

مقایسه مدل های دو سیالی یک بعدی در پیش بینی متغیرهای جریانهای دو فازی گاز- مایع در لوله عمودی و تعیین مدل مناسب

وحید شکری^۱

استادیار

کاظم اسماعیلی^۲

کارشناسی ارشد

در مقاله حاضر با استفاده از مدل دوسیالی و روش عددی تسخیر شاک پایستار، یک روش برای شبیه سازی جریانهای دو فازی ارائه شد. مزیت این روش نسبت به روشهای متداول، پیش بینی مکان فصل مشترک بدون مدلسازی است. نوآوری دیگر، مقایسه محدوده خوش رفتاری سه مدل دوسیالی مختلف است. مدل تکفشار به دلیل وسیعتر بودن محدوده خوش رفتاری نسبت به مدل مستقل از فشار و پخش عددی کمتر نسبت به مدل دوفشار، مدل قدرتمندتری است. در مدل دوفشار ۱، با انتخاب ۰، ۰/۰۰۰۰۰۰۱، ۰/۰۰۰۰۰۰۱، ۰/۰۰۰۰۰۰۱، ۰/۰۰۰۰۰۰۱ و ۰/۰۰۱، برای ضریب تعدیل فشار، نشان داده شده با بزرگ شدن این پارامتر، نتایج مدل‌های دوفشار ۱ و ۲، به هم نزدیک میشوند که فرض برابری فشار دو فاز در مدل دوفشار ۲ را تأیید میکند.

واژه های راهنما: جریان دو فازی، مدل دو سیالی، محدوده خوش رفتاری، شبیه سازی عددی

۱- مقدمه

جریان دو سیال مخلوط نشدنی جدا شده از هم توسط فصل مشترک را می توان در کاربردهای مهندسی (نیروگاه های هسته ای، سیستم های دیگر قدرت، سیستم های انتقال، سیستم های فرآیندی، و غیره...)، سیستم های بیولوژیکی (سیستم قلبی و عروقی، سیستم تنفسی و غیره ...) و پدیده های طبیعی (امواج اقیانوس، طغیان رودخانه و غیره...) مشاهده کرد [۱]. هدف پژوهش حاضر تحلیل عددی رفتار دینامیکی دو سیال گاز و مایع در سیستم های انتقال می باشد. یکی از چالش های مهم در مدلسازی عددی جریانهای دو فازی، انتخاب مدل ریاضی مناسب می باشد. شناخت و بررسی محدودیت های مدل انتخابی به منظور پیش بینی دقیق تر دینامیک جریان های دو فازی از جمله نکات مورد توجه می باشد. به طور کلی سه مدل ریاضی متفاوت برای مدلسازی عددی سیستم های جریان دو فازی وجود دارد [۲]:

- مدل هموزن پایدار^۳
- مدل شار رانشی^۴
- مدل دو سیالی^۱

^۱انویسنده مسئول، استادیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد ساری، دانشگاه آزاد اسلامی، ساری، ایران Shokri.vhd@iausri.ac.ir

^۲کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، واحد ساری، دانشگاه آزاد اسلامی، ساری، ایران Kazem_esmaeili1289@yahoo.com

^۳Homogeneous Equilibrium Model

^۴Drift Flux Model

در پژوهش حاضر، تمرکز بر روی مدل دو سیالی است. ریشه های معادله مشخصه مدل های دو سیالی به محدوده اختلاف سرعت دو فاز حساس هستند. اگر محدوده اختلاف سرعت دو فاز از یک حد مشخص تجاوز کند، ریشه های معادله مشخصه مدل تغییر علامت میدهند، بنابراین طبیعت ریاضی مدل تغییر پیدا می کند. اگر ریشه های معادله مشخصه مدل بر اساس شرایط اولیه و اطلاعات مربوط به حل عددی در یک گام زمانی موهومی شوند، امکان پیش بینی جواب در گام های زمانی بعدی امکان پذیر نمی باشد و غالباً نوسانات در حل ظاهر می شود. این نوسانات اغلب به صورتی هستند که با افزایش تعداد شبکه محاسباتی به صورت نامحدود رشد می کنند. این ویژگی مدل دو سیالی سبب شده است تا مطالعه طبیعت ریاضی مدل های دو سیالی و محدوده خوش رفتاری مدل های دو سیالی ضرورت پیدا کند. تا کنون تلاشهای فراوانی برای رفع یا کاهش مشکل بدر رفتاری مدل دو سیالی صورت پذیرفته است. یکی از این راهکارها، ارائه فرضیات متفاوت برای فشار فازها و ترم تصحیح فشار می باشد. مدل دو سیالی انواع مختلفی دارد که معیار دسته بندی آنها بدر رفتار یا خوش رفتار بودن معادلات حاکم است که در ذیل انواع مختلف مدل دو سیالی ارائه شده است:

- مدل مستقل از فشار^۲ [۳]

- مدل تک فشار^۳ [۴]

- مدل دو فشار^۴ [۵، ۶]

واتسون در سال (۱۹۹۰) مدل مستقل از فشار را ارائه کرده است [۳]. او با فرض تراکم ناپذیر بودن دو فاز گاز و مایع، یک مدل دو سیالی پایستار بدست آورده است که شامل یک معادله پیوستگی کلی و یک معادله بقای مومنتوم کلی می باشد. پژوهشگران دیگر در مدلسازی عددی جریان های دو فازی از مدل دو سیالی مستقل از فشار استفاده کردند [۷-۱۰].

عیسی و وودبرن در سال (۱۹۹۸) از مدل دو سیالی برای پیش بینی عددی ناپایداری ها و شکل گیری اسلاگ در جریانهای دوفازی افقی استفاده کردند [۱۱]. آنها در مدل دو سیالی " فشار فاز" و " فشار فاز در فصل مشترک" را برابر گرفتند. از طرف دیگر فشار فاز گاز و فشار فاز مایع را برابر فرض کردند، در واقع کل سیستم دو فازی با یک تک فشار مدل می شود [۱۱].

اوج و فلانتن در سال (۲۰۰۳) از طرح های ترکیبی جداسازی بردار شار برای حل مدل دو سیالی استفاده کردند [۱۲]. آنها در مدل دو سیالی تک فشار ارائه شده، فاز گاز و فاز مایع را تراکم پذیر در نظر گرفتند. آنها فشار فاز گاز و فشار فاز مایع را برابر فرض کردند و همچنین فشار فصل مشترک فاز گاز را با فشار فصل مشترک فاز مایع برابر فرض کردند [۱۲]. در مدل دو سیالی ارائه شده توسط اوج و فلانتن (۲۰۰۳) [۱۲]، ارتباط بین فشار فازها و فشار فصل مشترک فازها توسط رابطه ترم تصحیح فشار هیدرودینامیک ارائه شده توسط پایلر و همکاران (۲۰۰۳) بر قرار شده است [۱۳]. پژوهشگران دیگر در مدلسازی عددی جریان های دو فازی از مدل دو سیالی تک فشار با ترم تصحیح فشار هیدرودینامیک استفاده کردند [۱۴-۱۸].

¹Two fluid model

² Free pressure model

³ Single pressure model

⁴ Two pressure model

عیسی و کمپف در سال (۲۰۰۳) با فرض تراکم پذیری فاز گاز و تراکم ناپذیری فاز مایع از مدل دو سیالی تک فشار برای شبیه سازی جریان اسلاگ در لوله های افقی و کمی شیب دار استفاده کردند [۱۹]. آنها در مدلشان از ترم تصحیح فشار در فاز گاز صرفنظر کردند و همچنین فشار فاز گاز در فصل مشترک را برابر فشار مایع در فصل مشترک در نظر گرفتند و تغییر فشار فاز مایع در راستای قائم را بصورت هیدرواستاتیکی در نظر گرفتند، در واقع از ترم تصحیح فشار هیدرواستاتیک در پژوهش خود استفاده کردند.

پژوهشگران دیگر در مدلسازی عددی جریان های دو فازی از مدل دو سیالی تک فشار با ترم تصحیح فشار هیدرواستاتیک استفاده کردند [۱۵، ۲۰-۲۶]. مدل دو سیالی دو فشار دارای ساختار ویژه ای می باشد که تجزیه و تحلیل آن نسبت به مدل دو سیالی تک فشار پایه مشکلتر می باشد. علاوه براین، مدل دو سیالی دو فشار در "همه جا هیپربولیک" است [۵].

دو مدل دو سیالی دو فشار برای جریان های هم دما وجود دارد [۲۷]. مدل اول چهار معادله دیفرانسیل دارد و در آن فشار دو فاز یکسان فرض می شود و در حالی که در مدل دوم پنج معادله دیفرانسیل وجود دارد و فشار دو فاز متفاوت در نظر گرفته می شود [۲۷]. اغلب مدل های دو سیالی چهار معادله ای دارای مقادیر ویژه مختلط می باشند و در نتیجه، این معادلات خوش رفتار نبوده اند و برای حل عددی این مدلها نیاز است لزجت مصنوعی زیادی به مدلها وارد شود [۵].

رنسم و هیکس در سال (۱۹۸۴)، مدل دو سیالی تراکم پذیر پنج معادله ای را ارائه کردند [۵]. ایشان بیان کردند برای داشتن مدل دو سیالی که همواره هیپربولیک باشد باید در فرض برابری فشار دو فاز تغییری ایجاد شود. رنسم و هیکس در مدل خود، از تعدیل فشار استفاده نکردند و در مدل ارائه شده توسط آنها، فشار فاز ها در طی زمان متفاوت فرض شده است [۵]. بائر و نونزیاتو در سال (۱۹۸۶)، مدل هفت معادله ای را برای جریان دو فاز گاز-جامد ارائه کردند که تاثیر تعدیل فشار در آن در نظر گرفته شده است [۲۸].

سورائل و آبگراال در سال (۱۹۹۹) یک مدل دو سیالی دو فشار هفت معادله ای که شامل ترمهای تعدیل سرعت و تعدیل فشار بود را ارائه کردند [۶]. ترمهای تعدیل سرعت و تعدیل فشار بعد از گام زمانی هیپربولیک اعمال شده است [۶]. سورائل و آبگراال (۱۹۹۹) [۶] بر پایه مدل بائر و نونزیاتو (۱۹۸۶) [۲۸] مدل دو سیالی هفت معادله ای را برای جریان دو فازی گاز-مایع ارائه کردند. بررسی انواع ترمهای تعدیل فشار و مقایسه بین آنها توسط لالماند (۲۰۰۵) انجام شده است [۲۹].

