

## تعیین درصد بهینه قیر در روش طرح اختلاط مارشال

### با استفاده از یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی\*

منصور فخری، استادیار، دانشکده عمران، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران  
علیرضا غنیزاده، عضو هیئت علمی، دانشکده مهندسی سیرجان، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران  
E-mail: fakhri@kntu.ac.ir

#### چکیده

هدف کلی از طرح مخلوط‌های آسفالت گرم و بتن آسفالتی، انتخاب مناسب ترین و با صرفه‌ترین مخلوط مصالح سنگی و قیر است؛ به طوری‌که بتواند مشخصات فنی بتن آسفالتی را در حدود مشخص حفظ کند. تاکنون روش‌های متعددی برای طرح اختلاط بتن آسفالتی گرم پیشنهاد شده است که از آن جمله می‌توان به روش مارشال، روش مارشال اصلاح شده، روش ویم و روش طرح اختلاط سوپرپیو اشاره کرد. در حال حاضر طرح اختلاط مخلوط‌های آسفالتی گرم در ایران، بر اساس روش مارشال و مارشال اصلاح شده انجام می‌شود. در روش طرح اختلاط مارشال، درصد بهینه قیر بر اساس میانگین مقادیر درصد قیری که بیشترین استقامت مارشال، بیشترین وزن مخصوص و مناسب‌ترین مقدار فضای خالی در بتن آسفالتی را نتیجه می‌دهد، تعیین می‌شود. این درصد قیر لزوماً درصد بهینه قیر نیست. در این مقاله یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی برای تعیین درصد بهینه قیر در روش مارشال یا روش اصلاح شده مارشال توسعه داده شده است. برای این منظور ابتدا معادلات مربوط به تغییرات پارامترهای مؤثر در طرح اختلاط بتن آسفالتی شامل چگالی بتن آسفالتی، استقامت مارشال، روانی، درصد فضای خالی بتن آسفالتی، درصد فضای خالی مصالح سنگی و درصد فضای خالی پر شده با قیر، نسبت به درصد قیر با استفاده از روش کمترین مربعات و از طریق تقریب با یک چندجمله‌ای درجه دوم تعیین می‌شوند و سپس با تکیه بر این معادلات و استفاده از یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی چند هدفی، درصد بهینه قیر بهینه به گونه‌ای تعیین می‌شود که بتن آسفالتی به دست آمده تمامی شرایط گفته شده در آینده را داشته و دارای بیشترین وزن مخصوص و استقامت مارشال نیز باشد. در انتهای مقاله، نحوه استفاده از این روش با ارایه یک مثال تشریح شده است و درصد بهینه قیر بر اساس نتایج یک آزمایش واقعی مارشال تعیین شده است.

**واژه‌های کلیدی:** طرح اختلاط، روش مارشال، بهینه‌سازی، کمترین مربعات، برنامه‌ریزی غیرخطی

#### ۱. مقدمه

- الف. قیر کافی داشته باشد تا ثبات و دوام آن را تأمین کند.
- ب. مقاومت آن به اندازه‌ای باشد که بار ناشی از ترافیک را بدون تغییر شکل تحمل کند.
- پ. فضای خالی کافی در آن تأمین شده باشد، تا با افزایش درجه

هدف کلی از طرح مخلوط‌های آسفالت گرم و بتن آسفالتی، انتخاب مناسب‌ترین و با صرفه‌ترین مخلوط مصالح سنگی و قیر است، به طوری‌که ویژگی‌های زیر را برای پوشش‌های آسفالتی تأمین کند [۱]:

با یک چند جمله‌ای درجه دوم به دست می‌آیند و سپس با استفاده از یک مدل برنامه‌ریزی غیر خطی چند هدفی، درصد بهینه قیر به گونه‌ای تعیین می‌شود که اولاً بتن آسفالتی به دست آمده تمامی شرایط ارایه شده در آئین نامه را داشته و ثانیاً دارای بیشترین وزن مخصوص و بیشترین استقامت مارشال باشد.

## ۲. روش طرح اختلاط مارشال

روش طرح اختلاط مارشال نخستین بار توسط بروس مارشال<sup>۳</sup> از اداره راه و ترابری می‌سی‌سی‌پی (ایالات متحده امریکا) در سال ۱۹۳۹ پیشنهاد شد و سپس به وسیله گروه مهندسین ارتش بازنگری شد. تا سالهای اخیر هم روش طرح اختلاط مارشال توسط حدود ۴۰ ایالت مختلف آمریکا مورد استفاده قرار گرفته است [۲]. همچنین در حال حاضر طرح اختلاط مخلوط‌های آسفالتی گرم در ایران نیز بر اساس روش مارشال استوار است [۱]. مراحل طرح اختلاط بتن آسفالتی گرم به روش مارشال را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد [۳]:

الف. انتخاب مصالح سنگی درشت، ریز و فیلر.

