



دفع ارتعاشات مسئله سیال - سازه با استفاده از تئوری کنترل مرزی

در این مقاله، به بررسی میرا نمودن ارتعاشات تیر تیموشنکو تحت بار سیال پرداخته شده است. در ابتدا، ارتعاشات آزاد این تیر بدون بار سیال و تحت بار سیال مورد بررسی قرار گرفته و در ادامه با استفاده از عملگرهای کنترلی، ارتعاشات تیر در حضور و یا عدم حضور سیال میرا گردیده است. اثبات پایدارسازی با استفاده از روش کنترل لیاپانف انجام پذیرفته و با استفاده از تابع لیاپانف میرا شدن ارتعاشات تحت کنترلهای مرزی برای هر دو حالت تحقیق شده است. در این تحقیق، معادلات مزدوج تیر تیموشنکو با سیال ارایه شده است و با استفاده از روش کنترل مرزی و تنها با استفاده از عملگر کنترلی در مرز تیر، ارتعاشات تیر و حرکت مزدوج سیال به طور همزمان پایدار شده اند. در ادامه جهت تصدیق نتایج تحلیلی، از نرم افزار آباکوس استفاده گردیده است. در مدلسازی عددی مشخص شد که در حضور سیال بدلیل ایجاد جرم افزوده به تیر، فرکانس ارتعاشات پایین تر بوده و دفع ارتعاشات دیرتر محقق خواهد شد.

مهدی خاک پور^۱

دانشجوی دکتری

علی نجفی اردکانی^۲

استادیار

افشین زین الدینی^۳

دانشجوی کارشناسی

واژه‌های راهنما: ارتعاشات آزاد، تیر تیموشنکو، پایدارسازی، عملگر کنترلی، تابع لیاپانف

۱- مقدمه

امروزه استفاده از سازه‌هایی با وزن کم، کاربردهای زیادی در صنایع مختلف دارد. استفاده از این سازه‌ها در صنایع هوایی، پره‌های هلیکوپتر، صنایع دریایی، مخازن کشتی، زیردریایی‌ها، ربات‌ها و... از اهمیت فوق العاده‌ای برخوردار است. جهت نیل به این مطلوب (استفاده از سازه‌هایی با وزن کم و استحکام بالا)، باید سطح مقطع جسم، تا حد بهینه‌ای کوچک گردد. از طرف دیگر، استفاده از سازه‌های لاغر و نازک، باعث ایجاد مشکلاتی می‌گردد که یکی از مهمترین آن ایجاد ارتعاشات با دامنه بالا در سازه است. به عنوان مثال می‌توان به ارتعاشات سازه پل در اثر حرکت خودرو، ستون‌های زیر آب در اثر جریان سیال و آنتن‌ها در اثر تحریک باد اشاره نمود.

^۱ دانشجوی دکتری، دانشگاه آزاد اسلامی شیراز

^۲ نویسنده مسئول، استادیار، گروه مکترونیک، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
najafi@kntu.ac.ir

^۳ دانشجوی کارشناسی، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۰۶/۰۱، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۱۲/۱۳

این ارتعاشات در سازه باعث ایجاد تنش‌های خستگی شده و عمر آن‌ها را کاهش می‌دهد. با توجه به آنچه گفته شد، اهمیت کنترل ارتعاشات در این سیستم‌ها مشخص می‌گردد. در بسیاری از مسائل مهم مهندسی، مسأله برهم کنش سیال - سازه به چشم می‌خورد. به عنوان مثال می‌توان به طراحی و ساخت سدهای آبی، مخازن نگهداری آب و نفت، ساخت هاورکرافت، طراحی انواع هواپیما، و در نهایت طیف گسترده‌ای از مسائل بیومکانیک مانند تحلیل جریان خون در رگ اشاره کرد.

با توجه به آنچه گفته شد، مسأله کنترل و میرا کردن ارتعاشات سازه‌ها تحت بار سیال از مسائل بسیار حساس مهندسی است. در زمینه کنترل ارتعاشات سازه‌ها تحقیقات گسترده‌ای انجام شده که غالباً تحت بار سیال نبوده‌است. پانگ و همکارانش در سال (۱۹۹۳) به بررسی و کنترل فعال و غیرفعال ارتعاشات تیرهای اوپلر-برنولی پرداختند. این تحقیق تنها شامل ارتعاشات تیر بدون حضور سیال است [۱]. تادی و همکارانش در سال (۱۹۹۵) با استفاده از یک کنترلر و عملگر پیزوسرامیک، در یک سیستم مدار بسته، ارتعاشات سیستم را کاهش دادند. در این مقاله، ارتعاشات تیر بدون حضور سیال بررسی شده است و از طرفی عملگرها در درون منطقه تیر پراکنده هستند [۲]. بالامرگان در سال (۲۰۰۰) به بررسی و کنترل ارتعاشات فعال سازه‌هایی نظیر تیر اوپلر-برنولی با لایه‌هایی از حسگر و عملگر پرداخت [۳]. منجوناد و همکارانش در سال (۲۰۰۶) با فرض استفاده از تیر تیموشنکو، و وصله‌های پیزوالکتریک در ریشه تیر ارتعاشات تیر را میرا نمودند [۴]. تیسای در سال (۲۰۰۹) آنالیز ارتعاشات تیر تیموشنکو با میراگرهای ویسکوز گسترده را بررسی نمود [۵]. کوپتی در سال (۲۰۱۰) پاسخ‌های دینامیکی تیر یکسرگیردار اوپلر-برنولی با یک میراگر ویسکوز را با روش آنالیز مودال بررسی نمود [۶]. ساکسنا در سال (۲۰۱۳) کنترل ارتعاشات تیر یکسرگیردار با استفاده از میراگر جریان گردابی را ارائه داد [۷]. همانطور که گفته شد، در تحقیقات مذکور، روش‌های متفاوتی برای کنترل ارتعاشات استفاده شده‌است، اما هیچکدام از روش کنترل مرزی بهره نبرده اند

استفاده از شاخه کنترل مرزی بسیار کاربردی و دارای ارزش بیشتری است [۸]. زیرا سیگنال کنترلی فقط در مرز سیستم میتواند وارد شود و در شرایط مرزی معادله دیفرانسیل پارهای حضور پیدا میکند. همین قضیه نیز برای محل نصب سنسورها برقرار است و میتوان اندازه‌گیری متغیرهای مورد نیاز را از تمام دامنه سیستم انجام داد یا فقط از مرز دامنه سیستم [۹]. با توجه به ارزشمندی روش کنترل مرزی امروزه این روش کنترلی بر روی بسیاری از سیستم‌های انعطاف پذیر با معالات حاکمه از جنس مشتقات پاره‌ای پیاده‌سازی شده است [۱۰]. و از طرفی مسئله کنترل ارتعاشات تیر تیموشنکو با استفاده از کنترل مرزی نیز مورد بررسی قرار نگرفته است. رایبسنون و همکارانش در سال (۱۹۹۰) آنالیز مودال یک صفحه مستطیلی شکل که بر روی سیال غیرقابل تراکم در فرکانس پایین و امواج سطحی با دامنه کوچک شناور است را بررسی نمودند [۱۱]. در سال (۱۹۹۹)، آمابیلی ارتعاشات آزاد پوسته‌های استوانه‌ای و تیوب‌های بطور کامل پر شده با سیالی با چگالی بالا و تا قسمتی غوطه‌ور شده در سیالی دیگر با سطح آزاد را بررسی نمود [۱۲]. کربوا و همکارانش در سال (۲۰۰۷) آنالیز ارتعاشات صفحات مستطیلی در تماس با سیال را مورد بررسی قرار دادند [۱۳]. انتصاری و همکارانش در سال (۲۰۲۰) به پایدار سازی جرثقیل دروازه‌ای انعطاف پذیر تحت تاثیر جریان هوا به عنوان اغتشاش مرزی، به روش کنترل مرزی پرداخته اند [۱۴]. نجفی و همکارانش در سال (۲۰۱۱)، پایدارسازی مرزی یک سیستم سیال-سازه را شامل ارتعاشات سدبند در تماس با یک سیال بررسی نمودند [۱۵]. ایشان در سال (۲۰۱۴) نیز،