در حل عددی جریان های دوفازی به دلیل فصل مشترک تغییر شکل پذیر، خواص سیال در عبور از این فصل مشترک بصورت ناپیوسته تغییر می کنند. انتخاب مدل مناسب که بتواند این ناپیوستگی ها را در عبور از فصل مشترک پیش بینی کند بسیار مهم می باشد. از مروری بر مقالات فوق معلوم شده است که در مدلسازی عددی جریانهای دو فازی گاز-مایع دما ثابت از مدل های دو سیالی مستقل از فشار، تک فشار و دو فشار استفاده شده است. هریک از مدل های دوسیالی داری محدوده خوش رفتاری متفاوتی می باشند که بر دقت جوابها تاثیر مستقیم دارند. با توجه به بررسی های صورت گرفته، در هیچ مرجعی مقایسه انواع مدل های دوسیالی و اثری که هریک از این مدلها بر جوابهای بدست آمده از حل عددی دارند مورد بررسی قرار نگرفته است، که مقایسه محدوده خوش رفتاری مدل های دو سیالی در مدلسازی عددی جریان های دوفازی گاز-مایع نوآوری مقاله حاضر می باشد.

۲- معادلات حاکم

اساس مدل دو سیالی، وجود دو سری معادلات برای بالانس جرم، مومنتوم و انرژی برای هر فاز می باشد. فرم متوسط گیری شده مدل دو سیالی با انتگرال گیری سطحی از خواص سیال روی سطح مقطع جریان بدست می آید. انتقال مومنتوم و انرژی بین دیواره ها و سیالات توسط ترم های چشمه در معادلات ظاهر می شوند و این ترم های چشمه توسط روابط تجربی بدست می آیند [۳۰]. علاوه بر این، تقابل دینامیکی بین فازها در فصل مشترک توسط نیروهای فصل مشترکی که توسط ترم چشمه در معادلات بقاء ظاهر می شوند، محاسبه می گردد. در تحقیق حاضر، جریان تک دما فرض شده است. براساس فرضیات مختلف برای ترم فشار، معادلات بقای جرم و مومنتوم برای فرم های مختلف مدل دو سیالی در ذیل ارائه شده است:

۲-۱- مدل تک فشار

مدل تک فشار یک فرم ناپایستار از مدل دو سیالی می باشد که توسط اوج و فلاتن (۲۰۰۳) ارائه شده است [۱۲]. مدل تک فشار از چهار معادله دیفرانسیل تشکیل شده است، که شامل یک معادله بقای جرم برای هر فاز و یک معادله بقای مومنتوم برای هر فاز می باشد. در مدل تک فشار فاز گاز تراکم پذیر و فاز مایع تراکم ناپذیر فرض شده است. معادلات مدل تک فشار در ذیل ارائه شده است.

معادله بقای جرم گاز:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_g R_g) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_g R_g u_g) = 0 \quad (1)$$

معادله بقای جرم مایع:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_l R_l) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_l R_l u_l) = 0 \quad (2)$$

معادله بقای مومنتوم گاز:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\rho_g R_g u_g) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_g R_g u_g^2) \\ & = -\frac{\partial}{\partial x}((P_g - P_{gi})R_g) - R_g \frac{\partial P_{gi}}{\partial x} - \rho_g R_g G \sin\beta + F_{gw} + F_i \end{aligned} \quad (3)$$

معادله بقای مومنتوم مایع:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\rho_l R_l u_l) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_l R_l u_l^2) \\ & = -\frac{\partial}{\partial x}((P_l - P_{li})R_l) - R_l \frac{\partial P_{li}}{\partial x} - \rho_l R_l G \sin\beta + F_{lw} - F_i \end{aligned} \quad (4)$$

که در روابط فوق برای فاز k ام $k = g$ فاز گاز است و $k = l$ فاز مایع است، ρ_k چگالی فاز k ام، R_k کسر حجمی فاز k ام، u_k سرعت فاز k ام، P_k فشار فاز k ام، P_{ki} فشار فاز k ام در فصل مشترک است و β شیب لوله می باشد. نیروی اصطکاک هر فاز با دیوارها F_{kw} (علامت دیوار لوله است) و F_i نیروی اصطکاک فازها در فصل مشترک می باشد. (F_i) ضریب نیروی اصطکاک فازها در فصل مشترک است. G شتاب جاذبه است. در مدل ارائه شده، فشار فاز گاز با فشار فاز مایع برابر است $(P_g = P_l = P)$ و فشار فازها در فصل مشترک نیز با هم برابرند $(P_{gi} = P_{li} = P_i)$. بنابراین، معادلات (۳) و (۴) به فرم زیر باز نویسی شده است.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_g R_g u_g) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_g R_g u_g^2 + R_g P) \quad (5)$$

$$= P_i \frac{\partial R_g}{\partial x} - \rho_g R_g G \sin \beta + F_{gw} + F_i$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_l R_l u_l) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_l R_l u_l^2 + R_l P) \quad (6)$$

$$= P_i \frac{\partial R_l}{\partial x} - \rho_l R_l G \sin \beta + F_{lw} - F_i$$

در معادلات مومنتوم ترم $P - P_i$ را با ΔP نشان می دهند و به آن ترم تصحیح فشار گفته می شود و رابطه ذیل برای محاسبه این ترم ارائه شده است [۱۳، ۳۱].

$$\Delta P = P - P_i = \delta \frac{R_l R_g \rho_l \rho_g}{\rho_g R_l + \rho_l R_g} (u_g - u_l)^2 \quad (7)$$

مقدار $\delta = 1.2$ در نظر گرفته شده است [۱۳]. مجهولات در سیستم معادلات تک فشار، ρ_g, R_l, R_g, u_l و P می باشند و برای بسته شدن سیستم معادلات روابط دیگری نیز لازم است. اولین رابطه قید هندسی است که بیان می کند مجموع کسر حجمی های دو فاز، برابر واحد است [۱۲]:

$$R_l + R_g = 1 \quad (8)$$

علاوه بر معادلات بالا، برای بسته شدن سیستم معادلات، زیر مدل های ترمودینامیکی نیز لازم است. برای فاز k ام، رابطه خطی زیر برای بیان رابطه بین چگالی و فشار در نظر گرفته شده است [۱۲]:

$$\rho_k = \rho_{0,k} + \frac{P_k - P_{0,k}}{C_k^2} \quad (9)$$

$\rho_{0,k}$ و $P_{0,k}$ مقادیر مرجع برای چگالی و فشار هستند. C_k سرعت صوت در هر فاز می باشد و به صورت زیر در نظر گرفته می شود [۱۲]:

$$\frac{\partial P_k}{\partial \rho_k} = C_k^2 \quad (10)$$

مقادیر سرعت صوت فازها، مقادیر مرجع فشار و چگالی فازها در جدول (۱) ارائه شده است.

۲-۲- مدل دو فشار

مدل دو فشار یک فرم ناپایستار از مدل دو سیالی می باشد که توسط رنسم (۱۹۸۴) [۵] ارائه شد است و سپس این مدل توسط سورل و آبگرا (۱۹۹۹) [۶] توسعه داده شد است. مدل دو فشار از پنج معادله دیفرانسیل تشکیل شده است، که شامل دو معادله بقای جرم و دو معادله بقای مومنتوم و یک معادله برای انتقال کسر حجمی می باشد. در مدل دو فشار، فاز گاز و فاز مایع تراکم پذیر فرض شده است. معادلات مدل دو فشار دما ثابت در ذیل ارائه شده است.

جدول ۱- مقادیر مرجع و ثابت مورد استفاده در زیر مدل ترمودینامیکی

کمیت	گاز	مایع
چگالی مرجع	0	1000(kg/m ³)
فشار مرجع	0	100000(pa)
مجذور سرعت صوت	100000(m/s) ²	1000000(m/s) ²

معادله انتقال کسر حجمی فاز گاز:

$$\frac{\partial R_g}{\partial t} + u_i \frac{\partial R_g}{\partial x} = r_p (P_g - P_l) \quad (11)$$

معادله بقای جرم گاز:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_g R_g) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_g R_g u_g) = 0 \quad (12)$$

معادله بقای جرم مایع:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_l R_l) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_l R_l u_l) = 0 \quad (13)$$

معادله بقای مومنتوم گاز:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho_g R_g u_g) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_g R_g u_g^2) = -R_g \frac{\partial P_g}{\partial x} \\ - \frac{\partial}{\partial x} ((P_g - P_{gi}) R_g) - R_g \rho_g G \sin \beta + r_v (u_g - u_l) + F_{gw} + F_i \end{aligned} \quad (14)$$

معادله بقای مومنتوم مایع:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho_l R_l u_l) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_l R_l u_l^2) = -R_l \frac{\partial P_l}{\partial x} \\ - \frac{\partial}{\partial x} ((P_l - P_{li}) R_l) - R_l \rho_l G \sin \beta + r_v (u_g - u_l) + F_{lw} - F_i \end{aligned} \quad (15)$$

در مدل دو فشار، فشار فصل مشترک فاز گاز و فشار فصل مشترک فاز مایع برابر در نظر گرفته شده است. بنابراین، معادلات (۱۴) و (۱۵) به فرم زیر باز نویسی شده است. ($P_{gi} = P_{li} = P_i$)

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho_g R_g u_g) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_g R_g u_g^2 + R_g P_g) = P_i \frac{\partial R_g}{\partial x} \\ - R_g \rho_g G \sin \beta + r_v (u_g - u_l) + F_{gw} + F_i \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho_l R_l u_l) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_l R_l u_l^2 + R_l P_l) = P_i \frac{\partial R_l}{\partial x} - \\ R_l \rho_l G \sin \beta + r_v (u_g - u_l) + F_{lw} - F_i \end{aligned} \quad (17)$$

در معادلات مومنتوم ترم $P - P_i$ را با ΔP نشان می دهند و به آن ترم تصحیح فشار گفته می شود و با استفاده از معادله (۷) محاسبه می شود.