ب. انتخاب حدود دانه‌بندی مطلوب

ت. تعیین نسبت درصدهایی که مصالح درشت، ریز و فیلر باید با یکدیگر مخلوط شوند،

ث. تعیین چگالی مصالح سنگی درشت، ریز و فیلر و چگالی قیر،  
ج. تهیه نمونه‌های بتن آسفالتی با استفاده از مصالح سنگی و  
درصدهای مختلف قیر،

ح. تعیین چگالی نمونه‌های بتن آسفالتی تهیه شده،  
خ. انجام آزمایش استقامت مارشال،

د. محاسبه درصد فضای خالی مصالح سنگی و درصد فضای خالی نمونه‌های بتن آسفالتی،

ذ. رسم نمودارهای تغییرات وزن مخصوص بتن آسفالتی، استقامت مارشال، درصد فضای خالی بتن آسفالتی، درصد فضای خالی مصالح سنگی پرشده با قیر، فضای خالی مصالح سنگی و روانی بتن آسفالتی به ازای درصدهای مختلف قیر،

ر. تعیین درصد بهینه قیر

ز. کنترل درصد بهینه قیر.

درصد قیر مناسب بتن آسفالتی با استفاده از منحنی‌های آزمایش مارشال تعیین می‌شود. از آنجا که درصد قیری که سبب بیشترین مقدار استقامت مارشال می‌شود ممکن است همان درصد قیری نباشد که بیشترین وزن مخصوص را سبب می‌شود و یا به ازای

حرارت محیط و تراکم اضافی ناشی از عبور و مرور ترافیک، قیرزدگی و افت مقاومت پیدا نکند و در عین حال این فضای خالی در حدی باشد که موجب نفوذ آب و هوا به جسم آسفالت نشود.

ت. کارآیی کافی برای پخش و کوییدن با بافت یکنواخت و همگن را داشته باشد،

ث. بافت سطحی آسفالت رویه و سختی سنگدانه‌های آن بتواند ضریب اصطکاک کافی را در شرایط جوی نامناسب تأمین کند.

تاکنون روش‌های مختلفی برای طرح اختلاط مخلوط‌های آسفالتی پیشنهاد شده است که مهم‌ترین آنها به شرح زیرند [۱]:

الف. روش مارشال (ASTM D1559) که هم برای تهیه طرح اختلاط و هم برای کنترل عملیات آسفالتی برای سنگدانه‌های با حداکثر اندازه ۲۵ میلیمتر و دانه‌بندی متراکم و پیوسته کاربرد دارد.

ب. روش اصلاح شده مارشال (ASTM D5581) که برای سنگدانه‌های با حداکثر اندازه ۵۰ میلیمتر و با قالبهای ۱۵ سانتیمتر کاربرد دارد.

پ. روش ویم (ASTM D1560) که مانند روش مارشال برای سنگدانه‌های با حداکثر اندازه ۲۵ میلیمتر، به منظور تهیه طرح و کنترل عملیات کاربرد دارد.

ت. روش طرح اختلاط روسازی ممتاز<sup>۱</sup> که یک روش طرح اختلاط عملکرد مبنایی است. این روش بر اساس تحقیقات شارپ توسعه داده شده و توسط آشتو به صورت استاندارد موقت پذیرفته شده است.

در حال حاضر روش طرح اختلاط مارشال و اصلاح شده مارشال در ایران دارای بیشترین کاربرد هستند و در نشریه مشخصات فنی عمومی راه (سازمان مدیریت و برنامه‌ریزی) نیز استفاده از این دو روش برای طرح اختلاط مخلوط‌های آسفالتی پیشنهاد شده است [۱]. در این مقاله یک مدل بهینه‌سازی برنامه‌ریزی غیرخطی برای تعیین درصد بهینه قیر در روش مارشال یا روش معادلات مربوط به تغییرات پارامترهای مؤثر در طرح اختلاط (چگالی بتن آسفالتی، استقامت مارشال، روانی، درصد فضای خالی بتن آسفالتی و درصد فضای خالی پر شده با قیر) نسبت به درصد قیر با استفاده از روش کمترین مربعات و از طریق تقریب

همچنین میزان قیر باید به حدی باشد که مشخصات فنی بتن آسفالتی به دست آمده در حدود مشخصات فنی آیین نامه مورد استفاده باشد. حدود این مشخصات بر اساس مشخصات فنی عمومی راه (نشریه ۱۰۱) برای مخلوطهای بتن آسفالتی گرم و ماسه آسفالت در جداول (۱) الی (۴) داده شده است.

آن مقدار فضای خالی بتن آسفالتی مناسب‌ترین نباشد، بنابراین بر اساس روش معمول مقدار قیری که برای ساختن بتن آسفالت بکار می‌رود میانگین مقادیری است که بیشترین استقامت مارشال، بیشترین وزن مخصوص و مناسب‌ترین مقدار فضای خالی را در بتن آسفالتی سبب می‌شود.

جدول ۱. مشخصات فیزیکی و مقاومتی مخلوطهای بتن آسفالتی گرم با روش مارشال D1559 [۱]

ترافیک سبک $10^4 \geq EAL$		ترافیک متوسط $10^6 \geq EAL \geq 10^4$		ترافیک سنگین $EAL \geq 10^6$		شرح
حداکثر	حداقل	حداکثر	حداقل	حداکثر	حداقل	
۳۵	۳۵	۵۰	۵۰	۷۵	۷۵	تعداد ضربه‌ها در دو طرف نمونه
-	۳۵۰	-	۵۰۰	-	۸۰۰	مقاومت مخلوط بر حسب کیلوگرم
۴/۵	۲	۴	۲	۳/۵	۲	روانی بر حسب میلیمتر
۵	۳	۵	۳	۵	۳	درصد فضای خالی آسفالت قشر رویه
۶	۳	۶	۳	۶	۳	درصد فضای خالی آسفالت آستر
۸	۳	۸	۳	۸	۳	درصد فضای خالی آسفالت اساس آسفالتی
۸۰	۷۰	۷۸	۶۵	۷۵	۶۵	درصد فضای خالی پر شده با قیر
به جدول (۴) مراجعه شود						حداقل فضای خالی سنگدانه‌ها

