

تحلیل پایداری شیروانیهای سنگی در برابر شکست واژگونی بلوکی - خمشی

مهدی امینی*، استادیار، دانشکده مهندسی، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران
 محمدمین وشادی، دانشجوی کارشناسی، دانشکده مهندسی، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران

E-mail: amini_chermahini@yahoo.com

دریافت: ۸۹/۰۸/۰۵ - پذیرش: ۸۹/۱۱/۱۸

چکیده

شکست واژگونی بلوکی-خمشی یکی از معمولترین شکستهای واژگونی در شیروانیهای سنگی است. در این نوع شکست بعضی از بلوکهای سنگی در اثر خمش شکسته شده و برخی دیگر در اثر نیروی وزن واژگون می‌شوند. در این مقاله ابتدا تاریخچه شکستهای واژگونی مورد بررسی قرار می‌گیرد. سپس یک مدل نظری برای شیروانیهای سنگی دارای پتانسیل شکست واژگونی بلوکی-خمشی بیان شده و بر اساس این مدل، راهکار جدیدی برای تحلیل پایداری شیروانیهای مذکور پیشنهاد می‌گردد. در ادامه، بر مبنای مدل پیشنهادی، کد کامپیوتری ویژه‌ای برای تحلیل پایداری شیروانیهای سنگی در برابر شکست واژگونی بلوکی-خمشی ارائه می‌شود. این کد، اطلاعات مربوط به شیروانی را از کاربر دریافت کرده و پایداری آن را در برابر شکست واژگونی بلوکی-خمشی پیش‌بینی می‌کند. در پایان دو مثال موردی با استفاده از روش ارائه شده در این مقاله بررسی و نتایج نظری و واقعی با یکدیگر مقایسه می‌شوند.

واژه‌های کلیدی: شیروانی سنگی، واژگونی بلوکی - خمشی، کد رایانه‌ای، مثال موردی

پارامترهای مورد استفاده

H : ارتفاع شیروانی	ϕ_3 : زاویه برشی سنگ بکر
δ : زاویه ناپیوستگیهای توده سنگ و افق	C_3 : مقاومت چسبندگی سنگ بکر
θ : زاویه سطح شیروانی و افق	h_n : طول ستون سنگ n
α : زاویه بین سطح کلی شکست واژگونی بلوکی - خمشی و سطح افق	P_n, P_{n-1} : نیروهای نرمال وارده به ستون سنگ n از طرف ستون‌سنگهای مجاورش
W_n : وزن ستون سنگ n	Q_n, Q_{n-1} : نیروهای برشی وارده به ستون سنگ n از طرف ستون‌سنگهای مجاورش
t : ضخامت ستون‌سنگها	x_n, x_{n-1} : فاصله نقطه اثر نیروهای P_n, P_{n-1} از تکیه‌گاه
ϕ_1 : زاویه برشی بین ستون‌سنگها	S_n : نیروی موجود در پایه ستون سنگ n
ϕ_2 : زاویه برشی درزه‌ها در پایه ستون‌سنگها	N_n : نیروی نرمال موجود در پایه ستون سنگ n
C_2 : مقاومت چسبندگی سطح درزه‌ها	e : فاصله بین نقطه اثر نیروی N_n تا پایه ستون سنگ

۱. مقدمه

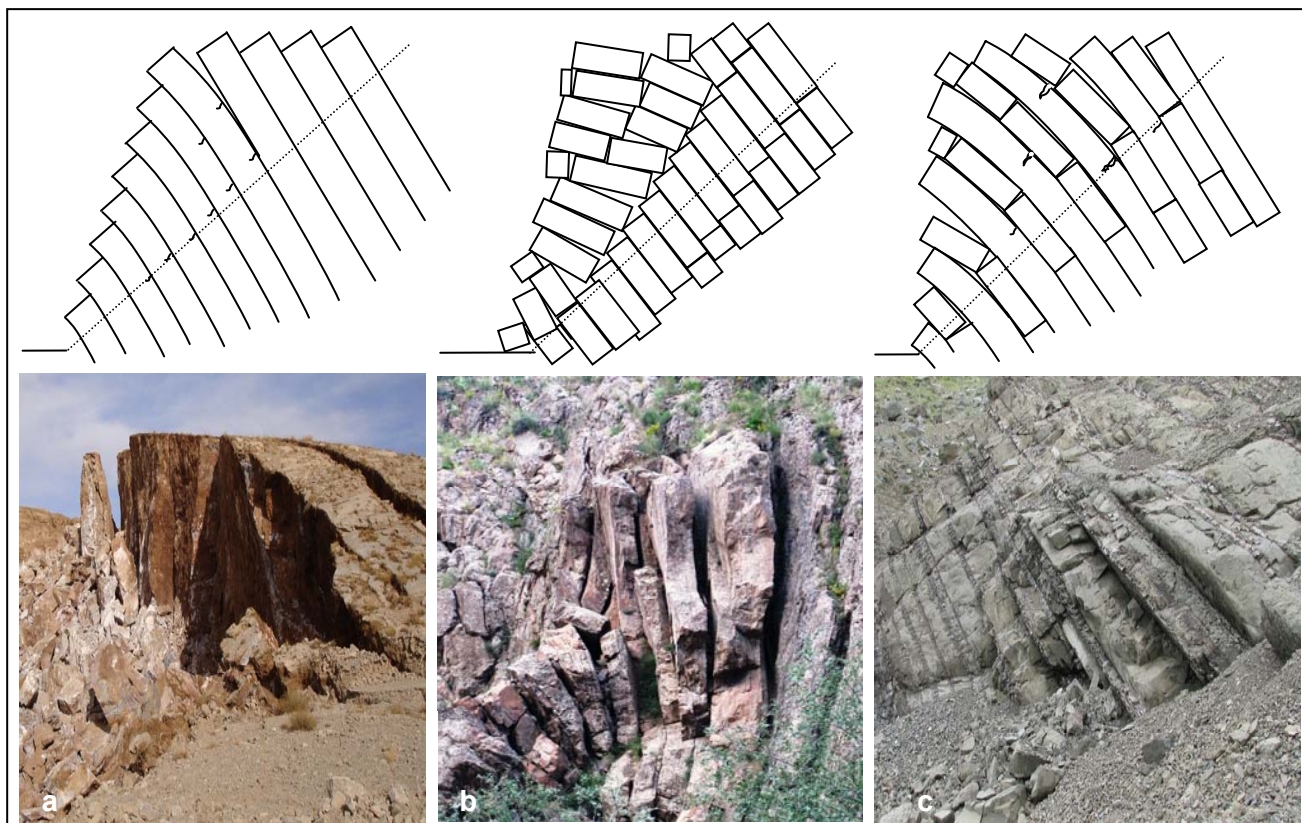
تحقیقات پراکنده‌ای در زمینه مثالهای موردی، مدل‌سازیهای عددی و آزمایشگاهی روی این نوع شکست به چاپ رسید [Cundall, 1971, De, Erguvanli and Goodman, 1972, Bukovansky (et al.), 1974, Fritas and Watters, 1973, Hoffmann, 1974].