در مقاله‌ای دیگر، به کنترل مرزی ارتعاشات یک پوسته کامپوزیت محتوی سیال پرداختند [۱۶]. در یک مقاله توسط نویسندگان حاضر به جزییاتی از این روش پرداخته شده است [۱۷].

همانگونه که ذکر شد در تحقیقات مذکور مسئله کنترل ارتعاشات و بررسی پایداری تیر تیموشنکو تحت بار سیال انجام نشده است که در این مقاله به این موضوع پرداخته شده است. از سوی دیگر در این مقاله، از روش کنترل مرزی جهت پایداری ارتعاشات تیر تحت بار سیال استفاده شده است. روش پایداری مرزی، تنها با استفاده از مرز تیر (انتهای تیر) به پایداری ارتعاشات سیال و نیز حرکات سیال در تماس با تیر می‌پردازد. این بدان معناست که تنها با نصب عملگر در انتهای تیر، می‌توان به پایداری همزمان حرکات تیر و سیال پرداخت. از سوی دیگر در این روش برخلاف روش‌های معمول در کنترل ارتعاشات از روش گسسته‌سازی معادلات حاکمه و در نتیجه کنترل معادلات دیفرانسیل معمولی پرهیز شده است. دلیل عمده این امر آن است که به هنگام گسسته‌سازی از مودهای بالاتر ارتعاشی صرف نظر می‌شود و این در حالیست که یک تحریک ساده می‌تواند مودهای بالای ارتعاشی را تحریک نماید؛ امری که معادلات گسسته‌شده توانایی رصد و شبیه‌سازی آن را ندارند. از این رو روش پایداری مرزی دارای دو مزیت عمده است: نخست آنکه بدون استفاده از دامنه تیر و یا سیال به پایداری همزمان حرکت سازه و سیال می‌پردازد که این امر باعث کاهش هزینه‌های تهیه و نصب عملگرها و سنسورها در درون دامنه تیر و سیال می‌گردد و اعمال کنترل مرزی را کاملاً عملیاتی و کاربردی می‌سازد و از سوی دیگر بدون نیاز به گسسته‌سازی معادلات و ایجاد خطا، به پایداری مطلق ارتعاشات می‌پردازد. نتایج این تحقیق می‌تواند طیف گسترده‌ای مسایل در صنعت را در برگیرد؛ به عنوان مثال ارتعاشات بال هواپیما در اثر برخورد با هوا، ارتعاشات دریچه سدها در اثر برخورد با جریان آب، ارتعاشات بدنه تانکرهای حامل سیال های نفتی و غیره، ارتعاشات سدبندهای مقابله کننده با سیلاب و ارتعاشات سازه های شهری در مقابل جریان باد. این مسئله گامی مهم در راستای تبیین این نوع از ارتعاشات و نحوه دفع آنها ارایه می‌کند. چون این روش بدلیل استفاده از تنها مرز برای کنترل، بسیار کاربردیست، لذا پیش بینی می‌گردد مطلوب مهندسان قرار گیرد.

در ادامه، مدل ریاضی تیر تیموشنکو تحت بار سیال ارایه شده است و سپس با استفاده از عملگرهای کنترل مرزی، سعی در میرا نمودن ارتعاشات تیر شده است. جهت اثبات پایداری از تئوری پایداری لیاپانف بهره‌گیری شده است. سپس با استفاده از نرم‌افزار ABAQUS نتایج تحلیلی این پژوهش به وسیله روش‌های عددی مورد تصدیق قرار گرفت.

نوآوری این مقاله، کنترل ارتعاشات تیر تیموشنکو از طریق کنترل مرزی و بدون دخالت در منطقه سیال است. در حقیقت کل سیستم سیال و سازه با اعمال کنترلگر تنها در انتهای تیر پایدار شده اند. در ادامه با استفاده از روش های عددی، مساله شبیه سازی شده است.

۲- معادلات حاکم بر ارتعاشات تیر تیموشنکو تحت بار سیال

۲-۱- معادله تیر تیموشنکو

تئوری تیرها نقش مهمی در تحلیل سازه‌ها دارند. تئوری تیر تیموشنکو، در اوایل قرن بیستم توسط دانشمند متولد اکراین، استفان تیموشنکو، ارائه گردید. وی با بررسی آثار اینرسی چرخشی و تغییر شکل برشی، نظریه

بهتری درباره ارتعاشات تیرها ارائه کرد، که آن را نظریه تیموشنکو یا نظریه تیر ضخیم می‌گویند. این تئوری برای تحلیل تیرهای کوتاه، تیرهای کامپوزیتی ساندویچی یا تیرهای که تحت تأثیر ارتعاش با فرکانس بالا به گونه‌ای که طول موج نزدیک به ضخامت تیر است، مناسب است. این تئوری در بردارنده اثر تغییر شکل برشی عرضی است. بنابراین صفحه‌ای که قبل از تغییر شکل، عمود بر محور تیر است، بعد از تغییر شکل عمود بر محور باقی نمی‌ماند. معادلات مربوط به انرژی کرنشی و جنبشی تیر از روابط زیر به دست می‌آید.

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_0^l \left[EI \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + KAG \left(\frac{\partial \omega}{\partial x} - \varphi \right)^2 \right] dx \quad (1)$$

$$T = \frac{1}{2} \int_0^l \left[\rho A \left(\frac{\partial \omega}{\partial t} \right)^2 + \rho I \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)^2 \right] dx \quad (2)$$

با به کار بردن اصل همپلتون و جایگزینی انرژی کرنشی و جنبشی و کار انجام‌شده معادلات دینامیکی تیر به دست می‌آید.

$$\rho A \frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left[KAG \left(\frac{\partial \omega}{\partial x} - \varphi \right) \right] = f(x, t) \quad (3)$$

$$\rho I \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left(EI \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) - KAG \left(\frac{\partial \omega}{\partial x} - \varphi \right) = 0$$

در اینجا متغیرهای $\omega(x, t)$ جابجایی انتقالی تیر و $\varphi(x, t)$ جابجایی زاویه‌ای تیر هستند. توجه داشته باشید که برخلاف نظریه اویلر-برنولی، انحراف زاویه‌ای متغیر مجزایی از جابجایی عرضی است و استفاده از شیب انحراف تقریب مناسبی برای آن نیست. همچنین ρ چگالی جنس تیر، A مساحت مقطع تیر، E مدول الاستیک، G مدول برشی، I گشتاور دوم سطح، K ضریب برشی تیر تیموشنکو است که به هندسه تیر وابسته بوده و معمولاً برای مقاطع مستطیلی، $K = 5/6$ در نظر گرفته می‌شود.

