoshenko\\_beam\\_theory](https://en.wikipedia.org/wiki/Timoshenko_beam_theory).
- [22] [https://en.wikiversity.org/wiki/Nonlinear\\_finite\\_elements/Timoshenko\\_beams](https://en.wikiversity.org/wiki/Nonlinear_finite_elements/Timoshenko_beams).
- [23] Manjunath, T.C., and Bandyopadhyay, B., "Vibration Control of Timoshenko Smart Structure using Multirate Output Feedback Based Discrete Sliding Mode Control for SISO Systems, *Journal Sound and Vibration*, Vol. 326, pp. 50-74, (2009).

### فهرست نمادهای انگلیسی

|               |                                       |
|---------------|---------------------------------------|
| $a_i$         | : ضرایب مجهول معادله جابجایی عرضی     |
| $A_b$         | : مساحت مقطع تیر                      |
| $A_p$         | : مساحت مقطع تکه پیزوالکتریک          |
| $A, B, \dots$ | : ماتریس‌های فضای حالت                |
| $b$           | : پهنا تیر                            |
| $b_j$         | : ضرایب مجهول معادله جابجایی دورانی   |
| $d_{31}$      | : ثابت کرنشی پیزوالکتریک              |
| $e_{31}$      | : نسبت تنش به بارالکتریکی پیزوالکتریک |
| $g_{31}$      | : ثابت تنشی پیزوالکتریک               |
| $E$           | : ماتریس کوپلینگ تیر و پیزوالکتریک    |
| $E_b$         | : مدول الاستیسیته تیر                 |
| $E_p$         | : مدول الاستیسیته پیزوالکتریک         |
| $f_{ext}$     | : نیروی خارجی                         |
| $f_{ctrl}$    | : نیروی کنترلی                        |
| $F$           | : بردار نیرو در هر المان تیر          |
| $G$           | : مدول برشی                           |
| $G_C$         | : مقاومت الکتریکی بین حسگر و کنترلر   |
| $h$           | : ماتریس مربوط به خصوصیات عملگر       |
| $i(t)$        | : جریان الکتریکی                      |

|                                 |   |              |
|---------------------------------|---|--------------|
| ممان اینرسی                     | : | $I$          |
| ضریب برشی                       | : | $K$          |
| بهره کنترلر                     | : | $K_c$        |
| ماتریس سفتی تیر                 | : | $G_C$        |
| ماتریس سفتی پیزوالکتریک         | : | $h$          |
| طول المان تیر                   | : | $i(t)$       |
| طول المان پیزوالکتریک           | : | $K_b$        |
| ضرایب مجهول معادله جابجایی عرضی | : | $K_p$        |
| مساحت مقطع تیر                  | : | $l_b$        |
| مساحت مقطع تکه پیزوالکتریک      | : | $l_p$        |
| طول تیر                         | : | $L$          |
| گشتاور محلی                     | : | $m$          |
| ماتریس جرم تیر                  | : | $M_b$        |
| ماتریس جرم پیزوالکتریک          | : | $M_p$        |
| ماتریس جرم جابجایی عرضی         | : | $M_{\rho A}$ |
| ماتریس جرم جابجایی دورانی       | : | $M_{\rho I}$ |
| ماتریس تابع شکل جابجایی عرضی    | : | $N_w$        |
| ماتریس تابع شکل جابجایی دورانی  | : | $N_\theta$   |
| ماتریس تابع شکل شتاب            | : | $N_a$        |
| بردار مربوط به خصوصیات حسگر     | : | $p$          |
| جابجایی محلی هر گره             | : | $q$          |
| سرعت محلی هر گره                | : | $\dot{q}$    |
| ورودی اغتشاش                    | : | $r(t)$       |
| ورودی کنترلی                    | : | $u(t)$       |
| زمان                            | : | $t$          |
| ضخامت تیر                       | : | $t_b$        |
| ضخامت حسگر و عملگر پیزوالکتریک  | : | $t_p$        |
| ولتاژ عملگر پیزوالکتریک         | : | $V_a$        |
| جابجایی عرضی                    | : | $w(x,$       |
| سرعت خطی                        | : | $\dot{w}(x,$ |
| کار مجازی                       | : | $W_e$        |
| بردار متغیر حالت                | : | $x(t)$       |
| مشتق زمانی متغیر حالت           | : | $\dot{x}(t)$ |

|                       |   |                   |
|-----------------------|---|-------------------|
| بردار خروجی سیستم     | : | $\mathbf{y}(t)$   |
| ضرایب رایلی           | : | $\alpha \ \& \ f$ |
| تغییرات انرژی پتانسیل | : | $\delta U$        |
| تغییرات انرژی جنبشی   | : | $\delta T$        |
| تغییرات کارمجازی      | : | $\delta W_e$      |
| چگالی تیر             | : | $\rho_b$          |

## Abstract

The significance of vibration omission in the engineering structures has led the striking vastness for the applied designing science. The role of vibration omission in materials with emphases on energy-saving and cost reduction is such a topic that has been analyzed and discussed as a challenge in the mechanical engineering. Here, a steel structure with a certain number of piezoelectric pieces with specific dimensions is considered. The aim is to omit vibrations or reduce the vibration range at the minimum time. In this paper, the placement of piezoelectric is carried out in order better to accelerate the suppression of vibration amplitude using the MOPSO, an optimization algorithm. Piezoelectric elements are installed as sensors and actuators on the top and bottom of structures. An early rise is applied to the structure and thus it begins vibration and the amplitude of these vibrations is suppressed by the piezo actuators. Piezoelectric sensors sense the structure's vibration motion and control operations are done based on it, and finally to suppress, a control signal is sent to the actuators. The result of this motion is the structural vibration suppression.

In this thesis, the studied structure is Timoshenko beam. This beam is considered as a key and basic structure having the vast application in Robotics Science, Engineering, Aerospace Industry and etc. Timoshenko beam is accounted a more accurate model than Euler – Bernoulli beam because it considers the shear effect during deformation. Here, the beam describes its dynamism and constructs the related functions by a numerical method in which each node includes one beam element with 2 degree of freedom (Transitional displacement – Rotational displacement) that is placed under the influence of an external load such as transverse force and bending torque for analyzing the transverse vibration of beam. This external load is a temporal function in the forms of pulse, impulse, step, sine alternatives. Here, PID controller has been used in order to control the structure. In this controller there are three unknown coefficients in  $K_p$ ,  $K_i$  and  $K_d$  matrices using multi-objective particle swarm optimization algorithm for or MOPSO, and the unknown coefficients are determined as result of searching this algorithm during the beam in order to determine an optimal point or points of beam to place sensor and piezoelectric actuator in the top and down for the structural suppression at the least possible time.