

## ناپایداری ائروالاستیک تیر- صفحه چند لایه مقارن مرکب با دو ناحیه جدایش بین لایه ای

در این مطالعه ناپایداری ائروالاستیک تیر- صفحه های مرکب با دو ناحیه جدایش بین لایه ای با طول یکسان لبه به لبه و در معرض جریان مافوق صوت بصورت تحلیلی مورد بررسی قرار گرفته است. از تئوری کلاسیک صفحه های چند لایه برای جابجایی های کوچک به همراه تئوری شبه یکنواخت آیرودینامیکی برای استخراج معادلات حاکم استفاده شده است. در این تحقیق اثر پارامترهای متفاوتی نظیر طول ناحیه های خسارت دیده، موقعیت مکانی آنها در راستای طولی و ضخامت تیر- صفحه و چیدمان متفاوت فایبرها بر مرز فلاتر مورد بررسی قرار گرفته است. بر اساس نتایج بدست آمده وجود دو ناحیه جدایش سرتاسری با طول یکسان و لبه به لبه سبب کاهش ۲۰ تا ۴۰ درصدی فشار بحرانی فلاتر در مقایسه با یک ناحیه جدایش خواهد شد. همچنین با نزدیکتر شدن ناحیه های جدایش به لایه میانی تیر- صفحه رفتار سازه دچار تغییر می شود.

سیدباقر موسوی<sup>۱</sup>

دانشجوی کارشناسی ارشد

سیدمحمدعلی امین یزدی<sup>۲</sup>

استادیار

واژه های راهنما: فلاتر، جدایش بین لایه ای، تیر- صفحه مرکب

### ۱- مقدمه

استفاده از مواد مرکب در دهه های گذشته در صنایع گوناگونی نظیر صنایع خودرو سازی، هوایی، کشتی سازی و ورزشی بواسطه خواص منحصر به فرد آنها گسترش بسیاری یافته است. خواصی مانند نسبت استحکام به وزن بالا، مقاومت بالا و مقاومت شیمیایی بیشتر سبب گردیده است تا مواد مرکب بیش از پیش مورد توجه محققین قرار گیرد. سازه های ساخته شده از مواد مرکب می توانند بسته به شرایط محیطی مختلف و در طی پروسه کاری خود دچار خسارتهای متفاوتی شوند. خسارتهای نظیر شکست فایبر<sup>۳</sup>، جدایش لایه ها<sup>۴</sup>، ترک خوردن ماتریس<sup>۵</sup> و جدایش فایبر از ماتریس<sup>۶</sup> از جمله خسارتهای می باشند که یک سازه ساخته شده از مواد مرکب می تواند آنها را تجربه کند.

<sup>۱</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی قوچان

<sup>۲</sup> نویسنده مسئول، استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی قوچان [aliaminyazdi@qiet.ac.ir](mailto:aliaminyazdi@qiet.ac.ir)

تاریخ دریافت: ۹۷/۰۳/۲۱، تاریخ پذیرش: ۹۷/۰۸/۱۹

<sup>۳</sup> Broken fibers

<sup>۴</sup> Delamination

<sup>۵</sup> Matrix cracking

<sup>۶</sup> Fiber-matrix debonding

از این رو محققین بسیاری به بررسی رفتار سازه های مواد مرکب خسارت دیده پرداخته اند. Tracy و Pardoen [۱] در سال (۱۹۸۸) ارتعاش آزاد خطی تیر- صفحه های مرکب، با تکیه گاه های ساده، با ناحیه جدایش سرتاسری را با استفاده از تئوری تیر اویلر برنولی و تئوری کلاسیک چند لایه ها بررسی کردند. در این تحقیق تاثیر اندازه و محل قرار گیری ناحیه جدایش بر فرکانس های طبیعی مود ۱ تا ۴ به روش تجربی، تحلیلی و شبیه سازی با نرم افزار، مورد مطالعه قرار گرفته است. Suryanarayan و Mujumdar [۲] در (۱۹۸۸) نیز در یک تحقیق مشابه بصورت تحلیلی و با استفاده از تئوری تیر اویلر برنولی برای تیر مرکب با تکیه گاه های گیردار مساله ارتعاشات خمشی تیر- صفحه مرکب با جدایش لایه ای را مورد بررسی قرار داده اند. Jane و Yin [۳] در سال (۱۹۹۲) رفتار ارتعاشی تیر- صفحه های مرکب کمانش کرده را مورد بررسی قرار دادند. بر پایه نتایج این تحقیق چنانچه تغییر شکل ناشی از کمانش نسبت به نقطه میانی متقارن باشد آنگاه مودهای ارتعاشی متقارن و غیر متقارن ارتعاشی کوپل نخواهند بود. همچنین بر اساس این نتایج تاثیر نواحی جدایش با طول بیشتر بر فرکانس نوسانات و سفتی تیر- صفحه به مراتب بیشتر از نواحی خسارت دیده با طول کمتر می باشد. Shu [۴] در (۱۹۹۵) در تحقیقی به بررسی رفتار ارتعاشی یک تیر ساندویچی با دو ناحیه جدایش پرداخت. در این تحقیق فرض شده است که ناحیه های خسارت دیده می توانند بصورت مقید<sup>۱</sup> و یا آزاد<sup>۲</sup> نسبت به یکدیگر ارتعاش نمایند. بر اساس نتایج این تحقیق داده های بدست آمده از فرض آنکه نواحی خسارت دیده نسبت به یکدیگر مقید باشند به نتایج آزمایشگاهی نزدیکتر می باشد.

Gaudenzi [۵] در سال (۱۹۹۷) به کمک روش المان محدود غیرخطی، در دو حالت دو بعدی و سه بعدی به بررسی رفتار کمانشی سازه ای مرکب با ناحیه جدایش پرداخته است. در حالت دو بعدی تاثیر عواملی مانند طول جدایش و محل قرار گیری نسبت به مرکز تیر بر بار کمانش و شکل مود کمانش مورد بررسی قرار گرفته است و در حالت سه بعدی اثر پارامترهای هندسی مانند عمق جدایش، محل قرارگیری و اندازه جدایش بر بار کمانش و شکل مود کمانش را مورد بررسی قرار داده است.

Liang و Chang [۶] در سال (۱۹۹۸) در مطالعه ای ارتعاش اجباری و آزاد یک تیر هماسنگرد با یک جدایش سراسری در امتداد عرض آن و تحت تاثیر نیروی عرضی وابسته به زمان را مد نظر قرار دادند. آنها در این تحلیل با استفاده از شرایط مرزی و حل معادلات دیفرانسیلی با مشتق های جزئی به کمک روش جداسازی متغیرها شکل مود، فرکانس طبیعی و رفتار پس کمانش تیر- صفحه را بدست آوردند.

Kedward و Kim [۷] در (۱۹۹۹) با در نظر گرفتن صفحه های چند لایه به شکل مستطیل و همچنین با فرض صفحات نازک که در آن هندسه ناحیه جدایش را به شکل بیضی و با محل قرارگیری دلخواه فرض کردند، یک روش حل تحلیلی برای پیش بینی شروع کمانش صفحه های مرکب براساس روش ریلی ریتز توسعه دادند. Lu و همکارانش [۸] در سال (۲۰۰۱) با استفاده از روشهای پرتوربیشن<sup>۳</sup> رفتار غیر خطی دینامیکی تیر- صفحه ای مرکب با یک جدایش بین لایه ای را مورد بررسی قرار دادند.

