

روش پوششی برای مسیریابی بهینه قطار سبک شهری (LRT)*

اسماعیل آیتی، دانشیار، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

محمد باقری، مدرس دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تربت جام، ایران

E-mail: esmaeel@ayati.co.uk

چکیده

به علت حجم زیاد سفرها و اهمیت روزافزون ارزش وقت مسافران در سفرهای درون شهری، طراحی سیستم‌های کارآمد برای حمل و نقل درون شهری از اهمیت بسیار زیادی برخوردار است. در این میان نیاز به سیستم‌های جدید و کارآ برای حمل و نقل در شهرهای بزرگ امری قطعی است. یک گزینه کارآمد برای سیستم حمل و نقل عمومی در شهرهای بزرگ، سیستم قطار سبک شهری (LRT) است. یکی از مباحث مهم مربوط به این گونه سیستم‌ها، مسأله طراحی شبکه و مسیریابی خطوط در این سیستم است. به طور کلی به علت بزرگی ابعاد و پیچیدگی ساختار، یک روش تحلیلی برای حل مسأله مسیریابی خطوط حمل و نقل سریع شهری وجود ندارد. در این تحقیق سعی شده است که به مسأله مسیریابی خطوط حمل و نقل سریع شهری از دیدگاه بهینه‌سازی تکرسته شود و با استفاده از روش پوشش سطح مورد مطالعه، مدل مناسب علمی برای حل بهینه مسأله طراحی شبکه خطوط قطار شهری ارائه شود.

واژه‌های کلیدی: قطار سبک شهری LRT، مسیریابی، پوشش، طراحی شبکه، حمل و نقل، مکان‌یابی

۱. مقدمه

با این وجود، روش‌های تحقیق در عملیات می‌توانند از طریق فراهم آوردن ابزاری برای تولید و ارزیابی گزینه‌ها در مرحله طراحی کمک شایانی باشند. به دلیل این که در نظر گرفتن همه معیارهای مرتبط با مسأله طراحی مسیر، کاری بسیار مشکل است، معمولاً یک روند دو مرحله‌ای به صورت زیر برای طراحی مسیر به کار برده می‌شود [۲]:

۱- تولید جواب کارآ با در نظر گرفتن معیارهای اصلی، و
۲- انتخاب بهترین مسیر از میان گزینه‌های موجود با توجه به هر دو نوع معیارهای قابل اندازه‌گیری و غیرقابل اندازه‌گیری از طریق ارزیابی گزینه‌ها.

گاهی اوقات هدف از ایجاد سیستم حمل و نقل سریع را جابه‌جایی تعداد زیادی از مسافران به صورت کارآ و مؤثر می‌دانند [۳]. بر این

در طراحی سیستم‌های ترانزیت ریلی، تعیین مسیر و ایستگاه‌های آن مورد توجه است. در این فرایند، شخص تصمیم‌گیرنده با یک تابع چند هدفه، تعداد زیادی محدودیت، معیارهای غیر قابل اندازه‌گیری، هزینه‌های سرمایه‌ای بسیار زیاد و مشکلات فراوان مشابه روبرو است.

هنوز روشی که بتواند به گونه تحلیلی به حل این مسأله پردازد، وجود ندارد. Gendreau و همکاران [۱]، ضمن بیان این واقعیت که طراحی سیستم حمل و نقل سریع، مسأله‌ای همراه با روند پیچیده تصمیم‌گیری و با قیود و اهداف چندگانه و توأم با عدم اطمینان، عوامل غیرقابل اندازه‌گیری، سرمایه‌گذاری کلان و کاری دراز مدت است، اذعان می‌کنند که روش‌های استاندارد طراحی شبکه برای حل این گونه مسائل پیچیده و با ابعاد بزرگ، ناکافی هستند.

گرفته شود که توانایی تولید تعدادی پاسخ مناسب، نه یک پاسخ، برای ارزیابی نهایی را داشته باشد. در این زمینه روش‌هایی ترجیح داده می‌شود که یک خانواده از پاسخ‌های مناسب را با توجه به معیار اصلی مسأله تولید کند. سپس، این پاسخ‌ها با توجه به سایر معیارها ارزیابی می‌شوند، و در نهایت تصمیم‌گیران می‌توانند جواب مناسب را از بین پاسخ‌های پیشنهاد شده انتخاب کنند [۱۰].

۳. روش حل مساله

در این مقاله یک روند دو مرحله‌ای مبتنی بر این دیدگاه، برای حل مسأله مسیریابی قطار شهری در پیش گرفته شده است. بدین منظور با استفاده از مدل مسیر - پوششی^۲ در مرحله اول با توجه به معیار انتخابی، کریدورهایی که پتانسیل گذر مسیر LRT را دارد شناسایی می‌شود و سپس در مرحله دوم با استفاده از اطلاعات این کریدورهایی مجزا، شبکه‌ای شامل چند مسیر برای LRT پیشنهاد می‌شود.

در مرحله اول روش پوشش به منافع تعریف شده بر روی شبکه برای یافتن کریدورها استفاده می‌شود و سپس در مرحله دوم این الگوریتم (الگوریتم تعمیم یافته) برای حالت شبکه (ترکیب مسیرهای منفرد) به کار گرفته می‌شود، زیرا در این مرحله بایستی بهترین ترکیب شناسایی شود. مبنای کار در هر دو مرحله روش پوشش به منافع تعریف شده در شبکه است.

۴. معیارهای مورد استفاده در این پژوهش

هدف اصلی از ایجاد سیستم حمل و نقل ریلی جابه‌جایی تعداد زیادی از مسافران به صورت کارآ و مؤثر است. به این ترتیب مسیریابی در اولویت قرار می‌گیرند که حجم تقاضای سفر حمل و نقل عمومی در آن‌ها بیش از مقدار معینی باشد. از سوی دیگر سیستم حمل و نقل همگانی باید به گونه‌ای عمل کند که علاوه بر ارضاء تقاضای پیش‌بینی شده آینده، سهم بیشتری از کل سفرها را نیز به خود اختصاص دهد. بنابراین یکی از معیارهایی که می‌تواند در ارزیابی گزینه‌های مختلف ریلی شهری مورد استفاده قرار گیرد را می‌توان به صورت زیر مطرح کرد:

۱- "مسیر ریلی بین دو گروه مشخص (مبداء - مقصد) موجب افزایش و ارضاء تقاضای استفاده‌کنندگان از حمل و نقل همگانی شود."

۲- از سوی دیگر ساخت مسیر ریلی نیازمند هزینه‌های مالی بسیار

اساس اگر هدف، مکان‌یابی یک مسیر منفرد باشد، این هدف را می‌توان به صورت بیشینه کردن جمعیت پوشش داده شده توسط مسیر بیان کرد.