جدول ۲. مشخصات فیزیکی و مقاومتی مخلوطهای بتن آسفالتی گرم با روش مارشال D5581 [۱]

ترافیک سبک $10^4 \geq EAL$		ترافیک متوسط $10^6 \geq EAL \geq 10^4$		ترافیک سنگین $EAL \geq 10^6$		شرح
حداکثر	حداقل	حداکثر	حداقل	حداکثر	حداقل	
۵۳	۵۳	۷۵	۷۵	۱۱۲	۱۱۲	تعداد ضربه‌ها در دو طرف نمونه
-	۷۹۰	-	۱۲۴۰	-	۱۸۰۰	مقاومت مخلوط بر حسب کیلوگرم
۶/۸	۳	۶	۳	۵/۳	۳	روانی بر حسب میلیمتر
۵	۳	۵	۳	۵	۳	درصد فضای خالی آسفالت قشر رویه
۶	۳	۶	۳	۶	۳	درصد فضای خالی آسفالت آستر
۸	۳	۸	۳	۸	۳	درصد فضای خالی آسفالت اساس آسفالتی
۸۰	۷۰	۷۸	۶۵	۷۵	۶۵	درصد فضای خالی پر شده با قیر
به جدول (۴) مراجعه شود						حداقل فضای خالی سنگدانه‌ها

جدول ۳. مشخصات فنی ماسه آسفالت [۱]

حدود مجاز	شرح
حداقل ۸۰ کیلوگرم	مقاومت با ۵۰ ضربه
حداکثر ۵	روانی بر حسب میلیمتر
حداقل ۳ و حداکثر ۱۸ درصد	فضای خالی
به جدول (۴) مراجعه شود	فضای خالی مصالح سنگی

جدول ۴. فضای خالی مصالح سنگی [۱]

درصد فضای خالی مصالح سنگی برای فضای خالی آسفالت با مقادیر			حداکثر اندازه اسمی مصالح
۵ درصد	۴ درصد	۲ درصد	
۱۱	۱۰	۹	الک ۶۳ میلیمتر
۱۱/۵	۱۰/۵	۹/۵	الک ۵۰ میلیمتر
۱۲	۱۱	۱۰	الک ۲۷/۵ میلیمتر
۱۳	۱۲	۱۱	الک ۲۵ میلیمتر
۱۴	۱۳	۱۲	الک ۱۹ میلیمتر
۱۵	۱۴	۱۳	الک ۱۷/۵ میلیمتر
۱۶	۱۵	۱۴	الک ۹/۵ میلیمتر
۱۸	۱۷	۱۶	الک ۴/۷۵ میلیمتر
۲۱	۲۰	۱۹	الک ۲/۳۶ میلیمتر
۲۳/۵	۲۲/۵	۲۱/۵	الک ۱/۱۸ میلیمتر

۱- وارد کردن نتایج آزمایش: این نتایج شامل هفت بردار یک بعدی هستند که عبارتند از بردار  $\{BC\}$  که حاوی درصدهای قیری است که نمونه‌های مخلوط آسفالتی با آنها ساخته شده‌اند، بردار  $\{AV\}$  که نشان دهنده فضای خالی بتن آسفالتی در درصدهای مختلف قیر است، بردار  $\{F\}$  که نشان دهنده آسفالتی در درصدهای مختلف قیر است، بردار  $\{S\}$  که نشان دهنده استقامت مارشال بتن آسفالتی در درصدهای مختلف قیر است، بردار  $\{D\}$  که نشان دهنده چگالی بتن آسفالتی در درصدهای مختلف قیر است، بردار  $\{VMA\}$  که نشان دهنده درصد فضای خالی مصالح سنگی در درصدهای مختلف قیر است و بردار  $\{VFA\}$  که نشان دهنده درصد فضای خالی بتن آسفالتی پر شده با قیر در درصدهای مختلف قیر است. ابعاد کلیه این بردارها یکسان است و عناصر بردار  $\{BC\}$  به صورت یک به یک با عناصر سایر بردارها رابطه دارند.

۲- تعیین رابطه بین درصد قیر و پارامترهای مختلف طرح اختلاط با استفاده از روش کمترین مربعات: در این مرحله رابطه بین درصد قیر و پارامترهای مختلف طرح اختلاط به صورت یک چندجمله‌ای درجه ۲ و با استفاده از روش کمترین مربعات تعیین می‌شود. در صورتی که مقدار پارامتر  $u$  در درصد قیر  $x_i$  برابر با  $z$  باشد، می‌توانیم به ازای تعداد  $n$  درصد قیر مورد استفاده در آزمایش،  $n$  معادله بنویسیم:

شكل ماتریسی این معادله‌ها را می‌توان به صورت زیر نوشت:

رابطه کلی جدول (۴) برای به دست آوردن حداقل مقدار درصد فضای خالی مصالح سنگی با توجه به مقادیر مختلف فضای خالی بتن آسفالتی را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\min VMA = VMA_{AV=2} + 0.5(AV - 2) \quad (1)$$

که در این رابطه:

$\min VMA$ : حداقل درصد فضای خالی مصالح سنگی  
 $AV$ : درصد فضای خالی بتن آسفالتی

$VMA_{AV=2}$ : حداقل درصد فضای خالی مصالح سنگی به ازای ۲ درصد فضای خالی بتن آسفالتی. این مقدار از جدول (۴) به دست می‌آید. برای مثال زمانی که حداکثر اندازه اسمی مصالح برابر با ۲۵ میلیمتر باشد، مقدار  $VMA_{AV=2}$  برابر با ۱۱ خواهد بود.