Rao و همکاران [۹] در تحقیقی در (۲۰۰۴) رفتار کمانشی یک تیر مرکب سه لایه را با دو ناحیه جدایش غیرمتقارن جدا از هم بررسی نمودند.

<sup>1</sup> Constraint mode

<sup>2</sup> Free mode

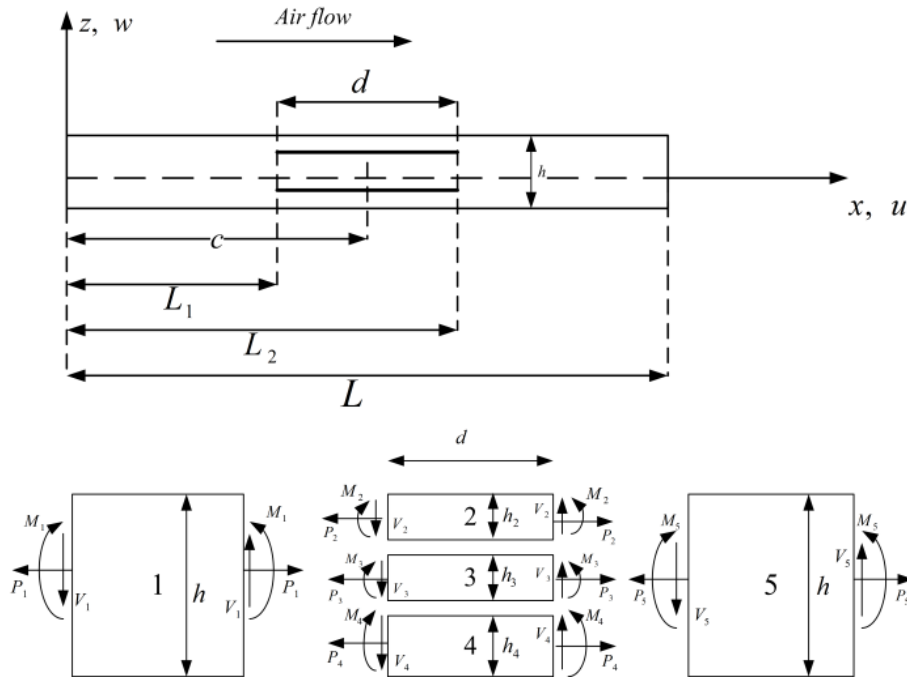
<sup>3</sup> Perturbation method

Della و Shu [۱۰] در سال (۲۰۰۵) رفتار ارتعاشی یک تیر با دو جدایش که هر کدام از آنها با یکدیگر برابر، هم جهت، موازی و هم مرکز هستند را، برای هر دو حالت آزاد و مقید بررسی کردند. آنها با استفاده از تئوری کلاسیک صفحه های چند لایه و تیر اویلر برنولی مساله را بررسی نمودند. بر اساس نتایج بدست آمده رفتارهای مختلف ارتعاشی به اندازه نسبت لاغری لایه های جدایش یافته، اندازه عمق، طول و محل قرارگیری جدایش نسبت به مرکز تیر، وابسته است.

آنها در سالهای (۲۰۰۴) و (۲۰۰۷) در کارهای دیگر نیز [۱۱] و [۱۲] در یک تیر همگن اثر دو جدایش لبه به لبه و جدا از هم را برای حالت آزاد و مقید تحت اثر بار محوری بر فرکانس طبیعی و شکل مود ارتعاشی مورد بررسی قرار دادند. Hein [۱۳] در سال (۲۰۰۶) ارتعاش آزاد تیر جدایش یافته را با تکیه گاه الاستیک را مورد مطالعه قرار داده است. در این تحقیق تاثیر پارامترهای الاستیک، و هندسه جدایش بر فرکانس و شکل مود ۱ تا ۳ مورد بررسی قرار گرفته است. در (۲۰۱۴) Shariatnia و همکارانش [۱۴] با فرض اینکه حالت بین دو جدایش می تواند ترکیبی از حالت مقید و آزاد باشد، یک روش تحلیلی بهبود یافته برای محاسبه فرکانس طبیعی ترکیب شده برای تیرهای مرکب جدایش یافته برای حالت های آزاد، مقید و ترکیبی ارائه دادند. نتایج حاصل از این روش جدید برای فرکانس ترکیبی همخوانی بهتری نسبت به کارهای قبلی انجام شده با نتایج تجربی و عددی دارد.

Della [۱۵] در سال (۲۰۱۵) اثر شرایط تکیه گاهی متفاوت را بر کران های بالا و پائین فرکانس با فرض تغییر شکل های کاملاً آزاد و مقید را بصورت تحلیلی مورد بررسی قرار داد. Shiau [۱۶] در سال (۱۹۹۲) در تحقیقی به بررسی رفتار ائروالاستیک تیر-صفحه ای مرکب با یک ناحیه جدایش پرداخت. در این تحقیق فرض شده است که تیر- صفحه در معرض جریان مافوق صوت در راستای طول خود قرار گرفته است. در این پژوهش تاثیر پارامترهای مختلفی مانند طول، موقعیت طولی و چیدمان های مختلف بر مرز فلاتر مورد بررسی قرار گرفته است. Yazdi و Rezaeepazhand [۱۷] با استفاده از مدل های مقیاسی و تئوری تشابهی، در سال (۲۰۱۱) رفتار ائروالاستیک صفحه های مرکب خسارت دیده را مورد بررسی قرار دادند. همچنین Yazdi [۱۸] در سال ۲۰۱۲ فلاتر پوسته استوانه ای مرکب با یک ناحیه جدایش بررسی کرده است. Alidoost و Rezaeepazhand [۱۹] در (۲۰۱۷) به بررسی پایداری یک تیر مرکب با یک جدایش تحت اثر بار محوری پرداخته اند. در این تحقیق از تئوری تیر اویلر- برنولی و تئوری کلاسیک چند لایه های استفاده شده است. بر اساس نتایج این تحقیق با جابجایی نقطه اثر نیرو از سطح به لایه میانی مقادیر فرکانس طبیعی و بار بحرانی کمانش کاهش یافته حال آنکه مقدار فشار بحرانی فلاتر افزایش خواهد یافت. هدف از این تحقیق بررسی ناپایداری ائروالاستیک تیر- صفحه مرکب با دوناحیه جدایش لب به لب می باشد. برای این منظور با استفاده از تئوری تیر اویلر برنولی، تئوری کلاسیک صفحه های چند لایه و تئوری شبه یکنواخت آیرودینامیکی معادلات حاکم بر مساله بدست آمده اند.

در ادامه با استفاده از شرایط مرزی در لبه های تیر- صفحه و شرایط هندسی و نیرویی در لبه های ناحیه های خسارت دیده سعی شده تا فشار بحرانی فلاتر بصورت تحلیلی محاسبه گردد.