۲. مروری بر تحقیقات گذشته

یکی از اولین کارهایی که برای حل مسأله مکان‌یابی خطوط سیستم حمل و نقل سریع انجام شد، «یافتن مسیری با کمترین هزینه بین مبدأ - مقصد تحت قیود مختلف» بود [۴]. در کار بعدی Current بعنوان یک کاوش چندمنظوره، مسیری را با حداکثر پوشش و حداقل طول مسیر مورد مطالعه قرار داد [۵]. در سال‌های اخیر سه روش ابتکاری برای مسأله مکان‌یابی یک مسیر از شبکه سیستم حمل و نقل سریع با دیدگاه پوشش به جمعیت، در نظر گرفتن محدودیت فواصل بین ایستگاهی و در نظر گرفتن تقاضای مبداء - مقصد ارایه شده است. اولین روش توسط Bruno و همکاران ارایه شد که در آن تنها وسیله رقیب با سیستم حمل و نقل همگانی وسیله شخصی بود. مدل ارایه شده در این مطالعه نسبت به دیگر مدل‌ها واقعی‌تر و دارای مبنایی منطبق با رفتار انسانی است [۶]. روش بعدی توسط Dufourd و همکاران ارایه شد که در آن از الگوریتم «جستجوی تابو» استفاده شده است [۷]. سومین روش ابتکاری توسط Bruno و همکاران پیشنهاد شد. در این مطالعه از یک روش دو مرحله‌ای برای مکان‌یابی مسیر ریلی استفاده شد [۸]. همچنین Wirasighe و همکاران توانستند متغیرهای غیروابسته برای یک مسیر هماهنگ حمل و نقل عمومی ریلی و اتوبوس را به صورت بهینه پیدا کنند [۹].

مساله طراحی شبکه سیستم‌های حمل و نقل ریلی با محدودیت‌ها و اهداف گوناگونی همراه است که بعضی از آن‌ها را نمی‌توان به روشنی بیان و یا حتی اندازه‌گیری کرد. در حال حاضر هیچ روش تحلیلی وجود ندارد که توانایی حل مسأله طراحی شبکه حمل و نقل همگانی سریع را با همه ابعاد آن داشته باشد. همه روش‌های شناخته شده موجود در حقیقت برای مکان‌یابی یک مسیر منفرد از شبکه به کار می‌رود. بنابراین، مسأله اصلی (طراحی شبکه) به مسیریابی هر یک از مسیرهای منفرد شبکه (زیرشبکه) تبدیل می‌شود. آشکار است پس از حل مسأله مکان‌یابی خطوط شبکه می‌توان کارآیی شبکه نهایی را با روش‌های مربوطه چون تخصیص ترافیک شبکه‌های همگانی - خیابانی ارزیابی کرد [۱۰]. در مکان‌یابی مسیرهای شبکه حمل و نقل باید روش‌هایی به کار

- تعداد دفعات سوار و پیاده شدن مسافران حمل و نقل همگانی در ایستگاه‌ها.

اطلاعات فوق از نتایج تخصیص تقاضای سال ۱۳۸۵ روی شبکه خیابانی و اتوبوسرانی وضع موجود شهر مشهد به دست آمده است. لازم به ذکر است که کلیه اطلاعات مورد نیاز از سازمان حمل و نقل و ترافیک شهرداری مشهد دریافت شده است و این داده‌ها صرفاً برای همین مقاله گردآوری و پردازش شده است [۱۱]. در این راستا از نرم‌افزار EMME2 استفاده شد.

نرم‌افزار EMME2 نرم افزاری برای شبیه سازی ترافیک به صورت ماکروسکوپی است. در واقع پس از پردازش اطلاعات مربوط به کاربری‌های مختلف زمین با استفاده از مدل‌های اقتصاد سنجی و دیگر مدل‌های لازم برای برآورد تقاضای سفر، تقاضای سفر برای افق‌های زمانی مختلف برآورد می شود و توسط نرم‌افزار EMME2 این تقاضا به شبکه تخصیص داده می‌شود. به این ترتیب حجم وسایل نقلیه و زمان سفر عبور از هر کمان در همه مسیرها محاسبه می شود.

اطلاعات دیگری که در اختیار این پژوهش قرار گرفت به شرح زیر است:

- جمعیت نواحی ترافیکی،
- جمعیت شاغل نواحی ترافیکی.

برای تهیه این اطلاعات در ارتباط با سال هدف (۱۳۸۵)، سازمان حمل و نقل و ترافیک شهرداری مشهد از خروجی‌های نرم‌افزار EMME2 و سرشماری سال‌های ۱۳۷۵ تا ۱۳۸۰ که در بانک اطلاعاتی آن سازمان به عنوان سال‌های مبنا وجود دارد، استفاده می‌کند. نمونه‌ای از اطلاعات مزبور در جدول‌های ۱ و ۲ دیده می‌شود.

جدول ۱. بخشی از اطلاعات شبکه خیابانی مشهد

گره ابتدا	گره انتها	طول کمان	حجم هم‌سنگ سواری	حجم ترانزیت هم سنگ سواری
۱۷۰	۹۲۳	۰/۳۵	۱۰۳۴	۱۱۳
۱۷۱	۳	۰/۲۲	۱۱۲۶	۰
۱۷۱	۱۶	۰/۴	۲۳۱۸	۱۳۳
۱۷۱	۱۸۳	۰/۷	۱۵۵۸	۴۰۶
۱۷۲	۱۷۳	۰/۱۶	۴۴۷۲	۷۲۲

زیاد است. بنابراین، این مسیرها باید در حد امکان از کمان‌هایی از شبکه استفاده کنند که کمترین هزینه را به همراه داشته باشند، زیرا اگر این مسیرها تنها براساس میزان تقاضای سفر و بدون توجه به نوع و موقعیت خیابان، نوع سیستم، روش ساخت مسیر و ایستگاه‌ها (زیر زمین، روی سطح زمین) و... ساخته شوند هزینه‌های بسیار زیادی را به دنبال خواهند داشت. بنابراین معیار بعدی را به صورت زیر می‌توان مطرح کرد:

”منافع ساخت مسیر ریلی باید هزینه‌های آن را توجیه کند و شاخص نسبت فایده به هزینه ($\frac{B}{C}$) حداکثر باشد.“