### ۳. فرآیند تعیین درصد بهینه قیر

استفاده از میانگین مقادیر درصد قیری که بیشترین استقامت مارشال، بیشترین وزن مخصوص و مناسب‌ترین مقدار فضای خالی را در بتن آسفالتی سبب می‌شود، لزوماً بهینه‌ترین درصد قیر را به دست نمی‌دهد. در ادامه با استفاده از یک روند سیستماتیک و با استفاده از یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی چند هدفی، نحوه تعیین بهترین درصد قیر شرح داده می‌شود. مراحل تعیین درصد بهینه قیر در شکل ۱ نشان داده شده است. در ادامه، هر یک از این مراحل به تفصیل بیان می‌شوند:

$\max DENSITY$ ) مشخص است.

بنابراین شکل تابع هدف کل به صورت زیر نوشته می‌شود.  
(۵)

$$\min f(x) = \left[ \frac{\max STABILITY - a_{41} - a_{42}x - a_{43}x^2}{\max STABILITY} \right] \\ + \left[ \frac{\max DENSITY - a_{21} - a_{22}x - a_{23}x^2}{\max DENSITY} \right]^2$$

همچنین محدودیتهای موجود را می‌توان به صورت زیر نوشت:  
محدودیت حداقل فضای خالی:

$$a_{11} + a_{12}x + a_{13}x^2 \geq \min_{AV} \quad (6)$$

محدودیت حداکثر فضای خالی:

$$a_{11} + a_{12}x + a_{13}x^2 \leq \max_{AV} \quad (7)$$

محدودیت کمینه روانی:

$$a_{31} + a_{32}x + a_{33}x^2 \geq \min_{FLOW} \quad (8)$$

محدودیت بیشینه روانی:

$$a_{31} + a_{32}x + a_{33}x^2 \leq \max_{FLOW} \quad (9)$$

محدودیت کمینه استقامت مارشال:

$$a_{41} + a_{42}x + a_{43}x^2 \geq \min_{STABILITY} \quad (10)$$

محدودیت کمینه درصد فضای خالی مصالح سنگی:

$$a_{51} + a_{52}x + a_{53}x^2 \geq [VMA_{AV=2} + \\ 0.5(a_{11} + a_{12}x + a_{13}x^2 - 2)] \quad (11)$$

محدودیت کمینه درصد فضای خالی پر شده با قیر:

$$a_{61} + a_{62}x + a_{63}x^2 \geq \min_{VFA} \quad (12)$$

محدودیت کمینه درصد فضای خالی پر شده با قیر:

$$a_{61} + a_{62}x + a_{63}x^2 \leq \max_{VFA} \quad (13)$$

محدودیت حدود تغییرات درصد قیر:

$$\max_{BC} \geq x \geq \min_{BC} \quad (14)$$

معادله (۱۴) محدودیت بزرگتر از صفر بودن متغیر تصمیم یا همان درصد قیر را نیز در بردارد.  
در معادلات ۵ الی ۱۴ داریم:

$a_{11}, a_{12}, a_{13}$

ضرایب چند جمله‌ای آم که از طریق روش کمترین مربعات به دست آمداند. مقدار ۱ برای فضای خالی مخلوط آسفالتی برابر با ۱، برای وزن مخصوص مخلوط آسفالتی برابر با ۲، برای روانی مخلوط آسفالتی برابر با ۳، برای استقامت مارشال مخلوط آسفالتی برابر با ۴، برای فضای خالی مصالح سنگی برابر با ۵ و برای فضای خالی پر شده با قیر برابر با ۶ است.

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & {x_1}^2 \\ 1 & x_2 & {x_2}^2 \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & {x_n}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \quad (2)$$

در این رابطه:

:  $a_3, a_2, a_1$

ضرایب چند جمله‌ای درجه ۲ به شکل  $y = a_1 + a_2x + a_3x^2$  با  $x_i$ :

درصد قیر آم. این مقدار برابر با عنصر آم بردار  $\{BC\}$  است.

$y_i$ : کمیت پارامتر  $y$  در درصد قیر  $x_i$ . این مقدار برابر با عنصر آم یکی از بردارهای  $\{VMA\}, \{D\}, \{S\}, \{F\}, \{AV\}$  یا  $\{VFA\}$  است.

رابطه (۲) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\{Y\} = \{X\} \times \{A\} \quad (3)$$

به منظور تعیین ضرایب مجھول چند جمله‌ای بر اساس روش کمترین مربعات می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$A = (X' \times X)^{-1} \times (X' \times Y) \quad (4)$$

در این رابطه :  $X'$

عبارت از ترانهاده ماتریس  $X$  و  $(X' \times X)^{-1}$  عبارت از معکوس حاصل ضرب دو ماتریس  $X$  و  $X'$  است. بنابراین با تشکیل ماتریس  $Y$  برای هر یک از پارامترهای طرح اختلاط و استفاده از رابطه (۴) می‌توان ضرایب مربوط به چند جمله‌ای درجه دوم را برای آن پارامتر تعیین کرد.