۲-۲- معادله حاکم بر حرکت سیال و شرایط مرزی

در این بخش با توجه به اینکه تیر در سیال واقع می‌گردد، لازم است معادلات مربوط به سیال مورد بررسی قرارگیرد. معادلات حاکم بر شارش سیال با فرضیات سرعت پایین، غیرلزج و غیرچرخشی بودن به شکل زیر در می‌آیند [۱۲].

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 p - c^2 \rho_0 \nabla \cdot \vec{b} \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2 \vec{v}}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 \vec{v} + \frac{\partial \vec{b}}{\partial t} \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 \vec{u}_f}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 \vec{u}_f + \vec{b} \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 \phi \quad (7)$$

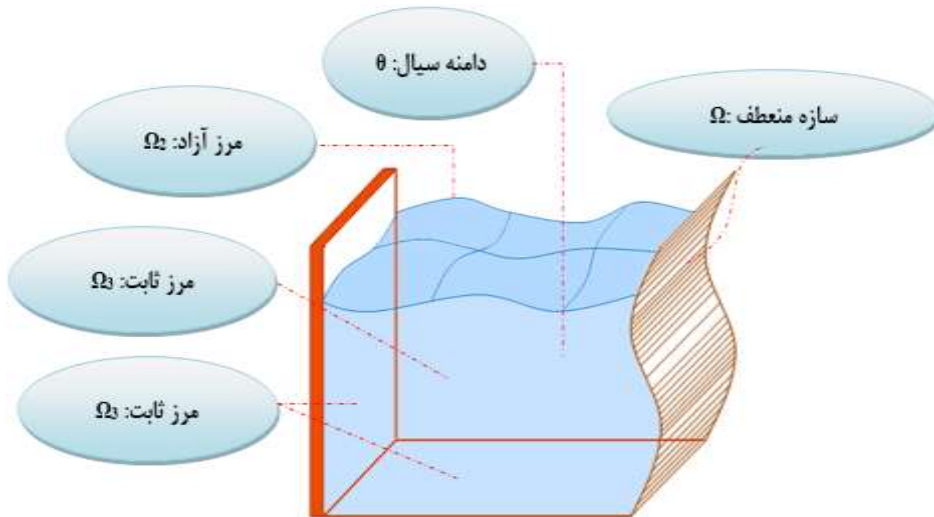
$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 \psi, \quad \vec{u}_f = \nabla \psi \quad (8)$$

در رابطه فوق ρ چگالی سیال، c سرعت صوت در سیال، ρ_0 بیانگر چگالی اولیه، \vec{b} معرف نیروهای جسمی، ϕ پتانسیل سرعت، ψ تابع پتانسیل جابجایی و \vec{u}_f میدان جابجایی است.

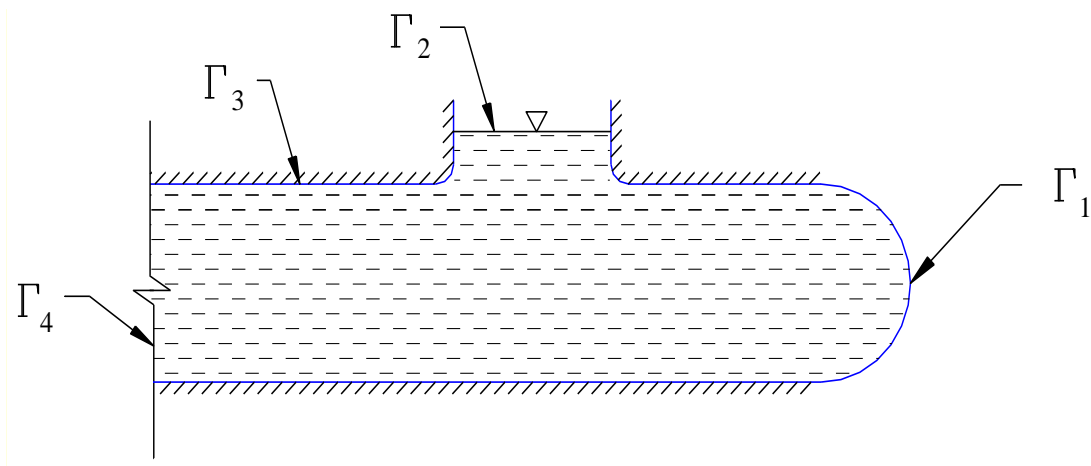
۲-۲-۱- مرزبندی سیال

با فرض اینکه سیال دخول و خروجی از مرزهایش ندارد و نیز رفتار سیال همانند رفتار یک محیط پیوسته حتی در نواحی مرزی است، نتایجی چند قابل دستیابی است؛ از جمله آن که میدان جابجایی در هر زمان نگاشتی پیوسته از شرایط اولیه است. همچنین ذرات مرزی، مرزی مانده و ذرات درونی، درونی خواهند ماند. مرز سیال را می توان به چند بخش تقسیم نمود، که این تقسیم بندی از لحاظ ویژگی هر کدام است.

- سطح خیس و یا مرز مشترک سیال و سازه، Ω
- سطح آزاد سیال با فشار از پیش تعیین شده، Ω_2
- سطح ثابت (بدون تحرک) با فشار از پیش تعیین شده، Ω_2



شکل ۱- شماتیک مسئله سیال - سازه و شرایط مرزی



شکل ۲- نمایی از سیال - سازه

در ذیل روابط مربوط به مرزها آورده شده است [۱۲].

مرز Γ_1

$$\rho_0 c^2 \nabla \cdot \mathbf{u}_f = -p \quad (9)$$

مرز Γ_2

$$\rho_0 c^2 \nabla \cdot \mathbf{u}_f = -\rho_0 g (\mathbf{u}_f \cdot \mathbf{n}) - p_e \quad (10)$$

مرز Γ_3

$$\nabla \cdot \mathbf{u}_f = -\frac{p_e}{c^2 \rho_0} \quad (11)$$

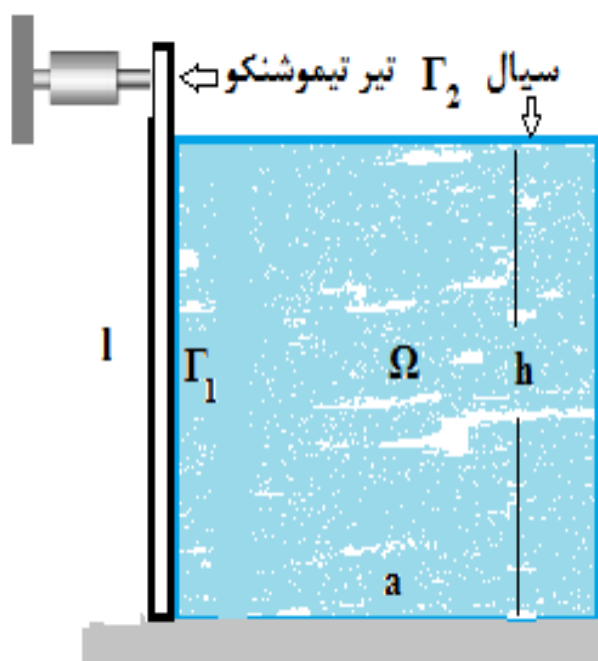
مرز Γ_4

$$\nabla \cdot \mathbf{u}_f = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{u}_f}{\partial t} \cdot \mathbf{n} \quad (12)$$