مجهولات در سیستم معادلات دو فشار، $\rho_g, R_g, u_g, \rho_l, R_l, u_l, P_g$ و P_l می باشند و برای بسته شدن سیستم معادلات روابط دیگری نیز لازم است. اولین رابطه قید هندسی است که از رابطه (۸) استفاده می شود. علاوه بر معادله (۸)، برای بسته شدن سیستم معادلات، زیر مدل های ترمودینامیکی نیز لازم است که از رابطه (۹) و (۱۰) استفاده می شود.

u_i سرعت متوسط فصل مشترک است که طبق رابطه ذیل محاسبه می شود [۶].

$$u_i = \frac{\sum_{\forall k} \rho_k R_k u_k}{\sum_{\forall k} \rho_k u_k} \quad (18)$$

به Γ_V ترم تعدیل سرعت گفته می شود. هرچه Γ_V بزرگتر شود سرعت دو فاز بیشتر به هم نزدیک می شود. در کار حاضر در نظر گرفته نمی شود و از این پس:

$$r_V \equiv 0 \quad (19)$$

به Γ_P ترم تعدیل فشار گفته می شود. اگر $\Gamma_P = 0$ باشد فشار دو فاز از هم مستقل خطی می شوند و وقتی $(\Gamma_P \rightarrow \infty)$ به سمت بی نهایت میل کند فشار دو فاز با یکدیگر برابر می شود. در بسیاری از جریانهای دوفازی بخصوص جریان اسلاگ فشار دو فاز از هم مستقل نیستند. این وابستگی توسط روش تعدیل فشار اعمال می شود. دو روش تعدیل فشار وجود دارد که در ذیل به تشریح آنها پرداخته شده است [۶]:

۲-۲-۱- روش تعدیل فشار محدود

در روش تعدیل فشار محدود قسمت هیپربولیک معادلات (۱۱) تا (۱۳) و (۱۶) تا (۱۷) (قسمت هیپربولیک این معادلات زمانی بدست می آید که $\Gamma_P \equiv 0$ است)، به اندازه یک گام زمانی محاسبه می شود [۲۷]. سپس قسمت تعدیل شده معادلات در نظر گرفته می شود:

$$\frac{\partial R_g}{\partial t} = r_P (P_g - P_l) \quad (20)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_k R_k) = 0 \quad (21)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_k R_k u_k) = 0 \quad (22)$$

برای اینکه معادلات (۲۰) تا (۲۲) به اندازه یک گام زمانی حل شوند، از جوابهای قسمت هیپربولیک به عنوان شرط اولیه استفاده می شود و جوابهای این قسمت به صورت شرط اولیه برای قسمت هیپربولیک در گام زمانی بعدی استفاده می شود.

۲-۲-۲- روش تعدیل فشار لحظه ای

مقدار پارامتر تصحیح فشار Γ_P در اکثر موارد به طور دقیق مشخص نیست. یکی از کارهای رایج در این زمان استفاده از روش تعدیل فشار لحظه ای است. در این روش مدل دو فشار به گونه ای حل می شود که فشار دو فاز برابر بدست آیند. این حالت، زمانی بدست می آید که مقدار Γ_P خیلی بزرگ باشد. بنابراین به جای حل معادلات دیفرانسیل معمولی (۲۰) تا (۲۲)، این مسأله بصورت مستقیم حل می شود. یعنی بدین صورت که ابتدا قسمت هیپربولیک مدل دو فشار حل می شود. اوج و فلاتن در سال (۲۰۰۵) رابطه (۲۳) را برای روش تعدیل فشار لحظه ای ارائه کردند [۱۴]:

$$\frac{R_g \rho_g}{\rho_{g(P)}} + \frac{R_l \rho_l}{\rho_{l(P)}} = 1 \quad (23)$$

در معادله (۲۳) به جای چگالی های مخرج کسر، رابطه (۹) جایگذاری می شود و در نهایت معادله درجه دوم زیر برای محاسبه ترم فشار بدست می آید.

$$P^2 + P [C_1^2 (\rho_{0,l} - R_l \rho_l) + C_2^2 (\rho_{0,g} - R_g \rho_g) - (P_{0,l} - P_{0,g})] \quad (24)$$

$$-C_g^2 C_1^2 (R_g \rho_g \rho_{0,l} + R_l \rho_l \rho_{0,g} - \rho_{0,g} \rho_{0,l}) - C_g^2 P_{0,l} (\rho_{0,g} - R_g \rho_g) - C_1^2 P_{0,g} (\rho_{0,l} - R_l \rho_l) + P_{0,g} P_{0,l} = 0$$

با حل معادله درجه دوم بالا و انتخاب ریشه مثبت آن می توان بقیه متغیرها مثل ρ_l, ρ_g, R_l, R_g و u_l را محاسبه کرد و از آنها به عنوان مقادیر اولیه قسمت هیپربولیک در گام زمانی بعدی استفاده کرد. $\rho_{0,k}, P_{0,k}$ و C_k مقادیر مرجع برای چگالی، فشار و سرعت صوت در هر فاز می باشند، که مقدار این متغیرها در جدول (۱) ارائه شده است.

در پژوهش حاضر، مدل دو فشار با عنوانهای مدل دو فشار ۱ و مدل دو فشار ۲ ارائه شده است. در مدل دو فشار ۱ از روش تعدیل فشار محدود استفاده شده است و در مدل دو فشار ۲ از روش تعدیل فشار لحظه ای استفاده شده است.

۲-۳- مدل مستقل از فشار

یکی از ویژگی های خاص مدل دو سیالی جنبه غیره پایستار معادلات حاکم است. از این رو، روشهای عددی کارآمد و توسعه یافته برای سیستم های پایستار تک فاز، برای حل مدل دو سیالی مناسب نمی باشند و باید روشهای جدید برای محاسبات عددی ارائه شود. برای غلبه بر این مشکل واتسون در سال (۱۹۹۰) یک فرم پایستار از مدل دو سیالی را ارائه کرده است [۳]. مدل مستقل از فشار از دو معادله دیفرانسیل تشکیل شده است، که شامل یک معادله بقای جرم کلی و یک معادله بقای مومنتوم کلی می باشد. در مدل مستقل از فشار ارائه شده فازهای گاز و مایع تراکم ناپذیر در نظر گرفته شده است.

معادله بقای جرم کلی:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_l R_l + \rho_g R_g) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_l R_l u_l + \rho_g R_g u_g) = 0 \quad (25)$$

معادله بقای مومنتوم کلی:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_l u_l - \rho_g u_g) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} \rho_l u_l^2 - \frac{1}{2} \rho_g u_g^2 + (\rho_l - \rho_g) G \cos \beta h_l \right) = -(\rho_l - \rho_g) G \sin \beta + (1/R_l + 1/R_g) F_i + F_{gw}/R_g - F_{lw}/R_l \quad (26)$$

h_l ارتفاع سطح مایع داخل لوله است. مجهولات در سیستم معادلات مستقل از فشار، R_l, R_g, u_l و u_g می باشند ولی فقط دو معادله دیفرانسیل برای این سیستم موجود است. بنابراین نیاز به دو رابطه جبری دیگری می باشد. اولین رابطه جبری، قید هندسی برای دو فاز می باشد که از رابطه (۸) استفاده می شود. علاوه بر قید هندسی نیاز به رابطه گیری می باشد که در ذیل ارائه شده است.

$$\frac{\partial}{\partial x} (R_l u_l + R_g u_g) = 0 \quad (27)$$

با توجه به رابطه (۲۷) می توان به این نتیجه رسید که در این رابطه فقط تابعیت زمانی وجود دارد. این تابع زمانی را با $C(t)$ نشان داده و به صورت تابعی از پارامترهای جریان ورودی نشان داده می شود:

$$R_l u_l + R_g u_g = C(t) = (R_l u_l + R_g u_g)_{inlet} \quad (28)$$

inlet به معنی ورودی لوله است.

۳- روابط نیروهای اصطکاکی

برای محاسبه نیروی اصطکاکی فاز مایع با دیوار، نیروی اصطکاکی فاز گاز با دیوار و نیروی اصطکاکی در فصل مشترک فازها از روابط زیر استفاده شده است [۳۲].

$$F_{lw} = -\frac{\tau_l S_l}{A} \quad (29)$$

$$F_{gw} = -\frac{\tau_g S_g}{A} \quad (30)$$

$$F_i = -\frac{\tau_i S_i}{A} \quad (31)$$

در روابط (۲۹) تا (۳۱)، τ_l ، τ_g و τ_i به ترتیب تنش برشی فاز مایع با دیوار، تنش برشی فاز گاز با دیوار و تنش برشی فصل مشترک فازها است. همچنین S_l ، S_g و S_i به ترتیب محیط تر شده فاز مایع، محیط تر شده فاز گاز و محیط تر شده فصل مشترک فازها است. A سطح مقطع کل لوله جریان دو فازی است. برای محاسبه تنش برشی از روابط زیر استفاده شده است [۳۲].

$$\tau_l = \frac{1}{2} f_l \rho_l u_l |u_l| \quad (32)$$

$$\tau_g = \frac{1}{2} f_g \rho_g u_g |u_g| \quad (33)$$

$$\tau_i = \frac{1}{2} f_i \rho_g (u_g - u_l) |u_g - u_l| \quad (34)$$

در روابط (۳۲) تا (۳۴)، f_l و f_g به ترتیب فاکتور اصطکاکی فاز مایع، فاکتور اصطکاکی فاز گاز و فاکتور اصطکاکی فصل مشترک است. برای محاسبه فاکتورهای اصطکاکی از روابط زیر استفاده شده است [۳۳].

$$f_l = \max\left(\frac{16}{Re_l}, \frac{0.046}{Re_l^{0.2}}\right) \quad (35)$$

$$f_g = \max\left(\frac{16}{Re_g}, \frac{0.046}{Re_g^{0.2}}\right) \quad (36)$$

$$f_i = f_g \quad (37)$$

در روابط (۳۵) و (۳۶)، Re_l و Re_g به ترتیب عددی رینولدز فاز مایع و عددی رینولدز فاز گاز است. برای محاسبه عدد رینولدز از روابط زیر استفاده شده است [۳۳].

$$Re_l = \frac{\rho_l D_{hl} |u_l|}{\mu_l} \quad (38)$$

$$Re_g = \frac{\rho_g D_{hg} |u_g|}{\mu_g} \quad (39)$$

در روابط (۳۸) و (۳۹)، D_{hl} ، D_{hg} ، μ_l و μ_g به ترتیب قطر هیدرولیکی فاز مایع، قطر هیدرولیکی فاز گاز، لزجت دینامیکی فاز مایع و لزجت دینامیکی فاز گاز است. برای محاسبه فاکتورهای اصطکاکی فازهای گاز و مایع، از روابطی که برای جریان های تک فاز وجود دارد استفاده می شود که در این روابط به جای قطر داخلی از قطر هیدرولیکی هر فاز استفاده می شود. برای محاسبه قطر هیدرولیکی فازها از روابط زیر استفاده شده است [۳۳].

$$D_{hl} = \frac{4 A_l}{S_l} \quad (40)$$

$$D_{hg} = \frac{4 A_g}{S_g + S_l} \quad (41)$$

در روابط (۴۰) و (۴۱)، A_g و A_l به ترتیب سطح مقطع فاز مایع و سطح مقطع فاز گاز است.