۱- تعیین حداکثر وزن مخصوص و حداکثر استقامت مارشال برای مخلوط آسفالتی: برای این منظور از روابط برازش داده شده در مرحله قبل استفاده می‌شود. به این صورت که مشتق معادله مربوط به وزن مخصوص و استقامت مارشال برابر با صفر قرار داده می‌شوند تا حداکثر مقدار این دو تابع به دست آید. این مقادیر با  $\max STABILITY$  (بیشینه استقامت) و  $\max DENSITY$  (بیشینه وزن مخصوص) مشخص می‌شوند.

۲- تشکیل مدل برنامه‌ریزی غیرخطی مسئله: مدل بهینه‌سازی مسئله تعیین درصد بهینه قیر را می‌توان به صورت یک مدل برنامه‌ریزی غیر خطی چند هدفی نوشت. با توجه به طبیعت مسئله روش معیار سراسری<sup>۳</sup> برای نوشتند تابع هدف کل مورد استفاده قرار گرفت[۴]. زیرا در اینجا مطلوب‌ترین مقدار هر یک از توابع هدف جزء  $\max STABILITY$  و

$$\min f(x) = \left[ \frac{\max STABILITY - a_{41} - a_{42}x - a_{43}x^2}{\max STABILITY} \right]^2 + \left[ \frac{\max DENSITY - a_{21} - a_{22}x - a_{23}x^2}{\max DENSITY} \right]^2$$

subject to :

$$\begin{cases} a_{11} + a_{12}x + a_{13}x^2 \geq \min_{AV} \\ a_{11} + a_{12}x + a_{13}x^2 \leq \max_{AV} \\ a_{31} + a_{32}x + a_{33}x^2 \geq \min_{FLOW} \\ a_{31} + a_{32}x + a_{33}x^2 \leq \max_{FLOW} \\ a_{41} + a_{42}x + a_{43}x^2 \geq \min_{STABILITY} \\ a_{51} + a_{52}x + a_{53}x^2 \geq VMA_{AV=2} + 0.5(a_{11} + a_{12}x + a_{13}x^2 - 2) \\ a_{61} + a_{62}x + a_{63}x^2 \geq \min_{VFA} \\ a_{61} + a_{62}x + a_{63}x^2 \leq \max_{VFA} \\ x \geq \min_{BC} \\ x \leq \max_{BC} \end{cases}$$

بیشینه درصد قیر مورد استفاده در آزمایش (حدود ۴ الی ۷ درصد) قرار دارد، می‌توان نخست مجموعه جوابهای موجه (درصدهای قیری که در کلیه محدودیتهای مدل صدق می‌کنند) را تعیین کرد و سپس با ارزیابی تابع هدف در هر یک از این پاسخهای موجه، بهینه‌ترین مقدار تابع هدف و همچنین درصد بهینه قیر را تعیین کرد. با توجه به این که معمولاً دقت تعیین درصد بهینه قیر در حد یک رقم اعشاری است، می‌توان کد زیر را برای تعیین پاسخ بهینه مورد استفاده قرار داد.

```
j = 0
For i = minAC to maxAC step 0.1
If (i satisfy all of constraints) then
j = j + 1
Add i to Allowed_AC Vector
Calculate the jth element of vector
Allowed_Objective_Function
End if
Next
```

در این کد،  $\max AC$  و  $\min AC$  به ترتیب کمترین و بیشترین درصد قیر بکار رفته در آزمایش مارشال هستند. خروجی این کد،

$\max_{BC}$  و  $\min_{BC}$ : حداقل و حداکثر درصد قیر مورد استفاده در آزمایش.  $\max_{AV}$  و  $\min_{AV}$ : حداقل و حداکثر فضای خالی قابل قبول. این مقادیر بسته به مورد از جدول(۱) یا (۲) یا (۳) به دست می‌آید.

$\max_{FLOW}$  و  $\min_{FLOW}$ : حداقل و حداکثر روانی قابل قبول. این مقادیر بسته به مورد از جدول(۱) یا (۲) یا (۳) به دست می‌آیند.

$\min_{STABILITY}$ : حداقل استقامت مارشال قابل قبول. این مقدار بسته به مورد از جدول(۱) یا (۲) یا (۳) به دست می‌آیند.  $\max_{VFA}$  و  $\min_{VFA}$ : کمینه و بیشینه قابل قبول فضای خالی پر شده با قیر. این مقادیر بسته به مورد از جدول(۱) یا (۲) به دست می‌آید. سایر پارامترها قبلًا تشریح شدند. به این ترتیب می‌توان مدل بهینه‌سازی مسئله را به صورت بالا نوشت.