شکل ۱- ابعاد هندسی تیر- صفحه با دو ناحیه جدایش بین لایه ای لب به لب

## ۲- بیان مساله

در این تحقیق یک تیر چند لایه مرکب به طول  $L$  ضخامت  $h$  و چگالی  $\rho_c$  در نظر گرفته شده است (شکل ۱). در این مساله فرض شده است که تیر دارای دو ناحیه جدایش لب به لب با طول یکسان ( $d$ ) است که موقعیت نقطه میانی آنها از لبه سمت چپ با ( $c$ ) نشان داده شده است. برای بررسی اثر ناپایداری اثروالاستیک تیر فرض شده است که تیر در راستای طولی خود تحت اثر یک جریان مافوق صوت قرار گرفته است که می توان با استفاده از تئوری شبه یکنواخت آیرودینامیکی برای فشار آیرودینامیکی نوشت [۱۶]:

$$\Delta P = -\frac{\rho U^2}{\sqrt{M^2-1}} \left[ \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{1}{U} \frac{M^2-2}{M^2-1} \frac{\partial w}{\partial t} \right] = \lambda \frac{\partial w}{\partial x} + g \frac{\partial w}{\partial t} \quad (1)$$

که در این رابطه  $M$  عدد ماخ،  $U$  سرعت جریان هوا و  $\rho$  چگالی جریان عبوری هوا،  $\lambda$  و  $g$  نیز به ترتیب فشار دینامیکی و میرایی آیرودینامیکی می باشد. برای استخراج معادله های حاکم بر مساله از تغییر شکلها و کرنش ها کوچک و تئوری کلاسیک چند لایه استفاده می شود. همچنین با صرف نظر از تغییر شکل در راستای  $y$  و فرض آنکه نسبت طول تیر به عرض آن به حدی بزرگتر است که می توان آن را بصورت یک بعدی در نظر گرفت.

با توجه به این مطالب برای بررسی مساله تیر خسارت دیده را به ۵ ناحیه تقسیم می کنیم. با فرض آنکه تغییر شکلها کوچک باشد می توان معادلات حاکم بر مساله را بصورت زیر نوشت:

$$D_1 \frac{\partial^4 w_1}{\partial x^4} + \rho_c h \frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} + \Delta P = 0 \quad (2-f)$$

$$\left(D_2 - \frac{B_2^2}{A_2}\right) \frac{\partial^4 w_2}{\partial x^4} - P_2 \frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2} + \rho_c h_2 \frac{\partial^2 w_2}{\partial t^2} + \Delta P + F_2 = 0 \quad (2-b)$$

$$\left(D_3 - \frac{B_3^2}{A_3}\right) \frac{\partial^4 w_3}{\partial x^4} - P_3 \frac{\partial^2 w_3}{\partial x^2} + \rho_c h_3 \frac{\partial^2 w_3}{\partial t^2} + F_3 = 0 \quad (2-c)$$

$$\left(D_4 - \frac{B_4^2}{A_4}\right) \frac{\partial^4 w_4}{\partial x^4} - P_4 \frac{\partial^2 w_4}{\partial x^2} + \rho_c h_4 \frac{\partial^2 w_4}{\partial t^2} + F_4 = 0 \quad (2-d)$$

$$D_5 \frac{\partial^4 w_5}{\partial x^4} + \rho_c h \frac{\partial^2 w_5}{\partial t^2} + \Delta P = 0 \quad (2-e)$$

که در این روابط  $F_n$  ها نیروهای تماسی بین لایه های جدا شده می باشد. با در نظر گرفتن فرض تیر اوپلر برنولی و دانستن این مطلب که تنها ترم غیر صفر کرنش ( $\varepsilon_{xx}^n$ ) است می توان برای نیروهای محوری داخل صفحه  $P_n$  ناشی از وجود جدایش نوشت [۸]:

$$\varepsilon_{xx}^n = \frac{\partial u_n}{\partial x} - z_n \frac{\partial^2 w_n}{\partial x^2} \quad n = 1,2,3,4,5 \quad (3-f)$$

$$P_n = \int_{h_{k-1}}^{h_k} \int_{A_n} (\bar{Q}_{11})_k \left( \frac{\partial u_n}{\partial x} - z_n \frac{\partial^2 w_n}{\partial x^2} \right) dA_n dz, \quad n = 2,3,4 \quad (3-b)$$

$$P_2 = A_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} - B_2 \frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2} \quad (3-c)$$

$$P_3 = A_3 \frac{\partial u_3}{\partial x} - B_3 \frac{\partial^2 w_3}{\partial x^2} \quad (3-d)$$

$$P_4 = A_4 \frac{\partial u_4}{\partial x} - B_4 \frac{\partial^2 w_4}{\partial x^2} \quad (3-e)$$

که در این روابط  $u$  و  $w$  به ترتیب جابجایی در راستای  $x$  و  $z$   $\bar{Q}_{11}$  ضریب استحکام کاهش یافته و

$$A_n, B_n, D_n = \int_{h_{k-1}}^{h_k} (\bar{Q}_{11})_k (1, z, z^2) dz \quad (4)$$

به منظور حذف اثرات غیرخطی در مساله فرض شده است که ناحیه های جدا شده با هم به ارتعاش بپردازند. همچنین با توجه به آنکه تیر تحت اثر هیچگونه بار محوری قرار ندارد ( $P_1=P_5=0$ ) و در نتیجه  $P_1=P_2+P_3+P_4=0$  می توان نوشت:

$$D_1 \frac{\partial^4 w_1}{\partial x^4} + \rho_c h \frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} + \Delta P = 0 \quad (5-f)$$

$$\bar{D}_2 \frac{\partial^4 w_2}{\partial x^4} + \rho_c h \frac{\partial^2 w_2}{\partial t^2} + \Delta P = 0 \quad (5-b)$$

$$D_5 \frac{\partial^4 w_5}{\partial x^4} + \rho_c h \frac{\partial^2 w_5}{\partial t^2} + \Delta P = 0 \quad (5-c)$$

$$\bar{D}_2 = D_2 + D_3 + D_4 - \frac{B_2^2}{A_2} - \frac{B_3^2}{A_3} - \frac{B_4^2}{A_4} \quad (5-d)$$

برای بررسی پایداری ائروالاستیک سازه خسارت دیده می توان  $w_n = W_n(x)e^{i\omega t}$  در نظر گرفت.

با جایگذاری در رابطه (۵) خواهیم داشت:

$$\bar{D}_n \frac{d^4 W_n}{dx^4} + \lambda \frac{dW_n}{dx} + (i\omega g - \omega^2) W_n = 0, n = 1, 2, 5 \quad (۶)$$

حل معادله (۶) بصورت زیر می باشد:

$$W_n(x) = C_{1n} e^{s_{1n}x} + C_{2n} e^{s_{2n}x} + C_{3n} e^{s_{3n}x} + C_{4n} e^{s_{4n}x}, n = 1, 2, 5 \quad (۷)$$

که در این رابطه  $s_{1n}$  ریشه های معادله مشخصه (رابطه ۶) مربوط به هر یک از تیر- صفحه های در نظر گرفته شده می باشد. برای تعیین ضرایب  $C_{jn}$  برای هر یک از تیر- صفحه ها در مجموع به ۱۲ شرط مرزی نیاز می باشد. با توجه به آنکه شرایط تکیه گاهی در لبه های تیر- صفحه بصورت ساده در نظر گرفته شده است می توان نوشت:

$$x = 0 : \quad w_1(0) = \frac{\partial^2 w_1(0)}{\partial x^2} = 0 \quad (۸-الف)$$

$$x = L : \quad w_5(L) = \frac{\partial^2 w_5(L)}{\partial x^2} = 0 \quad (۸-ب)$$