۳- پایداری ارتعاشات تیر تیموشنکو تحت بار سیال بوسیله روش کنترل مرزی

بر اساس آنچه در خصوص تئوری تیرها، معادلات سیال-سازه و پایداری لیاپانف گفته شد، برای این مسئله که تیر همانند شکل شماتیک در تماس با سیال قرار گرفته، تابع لیاپانف به صورت زیر تعریف می شود.

$$\begin{aligned} V = & \frac{1}{2} \int_0^l \left[EI \varphi_x^2 + kAG (\omega_x - \varphi)^2 \right] dx \\ & + \frac{1}{2} \int_0^l \left[\rho A \omega_t^2 + \rho I \varphi_t^2 \right] dx \\ & + \int_0^h \int_0^a \left(\frac{\rho_0}{2c^2} \psi_t^2 + \frac{\rho_0}{2} (\nabla \psi)^2 \right) dA + \int_{\Gamma_2} \frac{\rho_0}{2g} \psi_t^2 d\Gamma \end{aligned} \quad (13)$$



شکل ۳- شکل شماتیک از الصاق کنترلگرهای مرزی

از تابع نسبت به زمان مشتق می‌گیریم، در نتیجه داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \int_0^l \left[EI \varphi_x \varphi_{xt} + kAG (\omega_{xt} - \varphi_t) (\omega_x - \varphi) \right] dx \\ & + \int_0^l \left[\rho A \omega_t \omega_{tt} + \rho I \varphi_t \varphi_{tt} \right] dx \\ & + \int_0^a \int_0^h \left[\frac{\rho_0}{c^2} \psi_t \psi_{tt} + \rho_0 \nabla \psi \nabla \psi_t \right] dA + \int_{\Gamma_2} \frac{\rho_0}{g} \psi_t \psi_{tt} d\Gamma \end{aligned} \quad (14)$$

با جایگذاری معادلات حاکم برای تیر و سیال خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \int_0^l \left[EI \varphi_x \varphi_{xt} + kAG (\omega_{xt} - \varphi_t) (\omega_x - \varphi) \right] dx \\ & + \int_0^l \left[\omega_t \left\{ \frac{\partial}{\partial x} [kAG (\omega_x - \varphi) - P] \right\} \right. \\ & \left. + \varphi_t \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (EI \varphi_x) + kAG (\omega_x - \varphi) \right\} \right] dx \\ & + \int_0^a \int_0^h \left[\rho_0 \psi_t \nabla^2 \psi + \rho_0 \nabla \psi \nabla \psi_t \right] dA \\ & + \int_{\Gamma} -\rho_0 \psi_x \psi_t d\Gamma \end{aligned} \quad (15)$$

باید دقت شود روی مرز Γ_1 و Γ_2 معادلات مرزی به طور صحیح جایگذاری گردد.

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \int_0^l \left\{ \frac{\partial}{\partial x} [kAG \omega_t (\omega_x - \varphi)] + \frac{\partial}{\partial x} [EI \varphi_x \varphi_t] \right\} dx \\ & + \int_0^l \omega_t P dx - \int_{\Gamma_2} \rho_0 \psi_x \psi_t d\Gamma + \int_0^a \int_0^h \rho_0 \nabla (\psi_t \nabla \psi) dA \end{aligned} \quad (16)$$

با تبدیل انتگرال درون منطقه به انتگرال های مرزی با استفاده از قضایای دایورژانس خواهیم داشت:

$$\dot{V} = \left[kAG \omega_t (\omega_x - \varphi) + EI \varphi_x \varphi_t \right]_0^l \quad (17)$$

$$+ \int_0^l P \omega_t dx - \int_{\Gamma_2} \rho_0 \psi_x \psi_t + \int_{\Gamma} \rho_0 \psi_t \frac{\partial \psi}{\partial n} d\Gamma$$

با جایگذاری داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -k\omega_t^2 \Big|_{x=l} + \int_0^l P \omega_t dx - \int_{\Gamma_2} \rho_0 \psi_x \psi_t dx \\ & + \int_{\Gamma_2} \rho_0 \psi_x \psi_t dx - \int_{\Gamma_1} \rho_0 \psi_t \frac{\partial \psi}{\partial y} dx \end{aligned} \quad (18)$$

و نهایتاً با جایگذاری صحیح شرایط مرزی داریم:

$$\dot{V} = -k\omega_t^2 \Big|_{x=l} + \int_0^l P\omega_t dx - \int_l^0 \rho_0 \psi_t \frac{\partial \psi}{\partial y} dx \quad (19)$$

با توجه به روابط زیر و جایگذاری در رابطه (۱۶)، رابطه (۱۹) حاصل می شود:

$$\rho_0 \psi_t = -P \quad (20)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = \omega_t \quad (21)$$

و لذا به راحتی می توان رابطه ذیل را تحقیق نمود:

$$\dot{V} = -k\omega_t^2 \Big|_{x=l} \leq 0 \quad (22)$$

رابطه بالا مبین منفی نیمه معین (موکد) بودن مشتق زمانی تابعک لیاپانف است. برای اثبات پایداری نیازمند مقدماتی هستیم که در ادامه ارائه خواهد شد. با بهره گیری از اصل نوردایی LaSalle [۱۴]، کفایت نشان دهیم مجموعه نوردای ناشی از حالت هایی که باعث صفرشدن مشتق تابعک لیاپانف می شوند، تنها حالت قابل قبول، حالت بدون ارتعاش سیستم است. برای دست یابی به این مقصود، در ذیل یک لم ارائه خواهد شد که یک نتیجه گیری از قضیه یکتایی هولمگرن (Holmgren) است.

لم ۱. در معادله حاکم بر ارتعاشات تیر تیموشنکو، در صورتی که شرایط مرزی در انتهای آزاد تیر، همزمان شرایط ضروری و طبیعی صدق کند، تیر در حالت تعادل است.

اثبات. اثبات بر اساس قضیه هولمگرن خواهد بود [۱۵].

با این لم، مشخصاً مجموعه نوردایی که زیر مجموعه فضای صفر مشتق تابع لیاپانف باشد، همان حالتی است که در انتهای آزاد پارامترهای ذیل صفر شوند

- I. نیرو
- II. گشتاور
- III. جابجایی عرضی
- IV. سرعت عرضی
- V. تغییر شکل کرنشی صفحه میانی

لذا بر اساس لم ۱، حالت مذکور، تنها حالت تعادل خواهد بود. بنابراین بر اساس قضیه LaSalle مدعای مذکور بدین نحو، تصدیق خواهد شد.