#### ۴. حل مدل بهینه‌سازی

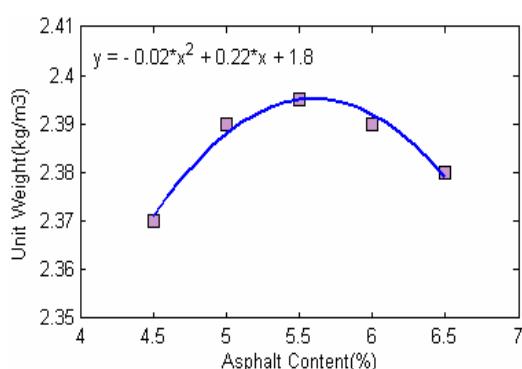
از آنجا که مقدار درصد قیر بهینه بطور قطع در محدوده کمینه و

مختلف قیر را نشان می‌دهد. شکل ۹ مقدار تابع هدف را در درصدهای موجه قیر (درصدهای قیری که کلیه محدودیتهای مدل برنامه‌ریزی غیر خطی را پاسخگو هستند) نشان می‌دهد.

برای ترسیم این نمودار ابتدا درصدهای قیر موجه مشخص شدند (عناصر بردار Allowed\_AC) و سپس با جایگذاری عناصر این بردار در تابع هدف مسئله، مقدار تابع هدف مسئله به ازای این درصدهای قیر به دست آمد و در بردار این درصدهای قیر به دست آمد. همان‌گونه Allowed\_Objective\_Function که شکل ۹ نشان می‌دهد، تغییرات تابع هدف مسئله نسبت به درصد قیر موجه، یک تابع اکیداً صعودی است و از همین رو بهترین درصد قیر برابر با ۶ درصد است، زیرا تابع هدف مسئله به ازای ۶ درصد قیر، حداقل مقدار را دارد. همچنین آسفالت ساخته شده با ۶ درصد قیر، ضمن آنکه تمامی مشخصات فنی لازم برای مخلوط آسفالتی را در حدود آیین نامه حفظ می‌کند، دارای بهترین مشخصات فنی از نظر ترکیب وزن مخصوص و استقامت مارشال است.

جدول ۵. مشخصات طرح اختلاط بتن آسفالتی

حدود رواداری	مشخصات
۸۰۰	حداقل مقاومت مارشال (Kg)
۳	حداقل فضای خالی بتن آسفالتی (%)
۵	حداکثر فضای خالی بتن آسفالتی (%)
۹	$VMA_{AV=2}$
۲	حداقل روانی (mm)
۳/۵	حداکثر روانی (mm)
۶۵	حداقل فضای خالی پر شده با قیر (%)
۷۵	حداکثر فضای خالی پر شده با قیر (%)



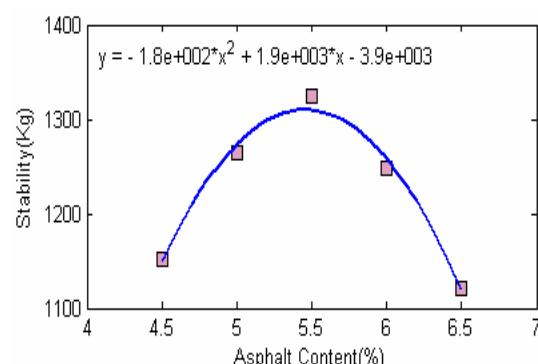
شکل ۳. نمودار تغییرات وزن مخصوص نسبت به درصد قیر

دو بردار یک بعدی Allowed\_AC و Allowed\_Objective\_Function بردار است.

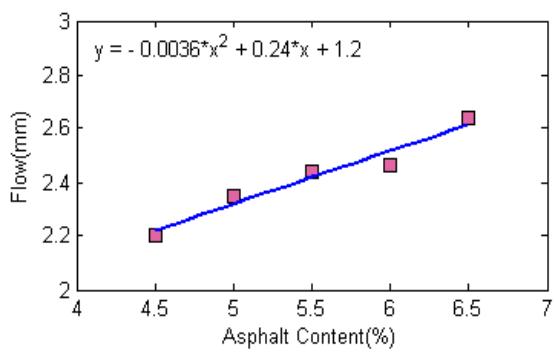
بردار Allowed\_AC شامل درصدهای قیری است که به ازای آنها تمامی محدودیتهای مدل مسئله برآورده می‌شوند و بردار Allowed\_Objective\_Function شامل مقادیر تابع هدف مسئله به ازای عناصر مختلف بردار Allowed\_AC است که با جایگذاری عناصر بردار درصد قیرهای مجاز (Allowed\_AC) در تابع هدف مسئله به دست می‌آید. با تعیین حداقل عنصر بردار Allowed\_Objective\_Function نظری آن در بردار Allowed\_AC می‌توان درصد بهینه قیر را مشخص کرد. استفاده از این کد با نمو(Step) برابر با  $0/1$  درصد قیر بهینه را با دقت یک رقم اعشار به دست می‌دهد. همچنین در صورت نیاز می‌توان با کاهش نمو، دقت را افزایش داد.