۳- معیار دیگری که هنگام ارزیابی گزینه‌های ریلی مطرح است، میزان دسترسی استفاده‌کنندگان به سیستم حمل و نقل همگانی است. در واقع، مسیر ریلی باید به گونه‌ای باشد که میزان دسترسی مورد نیاز برای کریدوری را که خدمت‌دهی می‌کند پاسخگو باشد. علاوه‌براین مسیر ریلی مورد نظر باید با دیگر وسائل حمل و نقل موجود، بدون ایجاد اختلال در کل سیستم، یکپارچه شود. در واقع به علت این که در مناطق مختلف شهر فعالیت‌های مختلف حمل و نقلی وجود دارد، مانند فعالیت‌های همزمان مربوط به عابرین پیاده، وسایل نقلیه شخصی، اتوبوس، تاکسی...، بنابراین مسیر ریلی باید به گونه‌ای طراحی شود که با این فعالیت‌ها سازگار باشد. به این ترتیب معیارهای زیر را می‌توان در نظر گرفت:

”مسیر ریلی باید از مکان‌هایی (گره‌هایی) عبور کند که به بهترین نحو قابل دسترس استفاده‌کنندگان باشد.“

۴- ”مسیر ریلی باید ارتباط مناسب و هماهنگی با نقاط دارای پتانسیل بالا در ایجاد سفر را برقرار نماید [۲، ۶ و ۱۱].“

۴-۱ شاخص‌های اندازه‌گیری معیارهای ارزیابی

معیارهای مورد استفاده در این پژوهش اغلب جنبه کیفی داشته و غیر قابل اندازه‌گیری هستند. بنابراین برای تبدیل معیارها از حالت کیفی به کمی که قابل سنجش و اندازه‌گیری باشند شاخص‌های زیر را تعریف می‌کنیم:

در این راستا، ابتدا اطلاعات زیر در مورد عملکرد شبکه خیابانی شهر مشهد تهیه شد:

- حجم ترافیک معادل همسنگ سواری روی کمان‌های شبکه،
- حجم ترافیک معادل همسنگ سواری وسایل نقلیه همگانی (اتوبوس، مینی‌بوس) بر روی کمان‌های شبکه،

جدول ۲. بخش دیگری از اطلاعات شبکه خیابانی مشهد

شماره گره	تعداد سوار و پیاده	جمعیت جمعیت	جمعیت شاغل
۱۷۰	۲۸۲۳	۷۳۴۰	۷۰۳۹
۱۷۱	۱۳۲۸	۱۰۲۰۸	۵۴۶۷
۱۷۲	۹۱	۰	۰
۱۷۳	۱۲۶۰	۶۰۳۸	۳۷۳۵
۱۷۴	۰	۴۷۶۷	۲۶۸۹
۱۷۵	۳۷۹	۰	۰

ج- هزینه ساخت مسیر از آنجا که هزینه ساخت مسیر تابعی صعودی از طول مسیر است، در اینجا طول مسیر به عنوان شاخصی که نشان دهنده هزینه ساخت است در نظر گرفته می‌شود.

د- تعداد سواره و پیاده شدن مسافران حمل و نقل همگانی در ایستگاه‌ها

این شاخص برابر است با مجموع سوار و پیاده شدن مسافران حمل و نقل همگانی در ایستگاه‌هایی که روی مسیر واقع شده‌اند. این شاخص مانند شاخص‌های قبلی هر چه بیشتر باشد بهتر است. چنین مسیری نشان دهنده محل‌هایی با اهمیت از نظر استفاده‌کنندگان حمل و نقل همگانی است و به نوعی نشان دهنده مکان‌هایی مناسب برای دسترسی به حمل و نقل همگانی نیز هست.

ه- جمعیت و جمعیت شاغل نواحی ترافیکی

این عامل از جمله متغیرهای اساسی و مهم در ایجاد سفر، جمعیت و جمعیت شاغل آن ناحیه است. به این ترتیب چنانچه مسیر ریلی از مکان‌هایی عبور کند که ارتباط مناسب و زیادی را برای جمعیت‌های واقع در نواحی مختلف ترافیکی ایجاد کند مطلوب‌تر است، زیرا می‌توان انتظار داشت که بخشی از جمعیت‌های واقع در این نواحی ترافیکی برای سفرهای خود در آینده از سیستم ریلی استفاده کنند و بنابراین هر چه مسیر به نواحی با جمعیت بیشتری پوشش دهد مناسب‌تر است.

شاخص‌های قبلی مانند حجم ترافیک روی کمان‌های شبکه، یا تعداد سواره و پیاده شدن در ایستگاه‌های شبکه اتوبوسرانی وضع موجود، اطلاعاتی مرتبط با کمان‌ها و گره‌های شبکه هستند، اما جمعیت و جمعیت شاغل مربوط به مراکز نواحی ترافیکی است.

با توجه به شاخص‌ها مشاهده می‌شود که شاخص‌های اول و دوم به نوعی بیانگر معیار اول، شاخص سوم معرف هزینه (معیار دوم) و شاخص‌های چهارم و پنجم نماینده معیارهای سوم و چهارم‌اند. با استفاده از این شاخص‌ها می‌توان عملکرد گزینه‌های مختلف ریلی را با یکدیگر مقایسه کرد.

۵. مدل ریاضی پیشنهادی برای مسیریابی

این مدل شامل یک تابع هدف چند معیاره و تعدادی محدودیت

با استفاده از اطلاعات فوق می‌توان شاخص‌های زیر را برای هر مسیر که توضیح دهنده معیارهای مطرح شده در قسمت ۴ و توضیح دهنده مدل ریاضی پیشنهادی باشد محاسبه و تعریف نمود:

الف- حجم ترافیک همسنگ سواری معادل با حجم وسایل نقلیه همگانی بر روی کمان‌های هر مسیر

می‌توان گفت که هر مسیری که مقدار بیشتری از این شاخص را داشته باشد مسیر بهتری است. به عبارت دیگر مسیر به دست آمده، از مکان‌هایی عبور کرده است که مسافران حمل و نقل همگانی آن را بیشتر مورد استفاده قرار داده‌اند. بنابراین با ایجاد حمل و نقل ریلی در این مسیر می‌توان خدمات لازم و مناسب را برای آن‌ها عرضه نمود و علاوه بر آن با کاهش حجم تردد وسایل حمل و نقل همگانی مانند اتوبوس و مینی‌بوس در این مسیرها می‌توان از شلوغی کمان‌های این مسیر نیز کاست.