۴- شبیه سازی و مقایسه نتایج عددی با نتایج نظری

برای شبیه سازی ابتدا نیاز است که پارامترهای تیر و سیال را ارائه نماییم. در اینجا جهت بررسی های دقیق و استفاده از نرم افزار تحلیل، مشخصات هندسی و مکانیکی تیر آلومینیومی، مطابق جدول زیر در نظر گرفته می شود.

جدول ۱- مشخصات هندسی و مکانیکی تیر

l	c	T	E	ρ	G
0.5 m	0.024 m	1 mm	68 GPA	2698 kg/m ³	25 GPA

که l طول، c عرض، t ضخامت، E مدول الاستیسیته، ρ چگالی و G مدول برشی تیر است.

جدول ۲- مشخصات سیال

c	ρ
350 m/s ²	1000 kg/m ³

که ρ چگالی سیال و c سرعت صوت است.

۱-۴- مدل سازی و شرایط مرزی در نرم افزار آباکوس

نرم افزار آباکوس یکی از نرم افزارهای قدرتمند اجزاء محدود است که امروزه جهت تحلیل مسائل مختلف مهندسی از جمله تحلیل های سازه ای گوناگون، جایگاه بسیار خوبی کسب نموده و از این رو در تحلیل مورد استفاده قرار گرفته است. در این تحقیق برای تحلیل تیر در آب از ماژول آکوا استفاده گردیده است. این ماژول برای تحلیل سازه ها در معرض بارگذاری های خاص مانند جریان آب یا باد، اثرات امواج و تأثیرات سیال طراحی گردیده است. به عنوان مثال این ماژول قادر است جریان پایداری از امواج یا باد را بر سازه های شناور یا غوطه ور از قبیل لوله های زیر دریا یا سکوها ی شناور را مدل نماید. جهت آنالیز، سازه به صورت یک تیر مدل سازی می شود که از المان تیر که یک المان خطی است، استفاده شده است. شرایط مرزی بدین صورت است که برای تحلیل فرکانسی تیر، جابجایی گره واقع در انتهای تیر، به صورت یکسرگیردار محدود شده است و برای تحلیل دینامیکی تیر علاوه بر جابجایی گره واقع در انتهای تیر که به صورت گیردار محدود شده است در آنالیز استاتیکی که در مرحله اول آمده در ابتدا، تیر به مقدار $0/01$ متر جابجا شده است (شرایط اولیه).

۲-۴- بارگذاری و شبکه بندی

جهت اعمال بارگذاری با در نظر گرفتن اثرات سیال، ابتدا مشخصات و خواص سیال، نظیر ارتفاع سطح آزاد سیال، شتاب جاذبه، چگالی سیال و مقادیر سرعت پایدار سیال را در سه جهت مختصات وارد می کنیم. جهت شبکه بندی و دستیابی به یک توزیع شبکه بندی مناسب، لازم است تا یک الگو مناسب از شبکه بندی تولید شود. این الگو باید به گونه ای انتخاب شود تا علاوه بر کاهش خطا در مدل، بتواند از نظر زمانی نیز تحلیل گر را یاری نماید. استفاده از یک مدل شبکه بندی شده سنگین، تحلیل را بسیار زمان بر و وقت گیر خواهد کرد و امکان عیب یابی مناسب از آن سلب می گردد. لذا جهت دستیابی به یک شبکه بندی مناسب، مدل با استفاده از المان نوع B31 مش بندی می گردد. تعداد المان های مدل ۲۵ و تعداد گره های مدل ۲۶ است. لازم به توضیح است که المان مذکور، المان تیر تیموشنکو است. حرف B، تیر بودن المان را مشخص می کند. همچنین عدد ۳ نشان دهنده تیر در حالت سه بعدی و عدد ۱ معرف خطی بودن المان است.

۳-۴- تحلیل دینامیکی

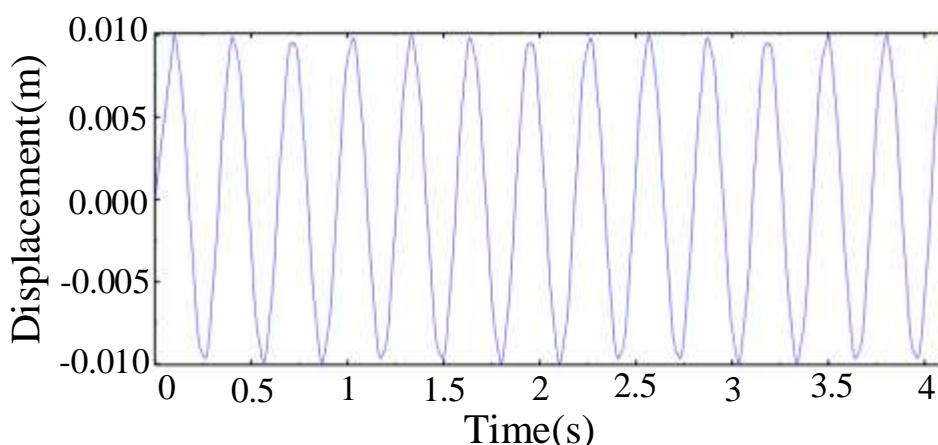
با ساخت مدل، اعمال شرایط مرزی، بارگذاری و خواص مواد بکاررفته تحلیل دینامیکی انجام می‌شود. در ذیل نتایج حاصل از تحلیل دینامیکی انجام‌گرفته توسط نرم افزار آباکوس در حالت‌های خشک و درون آب و همراه با دمپر و بدون دمپر آورده شده‌است. قابل ذکر است که جهت اعمال تحریک اولیه به مقدار $0/01$ متر در ابتدای تیر آنالیز استاتیکی در مرحله اول استفاده شده‌است و در ادامه در مرحله دوم تحلیل دینامیکی انجام می‌شود. در شکل (۳)، نمودار تغییر شکل نسبت به زمان در گره ۲۶ نشان داده شده‌است.

نمودار تغییر در شکل (۴) نسبت به زمان در گره ۲۶ نشان داده شده‌است. در این آنالیز ضریب بهره کنترلر $0/01$ است و همانطور که از نمودار مشخص است، نوسانات بعد از حدود ۱۰ ثانیه مستهلک شده‌است.