همچنین با توجه به شرایط پیوستگی و نیرویی در لبه های نواحی خسارت دیده می توان نوشت:

$$x = L_1 : \quad w_1(L_1) = w_2(L_1), \quad \frac{\partial w_1(L_1)}{\partial x} = \frac{\partial w_2(L_1)}{\partial x} \quad (۹-الف)$$

$$x = L_2 : \quad w_2(L_2) = w_5(L_2), \quad \frac{\partial w_2(L_2)}{\partial x} = \frac{\partial w_5(L_2)}{\partial x} \quad (۹-ب)$$

$$x = L_1 : \quad V_1 = V_2 + V_3 + V_4, \quad M_1 = M_2 + M_3 + M_4 \quad (۹-ج)$$

$$x = L_2 : \quad V_5 = V_2 + V_3 + V_4, \quad M_5 = M_2 + M_3 + M_4 \quad (۹-د)$$

که در این روابط  $M_n$  و  $V_n$  به ترتیب نیروی برشی و ممان خمشی برای هر یک از تیر- صفحه ها می باشند و بصورت زیر تعریف می شوند [۸]:

$$M_n = \int_{h_{k-1}}^{h_k} \int_{A_n} (\bar{Q}_{11})_k \left( \frac{\partial u_n}{\partial x} - z_i \frac{\partial^2 w_n}{\partial x^2} \right) dA_n \quad z dz \quad (۱۰-الف)$$

$$M_n = B_n \frac{\partial u_n}{\partial x} - D_n \frac{\partial^2 w_n}{\partial x^2} \quad (۱۰-ب)$$

$$V_n = - \left( D_n - \frac{B_n^2}{A_n} \right) \frac{\partial^3 w_n}{\partial x^3} \quad (۱۰-ج)$$

با ترکیب کردن روابط (۱۰) و (۳) می توان نوشت:

$$M_n = \frac{B_n P_n}{A_n} - \left( D_n - \frac{B_n^2}{A_n} \right) \frac{\partial^2 w_n}{\partial x^2}, n = 1, 2, 5 \quad (۱۱)$$

با انتگرال گیری از روابط (۳-ج) تا (۳-ه) در راستای طول ناحیه خسارت دیده می توان مقدار متوسط نیروی های محوری ناشی از وجود ناحیه های جدایش را بدست آورد:

$$\frac{P_2}{A_2}(x)_{L_1}^{L_2} = \Delta u_{x=L_1}^{x=L_2} - \frac{B_2}{A_2} \left( \frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2} \right)_{x=L_1}^{x=L_2} \quad (۱۲-الف)$$

$$\frac{P_3}{A_3}(x)_{L_1}^{L_2} = \Delta u_{x=L_1}^{x=L_2} - \frac{B_3}{A_3} \left( \frac{\partial^2 w_3}{\partial x^2} \right)_{x=L_1}^{x=L_2} \quad (۱۲-ب)$$

$$\frac{P_3}{A_3}(x)_{L_1}^{L_2} = \Delta u_{x=L_1}^{x=L_2} - \frac{B_3}{A_3} \left( \frac{\partial^2 w_3}{\partial x^2} \right)_{x=L_1}^{x=L_2} \quad (۱۲-ج)$$

با استفاده از روابط (۱۲) و دانستن این مطلب که  $P_2 + P_3 + P_4 = 0$  می توان نوشت:

$$P_2 = \frac{B_4 A_2 + B_3 A_2 - B_2 A_4 - B_2 A_3}{(A_2 + A_3 + A_4)(L_2 - L_1)} \quad (۱۳-الف)$$

$$P_3 = \frac{B_4 A_2 + B_2 A_3 - B_3 A_2 - B_3 A_4}{(A_2 + A_3 + A_4)(L_2 - L_1)} \quad (۱۳-ب)$$

$$P_4 = \frac{B_2 A_4 + B_3 A_4 - B_4 A_2 - B_4 A_3}{(A_2 + A_3 + A_4)(L_2 - L_1)} \quad (۱۳-ج)$$

اکنون با اعمال شرایط مرزی (روابط ۸ و ۹) و استفاده از رابطه (۱۳) می توان فشار بحرانی فلاتر را بدست آورد. برای این منظور لازم است تا دترمینان ضرایب در معادله (۱۴) مساوی صفر باشد:

$$[K]_{12 \times 12} \{C\}_{12 \times 1} = \{0\}_{12 \times 1} \quad (۱۴)$$

که در این رابطه  $\{C\}$  بردار ضرایب نامعین و  $[K]$  ماتریس ضرایب می باشند. برای محاسبه فشار بحرانی فلاتر بازای یک مقدار مشخص  $\lambda$  مقدار  $\omega$  آنقدر تغییر داده می شود تا دترمینان ضرایب صفر شود این کار تا مادامی انجام می پذیرد که علامت میرایی بدست آمده تغییر کند. در ادامه بحث به بررسی دقت روش ارائه شده و تاثیر پارامترهای ذکر شده بر فشار بحرانی فلاتر می پردازیم.

### ۳- بررسی نتایج

در این تحقیق از ماده مرکب گرافیت اپوکسی با خواص مکانیکی  $E_1/E_2=13.74$ ,  $G_{12}/E_2=0.7$ ,  $\nu_{12}=0.27$  استفاده شده است. در این تحقیق فشار بحرانی بی بعد فلاتر و مقدار ویژه بصورت زیر تعریف شده است:

$$\lambda_{ND} = \frac{\lambda L^3}{D_0} \quad (۱۵-الف)$$

$$Z = \pi^4 \left[ ig \frac{\omega}{\omega_0} - \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right] \quad (۱۵-ب)$$

که  $D_0$  و  $\omega_0$  به ترتیب سفتی خمشی و فرکانس طبیعی تیر-صفحه ارتوتروپیک است که تمام الیاف آن در راستای طول تیر قرار داشته باشند. به منظور اطمینان از دقت روش ارائه شده در این تحقیق، در جدولهای (۱) و (۲) نتایج بدست آمده از این مطالعه برای فشار بحرانی فلاتر و نسبت فرکانس طبیعی تیر-صفحه مرکب با دو ناحیه جدایش به تیر-صفحه سالم با داده های مراجع [۱۶] و [۱۰] مقایسه شده است.

نتایج نشان داده شده بیان کننده دقت روش مورد استفاده در این تحقیق می باشد.

در شکل (۲) تاثیر طول ناحیه های جدایش بر مرز فلاتر دو چیدمان چهار لایه ای  $(30)_4$  و  $(60)_4$  نشان داده شده است. همچنین در این شکل تاثیر تعداد ناحیه های جدایش بین لایه ای در نظر گرفته شده است. در این حالت فرض شده است که دو ناحیه جدایش از لبه های بالا و پایین تیر-صفحه دارای فاصله های یکسانی باشند ( $h_2=h_4$ ). همانطور که مشاهده می گردد در نتیجه افزایش تعداد جدایش در تیر-صفحه فشار فلاتر کاهش می یابد. بطور مثال برای جدایش ها با طول  $0.4$  و  $0.8$  به ترتیب فشار فلاتر  $36\%$  و  $30\%$  درصد نسبت به چیدمان تک ناحیه جدایش ( $h_2=0.5h$ ) کاهش می یابد.