ب- حجم کل ترافیک همسنگ سواری هر مسیر

این شاخص نیز مانند شاخص قبل، معادل مجموع حجم ترافیک همسنگ سواری روی کمان‌های مسیر است. بیشتر بودن این شاخص نیز می‌تواند نشان دهنده مناسب بودن مسیر باشد. در این حالت می‌توان گفت که این مسیر امکانات و تسهیلات بهتری نسبت به سیستم حمل و نقل همگانی وضع موجود ایجاد کرده است. در این حالت می‌توان انتظار داشت که این مسیر بخشی از استفاده‌کنندگان وسایل نقلیه شخصی را به خود جذب کرده و موجب کاهش تراکم ترافیک در این کمان‌ها و در نتیجه صرفه‌جویی در زمان سفر استفاده‌کنندگان از وسایل شخصی در این مسیرها نیز بشود.

x_{ij} = در مسیر مورد نظر LRT است،

d = گره انتهای مسیر (مقصد)،

O = گره ابتدای مسیر (مبدأ)،

A = مجموعه کمان‌های شبکه خیابانی،

A_p = مجموعه کمان‌های شبکه ترانزیت در شبکه موجود،

N_i = مجموعه گره‌هایی از شبکه که با یک کمان به گره i وصل

شده و گره i گره ابتدای آن کمان است:

$$N_i = \{k; (i, k) \in A\} \quad (11)$$

M_j = مجموعه گره‌هایی از شبکه که با یک کمان به گره j وصل

شده و گره j گره انتهایی آن کمان است:

$$M_j = \{k; (k, j) \in A\} \quad (12)$$

روابط ۱ تا ۶ در تابع هدف، نشان دهنده منافع مختلف و هزینه ساخت مسیر مورد نظر است. محدودیت‌های ۷ و ۸ بیان می‌کند که مسیر مورد نظر از گره صفر (به عنوان مبدأ) شروع و به گره d (بعنوان مقصد) ختم شود. رابطه ۹ نیز پاسخگوی محدودیت پیوستگی کمان‌هائی است که یک مسیر را تشکیل می‌دهند. همان گونه که مشاهده می‌شود، مدل ریاضی ارایه شده در این قسمت دربرگیرنده ۶ هدف است. باید از روش‌های ارزیابی چندمعیاره برای تعیین بهترین گزینه استفاده شود [۱۲].

۶. ارزیابی چند معیاره

مسئله‌ای که در این مقاله به آن پرداخته شده، یک مسئله طراحی شبکه است. در طراحی شبکه ارزیابی گزینه‌های مختلف براساس یک معیار، در بسیاری از موارد نامطلوب است و می‌تواند مشکلات اجتماعی، زیست محیطی و حتی سیاسی و استراتژیک بسیاری به بار آورد، یا با بسیاری از هدف‌های جامعه در این زمینه در تضاد باشد. از این رو لازم است که در انتخاب گزینه‌های حمل و نقل مناسب برای آینده از روش‌های ارزیابی چند معیاره استفاده گردد. از نظر ریاضی ارزیابی چندمعیاره را می‌توان بصورت مسئله بهینه‌سازی برداری زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \text{Max } Z(x_1, \dots, x_p) &= [z_1(x_1, \dots, x_n), \dots, z_p(x_1, \dots, x_n)] \\ \text{s.t:} & \\ g_i(x_1, \dots, x_n) &\leq 0, \quad i=1, \dots, m \\ x_j &\geq 0, \quad j=1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (13)$$

توسط نویسندگان این مقاله پیشنهاد می‌گردد و از جایی گرفته نشده است و قابل تعریف برای اهداف بیشتری نیز می‌باشد:

$$\text{Max} \sum_{(i,j) \in A, j \neq d} P_j X_{ij} \quad (1)$$

$$\text{Max} \sum_{(i,j) \in A, j \neq d} E_j X_{ij} \quad (2)$$

$$\text{Max} \sum_{(i,j) \in A} (V_{Pub})_{ij} * X_{ij} \quad (3)$$

$$\text{Max} \sum_{(i,j) \in A_p} (V_{Pri})_{ij} * X_{ij} \quad (4)$$

$$\text{Max} \sum_{(i,j) \in A, j \neq d} (V_{(B-A)})_j X_{ij} \quad (5)$$

$$\text{Min} \sum_{(i,j) \in A} C_{ij} * X_{ij} \quad (6)$$

$$\text{s.t} \sum_{j \in N_o} X_{oj} = 1 \quad (7)$$

$$\sum_{i \in M_d} X_{id} = 1 \quad (8)$$

$$\sum_{j \in N_k} X_{kj} - \sum_{i \in M_k} X_{ik} = 0 \quad k \neq o, d \quad (9)$$

$$X_{ij} = 0.1 \quad (10)$$

در آنها:

P_j = جمعیت تخصیص داده شده به گره j از شبکه

E_j = جمعیت شاغل تخصیص داده شده به گره j از شبکه

$(V_{pub})_{ij}$ = حجم ترانزیت همسنگ سواری در کمان (i, j) از شبکه،

$(V_{pri})_{ij}$ = حجم وسیله نقلیه همسنگ سواری در کمان (i, j) از

شبکه،

$(V_{(B-A)})_j$ = حجم سوار و پیاده شدن مسافران حمل و نقل

همگانی در گره j از شبکه،

C_{ij} = هزینه ساخت LRT مربوط به کمان (i, j) از شبکه خیابانی،

X_{ij} = متغیر صفر یا یک، که نشان دهنده واقع نبودن یا بودن کمان

و تعیین مسیرهای ریلی مناسب است، ابتدا توضیح مختصری در رابطه با تصمیم‌گیری چندهدفه با متغیرهای گسسته ارائه شده و سپس روش تحلیل همایی که از جمله این روش‌هاست و برای تعیین گزینه‌های رقیب ریلی در این مطالعه مورد استفاده قرار می‌گیرد، معرفی خواهد شد. به طور کلی چنین مسأله‌ای را می‌توان به صورت فرمول‌بندی زیر ارائه کرد:

$$\begin{aligned} \text{Max } z &= (z_1, \dots, z_p) \\ \text{s.t } x &\in R \\ X &\geq 0 \end{aligned} \quad (15)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} X &= \text{بردار پیامدهاست،} \\ Z_i &= \text{تابعی از } X \text{ است } (i=1, \dots, p), \\ R &= \text{مجموعه جواب‌های امکان‌پذیر است.} \end{aligned}$$

در مدل ارائه شده در این مقاله، عبارات ۱ تا ۶ بردار تابع هدف (Z) است. محدودیت‌های ۷ تا ۹ واقع شدن کمان‌های انتخاب شده بر یک مسیر بین دو گره مشخص از شبکه را تضمین (R) و متغیرهای تصمیم‌گیری انتخاب یا عدم انتخاب (X=0/1) یک کمان از شبکه را منعکس می‌کند [۱۲].

۶-۲ تحلیل همایی

روش تحلیل همایی از جمله روش‌های تحلیل چندهدفه است که در آن گزینه‌ها براساس مقایسه دو به دو در زمینه توابع هدف مورد نظر، رتبه‌بندی می‌شوند. این تحلیل براساس جدول پیامد پروژه‌ها یا گزینه‌های مختلف صورت می‌گیرد. در این روش هر یک از اهداف دارای وزنی است که این وزن‌ها را می‌توان از افراد کارشناس یا سازمان‌های مختلف به دست آورد. برای هر سیستم وزن‌دهی روی اهداف مختلف می‌توان دو شاخص زیر را محاسبه کرد:

شاخص همایی^۴: شاخصی است که نشان‌دهنده میزان برتری یک گزینه بر گزینه‌های دیگر است.