۴- آنالیز هیپربولیکی مدل های دو سیالی

مدل های جریان های دو فاز به نسبت به حقیقی یا موهومی بودن ریشه های معادله مشخصه شان به شدت حساس می باشند. اگر ریشه های معادله مشخصه معادلات دیفرانسیل حاکم بر مدل موهومی باشند یک مسأله مقدار اولیه بدرفتار تشکیل می شود که نتیجه آن بوجود آمدن ناپایداری های غیرمحدود است و در نهایت جواب همگرا بدست نمی آید و اگر مقادیر ریشه های معادله مشخصه حقیقی باشند یک مسأله خوش رفتار تشکیل شده و ناپایداری های غیر محدود حذف می شوند [۵]. در این قسمت ریشه های معادله مشخصه مدل های دو سیالی ارائه شده است.

۴-۱- ریشه های معادله مشخصه مدل تک فشار

اوج و فلاتن در سال (۲۰۰۳)، با استفاده از آنالیز اغتشاشات چگالی، رابطه (۴۲) را برای مقادیر ویژه ارائه کردند که در آن رابطه (۴۳) تا (۴۶) بر قرار است [۱۲].

$$\lambda_{\{1,2\}} = u_p \pm C_m, \quad \lambda_{\{3,4\}} = u_u \pm v \quad (42)$$

$$u_p = \frac{R_g \rho_l u_g + R_l \rho_g u_l}{R_g \rho_l + R_l \rho_g} \quad (43)$$

$$u_u = \frac{R_g \rho_l u_l + R_l \rho_g u_g}{R_g \rho_l + R_l \rho_g} \quad (44)$$

$$v = \sqrt{\frac{\Delta P_i (R_g \rho_l + R_l \rho_g) - R_g R_l \rho_l \rho_g (u_g - u_l)^2}{(R_g \rho_l + R_l \rho_g)^2}} \quad (45)$$

$$C_m = \sqrt{\frac{R_g \rho_l + R_l \rho_g}{\left(\frac{\partial \rho_g}{\partial P}\right) R_g \rho_l + \left(\frac{\partial \rho_l}{\partial P}\right) R_l \rho_g}} \quad (46)$$

رابطه (۴۵) نشان می دهد که اگر ΔP_i صفر باشد مقادیر ویژه مختلط می شوند و در نتیجه سیستم بدرفتار می شود.

۴-۲- ریشه های معادله مشخصه مدل دو فشار

مقادیر ویژه برای مدل دو فشار پنج معادله ای به صورت تحلیلی بدست آمده است. مقادیر ویژه مدل دو فشار در ذیل ارائه شده است [۲۷]:

$$\lambda = [u_l u_g - C_g u_g + C_g u_l - C_l u_l + C_l] \quad (47)$$

طبق رابطه (۴۷)، ملاحظه می شود همه مقادیر ویژه حقیقی است، جز در شرایطی که سرعت صوت در یک فاز با سرعت آن فاز یکسان باشد. همه مقادیر ویژه مخالف صفر است و سیستم قویا هیپربولیک است. جامعه ای در مورد مقادیر ویژه مدل پنج معادله ای ارائه شده است [۲۷].

۴-۳- ریشه های معادله مشخصه مدل مستقل از فشار

ریشه های معادله مشخصه مدل مستقل از فشار بصورت ذیل ارائه شده است [۲].

$$\lambda_1 = \frac{(u_1 + \chi u_g) - \sqrt{\Delta}}{1 + \chi} \quad (48)$$

$$\lambda_2 = \frac{(u_1 + \chi u_g) + \sqrt{\Delta}}{1 + \chi} \quad (49)$$

در معادلات (۴۸) و (۴۹) Δ بصورت ذیل ارائه شده است:

$$\Delta = -\chi(u_g - u_1)^2 + (1 + \chi) \frac{\Delta \rho G \cos \beta A_1}{\rho_1 A_1'} \geq 0 \quad (50)$$

در نهایت:

$$(u_g - u_1) \leq \sqrt{\frac{\Delta \rho (\rho_1 R_g + \rho_g R_1)}{\rho_g \rho_1} G \cos \beta \frac{A_1}{A_1'}} \quad (51)$$

ریشه های معادله مشخصه ارائه شده زمانی جواب حقیقی دارند که Δ بزرگتر یا مساوی صفر باشد. برای محاسبه ریشه های معادله مشخصه روابط ذیل بر قرار است:

$$\Delta \rho = \rho_1 - \rho_g \quad (52)$$

$$\chi = \frac{\rho_g R_1}{\rho_1 R_g} \quad (53)$$

$$A_1' = \frac{dA_1}{dh_1} \quad (54)$$

در واقع رابطه (۵۱) بیان کننده شرط ناپایداری کلون هلمهلتز غیر لزج است. رابطه (۵۱) نشان میدهد حد پایداری مدل دو سیالی مستقل از فشار همان حد ناپایداری کلون هلمهلتز غیر لزج است. حد خوش رفتاری مدل دو سیالی تک فشار برابر حد خوش رفتاری مدل دو سیالی مستقل از فشار است [۲]. بر اساس ریشه های معادله مشخصه ارائه شده برای مدل مستقل از فشار و مدل تک فشار، این مدلها در شرایطی هیپربولیک هستند که اختلاف سرعت دو فاز از یک حد مشخص تجاوز نکند. اگر اختلاف سرعت دو فاز از حد مجاز تجاوز کنند مدل بدرفتار شده و در میدان حل ناپیوستگی غیرفیزیکی ایجاد می شود که این پدیده از نقاط ضعف این دو مدل می باشد. در مدل دو فشار ملاحظه می شود ریشه های معادله مشخصه به ازاء جمیع مقادیر حقیقی اند. بنابراین سیستم بدون شرط هیپربولیک است.

۵- روش حل عددی معادلات مدل دوسیالی

در مدل سازی عددی از روش تسخیر شاک پایستار استفاده شده است. معادلات حاکم مدل دو سیالی به دو دسته مختلف تقسیم می شوند. بنابراین نیازمند تکنیک های متفاوت برای گسسته سازی می باشند. مدل مستقل از فشار در دسته بندی سیستم پایستار قرار می گیرد و به صورت زیر بیان می شود [۳۴]:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = S \quad (55)$$

مدل های تک فشار و دو فشار جزء دسته بندی سیستم ناپایستار قرار می گیرد و به صورت زیر بیان می شوند [۳۴]:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = H \frac{\partial R_k}{\partial x} + S \quad (56)$$

Q بردار متغیرهای پایستار است. F بردار فلاکس پایستار. دو بردار S و H به ترتیب بردار ترم چشمه و بردار فشار فصل مشترک می باشند.

برای سیستم پایستار (۵۵) فرم جداسازی شده معادله بصورت ذیل ارائه شده است [۳۴]:

$$Q_j^{n+1} = Q_j^n + \frac{\Delta t}{\Delta x} (F_{j-1/2}^{nForce} - F_{j+1/2}^{nForce}) + \Delta t S_j \quad (57)$$

برای سیستم غیرپایستار (۵۶) فرم جداسازی شده معادله بصورت ذیل ارائه شده است [۳۴]:

$$Q_j^{n+1} = Q_j^n + \frac{\Delta t}{\Delta x} (F_{j-1/2}^{nForce} - F_{j+1/2}^{nForce}) + \Delta t \left(H \frac{\partial R_k}{\partial x} \right) + \Delta t S_j \quad (58)$$

در معادله (۵۷) و (۵۸)، بالانویس n و n + 1 به ترتیب بیانگر گام زمانی قدیم و جدید می باشند. J نشانگر سلول محاسباتی است. برای محاسبه ترم فلاکس عددی $F_{j+1/2}^{nForce}$ ، از روش فورس استفاده شده است.

۵-۱- روش عددی فورس

روش فورس یک روش مرتبه اول مرکزی می باشد و در این روش ترم فلاکس به صورت ذیل محاسبه می شود [۳۴]. در واقع روش فورس متوسط فلاکس های روش عددی لاکس-فریدریچز و روش عددی ریچمایر می باشد.

$$F_{j+1/2}^{nForce} = \frac{1}{2} (F_{j+1/2}^{nLF} + F_{j+1/2}^{nRI}) \quad (59)$$

$F_{j+1/2}^{nLF}$ فلاکس روش عددی لاکس-فریدریچز می باشد و $F_{j+1/2}^{nRI}$ فلاکس روش عددی ریچمایر می باشد. در روش لاکس-فریدریچز ترم فلاکس به صورت ذیل محاسبه می شود [۳۵]:

$$F_{j+1/2}^{nLF} = \frac{1}{2} (F_{j+1}^n + F_j^n) - \frac{\Delta x}{2\Delta t} (Q_{j+1}^n - Q_j^n) \quad (60)$$

در روش ریچمایر ترم فلاکس به صورت ذیل محاسبه می شود [۳۵]:

$$F_{j+1/2}^{nRI} = F(Q_{j+1/2}^{n+1/2}) \quad (61)$$

$$Q_{j+1/2}^{n+1/2} = \frac{1}{2} (Q_j^n + Q_{j+1}^n) - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (F_j^n - F_{j+1}^n) \quad (62)$$

فلاکس عددی در سلول J ام بصورت $F_j^n = F(Q_j^n)$ تعریف می شود که با توجه به عبارت فلاکس فیزیکی که توسط مدل بیان می شود بدست می آید.

معادلات مدل دو سیالی تک فشار و مدل دو سیالی دو فشار دارای ترم غیر پایستار $H \frac{\partial R_k}{\partial x}$ می باشند که باید به صورت مناسبی جداسازی شود. عدم جداسازی مناسب این ترم سبب ایجاد ناپایداری در جوابها می شود [۳۶]. برای جداسازی ترم غیر پایستار $H \frac{\partial R_k}{\partial x}$ رابطه ذیل ارائه شده است [۳۶]:

$$H \frac{\partial R_g}{\partial x} = HR_g R_l \frac{\partial BG}{\partial x} \quad (63)$$

$$H \frac{\partial R_l}{\partial x} = HR_l R_g \frac{\partial BL}{\partial x} \quad (64)$$

ترم مشتق $\partial BG/\partial x$ و $\partial BL/\partial x$ با استفاده از طرح مرکزی جدا سازی شده است.

$$HR_g R_l \frac{\partial BG}{\partial x} = HR_g R_l \frac{BG_{j+1} - BG_{j-1}}{2\Delta x} \quad (65)$$

$$HR_l R_g \frac{\partial BL}{\partial x} = HR_g R_l \frac{BL_{j+1} - BL_{j-1}}{2\Delta x} \quad (66)$$

که

$$BG = \log\left(\frac{R_g}{R_l}\right) \quad (67)$$

$$BL = \log\left(\frac{R_l}{R_g}\right) \quad (68)$$

۵-۲- محاسبه گام زمانی

برای محاسبه گام زمانی، ابتدا Δx اندازه گام مکانی مشخص می‌شود سپس با استفاده از رابطه ذیل، Δt یا اندازه گام زمانی محاسبه می‌شود [۲]:

$$\Delta t = CFL \frac{\Delta x}{\lambda_{\max}^n} \quad (69)$$

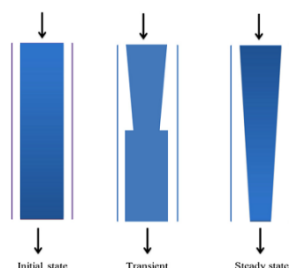
در تحقیق حاضر مقدار عدد کورانت-فردریچز-لوی بین ۰/۴ تا ۰/۵ در نظر گرفته شده است. λ_{\max}^n بیشترین مقدار سرعت موج در میدان حل در زمان n می‌باشد. بیشترین مقدار سرعت موج برای مدل دو سیالی، برابر است با بیشترین مقدار مشخصه معادلات حاکم در میدان حل:

$$\lambda_{\max}^n = \max_j \left\{ \max_k |\lambda_j^k| \right\} \text{ for } j = 1, \dots, M, k = 1, Neq \quad (70)$$

Neq تعداد معادلات سیستم می‌باشد. λ_j^k سرعت موج در هر شبکه محاسباتی می‌باشد.