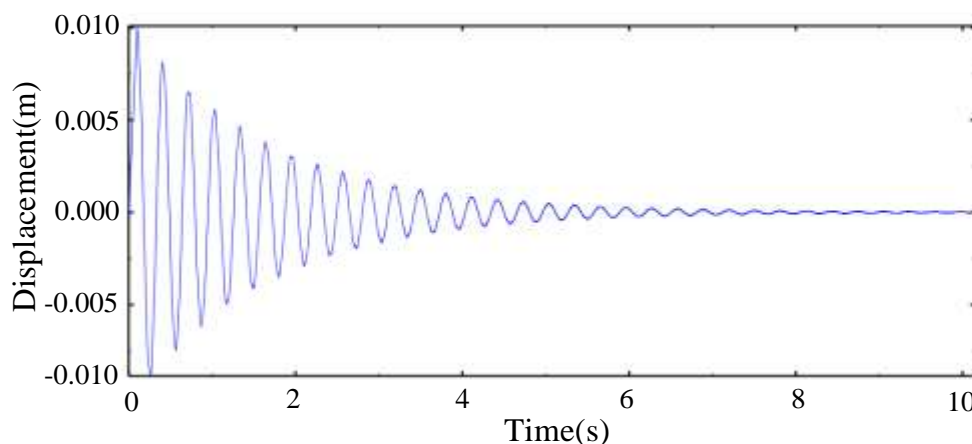
در شکل (۵)، نمودار تغییر شکل انتهای تیر (گره ۲۶) نسبت به زمان، نشان داده شده‌است. در این آنالیز ضریب کنترلر $0/1$ است. همانطور که از نمودار مشخص است نوسانات بعد از حدود $1/1$ ثانیه مستهلک شده‌است.

در شکل (۶) نمودار تغییر شکل نسبت به زمان در گره ۲۶ نشان داده شده‌است. در این آنالیز ضریب کنترلر ۱ است و همانطور که از نمودار مشخص است، نوسانات بعد از حدود $1/5$ ثانیه مستهلک شده‌است.

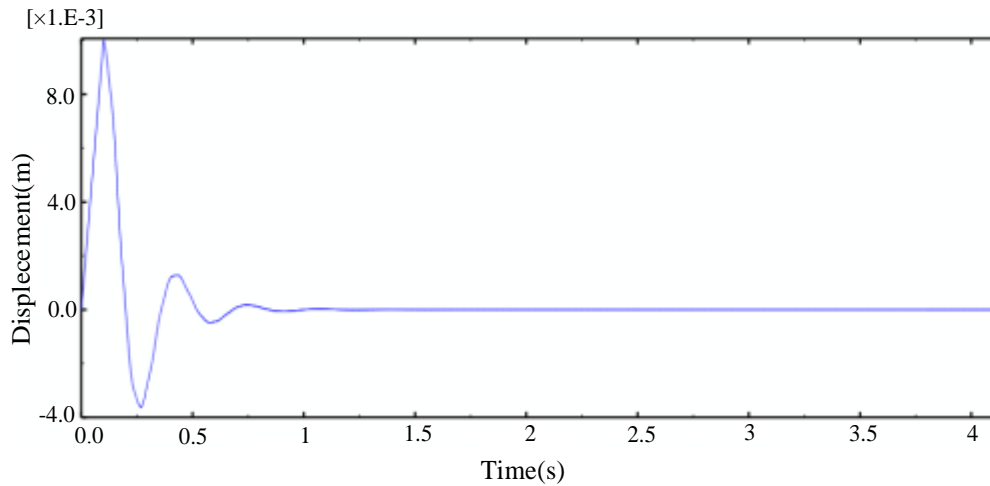
در قسمت بعد تحلیل دینامیکی تیر با آب و بدون عملگر کنترلی انجام پذیرفت.



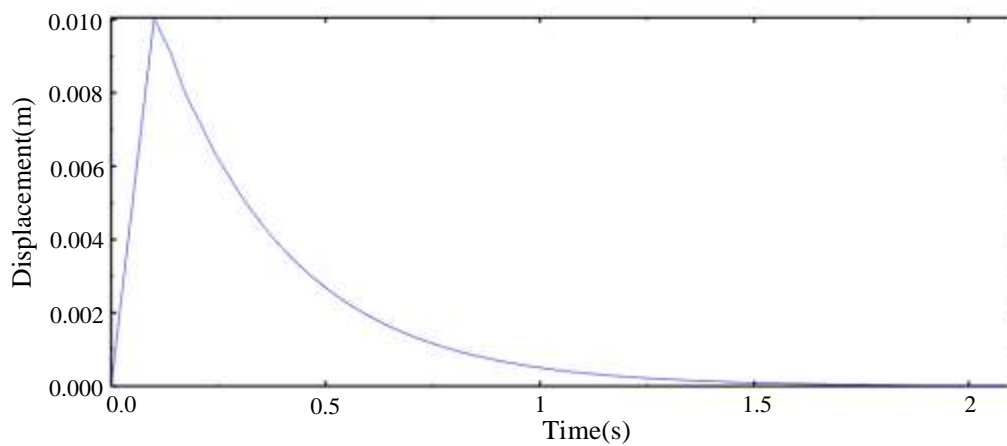
شکل ۴- نمودار جابجایی انتهای تیر نسبت به زمان در آنالیز دینامیکی تیر بدون آب و بدون عملگر



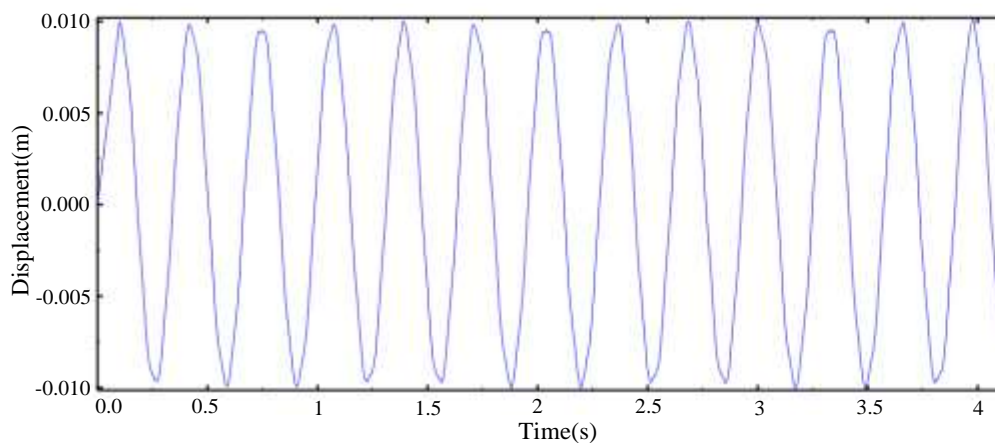
شکل ۵- نمودار جابجایی انتهای تیر نسبت به زمان در آنالیز دینامیکی تیر بدون آب و با عملگر کنترلی ($K=0.01$)



شکل ۶- نمودار جابجایی انتهای تیر نسبت به زمان در آنالیز دینامیکی تیر بدون آب و با عملگر کنترلی ($K=0.1$)