شاخص ناهمایی^۵: نشان‌دهنده تسلط دیگر گزینه‌ها بر گزینه مورد نظر است.

با استفاده از شاخص‌های همایی و ناهمایی، شاخص تسلط ساخته می‌شود که در تعیین میزان برتری هر یک از گزینه‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد. گزینه‌هایی که از متوسط بهتر عمل کنند، گزینه‌های

که در آن:

$$\begin{aligned} Z &= \text{بردار تابع هدف‌های } Z_1 \text{ و } Z_p, \\ g_i &= \text{محدودیت } i \text{ ام،} \\ X_j &= \text{متغیر تصمیم‌گیری } j \text{ ام است.} \end{aligned}$$

مسئله (p) دارای یک جواب بهینه نیست یا به عبارتی دیگر، نمی‌توان یک جواب خاص را برای آن بهینه دانست. البته در حالت‌های ویژه زیر به دست آوردن بهترین جواب، دور از دسترس نیست:

۱- اگر هدف‌های بردار تابع هدف مکمل هم می‌بودند. به این معنی بود که جواب بهینه برای یکی از اهداف، بهینه بودن اهداف دیگر را نیز تضمین می‌کرد، در این صورت:

$$(Maxz) \equiv (Maxz_1) \equiv (Maxz_2) \equiv \dots \quad (14)$$

۲- اگر هدف‌ها یا ضرایبی مشخص قابل ادغام در یکدیگر بودند آنگاه این امکان وجود داشت که آن‌ها را به یک تابع خطی جمع‌پذیر تبدیل کنیم و مسأله به یک مسأله بهینه‌سازی یک معیاره تبدیل شده و جواب بهینه آن نیز قابل دسترس بود.

در روش‌های چندمعیاره، هدف، یافتن مجموعه بهترین‌های ممکن است، به این معنی که دیگر جواب‌ها به هدف‌های مسأله کمتر از بهترین جواب‌های ممکن دست می‌یابند و در خود مجموعه بهترین جواب‌های ممکن، نمی‌توان یک گزینه را بر دیگری ترجیح داد.

روش‌های حل مسائل چندضابطه‌ای تلاش می‌کنند تا بهترین مقادیرها از هدف‌های مختلف را داشته باشند. مجموعه بهترین‌های ممکن را جواب‌های غیرپست^۳ گویند. در این روش‌ها بعد از این که جواب‌های غیرپست مشخص شد، مجموعه کوچکی از این جواب‌ها به عنوان جواب‌های رقیب، برای انتخاب پیشنهاد می‌شوند [۱۲].

۶-۱ تصمیم‌گیری چندهدفه با متغیرهای گسسته

از جمله مسایل تصمیم‌گیری چندهدفه با متغیرهای گسسته، مسائل مربوط به مبحث حمل و نقل است. برای نمونه می‌توان به ارزیابی چند مسیر مختلف براساس معیارهای گوناگون اشاره کرد. از آنجا که مسأله مورد بحث در این مطالعه نیز مربوط به مسیریابی

مسلط نامیده می‌شوند.

همچنین شاخص ناهمایی را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد:

$$DI_{ii'} = \sum_{j \in D_{ii'}} \left\{ \frac{w_j |r_{ij} - r_{i'j}|}{D^{\max}} \right\} / m \quad (21)$$

$DI_{ii'}$: شاخص ناهمایی:

$$d^{\max} = \max_{i,i',j} w_j |r_{ij} - r_{i'j}| \quad (22)$$

$$m = \max_{i,i'} \{|D_{ii'}|\}$$

زیرا در این رابطه $|D_{ii'}|$ تعداد عناصر مجموعه $D_{ii'}$ است.

با توجه به تعریف فوق مشاهده می‌شود که $0 \leq DI_{ii'} \leq 1$.

با استفاده از شاخص‌های فوق می‌توان جدول‌های شاخص‌های

همایی و ناهمایی را برای هر گزینه به شرح زیر تهیه کرد:

$$NCI_i = \sum_{i' \neq i} CI_{ii'} - \sum_{i' \neq i} CI_{i'i} \quad (23)$$

$$NDI_i = \sum_{i' \neq i} DI_{ii'} - \sum_{i' \neq i} DI_{i'i} \quad (24)$$

که در آنها:

NCI_i = مقدار خالص شاخص همایی گزینه i

NDI_i = مقدار خالص شاخص ناهمایی گزینه i است.

با توجه به روابط فوق مقدار مثبت NCI_i و مقدار منفی NDI_i

برای گزینه i مطلوب است. بنابراین گزینه‌هایی که دارای $NCI_i > 0$

و $NDI_i < 0$ باشد، بهتر از متوسط عمل می‌کنند و می‌توان آن‌ها را

گزینه مسلط تلقی کرد [۱۲].

۷. الگوریتم حل مسئله

اساس این الگوریتم برپایه روند دو مرحله‌ای است که نویسندگان

این مقاله با بررسی مطالعات گذشته، الگوریتم زیر را برای این

پژوهش پیشنهاد می‌کنند: (این الگوریتم پیشنهادی توسط

نویسندگان مطرح شده و کاربردی است).

گام صفر: آماده سازی

هزینه هر کمان از شبکه را با توجه به طول آن کمان و هزینه

ساخت هر کیلومتر خط LRT محاسبه کنید.

گام ۱: تولید یک تعداد مسیر کارا و امکان‌پذیر (به تعداد کم) با

توجه به معیار هزینه ساخت مسیر:

با استفاده از الگوریتم K_1 کوتاه‌ترین مسیر، K_2 کوتاه‌ترین مسیر

بین دو گره O و D را براساس طول تعیین کنید. جدول (۳) میزان

فرض کنید Z_{ij} مقدار تابع هدف Z ام برای گزینه i ام و برای هدف‌هایی که بیشینه آن مورد نظر است، باشد:

$$r_{ij} = \frac{Z_{ij}}{\max_k Z_{kj}} \quad (16)$$

برای هدف‌هایی که کمینه آن مورد نظر است.

$$r_{ij} = 1 - \frac{Z_{ij}}{\max_k Z_{kj}} \quad (17)$$

در این صورت r_{ij} ها دارای ۳ ویژگی زیر است:

r_{ij} ها بدون واحد است، بنابراین r_{ij} ها برای هدف‌های مختلف قابل

مقایسه می‌شود:

$$0 \leq r_{ij} \leq 1 \quad (18)$$

مقدار بیشتر r_{ij} مطلوب‌تر است.