۶- مدل سازی عددی

در این بخش جهت مقایسه مدل دو سیالی مستقل از فشار، مدل دو سیالی تک فشار و مدل دو سیالی دو فشار، مسأله نمونه شیر آب به کارگیری شده است که در آن الگوی جریان دو فازی حلقوی جریان دارد. این سیستم شامل یک لوله عمودی، به ارتفاع ۱۲ متر و قطر ۱ متر می‌باشد. در لحظه اولیه سرعت آب ۱۰ متر بر ثانیه و سرعت هوا صفر، کسر حجمی آب ۰/۸ است. فشار در انتهای لوله ۱۰۰۰۰۰ پاسکال می‌باشد. شرایط ورودی معادل شرایط اولیه می‌باشد و برای خروجی لوله شرط مرزی کاملاً توسعه یافته برقرار می‌باشد [۳۷]. در شکل (۱) شماتیک مسأله شیر آب ارائه شده است.



شکل ۱- شماتیک مسأله شیر آب

در این قسمت حل تحلیلی گذرا مسأله شیر آب ارائه شده است [۲].

$$R_1(x, t) = \frac{R_1^{\text{inlet}} u_1^{\text{inlet}}}{\sqrt{(u_1^{\text{inlet}})^2 + 2G(x - x^{\text{inlet}})}} \quad (71)$$

$$x \leq x^{\text{inlet}} + u_1^{\text{inlet}} t + \frac{G}{2} t^2$$

$$R_1(x, t) = R_1^{\text{inlet}} \quad \text{otherwise} \quad (72)$$

$$u_1(x, t) = \sqrt{(u_1^{\text{inlet}})^2 + 2G(x - x^{\text{inlet}})} \quad (73)$$

$$x \leq x^{\text{inlet}} + u_1^{\text{inlet}} t + \frac{G}{2}$$

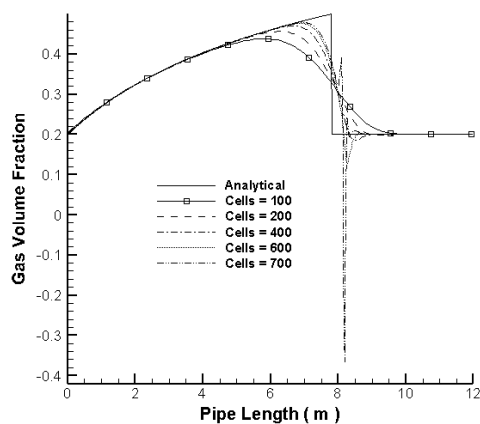
$$u_1(x, t) = u_1^{\text{inlet}} + Gt \quad \text{otherwise} \quad (74)$$

R_1^{inlet} کسر حجمی فاز مایع در ورودی لوله می باشد و معادل با $0/8$ است. u_1^{inlet} سرعت فاز مایع در ورودی لوله و معادل با 10 متر بر ثانیه می باشد. G شتاب جاذبه و x^{inlet} موقعیت ورودی لوله می باشد که معادل صفر در نظر گرفته می شود. نتایج مرجع از مقاله سال (۲۰۰۵) اوج و فلانن استخراج شده است [۱۴]. ابتدا جوابهای مستقل از شبکه محاسباتی برای پروفیل کسر حجمی فاز گاز و پروفیل سرعت فاز مایع برای مدل های مختلف مدل دو سیالی ارائه شده است. برای تمام مدل های مختلف مدل دو سیالی زمان محاسباتی $0/6$ ثانیه و عدد کورانت فریدریچز لوی $0/5$ در نظر گرفته شده است.

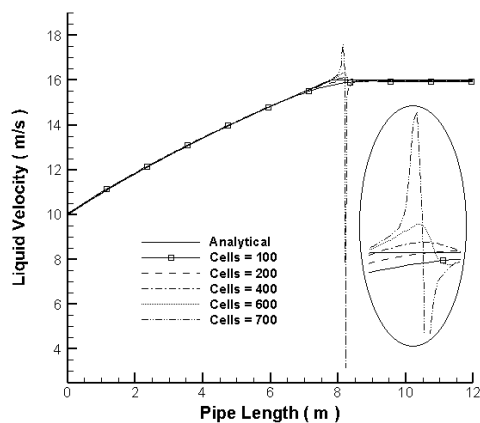
در شکل های (۲) و (۳) به ترتیب پروفیل کسر حجمی فاز گاز و پروفیل سرعت فاز مایع برای مدل دو سیالی مستقل از فشار نشان داده شده است. در نتایج حاصل از مدلسازی عددی، ناپایداری های غیر فیزیکی مشاهده شده است که با ریز شدن شبکه محاسباتی بصورت نمای رشد می کنند. این ناپایداری ها ناشی از بد رفتاری مدل مستقل از فشار در فیزیک مورد نظر می باشد. فیزیک مورد نظر یک لوله عمودی می باشد، بنابراین زاویه β در رابطه (۵۱) صفر می شود. بر اساس رابطه (۵۱) برای اینکه مدل مستقل از فشار خوش رفتار باشد باید سرعت دو فاز همواره برابر باشد اما در مسأله شیر آب سرعت دو فاز متفاوت است. بنابراین با استفاده از مدل مستقل از فشار نمی توان در مسأله شیر آب به نتایج مستقل از شبکه محاسباتی رسید.

در شکل های (۴) و (۵) به ترتیب پروفیل کسر حجمی فاز گاز و پروفیل سرعت فاز مایع برای مدل دو سیالی تک فشار نشان داده شده است. در شکل های (۶) و (۷) به ترتیب پروفیل کسر حجمی فاز گاز و پروفیل سرعت فاز مایع برای مدل دو سیالی دو فشار نشان داده شده است. نتایج مدلسازی عددی با استفاده از مدل دو سیالی تک فشار و مدل دو سیالی دو فشار نشان داده است، جواب های پروفیل کسر حجمی فاز گاز و پروفیل سرعت فاز مایع در شبکه محاسباتی 5000 مستقل از شبکه محاسباتی شده است.

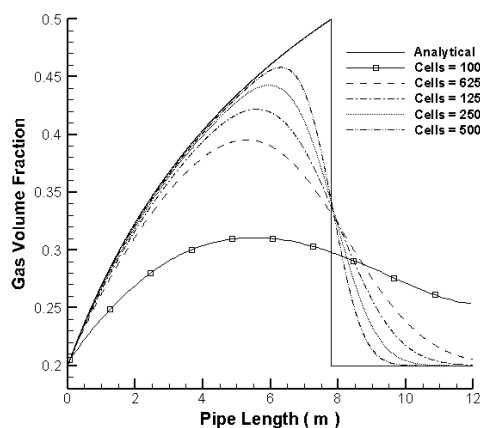
با توجه به اینکه محدوده خوش رفتاری مدل مستقل از فشار و مدل تک فشار برابر است، اما در مدل تک فشار ناپایداری های غیر محدود مشاهده نشده است. مدل دو سیالی تک فشار به دلیل داشتن دو معادله پیوستگی و دو معادله مومنتم به خوبی می تواند رفتار جریان هایی که دو فاز بصورت ضعیفی با هم کوپل باشند را به طوری که پخش موج در هر فاز با سرعت های مختلفی صورت گیرد را پیش بینی کند، که این موضوع در مسأله شیر آب به خوبی نشان داده شد، و دیگر شاهد پرش های عددی نمی باشیم.



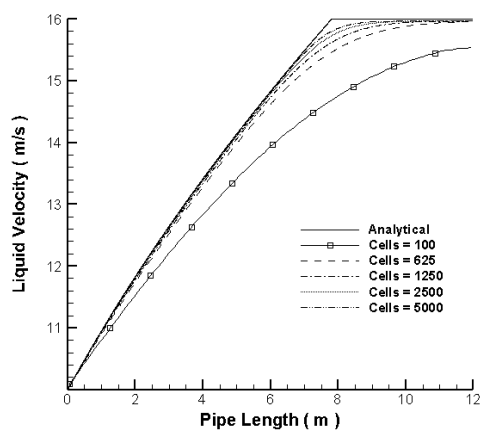
شکل ۲- جوابهای مستقل از شبکه محاسباتی پروفیل کسر حجمی فاز گاز، مدل مستقل از فشار



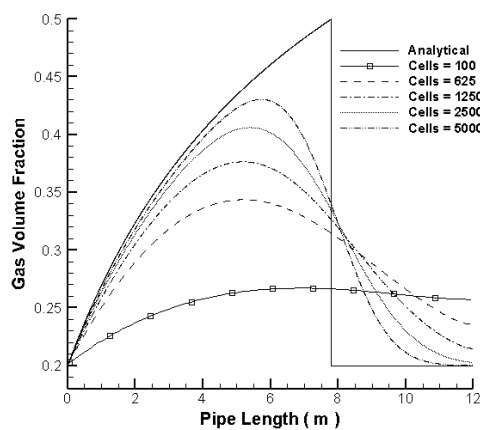
شکل ۳- جوابهای مستقل از شبکه محاسباتی پروفیل سرعت فاز مایع، مدل مستقل از فشار



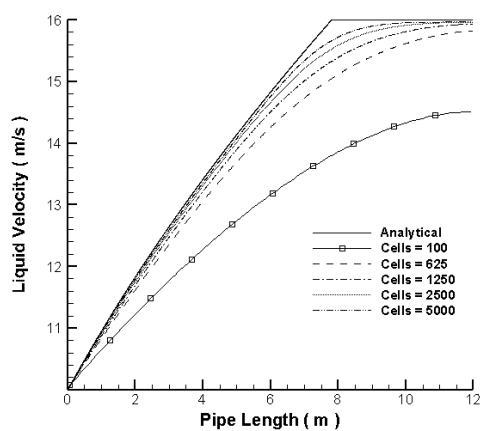
شکل ۴- جوابهای مستقل از شبکه محاسباتی پروفیل کسر حجمی فاز گاز، مدل تک فشار



شکل ۵- جوابهای مستقل از شبکه محاسباتی پروفیل سرعت فاز مایع، مدل تک فشار



شکل ۶- جوابهای مستقل از شبکه محاسباتی پروفیل کسر حجمی فاز گاز، مدل دو فشار ۲



شکل ۷- جوابهای مستقل از شبکه محاسباتی پروفیل سرعت فاز مایع، مدل دو فشار ۲

در مدل تک فشار اگر عبارت ΔP در رابطه (۴۵) صفر شود در این صورت ریشه ای معادله مشخصه λ_3 و λ_4 موهومی می شود و نتیجه مدل تک فشار بدرفتار می شود. در این شرایط رسیدن به نتایج مستقل از شبکه محاسباتی غیر ممکن می باشد و با ریز شدن شبکه محاسباتی ناپایداری های غیر فیزیکی بصورت نمای رشد می کنند. در این شرایط برای غلبه بر مشکل بدرفتاری مدل تک فشار، مدل دوفشار ۲ پیشنهاد می شود. براساس رابطه (۴۷) مدل دو فشار دارای ریشه های معادله مشخصه بدون قید و شرط حقیقی می باشد و در تمام شرایط خوش رفتار می باشد.