همچنین بایستی به این مطلب اشاره داشت که در نتیجه تغییر زاویه الیاف از  $30^\circ$  به  $60^\circ$  فشار فلاتر دچار تغییر بسیار محسوسی می گردد. این مطلب در شکل (۳) نیز مورد تاکید قرار گرفته است. همانطور که

مشاهده می گردد در نتیجه افزایش طول ناحیه های جدایش فشار بحرانی فلاتر بشدت کاهش خواهد یافت. همچنین بایستی توجه داشت در نتیجه افزایش طول نواحی جدایش ترتیب میل کردن فرکانس ها به سمت یکدیگر و شروع فلاتر تغییر می کند.

به عنوان مثال در  $(d/L=0.8)$  فرکانس های اول و دوم و در چیدمان  $(d/L=0.4)$  فرکانس های اول و سوم به سمت یکدیگر میل خواهند کرد. لازم به یادآوری است که در این شکل از اثر میرایی آیرودینامیکی صرف نظر شده است. در شکل (۴) تاثیر دو چیدمان مختلف جدایش دو تایی بر مرز فلاتر مورد بررسی قرار گرفته است. در چیدمان اول فرض شده است که هر دو جدایش در دو طرف خط مرکزی و بصورت متقارن قرار گرفته اند  $(h_2=h_4)$  در حالیکه در چیدمان دوم هر دو ناحیه جدایش در یک سمت خط مرکزی قرار داده شده اند  $(h_3=h_4)$ . همانطور که مشاهده می گردد با نزدیک شدن ناحیه های جدایش به صفحه های بالا و پایین تیر- صفحه فشار فلاتر افزایش می یابد.

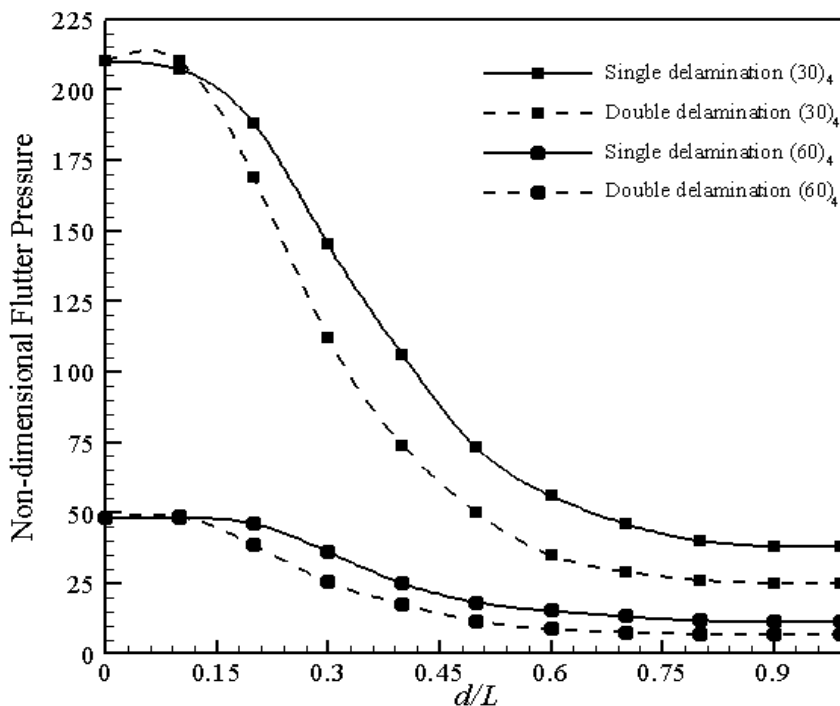
**جدول ۱- بررسی مقادیر فشار بحرانی بی بعد فلاتر با داده های مرجع [۱۶]**

$(90/\pm 45/0)_{2S}$		$(60)_4$		$(0/90)_S$		طول ناحیه جدایش $(d/L)$
مرجع [16]	تحقیق حاضر	مرجع [16]	تحقیق حاضر	مرجع [16]	تحقیق حاضر	
103	102.5	48	48.3	304	303	0
87	87	39	41	171	169	0.25
47	49	19	19	43	50	0.5
29	31	12.5	12.5	24	29	0.75
27	29	12	12	22	22.5	1

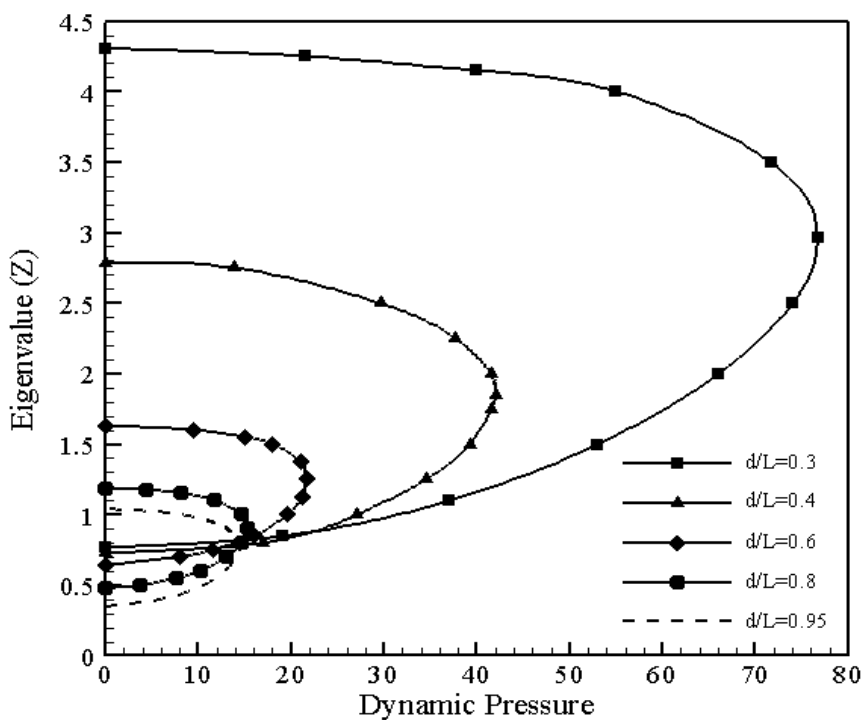
**جدول ۲- بررسی مقادیر نسبت فرکانسی با داده های مرجع [۱۰]  $(h_2=h_3=h/4, h_2=h/2)$**

مرجع [10]	تحقیق حاضر	طول ناحیه جدایش $(d/L)$
1	1	0.1
0.997	0.996	0.2
0.99	0.988	0.3
0.98	0.977	0.4
0.94	0.936	0.5
0.88	0.875	0.6
0.81	0.799	0.7
0.745	0.732	0.8
0.683	0.673	0.9