دو مجموعه همایی (C) و ناهمایی (D) را برای هر گزینه i و i'

بصورت زیر تعریف کنید:

$$C_{ii'} = \{j | r_{ij} \geq r_{i'j}\} \quad (19)$$

$$D_{ii'} = \{j | r_{ij} \leq r_{i'j}\}$$

در تعریف فوق:

j : هدف Z -م در تابع هدف،

$C_{ii'}$: مجموعه هدف‌هایی است که در آن هدف‌ها، گزینه i از

گزینه i' بهتر است و به آن مجموعه همایی گویند.

$D_{ii'}$: مجموعه هدف‌هایی که در آن هدف‌ها گزینه i' از گزینه i

بهتر است و به آن مجموعه ناهمایی گویند. با توجه به تعریف

فوق شاخص همایی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$CI_{ii'} = \sum_{j \in C_{ii'}} w_j \quad i \neq i' \quad (20)$$

که در آن:

$CI_{ii'}$ = شاخص همایی

W_j = وزنی است که برای هدف Z ام در نظر گرفته

شده است ($\sum_j w_j = 1$).

شماره گذاری و تعریفی است که مطالعات جامع حمل و نقل دانشگاه صنعتی شریف و سازمان ترافیک برای شبکه خیابانی شهر مشهد تهیه کرده است. تعداد مسیرهایی که باید تولید شوند تا بتوان در گام ۲، تحلیل همایی روی آن‌ها صورت گیرد ۱۰ مسیر در نظر گرفته شد [۱۲]. در این پژوهش حداقل فاصله بین دو مسیر یک کیلومتر در نظر گرفته شده است.

۷-۲-۲ اجرای گام ۱ از الگوریتم

هدف از این گام تولید ده مسیر کارا و امکان پذیر با توجه به معیار هزینه ساخت مسیر است، یعنی با استفاده از الگوریتم K کوتاه‌ترین مسیر، ده مسیری که کوتاه‌ترین باشد، بین گره ۳۸۰ و ۷۸۸ براساس طول ساخته می شود که هزینه ساخت نیز ضریبی از طول است. در این گام از الگوریتم تعداد ۱۰ مسیر بین گره ۳۸۰ و ۷۸۸ تولید می‌شود. نحوه انتخاب ۱۰ مسیر بر اساس الگوریتم Kی کوتاه‌ترین مسیر یعنی ۱۰ مسیری که کوتاه‌ترین بین O و D براساس طول کوتاه‌ترین به ترتیب انتخاب می‌شود و سپس از بین این ۱۰ مسیر براساس تحلیل همایی که یکی از روش‌های تحلیل چند معیاره است، مسیرهایی که به تعداد بیشتری دارای مقدار مثبت شاخص همایی و مقدار منفی شاخص ناهمایی باشد انتخاب می‌شود.

در جدول (۳) هر یک از ۶ هدف مربوط به ۱۰ مسیر تولید شده گزارش شده است. با استفاده از این جدول می‌توان گام ۲ که انجام تحلیل همایی روی ۱۰ گزینه تولید شده است، را انجام داد و گزینه یا گزینه‌های برتر را معرفی کرد [۱۲].

جدول ۳. میزان کارایی مطلق گزینه‌ها برای هر یک

از ده مسیر ریلی تولید شده

طول خط	حجم همسنگ سواری	حجم ترانزیت همسنگ سواری	سوار و پیاده شدن	جمعیت	جمعیت شاغل
۱۹/۴	۵۸۰۴۲	۱۹۴۶۹	۴۳۰۸۱	۳۹۳۵۹	۲۸۵۱۰
۲۰/۴۱	۶۱۱۰۶	۲۶۴۲	۶۶۸۳	۵۸۲۴۶	۵۲۸۲
۲۱/۴۳	۵۹۵۸۵	۱۱۸۷۱	۲۴۵۰۶	۲۷۳۴۴	۳۳۲۱۵
۲۲/۴۵	۵۸۰۸۶	۲۰۵۶۸	۳۱۵۲۷	۲۱۶۶۰	۲۱۸۶۶
۲۳/۴۸	۸۷۲۳۹	۲۰۸۳۳	۴۸۰۱۲	۳۶۳۸۲	۲۴۲۹۵
۲۴/۵۵	۵۴۹۶۲	۲۱۶۵۰	۴۶۲۹۳	۱۱۹۲۴۹	۴۵۹۳۴
۲۵/۵۶	۵۷۱۲۲	۱۴۳۵۲	۴۸۴۱۴	۱۰۴۵۸۱	۴۵۷۵۵
۲۶/۵۶	۵۲۸۱۰	۱۶۸۶۳	۵۷۲۵۳	۱۱۵۶۲۶	۴۸۴۷۷
۲۷/۶۱	۵۵۱۰۶	۱۱۸۲۷	۳۰۴۹۸	۶۶۵۸۴	۱۹۴۲۹
۲۸/۷۲	۸۱۵۰۲	۴۹۷۳	۳۲۵۸۱	۸۲۸۳۶	۲۸۱۱۲

کارایی مطلق گزینه‌ها برای هر یک از ده مسیر ریلی تولید شده را نشان می‌دهد.

گام ۲: انتخاب بهترین مسیر (مسیره‌ها) از بین مسیره‌های تولید شده در گام ۱ با توجه به شاخص‌های ارایه شده در قسمت ۴-۱:

در این گام مدل ریاضی بخش ۵ وارد الگوریتم حل مساله می شود

- برای هر یک از K مسیر تولید شده در گام یک هریک از اهداف ۶گانه تابع هدف مدل ارایه شده در مدل ریاضی پیشنهادی را محاسبه کنید.

- سیستم‌های وزنه‌ای مختلف برای هریک از اهداف (که نشان دهنده اهمیت هریک از اهداف است) را مشخص کنید.

- با استفاده از روش تحلیل همایی که در قسمت ۶-۱ ارایه شده است و همچنین مقادیر هریک از اهداف ۶گانه برای هریک از K مسیره، مسیره‌های مناسب را انتخاب کنید.

۷-۱ کاربرد الگوریتم برای شبکه خیابانی شهر مشهد

الگوریتم فوق به کمک دو زبان برنامه‌نویسی در محیط Visual Basic و Excel تبدیل شد. برنامه اول گام ۱ از الگوریتم را اجرا می‌کند و برنامه دوم فرایند تحلیل همایی را بر روی مسیره‌های تولید شده توسط برنامه اول انجام می‌دهد. برای انجام تحلیل همایی باید وزن هر یک از توابع تعیین شود. در این مطالعه طراحی مسیر ریلی برای سال ۱۳۸۵ در نظر گرفته شده است.

۷-۲ نتایج اجرای الگوریتم روی شبکه خیابانی شهر مشهد

با توجه به الگوریتم ارایه شده در قسمت ۷ در گام ۰ ابتدا دو گره از شبکه که مسیر ریلی باید بین آن‌ها احداث شود مشخص شود.