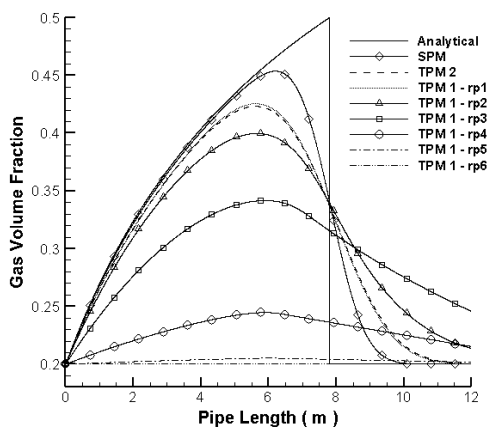
در مدل دو سیالی مستقل از فشار چگالی فاز مایع و چگالی فاز گاز ثابت فرض شده است اما در مدل دو سیالی تک فشار چگالی فاز مایع ثابت و چگالی فاز گاز متغییر فرض شده است. با توجه به اینکه تغییرات چگالی فاز گاز بسیار ناچیز است و می توان از آن صرف نظر کرد. بنابراین، مدل مستقل از فشار و مدل تک فشار از نظر فیزیکی در شرایط یکسان می باشند و تفاوت نتایج بدست آمده مربوط به دقت مدلها می باشد. مدل مستقل از فشار در فیزیک مورد نظر بدرفتار است. بنابراین، در فرآیند مقایسه مدل های دو سیالی از مدل مستقل از فشار صرفنظر شده است. جهت مقایسه مدل های دو سیالی تک فشار، دو فشار ۱ و دو فشار ۲، تعداد شبکه محاسباتی ۵۰۰۰ در نظر گرفته شده است.

در این قسمت مقایسه مدل تک فشار، دو فشار ۱ و دو فشار ۲ ارائه شده است. نتایج حاصل از مقایسه مدلها در شکلهای (۸)، (۹)، (۱۰) و (۱۱) به ترتیب برای پروفیل کسر حجمی فاز گاز، پروفیل سرعت فاز مایع، پروفیل سرعت فاز گاز و پروفیل کسر حجمی فاز مایع نشان داده شده است. تعداد شبکه محاسباتی ۵۰۰۰، زمان محاسباتی و عدد کورانت فریریز لوی به ترتیب ۰/۶ ثانیه و ۰/۴ در نظر گرفته شده است.

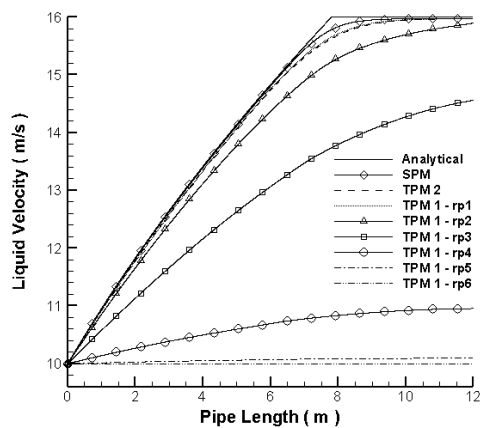
در جدول (۲) مقادیر انتخاب شده برای ضریب تعدیل فشار در مدل دو سیالی دو فشار ۱ ارائه شده است. نتایج پروفیل کسر حجمی فاز گاز، پروفیل سرعت فاز مایع، پروفیل سرعت فاز گاز و پروفیل کسر حجمی فاز مایع به ترتیب در شکلهای (۸)، (۹)، (۱۰) و (۱۱) نشان داده است، هرچه مقدار Γ_p بزرگتر شود جوابهای مدل دو فشار ۱ به مدل دو فشار ۲ نزدیک تر می شود و انتقال از مدل دو فشار ۱ به مدل دو فشار ۲ به صورت یکنواخت صورت می گیرد. جوابهای مدل دو فشار ۱ به شدت وابسته به Γ_p است و در بهترین انتخاب Γ_p ، جوابهای مدل دو فشار ۱ به مدل دو فشار ۲ نزدیک می شود. از مشکلات مدل دو فشار ۱، انتخاب مقدار Γ_p می باشد که معیار مطمئنی برای انتخاب آن وجود ندارد.

جدول ۲- مقادیر ضریب تعدیل فشار

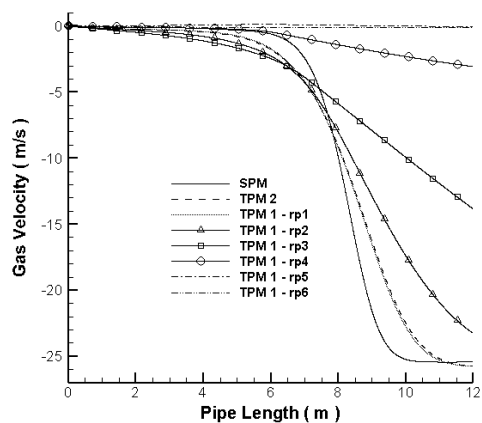
مقادیر	ضریب تعدیل فشار
0.001	Γ_{p1}
0.0001	Γ_{p2}
0.00001	Γ_{p3}
0.000001	Γ_{p4}
0.0000001	Γ_{p5}
0	Γ_{p6}



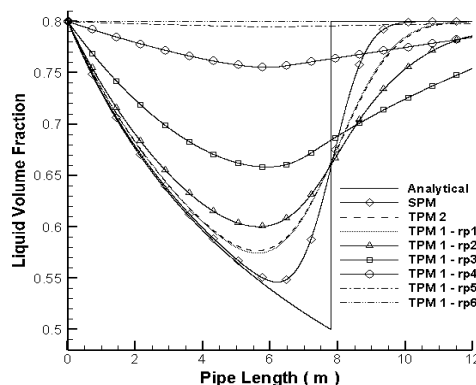
شکل ۸- مقایسه مدل های مختلف دو سیالی برای پروفیل کسر حجمی فاز گاز



شکل ۹- مقایسه مدل های مختلف دو سیالی برای پروفیل سرعت فاز مایع



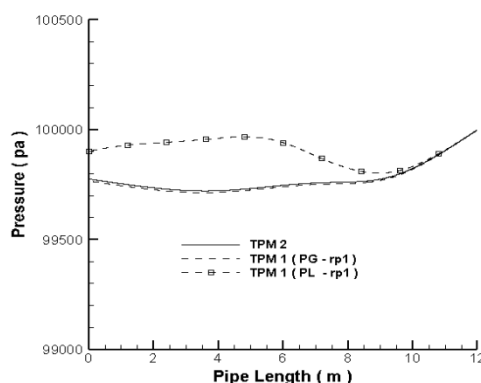
شکل ۱۰- مقایسه مدل های مختلف دو سیالی برای پروفیل سرعت فاز گاز



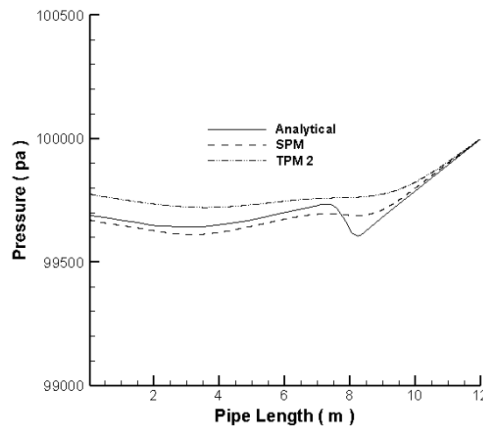
شکل ۱۱- مقایسه مدل‌های مختلف دو سیالی برای پروفیل کسر حجمی فاز مایع

از مقایسه نتایج پروفیل کسر حجمی فاز گاز، پروفیل سرعت فاز مایع، پروفیل سرعت فاز گاز و پروفیل کسر حجمی فاز مایع به ترتیب در شکل‌های (۸)، (۹)، (۱۰) و (۱۱) معلوم شده است مدل دو فشار ۱ و مدل دو فشار ۲ نسبت به مدل تک فشار دارای طبیعت پخش عددی می باشند که این پخش عددی در جواب‌های نتایج پروفیل کسر حجمی فاز گاز، پروفیل سرعت فاز مایع، پروفیل سرعت فاز گاز و پروفیل کسر حجمی فاز مایع مشاهده شده است.

در این قسمت مقایسه پروفیل فشار مدل تک فشار و مدل دو فشار ارائه شده است. در شکل (۱۲) مقایسه پروفیل فشار مدل دو فشار ۱ و مدل دو فشار ۲ انجام شده است. در شکل (۱۳) مقایسه پروفیل فشار مدل تک فشار و مدل دو فشار ۲ انجام شده است. تعداد شبکه محاسباتی ۵۰۰۰، زمان محاسباتی و عدد کورانت فریریز لوی به ترتیب ۰/۶ و ۰/۴ در نظر گرفته شده است. در شکل (۱۳) مقایسه مدل تک فشار و مدل دو فشار ۲ انجام شده است. نتایج نشان داده است همانند سایر متغیرهای جریان (پروفیل کسر حجمی فاز گاز، پروفیل سرعت فاز مایع، پروفیل سرعت فاز گاز و پروفیل کسر حجمی فاز مایع) پروفیل تغییرات فشار در مدل تک فشار با دقت بالاتری نسبت به مدل دو فشار ۲ پیش بینی شده است.