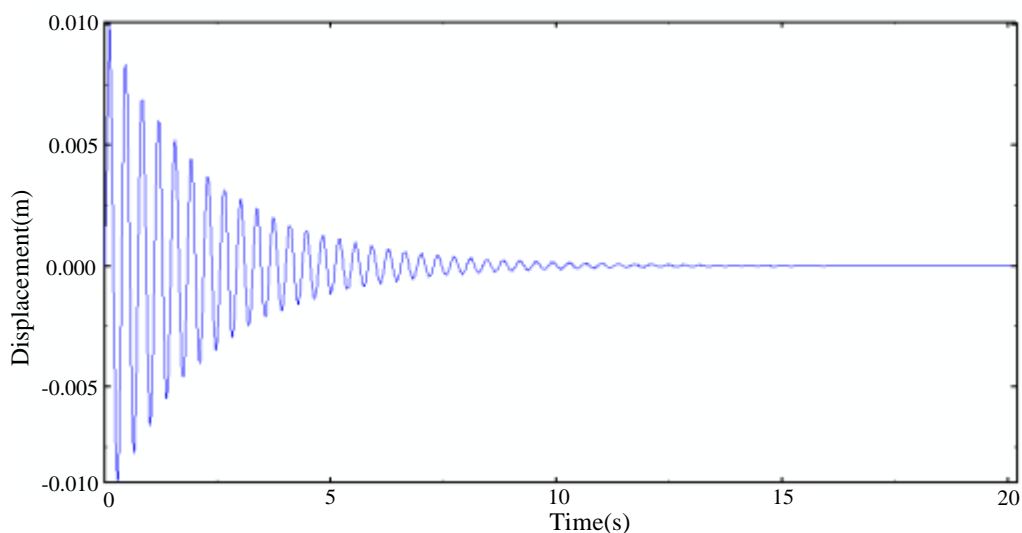


شکل ۷- نمودار جابجایی انتهای تیر نسبت به زمان در آنالیز دینامیکی تیر بدون آب و با عملگر کنترلی ($K=1$)

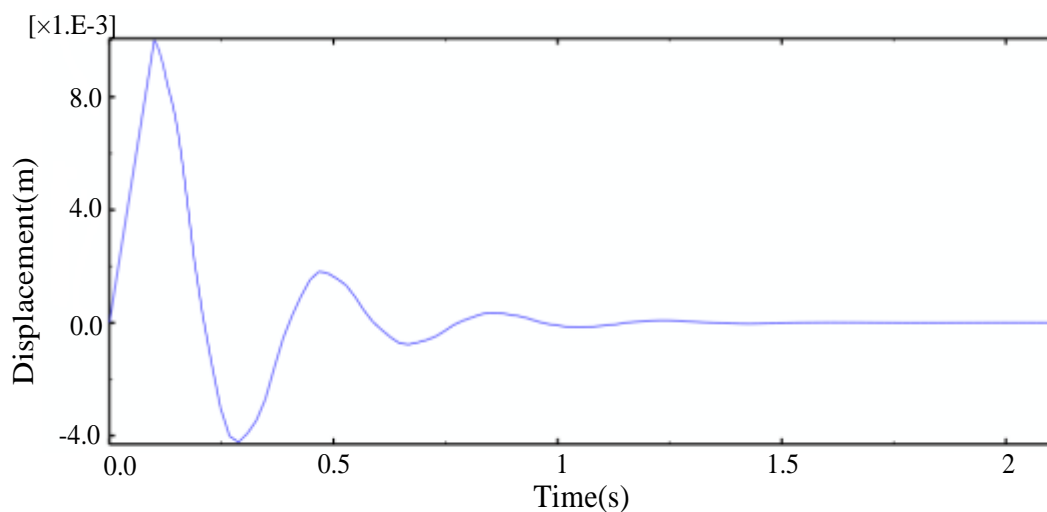


شکل ۸- نمودار جابجایی انتهای تیر نسبت به زمان در آنالیز دینامیکی تیر با آب و بدون عملگر کنترلی

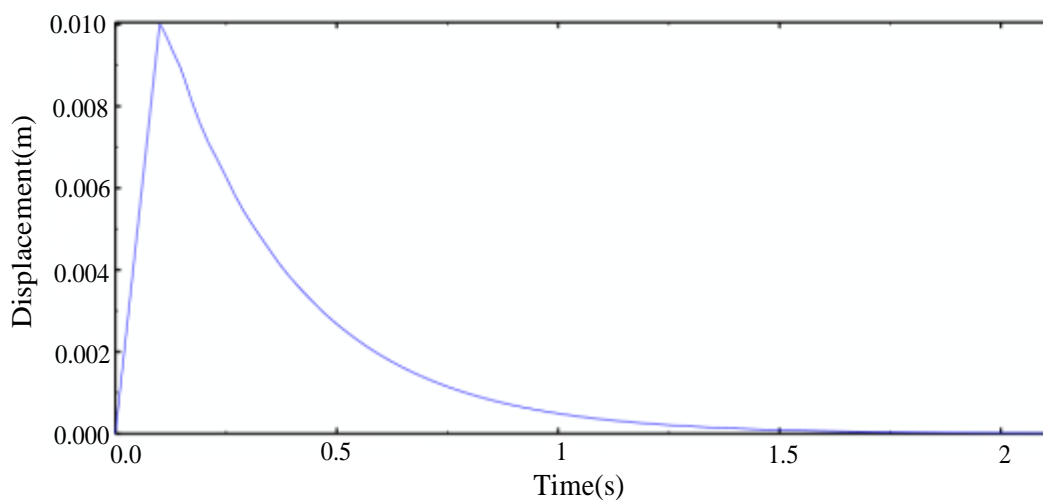
در شکل (۸) نمودار تغییرشکل به زمان در گره ۲۶ نشان داده شده است. در این آنالیز ضریب کنترلر 0.1 است. همانطور که از نمودار مشخص است، نوسانات بعد از حدود ۱۳ ثانیه مستهلک شده است.



شکل ۹- نمودار جابجایی انتهای تیر نسبت به زمان در آنالیز دینامیکی تیر با آب و با عملگر کنترلی ($K=0.01$)



شکل ۱۰- نمودار جابجایی انتهای تیر نسبت به زمان در آنالیز دینامیکی تیر با آب و با عملگر کنترلی ($K=0.1$)



شکل ۱۱- نمودار جابجایی انتهای تیر نسبت به زمان در آنالیز دینامیکی تیر با آب و با عملگر کنترلی ($K=1$)

در شکل (۹)، نمودار تغییر شکل به زمان در گره ۲۶ نشان داده شده است. در این آنالیز، ضریب کنترلر، ۰/۱ است. همانطور که از نمودار مشخص است نوسانات بعد از حدود ۲ ثانیه مستهلک شده است. در شکل (۱۰) نمودار تغییر شکل به زمان در گره ۲۶ نشان داده شده است. در این آنالیز ضریب کنترلر ۱ است. همانطور که از نمودار مشخص است نوسانات بعد از حدود ۲ ثانیه مستهلک شده است.