در این پژوهش برای نشان دادن عملکرد الگوریتم گره ابتدا و انتهای خط (LRT) در دست ساخت شهر مشهد انتخاب شد.

به این ترتیب می‌توان نتایج بدست آمده از الگوریتم را با آن چه مورد تأیید مطالعات پیشین برای ساخت خط LRT است، مقایسه کرد [۱۱].

۷-۲-۱ اجرای گام صفر از الگوریتم

شماره گره ابتدا ۳۸۰ و شماره گره انتها ۷۸۸ انتخاب شد که به ترتیب گره‌های ابتدا و انتهای مسیر LRT در دست ساخت شهر مشهد است. شماره گذاری گره‌ها و کمان‌ها بر مبنای

۷-۲-۳ اجرای گام ۲ از الگوریتم

جدول ۵. مجموعه مسیرهای مسلط

مسیرهای مسلط	تعداد دفعات	W 7	W 6	W 5	W 4	W 3	W 2	W 1
۱	۱	۱	۰	۱	۱	۱	۱	۱
۲	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۳	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۴	۲	۰	۰	۰	۱	۱	۰	۰
۵	۷	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۶	۷	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۷	۷	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۸	۷	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۹	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۱۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰

گروه‌های مختلف کارشناسی با تخصص ترافیک و حمل و نقل درون شهری، محیط زیست و یا اقتصاد می‌توانند در چنین مطالعه‌ای همکاری کنند. هر گروه از کارشناسان نظر خود را در مورد اهمیت هر یک از اهداف در تابع هدف (طول خط، حجم هم سنگ سواری، حجم ترانزیت همسنگ سواری جمعیت و جمعیت سواره و پیاده شدن) بر اساس روش نمره‌دهی ارایه می‌کنند.

بر اساس نظر هر گروه از کارشناسان یک دسته وزن برای توابع هدف ارایه می‌شود. به هر یک از دسته وزن‌ها یک سیستم وزن‌دهی گفته می‌شود. بر اساس هر سیستم وزن‌دهی مقادیر خالص شاخص‌های همایی و ناهمایی برای هر مسیر محاسبه و سپس بر اساس آن مسیر یا مسیرهای برتر معرفی می‌شود. در این پژوهش ۷ سیستم وزن‌دهی در نظر گرفته شد که در جدول (۴) ارایه شده‌است. همان طور که مشاهده می‌شود در یکی از سیستم‌های وزنه‌ای، وزن همه توابع هدف مساوی و برابر $\frac{1}{7}$ در نظر گرفته شده و در ۶ سیستم وزنه‌ای دیگر، هریک از اهداف دو برابر اهداف دیگر وزن‌دهی شده است.

جدول ۴. سیستم وزن دهی تحلیل همایی

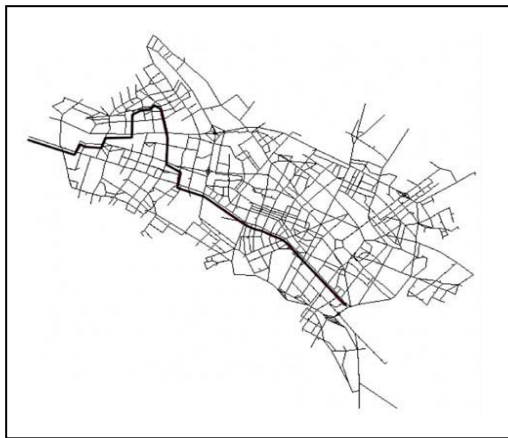
طول خط	حجم همسنگ سواری	حجم ترانزیت همسنگ سواری	سوار و پیاده شدن	جمعیت	جمعیت شاغل
۰/۱۶۷	۰/۱۶۷	۰/۱۶۷	۰/۱۶۷	۰/۱۶۷	۰/۱۶۷
۰/۲۸۵	۰/۱۴۲	۰/۱۴۲	۰/۱۴۲	۰/۱۴۲	۰/۱۴۲
۰/۱۴۲	۰/۲۸۵	۰/۱۴۲	۰/۱۴۲	۰/۱۴۲	۰/۱۴۲
۰/۱۴۲	۰/۱۴۲	۰/۲۸۵	۰/۱۴۲	۰/۱۴۲	۰/۱۴۲
۰/۱۴۲	۰/۱۴۲	۰/۱۴۲	۰/۲۸۵	۰/۱۴۲	۰/۱۴۲
۰/۱۴۲	۰/۱۴۲	۰/۱۴۲	۰/۱۴۲	۰/۲۸۵	۰/۱۴۲
۰/۱۴۲	۰/۱۴۲	۰/۱۴۲	۰/۱۴۲	۰/۱۴۲	۰/۲۸۵

همان طور که در جدول (۵) مشاهده می‌شود مسیرهای ۵، ۶، ۷، ۸ و در مرحله بعد مسیر ۱ نسبت به دیگر گزینه‌ها به دفعات بیشتری دارای مقدار مثبت شاخص همایی و مقدار منفی شاخص ناهمایی بوده و به عنوان مسیرهای مناسب برای ساخت پیشنهاد می‌شود. مسیر در دست ساخت قطار سبک شهری نیز از جمله مسیرهای برتر است. به این ترتیب می‌توان نتیجه گرفت که عملکرد الگوریتم با مطالعاتی که در زمینه مکان‌یابی مسیر ریلی انجام شده، سازگار است [۱۱].

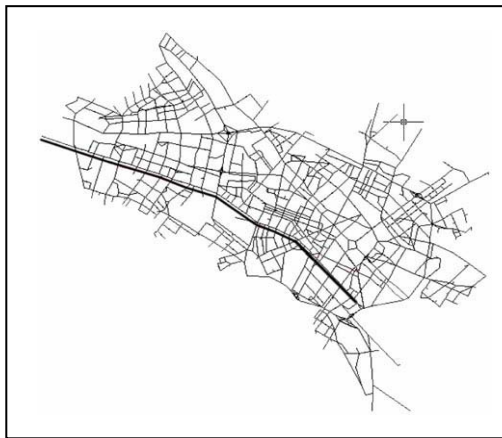
فرم ورود اطلاعات مربوط به برنامه و Visual Basic همچنین شکل‌های ۱ تا ۵ که مسیرهای انتخاب شده را نشان می‌دهد در این بخش مشاهده می‌شود:

فرم ورود اطلاعات از کاربر

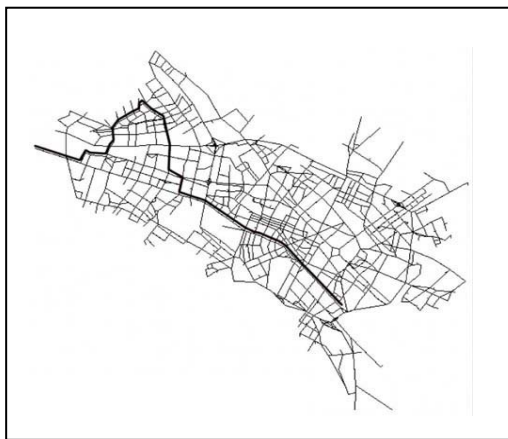
در تحلیل همایی، مقادیر مثبت مقدار خالص شاخص همایی و مقدار منفی شاخص ناهمایی برای هر مسیر مطلوب است. جدول (۵) تعداد دفعاتی را که یک مسیر به ازای سیستم‌های وزن‌دهی مختلف دارای مقدار مثبت خالص شاخص همایی و مقدار منفی خالص شاخص ناهمایی است، نشان می‌دهد. به این ترتیب مسیر یا مسیرهایی بهترین است که به دفعات بیشتری دارای مقدار مثبت خالص شاخص همایی و مقدار منفی خالص شاخص ناهمایی باشد [۱۲].



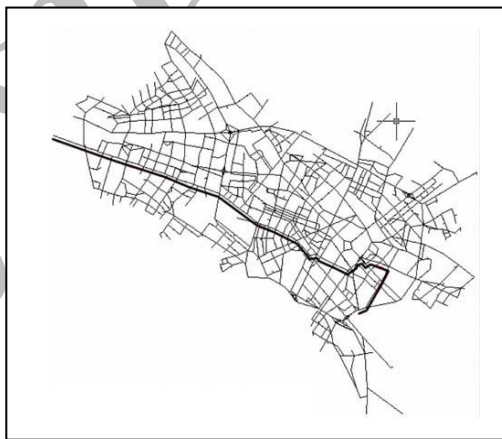
شکل ۴. مسیر ۷ از جدول ۳ روی شبکه خیابانی مشهد



شکل ۱. مسیر ۱ از جدول ۳ روی شبکه خیابانی مشهد



شکل ۵. مسیر ۸ از جدول ۳ روی شبکه خیابانی مشهد



شکل ۲. مسیر ۵ از جدول ۳ روی شبکه خیابانی مشهد

۸. نتیجه گیری

در این تحقیق ضمن ارائه مدلی برای طراحی شبکه حمل و نقل سریع شهری، روشی کارآ و سریع مبتنی بر الگوریتم پوشش به منافع شبکه برای حل مسأله و یافتن مسیرهای بهینه ارائه شد. معیارهایی که در این روش برای ارزیابی مسیرها و همچنین برای محاسبه تابع هدف مسأله در نظر گرفته شدند، پوشش حداکثر به تقاضای سفر و جمعیت و حجم ترانزیت روی کمان‌ها و حجم سوار و پیاده شدن در ایستگاه‌ها و حداقل هزینه بودند.

نتایج به دست آمده در این تحقیق را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد:

- ۱- روش ارائه شده، روشی سریع و کاربرد آن برای شناسایی کریدورها مناسب است.
- ۲- این مدل می‌تواند برای طراحی انواع شبکه‌های حمل و نقل



شکل ۳. مسیر ۶ از جدول ۳ روی شبکه خیابانی مشهد

سریع همانند مترو و LRT به کار گرفته شود.

rapid transit line", *European Journal of Operational Research*, 104, pp. 321-332.

7. Dufourd, H., Gendreau, M. and Laporte, G. (1996) "Locating a transit line using Tabu Search", *Location Science*, Vol.4; No.1/2, PII : S0966-8349(96) 00008-3., pp1-19 pp. 1-19
8. Bruno, G., Gendreau, M. and Laporte, G. (2002) "A heuristic for the location of a rapid transit line", *Computers and Operations Research*, Vol. 29, pp 1-12.
9. Wirasighe, S.C., Hurdle, V.F. and Newell, G.F. (1997) "Optimal parameters for a coordinated rail and bus transit system", *Transportation Science*, 11, PP.359-374.
10. Laporte, G., Mesa, J.A. and Ortega, F.A. (2000) "Optimization methods for planning of rapid transit systems", *European Journal of Operational Research*, 122, pp.1-10.

۱۱. مرکز مطالعات و تحقیقات حمل و نقل (ممتحن)، پژوهشگاه حمل و نقل دانشگاه صنعتی شریف (دی ماه ۱۳۸۲) «سیستم حمل و نقل همگانی پیشنهادی برای آینده: قطار سبک شهری، مطالعات سیستم حمل و نقل همگانی یکپارچه شهر مشهد»، گزارش شماره ۰۵-۸۲، دانشگاه صنعتی شریف.

۱۲. فتاحی، محسن، (۱۳۸۱) «روش‌های ارزیابی چندمعیاره»، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی شریف، تهران.

پانویس‌ها:

- 1-Light Rail Transit
- 2- Covering - paths
- 3- Non- inferior
- 4- Concordance index
- 5- Non-concordance index

۳- این روش می‌تواند مسیرهای پیشنهادی و موجود، یا مسیرهای به دست آمده از سایر روش‌ها، از جمله از طریق پیشنهادات کارشناسی را به عنوان جواب اولیه بررسی کرده و آن‌ها را بهبود بخشد.

روش پوشش به منافع شبکه، به طور موفقیت‌آمیزی برای طراحی شبکه LRT شهر مشهد به کار گرفته شد و نتایج حاصل از این کاربرد معرفی مسیرهایی منطقی برای شهر مشهد بود. اکثر شبکه‌های پیشنهادی نقاط عمده جمعیت و حجم ترانزیت در شهر را تحت پوشش قرار می‌دهند.

۹. مراجع

1. Gendreau, M., Laporte, G. and Mesa, J.A. (1995) "Locating rapid transit lines", *Journal of Advanced Transportation*, 29, PP.:145-162.
2. Laporte, G., Mesa, J.A. and Ortega, F.A. (1994) "Assessing topological configurations for rapid transit networks", *Studies in Locational Analysis*, 7, PP. 105-121.
3. Blackledge, D.A. and Humphreys, E.M.H. (1984) "The West Midland rapid transit study", *Proceedings of the Planning and Transportation Research and Computation, Sussex*, PP. 71-84.
4. Dicesare, F. (1970) "A system analysis approach to urban transit guideway location" PH.D dissertation, Department of Electrical Engineering, Carnegie-Mellon University, Pittsburgh, PA.,USA.
5. Current, J.R., ReVelle, C.S. and Cohon, J. (1985) "The maximum covering/ shortest path problem: a multi-objective network design and routing formulation.", *European Journal of Operational Research*, 21, pp 189-199.
6. Bruno, G., Ghiani, G. and Imporeta, G. (1998) "A multi-modal approach to the location of a