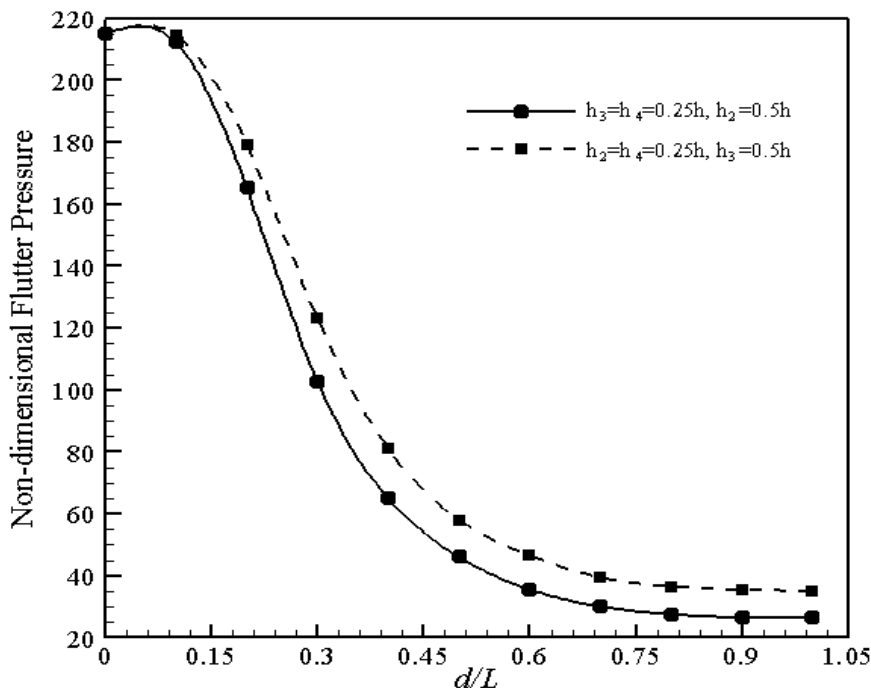




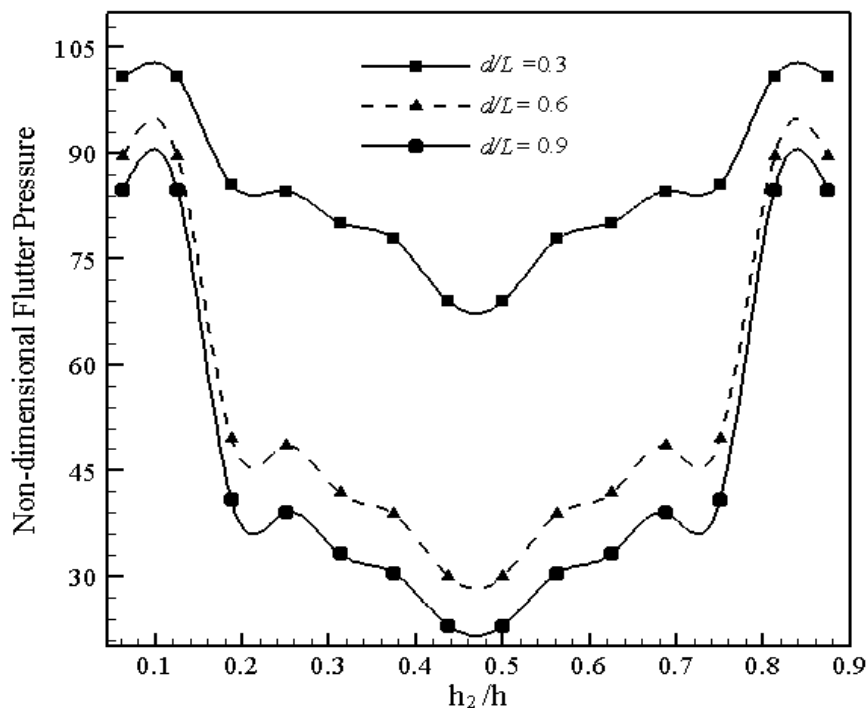
شکل ۲- تغییرات فشار فلاتر با طول ناحیه جدایش ( $h_2=0.5h, h_3=h_4=0.25h, c=0.5L$ )



شکل ۳- تغییرات فشار دینامیکی با مقادیر ویژه به ازای طول های جدایش متفاوت ( $h_2=0.5h, h_3=h_4=0.25h, c=0.5L$ )



شکل ۴- تاثیر طول ناحیه جدایش و موقعیت آن در راستای ضخامت بر فشار فلاتر



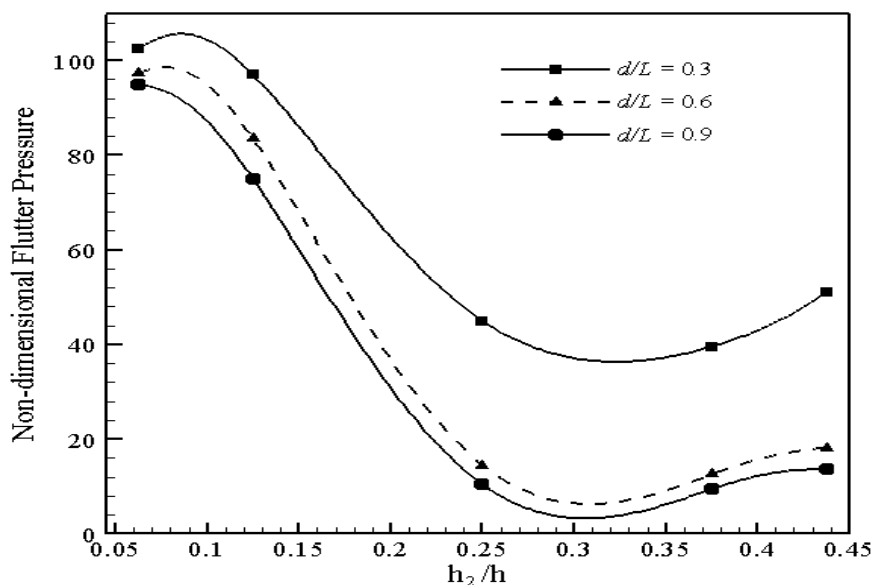
شکل ۵- تغییرات فشار فلاتر با تغییر موقعیت ناحیه های جدایش در راستای ضخامت  
(90/±45/0)<sub>2S</sub> (C=0.5, h<sub>3</sub>=1/16h)

این مطلب در شکل‌های (۵) و (۶) بیشتر مورد بررسی قرار گرفته است. در این شکل (۵) فاصله بین دو ناحیه جدایش ثابت فرض شده است ( $h_3=1/16h$ ). همانطور که مشاهده می‌گردد در نتیجه نزدیک شدن دو ناحیه جدایش به خط میانی تیر- صفحه فشار فلاتر به شدت کاهش می‌یابد.