## ۵. مثال

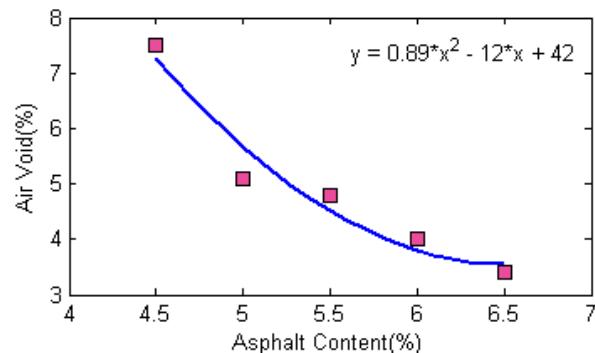
به منظور ارزیابی مدل ارایه شده برنامه‌ای در محیط MATLAB نوشته شد و سپس بر اساس نتایج حاصل از یک آزمایش طرح اختلاط به روش مارشال و با بهره‌گیری از مدل ذکر شده، درصد بهینه قیر تعیین شد [۵]. این آسفالت باید در لایه رویه مورد استفاده قرار می‌گرفت و بیشینه اندازه اسمی سنگدانه‌های آن برابر با ۱۹ میلیمتر در نظر گرفته شد. سایر مشخصات طرح اختلاط بتن آسفالتی در جدول (۵) داده شده است. نمودار تغییرات هر یک از پارامترهای طرح اختلاط نسبت به درصدهای مختلف قیر به همراه معادله منحنی چند جمله‌ای درجه دوم تعیین شده با استفاده از روش کمترین مربعات برای هر یک از این پارامترها در شکل‌های ۲ الی ۷ نشان داده شده است. شکل ۸ مقدار تابع هدف در درصدهای



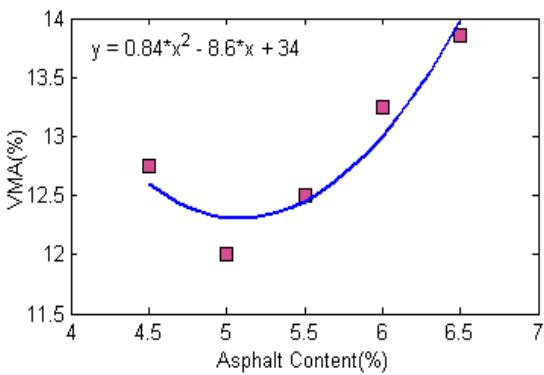
شکل ۲. نمودار تغییرات استقامت مارشال نسبت به درصد قیر



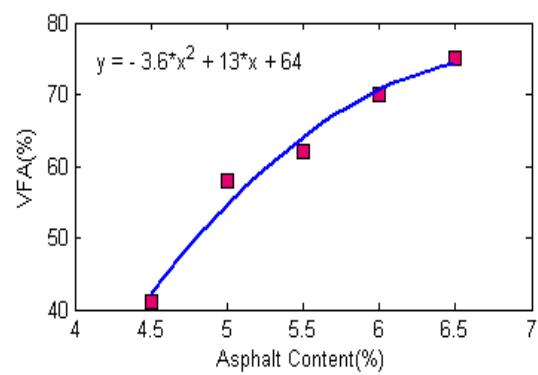
شکل ۵. نمودار روانی نسبت به درصد قیر



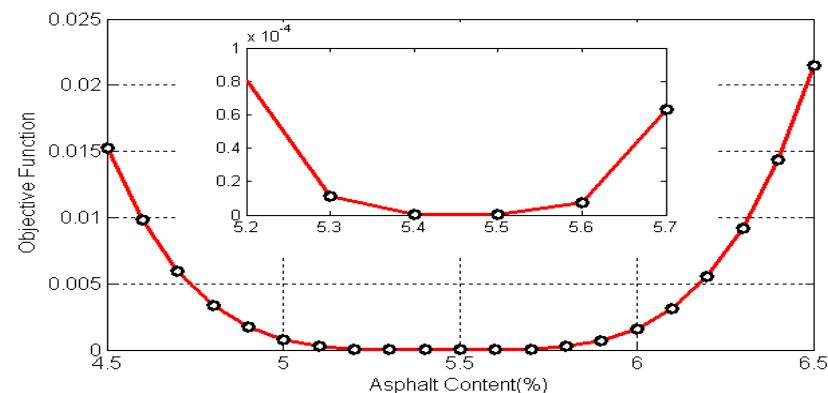
شکل ۴. نمودار تغییرات فضای خالی بتن آسفالتی نسبت به درصد قیر



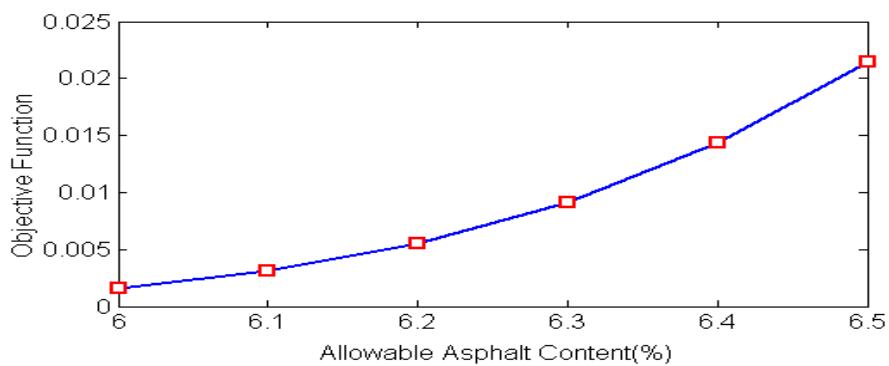
شکل ۷. نمودار فضای خالی پر شده با قیر نسبت به درصد قیر