۵- نتیجه گیری

در این تحقیق، به بررسی پایداری و پایداری ارتعاشات تیر تیموشنکو پرداخته شده است. به همین منظور تیر در دو حالت خشک و تحت بار سیال مدل سازی گردید. در ابتدا اثبات پایداری ارتعاشات تیر تیموشنکو تحت بار سیال، با استفاده از تابعک لیاپانف به انجام رسید که با توجه به منفی بودن مشتق زمانی تابعک لیاپانف، مبین پایداری مجانبی تیر است. سپس در ادامه به بررسی ارتعاشات آزاد تیر تیموشنکو با نرم افزار آباکوس، در حالت خشک و تحت بار سیال پرداخته و در هر حالت نمودار تغییر مکان نقطه انتهای تیر بر حسب زمان ترسیم شد. همانطور که از نمودارهای ارتعاشات تیر مشخص است، فرکانس های طبیعی تیر در سیال نسبت به حالت خشک، کاهش یافته است. در مرحله بعد تحلیل دینامیکی تیر در دو حالت خشک و در تماس با سیال انجام شد. با استفاده از عملگرهای کنترلی، با ضرایب بهره مختلف ارتعاشات تیر در حالت خشک و در حضور سیال مورد بررسی قرار گرفت و در هر حالت نمودار تغییر مکان نقطه انتهای تیر بر حسب زمان ترسیم گردید که نتایج، میرایی سریع تر را با استفاده از ضریب بهره بزرگتر نشان می دهد. همچنین از نمودارها می توان دریافت که ارتعاشات تیر در تماس با سیال نسبت به تیر خشک دیرتر میرا می گردد.

مراجع

- [1] Pang, S., and Tsao, T., "Active and Passive Damping of Euler-Bernoulli Beams and Their Interactions", *Journal of Dynamic System, Measurement and Control*, Vol. 115, pp. 379- 384, (1993).
- [2] Tadi, M., and Burns, J., "Feedback Controller for a Flexible Structure using Piezoceramic Actuator", *Dynamics and Control*, Vol. 5, No. 4, pp. 401-419, (1995).
- [3] Balamurugan, V., and Narayanan, S., "Active Vibration Control of Piezolaminated Smart Beams", *Defense Science Journal*, Vol. 51, No. 2, pp. 103-114, (2001).
- [4] Manjunath, T., and Bandyopadhyay, B., "Vibration suppression of Timoshenko Beams with Embedded Piezoelectrics using POF", *International Journal of Electrical and Computer Engineering*, Vol. 1, No. 5, pp. 323-332, (2006).
- [5] Tsai, T., Tsau, J., and Chen, C., "Vibration Analysis of a Beam with Partially Distributed Internal Viscous", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 51, pp. 907-914, (2009).

- [6] Copetti, R.D., Claeysen, J.R. and Tsukazan, T., "Dynamical Response of a Forced Viscous Append Cantilever Beam", 9th Brazilian Conference on Dynamics Control and Their Applications June 7-11, Serra Negra, Brasil, pp. 306-311, (2010).
- [7] Saxena, A., and Patel, R., "Vibration Control of Cantilever Beam using Eddy Current Damper", International Journal of Engineering Science and Innovative Technology, Vol. 2, No. 3, pp. 432-439, (2013).
- [8] Najafi, A., Alasty, A., Vatankhah, R., "Boundary Stabilization of a Cosserat Elastic Body", Asian Journal of Control Vol. 19, No. 6, pp. 2219–2225, (2017).
- [9] Najafi, A., Daneshmand, F., and Mehrvarz, A., "Vibration Analysis of a Micropolar Membrane in Contact with Fluid", Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Mechanical Engineering, Vol. 43, No. 1, pp. 695-704, (2019).
- [10] Mehrvarz, A., Najafi Ardekany, A., Khodaei, M.J. and Jalili, N., "Vibration analysis and control of fluid containers using piezoelectrically-excited side wall", Journal of Vibration and Control, Vol. 25, No. 7, pp. 1393-1408, (2019).
- [11] Robinson, N. and Palmer, S., "A Modal Analysis of a Rectangular Plate Floating on an Incompressible Liquid", Journal of Sound and Vibration, Vol. 142, No. 3, pp. 453-460, (1990).
- [12] Amabili, M., "Vibrations of Circular Plates Resting on a Sloshing Liquid: Solution of the Fully Coupled Problem", Journal of Sound and Vibration, Vol. 245, No. 2, pp. 261-283, (1999).
- [13] Kerboua, Y., Lakis, A., Thomas, M. and Marcouiller, L., "Vibration Analysis of Rectangular Plates Coupled with Fluid", Applied Mathematical Modeling, Vol. 32, pp. 2570-2586, (2007).
- [14] Entessari, F., Najafi Ardekany, A., and Alasty, A., "Exponential stabilization of flexural sway vibration of gantry crane via boundary control method", Journal of Vibration and Control, Vol. 26, No. 1, pp. 36-55, (2020).
- [15] Najafi, A., Eghtesad, M., Daneshmand, F., and Lotfazar, A., "Boundary Stabilization of Parachute Dams in Contact with Fluid", Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 133, (2011).
- [16] Najafi, A., "Mechatronic Control of a Composite Shell Containing Fluid", Journal of Vibration and Control, Vol. 21, No. 15, pp. 2915–2924, (2014).
- [17] Khakpour, M. and Najafi, A., "Suppressing the Vibrations of Timoshenko Beam Using Boundary Dampers", 4th International Conference on Robotics and Mechatronics, Tehran, Iran, ICRoM, (2016).
- [18] Sastry, S. "Nonlinear Systems", Springer, New York, NY, (1999).
- [19] Smoller, J., "Holmgren's Uniqueness Theorem. In: Shock Waves and Reaction—Diffusion Equations", Grundlehren der mathematischen Wissenschaften (A Series of Comprehensive Studies in Mathematics), Vol. 258. Springer, New York, NY, (1994).

فهرست نمادهای انگلیسی

Π : انرژی پتانسیل

E : ضریب یانگ

I : ممان اینرسی (گشتاور دوم) سطحی

φ : جابجایی زاویه‌ای تیر

K : ضریب برشی تیموشنکو است

A : سطح مقطع تیر

G : ضریب برشی

ω : جابجایی انتقالی

T : انرژی جنبشی تیر

ρ : چگالی تیر

$f(x,t)$: نیروی خارجی گسترده بر تیر (نیوتن بر متر)

p : فشار در درون سیال

c : سرعت صوت در سیال

ρ_0 : چگالی سیال

\vec{b} : نیروی جسمی وارد بر سیال

\vec{v} : سرعت ذرات سیال

\vec{u}_f : جابجایی ذرات سیال

ϕ : پتانسیل سرعت سیال

ψ : پتانسیل جابجایی سیال

Ω : سطح خیس و یا مرز مشترک سیال و سازه،

Ω_2 : مرز آزاد سیال با فشار خارجی مشخص،

Ω_3 : سطح ثابت (بدون تحرک) با فشار از پیش تعیین شده

p_e : فشار خارجی در مرز آزاد سیال

\mathbf{n} : بردار یکه عمود بر مرز سیال

Abstract

In this article, the vibrations suppression of Timoshenko beam with or without fluid loading has been studied. Firstly, free vibrations of the beam without fluid loading and under fluid loading was studied and then by utilizing of control actuators, beam vibrations with or without fluid loading was dissipated. Stabilization proof has been accomplished by use of Lyapunov control concept and adopting Lyapunov functional, for both cases. In this research, the coupled governing equation of the beam and the fluid has been presented and by utilizing boundary control actuators and using boundary actuators just in the beam boundary, the beam vibrations and fluid motion was stabilized simultaneously. Afterwards, ABAQUS commercial software was used to verify the numerical results. It was been clear the beam vibrations in the presence of the fluid have the lower frequencies due to augmented mass of the fluid and therefore, the vibrations dissipation of the beam will be slower that the dry beam.