شکل ۱۲- مقایسه مدل دو فشار ۱ و مدل دو فشار ۲ برای پروفیل فشار



شکل ۱۳- مقایسه مدل تک فشار و مدل دو فشار ۲ برای پروفیل فشار

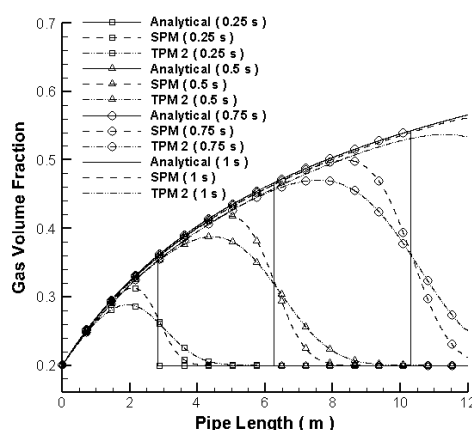
با توجه به نتایج شکل (۸)، در مدل تک فشار به علت پخش عددی کمتر نسبت به مدل دو فشار ۲ پروفیل کسر حجمی فاز گاز رشد بیشتری داشته و مطابقت مناسبی با حل تحلیلی مسئله دارد. براساس روابط برنولی، با رشد بیشتر کسر حجمی فاز گاز مقطع عبور فاز گاز افزایش و فشار افت پیدا می کند که علت اختلاف فشار مدل تک فشار و مدل دو فشار ۲ همین موضوع می باشد. در مدل دو فشار ۱ از روش تعدیل فشار محدود استفاده شده است و فشار فاز گاز و فشار فاز مایع یکسان فرض نشده است. در مدل دو فشار ۲ از روش تعدیل فشار لحظه ای استفاده شده است و فشار فاز گاز و فشار فاز مایع یکسان فرض شده است.

نتایج در شکل (۱۲) نشان داده است، پروفیل تغییرات فشار فاز گاز در مدل دو فشار ۱ برابر مدل دو فشار ۲ پیش بینی شده است. نتایج پروفیل کسر حجمی فاز گاز و پروفیل کسر حجمی فاز مایع به ترتیب در شکل های (۸) و (۱۱) نشان داده است، با افزایش کسر حجمی فاز گاز، کسر حجمی فاز مایع کاهش یافته است. براساس معادله (۸) رابطه مستقیم بین کسر حجمی فاز گاز و کسر حجمی فاز مایع برقرار است. بنابراین، براساس روابط برنولی، افزایش کسر حجمی فاز گاز سبب افت فشار فاز مایع می شود و کاهش کسر حجمی فاز گاز سبب افزایش فشار فاز مایع می شود.

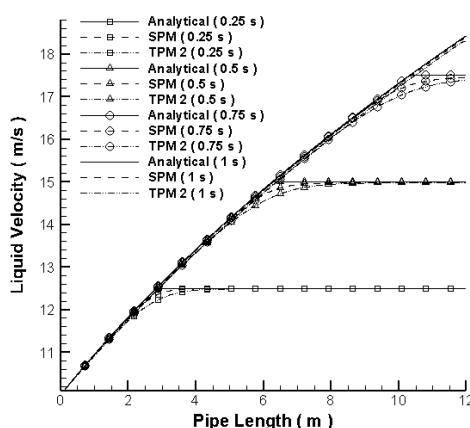
بنابراین، با توجه به نتایج پروفیل کسر حجمی فاز گاز و پروفیل کسر حجمی فاز مایع به ترتیب در شکل های (۸) و (۱۱)، در ورودی لوله به علت بزرگتر بودن مقطع عبور فاز مایع نسبت به مقطع عبور فاز گاز، فشار فاز مایع باید بیشتر از فاز گاز باشد که این نتیجه در شکل (۱۲) نشان داده شده است. نتایج در شکل (۱۲) نشان داده است، در ادامه مسیر لوله با کاهش کسر حجمی فاز مایع، فشار فاز مایع کاهش می یابد که این کاهش فشار مطابق با روابط برنولی است. در مدل دو فشار ۱ فشار فاز گاز و فشار فاز مایع برابر فرض نشده است. فرض برابر نبودن فشار فازها، فرضی دقیق و مطابق با فیزیک واقعی جریان می باشد. بنابراین، پروفیل تغییرات فشار پیش بینی شده در مدل دو فشار ۱ مطابقت دقیق تری با فیزیک واقعی جریان دارد.

۱-۶- تغییرات جریان در مسأله شیر آب

با توجه به شرایط مرزی و اولیه و نیز هندسه لوله، زمان لازم برای برقراری شرط پایا ۰/۸۵ ثانیه است [۲]. از این رو محاسبات تا زمان ۱ ثانیه ادامه یافته تا حل مسأله در شرایط پایا^۱ نیز بررسی شود. جهت مقایسه مدل‌های دو سیالی ارائه شده، در شکل‌های (۱۴) و (۱۵) به ترتیب پروفیل کسر حجمی فاز گاز و پروفیل سرعت فاز مایع نشان داده شده است و مدل‌های مختلف مدل دو سیالی در زمان‌های محاسباتی (۰/۲۵، ۰/۵، ۰/۷۵، ۱) ثانیه مقایسه شده است. نتایج مدل‌سازی عددی پروفیل کسر حجمی فاز گاز و پروفیل سرعت فاز مایع به ترتیب در شکل‌های (۱۴) و (۱۵) نشان داده است، در زمان‌های محاسباتی مختلف مدل تک فشار با دقت بالاتری پروفیل کسر حجمی فاز گاز و پروفیل سرعت فاز مایع را نسبت به نتایج تحلیلی پیش بینی کرده است. در حالت پایا نیز مدل دو فشار بعلت پخش عددی که در میدان حل تولید می‌کند، در مدل‌سازی عددی متغیرهای جریان دو فازی دارای دقت کمتری نسبت به مدل تک فشار می‌باشد.



شکل ۱۴- تکامل زمانی پروفیل کسر حجمی فاز گاز



شکل ۱۵- تکامل زمانی پروفیل سرعت فاز مایع

¹ Steady

۷- جمع بندی

در این مقاله با استفاده از مدل دو سیالی و روش عددی تسخیر شاک پایستار، یک روش شبیه سازی برای جریان های دو فازی ارائه شده است. مزیت مدل دوسیالی بکار گرفته شده، در مقاله حاضر نسبت به مدل های دیگر نظیر حجم سیال (VOF)^۱ در بدست آوردن مکان فصل مشترک بصورت مستقیم و بدون مدلسازی و بصورت خروجی از حل معادلات حاکم بر حرکت سیال، همانند دیگر مجهول ها مانند سرعت است که این کار به نوبه خود کار جدیدی است. همچنین نوآوری دیگر مقاله توسعه روشهای حل عددی تسخیر شاک پایستار که برای حل معادلات تک فاز می باشند به معادلات دو فاز می باشد.

همچنین مقایسه محدوده خوش رفتاری مدل دو سیالی مستقل از فشار، مدل دو سیالی تک فشار و مدل دو سیالی دو فشار در لوله عمودی و تعیین این محدوده ها انجام شده است که این کار نیز به نوبه خود برای اولین بار صورت گرفته است. روش عددی تسخیر شاک پایستار برای حل معادلات جریان تک فاز می باشد. یکی از جنبه های جذاب مقاله حاضر تعمیم و توسعه روش عددی تسخیر شاک پایستار برای حل معادلات جریان دو فاز می باشد. مدل های دو سیالی (مدل مستقل از فشار، مدل تک فشار و مدل دو فشار) با استفاده از روش تسخیر شاک پایستار حل شده است. نتایج نشان داده است، روش تسخیر شاک پایستار همه متغیرهای جریان دو فازی مربوط به مدل های دو سیالی را با دقت بسیار خوبی پیش بینی کرده است.

مدل دو سیالی مستقل از فشار دارای فرم پایستار می باشد و پیچیدگی های مربوط به گسسته سازی ترم ناپایستار در مدل تک فشار و دو فشار را ندارد. مدل مستقل از فشار می تواند ناپیوستگی های موجود در میدان حل را با دقت بالای پیش بینی کند، در صورتی که شرایط اولیه مسأله شرایط ناپایداری کلون هلمهلتز غیر لزج را ارضا کند. مدل مستقل از فشار دارای دو ضعف مهم می باشد: ۱- در نظر نگرفتن تراکم پذیری فاز گاز. ۲- عدم پیش بینی پروفیل تغییرات فشار فازها در خروجی مدل.

مدل دو سیالی تک فشار به دلیل داشتن دو معادله پیوستگی و دو معادله مومنتم به خوبی می تواند رفتار جریان هایی که دو فاز بصورت ضعیفی با هم کوپل باشند را به طوری که پخش موج در هر فاز با سرعت های مختلفی صورت گیرد را پیش بینی کند، که این موضوع در مسأله شیر آب به خوبی نشان داده شد، و دیگر پرش های عددی در متغیرهای جریان دیده نشده است. مدل دو سیالی دو فشار بدون قید و شرط خوش رفتار است. مدل دو فشار دارای پخش عددی بیشتری نسبت به مدل تک فشار می باشد و پخش عددی زیاد سبب عدم تطابق بهتر جوابها با حل تحلیلی مسأله شده است. مدل دو فشار ۱ به شدت وابسته به مقدار Γ_p است. با انتخاب مقادیر ۰، ۰/۰۰۰۰۰۰۱، ۰/۰۰۰۰۰۰۱، ۰/۰۰۰۰۰۱، ۰/۰۰۰۰۱، و ۰/۰۰۱ برای ضریب تعدیل فشار (Γ_p)، جوابهای مدل دو فشار ۱ در پیش بینی متغیرهای جریان (پروفیل کسر حجمی فاز گاز، پروفیل سرعت فاز مایع، پروفیل سرعت فاز گاز و پروفیل کسر حجمی فاز مایع) به مدل دو فشار ۲ نزدیک می باشد که این نتایج تایید می کنند، فرض برابری فشار فاز گاز و فشار فاز مایع در مدل دو فشار ۲ فرضی منطقی است. از مشکلات مدل دو فشار ۱ انتخاب مقدار Γ_p می باشد که معیار مطمئنی برای انتخاب آن ارائه نشده است. فرض برابر نبودن فشار فازها، فرضی دقیق و مطابق با فیزیک واقعی جریان می باشد. بنابراین، پروفیل تغییرات فشار پیش بینی شده در مدل دو فشار ۱ مطابقت دقیق تری با فیزیک واقعی جریان دارد.