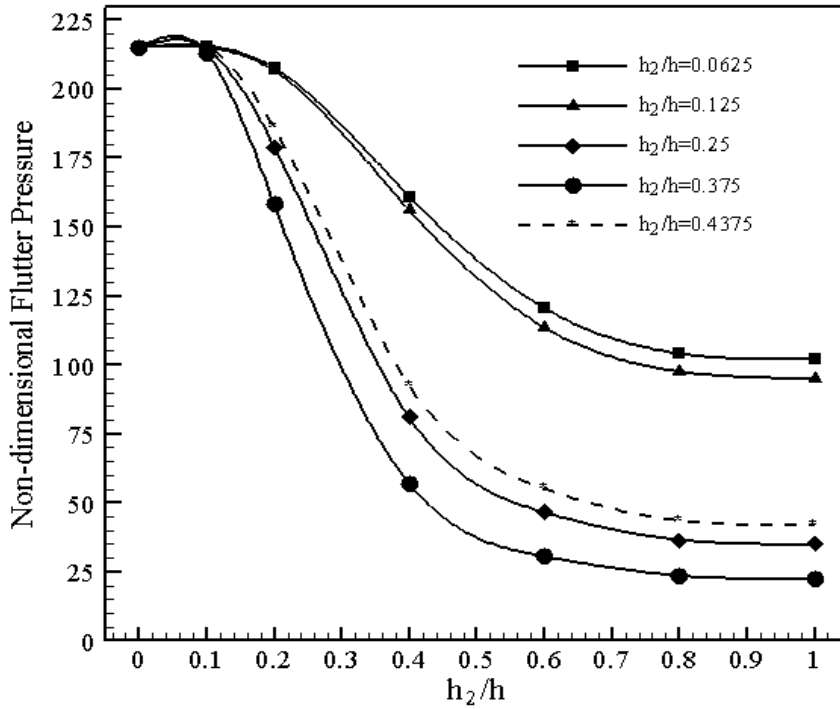
به طورمثال به ازای  $h_2/h=0.4$  فشارفلاتر درمقایسه با چیدمان  $h_2/h=0.1$  درحدود ۴۸درصد کاهش می یابد. در شکل (۶) فاصله دو ناحیه جدایش از لبه های بالا و پایین تیر- صفحه با هم برابر بوده ( $h_2=h_4$ ) ولی فاصله بین دو ناحیه جدایش تغییر خواهد کرد. در نتیجه محدوده تغییرات  $h_2/h$  بین ۰/۰۶۲۵ تا ۰/۴۵ می باشد. براساس این شکل با نزدیک شدن دو جدایش به خط میانی تیر- صفحه فشار فلاتر کاهش یافته اما بایستی توجه داشت با کاهش فاصله بین دو ناحیه جدایش به ازای  $h_2/h>0.3$  فشار فلاتر افزایش می یابد. در شکل (۷) تحلیل مشابهی بر روی چیدمان  $(0/90)_4S$  صورت گرفته است. مانند حالت قبل در نتیجه نزدیک شدن دو ناحیه جدایش به خط میانی فشار فلاتر کاهش می یابد اما در چیدمان  $h_2/h=0.4375$  که در این حالت فاصله بین دو جدایش  $h_3=0.125h$  است فشار فلاتر افزایش می یابد. به عبارت دیگر با نزدیکتر شدن دو ناحیه به یکدیگر تاثیر نواحی خسارت دیده بر مرز فلاتر کاهش می یابد. در شکلهای (۸) و (۹) تاثیر موقعیت نقطه مرکزی جدایش در راستای طولی بر مرز فلاتر برای دو چیدمان متفاوت  $(0/90)_S$  و  $(60)_4$  مورد بررسی قرار گرفته است. بر اساس این نتایج با نزدیک شدن جدایش ها به لبه های تیر- صفحه فشار فلاتر افزایش می یابد. به عبارت دیگر در نتیجه نزدیک شدن ناحیه های جدایش به لبه های تیر- صفحه شرایط مرزی موجود در لبه ها سبب کاهش اثر نواحی جدایش بر مرز فلاتر می گردند.

### ۳- نتیجه گیری

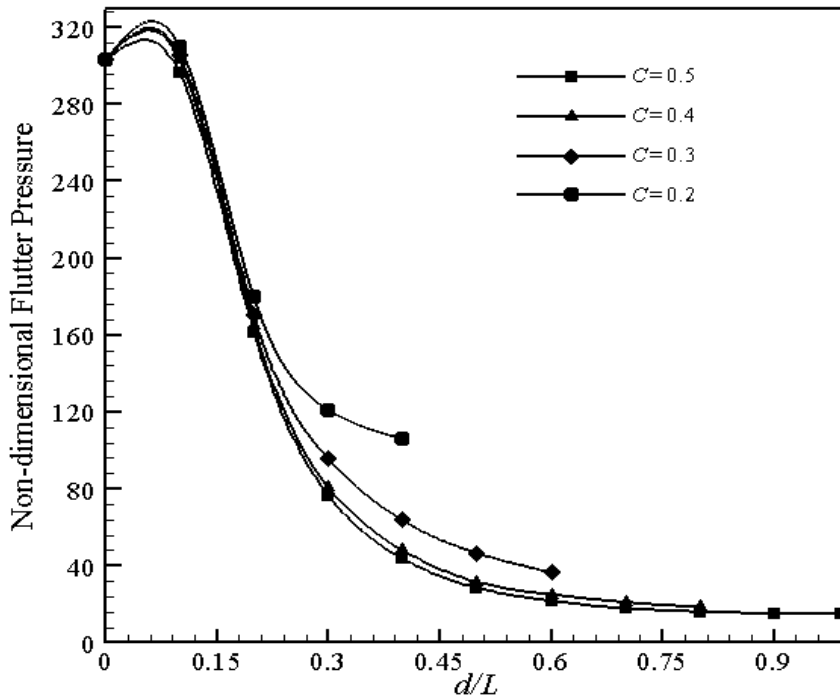
در این تحقیق تاثیر دو ناحیه جدایش با طول یکسان بر مرز فلاتر یک تیر- صفحه چند لایه مرکب مورد بررسی قرار گرفت. بر اساس نتایج این تحقیق می توان گفت افزایش تعداد ناحیه های خسارت دیده سبب کاهش مرز فلاتر در مقایسه با یک جدایش می گردد. همچنین می توان گفت در نتیجه افزایش فاصله بین دو ناحیه جدایش و نزدیک شدن آنها به لبه های بالا و پایین تیر- صفحه فشار فلاتر افزایش می یابد. لازم به یادآوری است هرچه مرکز نواحی جدایش به سمت لبه های تیر- صفحه نیز نزدیک شود فشار بحرانی فلاتر افزایش می یابد.



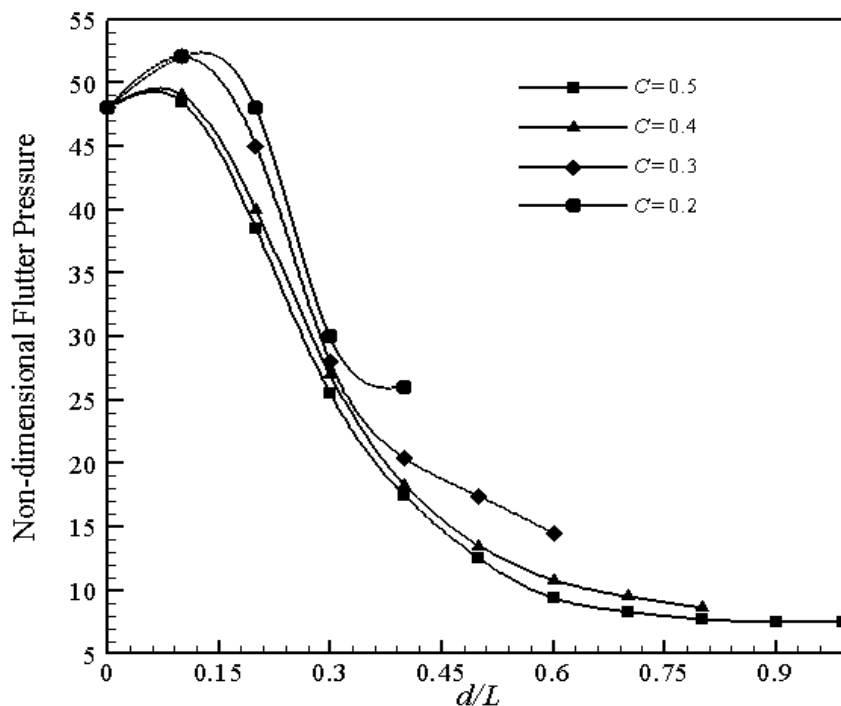
شکل ۶- تغییرات فشار فلاتر با تغییر موقعیت ناحیه های جدایش در راستای ضخامت  $(90/\pm 45/0)_2S$  ( $C=0.5, h_2=h_4$ )