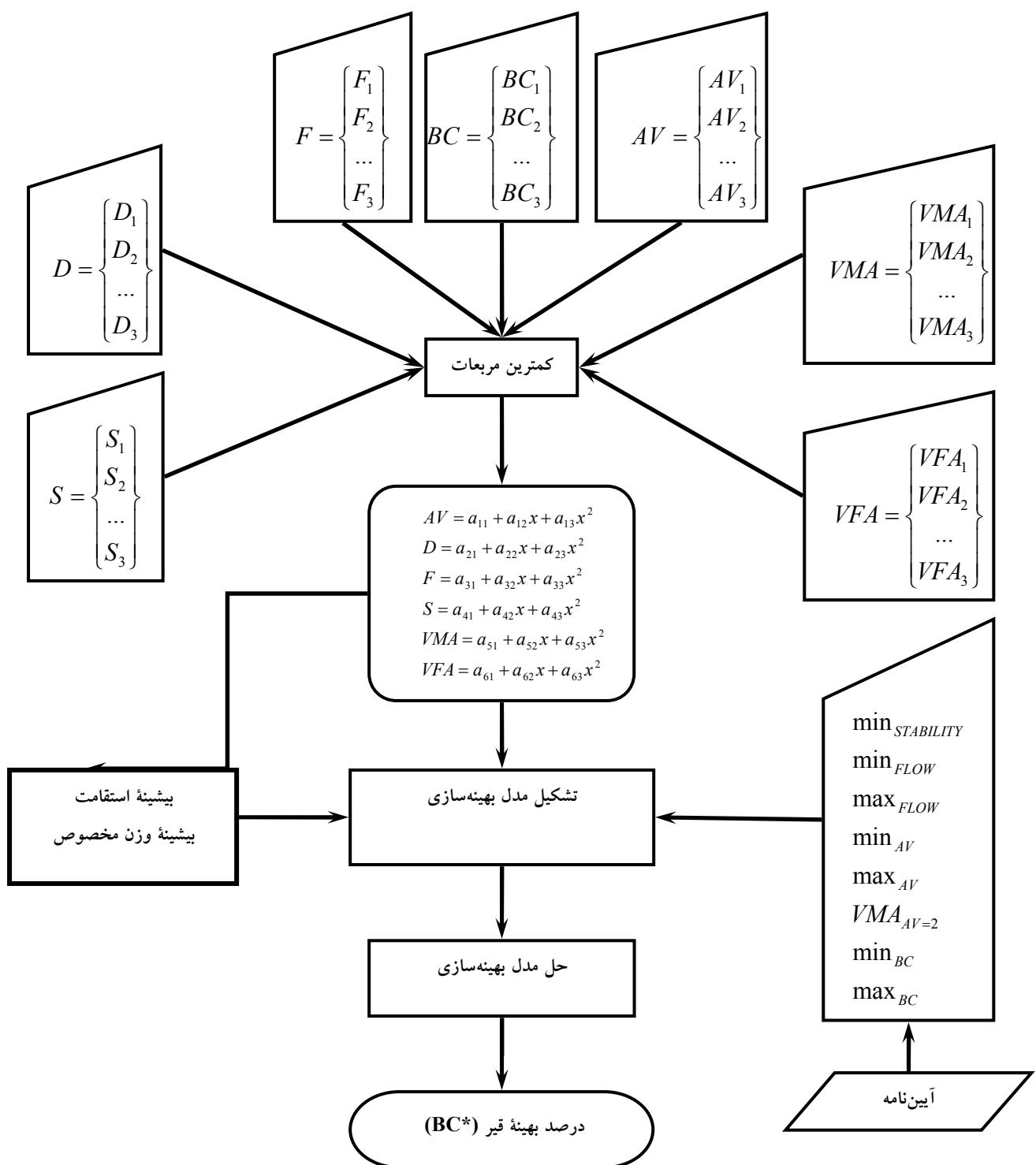
شکل ۶. نمودار تغییرات فضای خالی مصالح سنگی نسبت به درصد قیر



شکل ۸. نمودار تغییرات تابع هدف مسئله نسبت به درصد قیر



شکل ۹. نمودار تغییرات تابع هدف مسئله نسبت به درصد قیر موجه



شکل ۱. فرآیند درصد بهینه قیر براساس مدل بهینه‌سازی

## ۷. مراجع

۳. طباطبائی، امیر محمد (۱۳۸۳) "روسانی راه"، تهران، انتشارات مرکز نشر دانشگاهی.

۴. شهیدی پور، سید محمد مهدی (۱۳۷۳) "بهینه سازی، تئوری و کاربرد"، اس.اس. راثو، مشهد، انتشارات دانشگاه فردوسی.

5. The MathWorks, Inc.(2000) "User's Guide".

## پانویس‌ها

1. Superpave
2. Bruce Marshall
3. Global Criterion Method

۱. سازمان مدیریت و برنامه‌ریزی کشور. معاونت امور فنی. دفتر تدوین ضوابط و معیارهای فنی (۱۳۸۲) "مشخصات فنی عمومی راه"، نشریه شماره ۱۰۱، تهران، انتشارات سازمان مدیریت و برنامه‌ریزی کشور.

2. White, T.D. "Marshall procedures for design and quality control of asphalt mixtures". Asphalt Paving Technology: Proceedings, vol. 54. Association of Asphalt Paving Technologists Technical Sessions, 11-13 February 1985. San Antonio, TX. pp. 265-284 .