¹Volume of Fluid

مراجع

- [1] Štrubelj, L., and Tiselj, I., "Numerical Simulations of Basic Interfacial Instabilities with Incompressible Two-fluid Model", *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 241, pp. 1018-1023, (2011).
- [2] Omgba-Essama, C., "Numerical Modelling of Transient Gas-liquid Flows (Application to Stratified & Slug Flow Regimes)", Ph.D. Thesis, Department of Applied Mathematics and Computing Group, Cranfield University, Cranfield, (2004).
- [3] Watson, M., "Non-linear Waves in Pipeline Two-phase Flows", In: *Proceeding 3rd International Conference on Hyperbolic Problems*, Sweden, pp. 11-15, (1990).
- [4] Stuhmiller, J., "The Influence of Interfacial Pressure Forces on the Character of Two-phase Flow Model Equations", *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 3, pp. 551-560, (1977).
- [5] Ransom, V. H., and Hicks, D. L., "Hyperbolic Two-pressure Models for Two-phase Flow", *Journal of Computational Physics*, Vol. 53, pp. 124-151, (1984).
- [6] Saurel, R., and Abgrall, R., "A Multiphase Godunov Method for Compressible Multifluid and Multiphase Flows", *Journal of Computational Physics*, Vol. 150, pp. 425-467, (1999).
- [7] Ansari, M., and Shokri, V., "Numerical Modeling of Slug Flow Initiation in a Horizontal Channels using a Two-fluid Model", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 32, pp. 145-155, (2011).
- [8] Bonzanini, A., Picchi, D., and Poesio, P., "Simplified 1D Incompressible Two-fluid Model with Artificial Diffusion for Slug Flow Capturing in Horizontal and Nearly Horizontal Pipes", *Energies*, Vol. 10, pp. 1372, (2017).
- [9] Holmås, H., "Numerical Simulation of Transient Roll-waves in Two-phase Pipe Flow", *Chemical Engineering Science*, Vol. 65, pp. 1811-1825, (2010).
- [10] Holmås, H., Sira, T., Nordsveen, M., Langtangen, H., and Schulkes, R., "Analysis of a 1D Incompressible Two-fluid Model Including Artificial Diffusion", *IMA Journal of Applied Mathematics*, Vol. 73, pp. 651-667, (2008).
- [11] Woodburn, P., and Issa, R., "Well-posedness of One-dimensional Transient, Two-fluid Models of Two-phase Flows", In: *Proceeding 3rd International Symposium on Multiphase Flow*, ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting, Washington, pp. 112-119, (1998).
- [12] Evje, S., and Flåtten, T., "Hybrid Flux-splitting Schemes for a Common Two-fluid Model", *Journal of Computational Physics*, Vol. 192, pp. 175-210, (2003).
- [13] Paillere, H., Corre, C., and Cascales, J. G., "On the Extension of the AUSM+ Scheme to Compressible Two-fluid Models", *Computers and Fluids*, Vol. 32, pp. 891-916, (2003).

- [14] Evje, S., and Flåtten, T., "Hybrid Central-upwind Schemes for Numerical Resolution of Two-phase Flows", *ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis*, Vol. 39, pp. 253-273, (2005).
- [15] Han, P., and Guo, L., "Numerical Simulation of Terrain-induced Severe Slugging Coupled by Hydrodynamic Slugs in a Pipeline–Riser System", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 56, pp. 355-366, (2015).
- [16] Munkejord, S. T., "Comparison of Roe-type Methods for Solving the Two-fluid Model with and without Pressure Relaxation", *Computers and Fluids*, Vol. 36, pp. 1061-1080, (2007).
- [17] Shokri, V., and Esmaili, K., "Comparison of the Effect of Hydrodynamic and Hydrostatic Models for Pressure Correction Term in Two-fluid Model in Gas-liquid Two-phase Flow Modeling", *Journal of Molecular Liquids*, Vol. 237, pp. 334-346, (2017).
- [18] Zeng, Q., Aydemir, N., Lien, F., and Xu, T., "Comparison of Implicit and Explicit AUSM-family Schemes for Compressible Multiphase Flows", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 77, pp. 43-61, (2015).
- [19] Issa, R., and Kempf, M., "Simulation of Slug Flow in Horizontal and Nearly Horizontal Pipes with the Two-fluid Model", *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 29, pp. 69-95, (2003).
- [20] Ansari, M., and Shokri, V., "New Algorithm for the Numerical Simulation of Two-phase Stratified Gas–liquid Flow and its Application for Analyzing the Kelvin–Helmholtz Instability Criterion with Respect to Wavelength Effect", *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 237, pp. 2302-2310, (2007).
- [21] Bonizzi, M., and Issa, R., "A Model for Simulating Gas Bubble Entrainment in Two-phase Horizontal Slug Flow", *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 29, pp. 1685-1717, (2003).
- [22] Bonizzi, M., and Issa, R., "On the Simulation of Three-phase Slug Flow in Nearly Horizontal Pipes using the Multi-fluid Model", *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 29, pp. 1719-1747, (2003).
- [23] Carneiro, J., and Nieckele, A., "Investigation of Slug Flow Characteristics in Inclined Pipelines", *Computational Methods in Multiphase Flow IV*, Vol. 56, pp. 185, (2007).
- [24] Emamzadeh, M., and Issa, R. I., "One-dimensional Model for Numerical Simulation of Annular Flow in Horizontal and Vertical Pipes", *Multiphase Science and Technology*, Vol. 25, pp. 25-56, (2013).
- [25] Emamzadeh, M., and Issa, R. I., "A Model for Predicting the Transition Between Stratified and Annular Flow in Horizontal Pipes", *Multiphase Science and Technology*, Vol. 25, pp. 79-100, (2013).

- [26] Issa, R., Castagna, J., and Sheikh, A., "Accurate Simulation of Intermittent/Slug Flow in Oil and Gas Pipelines", In: Proceeding 15th International Conference on Multiphase Production Technology, pp. 28, Cannes, France, (2011).
- [27] Munkejord, S. T., "Analysis of the Two-fluid Model and the Drift-flux Model for Numerical Calculation of Two-phase Flow", Ph.D. Thesis, Department of Energy and Process Engineering, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway, (2006).
- [28] Baer, M., and Nunziato, J., "A Two-phase Mixture Theory for the Deflagration-to-Detonation Transition (DDT) in Reactive Granular Materials", International Journal of Multiphase Flow, Vol. 12, pp. 861-889, (1986).
- [29] Lallemand, M. H., Chinnayya, A., and Le Metayer, O., "Pressure Relaxation Procedures for Multiphase Compressible Flows", International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 49, pp. 1-56, (2005).
- [30] Ishii, M., and Mishima, K., "Two-fluid Model and Hydrodynamic Constitutive Relations", Nuclear Engineering and Design, Vol. 82, pp. 107-126, (1984).
- [31] Cortes, J., Debussche, A., and Toumi, I., "A Density Perturbation Method to Study the Eigenstructure of Two-phase Flow Equation Systems", Journal of Computational Physics, Vol. 147, pp. 463-484, (1998).
- [32] Montini, M., "Closure Relations of the One-dimensional Two-fluid Model for the Simulation of Slug Flows", Ph.D. Thesis, Department of Mechanical Engineering, Imperial College London, London, (2011).
- [33] Taitel, Y., and Dukler, A., "A Model for Predicting Flow Regime Transitions in Horizontal and Near Horizontal Gas-liquid Flow", AIChE Journal, Vol. 22, pp. 47-55, (1976).
- [34] Toro, E. F., "Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics: A Practical Introduction", 3rd Edition, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Berlin, (2009).
- [35] Hirsch, H., "Numerical Computation of Internal and External Flows", Computational Methods for Inviscid and Viscous Flows, Vol. 2, pp. 536-556, (1990).
- [36] Coquel, F., El Amine, K., Godlewski, E., Perthame, B., and Rascle, P., "A Numerical Method using Upwind Schemes for the Resolution of Two-phase Flows", Journal of Computational Physics, Vol. 136, pp. 272-288, (1997).
- [37] Ransom, V., "Numerical Benchmark Test No. 2.3: Expulsion of Steam by Sub-cooled Water", Multiphase Science and Technology, Vol. 3, pp. 1-4, (1987).

فهرست نمادهای انگلیسی

- A : سطح مقطع کل لوله
 A_k : سطح مقطع فازها
 C_k : سرعت صوت فازها
 $C(t)$: تابعیت زمانی
 D_{hk} : قطر هیدرولیکی فازها
F : بردار فلاکس پایستار
 F_{kw} : نیروی اصطکاک فازها
 F_i : نیروی اصطکاک در فصل مشترک
 f_k : فاکتور اصطکاکی فاز
 f_i : فاکتور اصطکاکی فصل مشترک
G : شتاب جاذبه
 h_k : ارتفاع سطح فازها
H : بردار فشار فصل مشترک
 P_k : فشار فازها
 P_{ki} : فشار فاز در فصل مشترک
Q : بردار متغیرهای پایستار
 R_k : کسر حجمی فازها
 Re_k : عدد رینولدز فازها
 Γ_P : ضریب تعدیل فشار
 Γ_V : ضریب تعدیل سرعت
S : بردار ترم چشمه
 S_k : محیط تر شده فازها
 S_i : محیط تر شده فصل مشترک
 u_k : سرعت فازها
 u_i : سرعت فصل مشترک
x : موقعیت لوله
 ΔP : اختلاف فشار فازها
 Δt : گام زمانی
 Δx : گام مکانی
- ### نمادهای یونانی
- β : شیب لوله
 τ : تنش برشی فاز

ρ_k : چگالی فاز μ_k : لزجت دینامیکی فازها λ : سرعت موج**زیر نویس ها**

g : فاز گاز

l : فاز مایع

i : فصل مشترک فازها

z : سلول محاسباتی

k : هریک از فازها

w : دیواره

intel : ورودی لوله

0 : مقادیر مرجع

Neq : تعداد معادلات

بالا نویس ها

n : گام زمانی قدیم

n + 1 : گام زمانی جدید

Force : روش عددی فورس

Abstract

In this paper, an approach to the prediction of two-phase flows based on two-fluid models and conservative shock capturing method is presented. The advantage of this approach is that the interface is allowed to develop naturally as part of the transient calculation. Another novelty is the comparison of well-posedness criteria of three two-fluid models. The well-posedness criteria for single pressure model is greater than free pressure model, and the numerical diffusion for single pressure model is little than two pressure model.

It has been chosen 0.0000001, 0.000001, 0.00001, 0.0001 and 0.001 for pressure relaxation term in two pressure model 1. It has shown that by increasing pressure relaxation, the result of the two pressure model 1 and two pressure model 2 tending two each other, and this is an Confirmation of equality of pressures in two-fluid model 2.