شکل ۷- تغییرات فشار فلاتر با تغییر موقعیت ناحیه های جدایش در راستای ضخامت  $(0/90)_{4S}$  ( $C=0.5, h_2=h_4$ )



شکل ۸- تاثیر طول ناحیه جدایش و موقعیت نقطه مرکزی آن در راستای طول تیر- صفحه برای چیدمان  $(h_2=0.5h, h_3=h_4=0.25h)$   $(0/90)_S$



شکل ۹- تاثیر طول ناحیه جدایش و موقعیت نقطه مرکزی آن در راستای طول تیر- صفحه برای چیدمان  $(h_2=0.5h, h_3=h_4=0.25h) (60)_4$

## مراجع

- [1] Tracy, J. J., and Pardoen, G. C., "Effect of Delamination on Natural Frequency of Composite Laminates", Journal of Composites Materials, Vol. 23, pp. 1200-1215, (1988).
- [2] Mujumdar, P.M., and Suryanarayan, S., "Flexural Vibrations of Beams with Delaminations", Journal of Sound and Vibration, Vol. 125, No. 3, pp. 441-461, (1988).
- [3] Yin, W. L., and Jane, K. C., "Vibration of Delaminated Beam-plate Relative to Buckled State", Journal of Sound and Vibration, Vol. 156, No. 1, pp. 125-140, (1992).
- [4] Shu, D., "Vibration of Sandwich Beams with Double Delamination", Journal of Composites Science and Technology, Vol. 54, pp. 101-109, (1995).
- [5] Gaudenzi, P., "On Delamination Buckling of Composite Laminates under Compressive Loading", Journal of Composite Structures, Vol. 39, pp. 21-30, (1997).
- [6] Chang, T.P., and Liang, J.Y., "Vibration of Post-buckled Delamination Beam-plate", Journal of Solid Structures, Vol. 35, No. 12, pp. 1199-1217, (1998).
- [7] Kim, H., and Kedward, K. T., "A Method for Modeling the Local and Global Buckling of Delaminated Composite Plates", Journal of Composite Structures, Vol. 44, pp. 43-53, (1999).

- [8] Lu, X., Lestari, W., and Hanagud, S., "Nonlinear Vibration of a Delaminated Beam", *Journal of Vibration and Control*, Vol. 7, No. 6, pp. 803-831, (2001).
- [9] Rao, P. M. S., Sylvain, D., Shu, D., and Della, C. N., "Buckling Analysis of Tri-layer Beams with Multiple Separated", *Journal of Composite Structures*, Vol. 66, pp. 53–60, (2004),
- [10] Della, C. N., and Shu, D., "Vibration of Beams with Double Delaminations", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 282, pp. 919–935, (2005).
- [11] Della, C. N., and Shu, D., "Vibration of Beams with Two Overlapping Delaminations", *Journal of Composite Structures*, Vol. 66, pp. 101–108, (2004).
- [12] Della, C. N., and Shu, D., "Vibration of Beams with Two Overlapping Delaminations in Prebuckled States", *Journal of Composites Part B: Engineering*, Vol. 38, pp. 109–118, (2007),
- [13] Hein, H., "The Influence of Delamination on Free Vibrations of Composite Beams on Pasternak Soil", *Journal of Proceeding of the Estonian Academy of Sciences*, Vol. 55, No. 4, pp. 220–234, (2006),
- [14] Shariatinia, M., Torabi, K., and Heidari-Rarani, M., "Free Vibration Analysis of a Composite Beam with Single Delamination-an Improved Free and Constrained Model", *Journal of Engineering Solid Mechanics*, Vol. 2, pp. 313-320, (2014).
- [15] Della, C. N., "Free Vibration Analysis of Composite Beams with Over-lapping Delaminations under Axial Compressive Loading", *Journal of Composite Structures*, Vol. 133, pp. 1168-1176, (2015),
- [16] Shiau, L. C., "Flutter of Composite Laminated Beam Plates with Delamination", *AIAA Journal*, Vol. 30, No. 10, pp. 2504–2511, (1992).
- [17] Yazdi, A. A., and Rezaeepazhand, J., "Structural Similitude for Flutter of Delaminated Composite Beam-plates", *Journal of Composite Structures*, Vol. 93, pp. 1918-1922, (2011).
- [18] Yazdi, A. A., "Flutter of Delaminated Cross-ply Laminated Cylindrical Shells", *Journal of Composite Structures*, Vol. 94, pp. 2888-2894, (2012).
- [19] Alidoost, H., and Rezaeepazhand, J., "Instability of a Delaminated Composite Beam Subjected to a Concentrated Follower Force", *Thin-Walled Structures*, Vol. 120, pp. 191-202, (2017).

### فهرست نمادهای انگلیسی

$A_n$	ضرایب استحکام کششی (N/m)
$B_n$	ضرایب استحکام کوپل کشش - خمش (N)
$C_{jn}$	ثابتهای انتگرال گیری
$D_n$	ضرایب استحکام خمشی (Nm)
$d$	طول ناحیه جدایش (m)
$F_n$	نیروهای تماسی بین ناحیه جدایش (N)
$g$	میرایی آیرودینامیکی ( $\text{Kg/m}^2 \text{ sec}$ )
$h_n$	ضخامت ناحیه های جدایش (m)
$L$	طول تیر - صفحه مرکب (m)
$L_n$	موقعیت لبه های ناحیه های جدایش (m)
$M$	عدد ماخ
$P_n$	نیروهای محوری در نتیجه وجود جدایش (N/m)
$\bar{Q}_{11}$	ضریب استحکام کاهش یافته ( $\text{N/m}^2$ )
$S_{jn}$	ریشه های معادله مشخصه
$t$	زمان (sec)
$U$	سرعت سیال (m/sec)
$u_n$	جابجایی تیر - صفحه در راستای طولی (m)
$W_n$	جابجایی تیر - صفحه در راستای ضخامت (m)
$Z$	مقدار ویژه

### نمادهای یونانی

$\lambda$	فشار دینامیکی ( $\text{Kg/m sec}^2$ )
$\lambda_{ND}$	فشار فلاتر بی بعد
$\Delta P$	فشار آیرودینامیکی
$\rho$	چگالی سیال ( $\text{Kg/m}^3$ )
$\rho_c$	چگالی تیر - صفحه ( $\text{Kg/m}^3$ )
$\omega$	فرکانس فلاتر (rad/sec)
$\omega_0$	فرکانس پایه تیر - صفحه (rad/sec)

## **Abstract**

In this study aeroelastic instability of laminated beam-plates with two overlapping delaminations with equal length that is subjected to supersonic flow is investigated analytically. The classical laminate plate theory with small deflection assumptions with quasi-steady aerodynamic theory is utilized to derive the governing equations of the system.

The effect of different parameters such as delaminations length, axial position, their position through thickness of delaminated beam-plate and different stacking sequence are considered on flutter pressure of beam-plate with two overlapping delaminations. According to the results, flutter pressure of delaminated beam-plate with two overlapping, equal length delaminations in comparison to beam-plate with single delamination is reduced 20 through 40 percentages approximately. Additionally, it has been shown, as far as two delaminations are closer to the mid-plane of the beam-plate, the aeroelastic behavior will change further.