در سال ۱۹۷۶، Goodman and Bray براساس مشاهدات منطقه‌ای و مدل‌سازیهای آزمایشگاهی، شکست واژگونی را به دو دسته اولیه و ثانویه تقسیم‌بندی کردند [Goodman and Bray, 1976]. در شکستهای واژگونی اولیه (واژگونی خمشی، بلوکی - خمشی و بلوکی) عامل اصلی ناپایداری، نیروی وزن توده‌سنگ است، در صورتی که در شکستهای واژگونی ثانویه، عوامل خارجی دیگری به غیر از نیروی وزن باعث شکست می‌شود. هرچند تقسیم‌بندیهای دیگری نیز برای شکست واژگونی خمشی ارائه شده است، اما تقسیم‌بندی فوق بیشتر مورد پذیرش محققین علم مکانیک سنگ قرار گرفته است [Cruden, 1988]. Goodman and Bray در مقاله فوق راهکار تحلیلی مناسبی برای تحلیل شکست واژگونی بلوکی پیشنهاد شده است. راهکار مذکور چندین بار به صورت نمودار و کد رایانه‌ای برای تحلیل شکست واژگونی بلوکی ارائه شده است [Heok and Bray, 1977, Choquet and Tanon, 1985, Zanbak, 1984, 1977, Schuster and Turner, 1996]. بعد از سال ۱۹۸۶، بر مبنای تقسیم‌بندی Goodman and Bray، تحقیقات زیادی روی شکستهای واژگونی بلوکی و واژگونی خمشی انجام شد [Adyan (et al.), 1980, Adhikary, Wylie, 1980, 2002, Sagasetta (et al.), 2001, Bobet, 1992, Bridean and Jead, 2010, Amini, 2009, Amini (et al.), 2008, Goodman and Bray, 1976]. نتایج این تحقیقات نشان می‌دهد برای تحلیل شکست واژگونی بلوکی و واژگونی خمشی خالص، به ترتیب روشهای Goodman and Bray و Amini (et al.) از دقت و صحت بیشتری برخوردارند. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، تحلیل‌های انجام شده روی شکستهای واژگونی بیشتر به شکستهای واژگونی خمشی و واژگونی بلوکی اختصاص دارند، در صورتی که بیشتر شکستهای واژگونی موجود در طبیعت، شکست واژگونی بلوکی - خمشی هستند که تاکنون راهکار تحلیلی مناسبی برای ارزیابی آنها ارائه نشده است. بنابراین بررسی مکانیزم و تحلیل این نوع شکست دارای اهمیت ویژه‌ای است که در این مقاله مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

شکست واژگونی یکی از شکستهای مهم در شیروانیهای سنگی و شیبهای طبیعی است. با توجه به سازوکار این نوع شکست، شکستهای واژگونی اصلی به سه گروه خمشی، بلوکی و بلوکی - خمشی تقسیم‌بندی می‌شود. اگر در توده‌سنگ تنها یک دسته ناپیوستگی با شیب تند وجود داشته باشد، به طوری که جهت شیب آنها به طرف داخل شیروانی باشد، توده‌سنگ شبیه به ستونهایی عمل می‌کند که با شیب ملایم روی یکدیگر قرار گرفته‌اند. در این حالت ستونهای سنگ در اثر نیروی وزنشان تحت خمش قرار دارند. در شرایطی که تنش کششی حاصل از خمش ستون‌سنگها از مقاومت کششی توده‌سنگ تجاوز کند، آنها شکسته شده و واژگون می‌شوند. به این نوع ناپایداری، واژگونی خمشی می‌گویند (شکل ۱-a). اگر در توده‌سنگ دو دسته ناپیوستگی همانند شکل ۱-b وجود داشته باشد، یکی از مؤلفه‌های وزن بلوکها می‌تواند منجر به واژگون شدن آنها شود، در این شرایط مقاومت کششی و فشاری سنگ بکر تأثیر چندانی در پایداری توده‌سنگ ندارد. این ناپایداری به نام واژگونی بلوکی نامگذاری شده است. غالباً در شیروانیهای واقعی حالت‌های ایده‌آل فوق کمتر مشاهده می‌شود و شکستهای واژگونی به صورت ترکیبی از واژگونیهای بلوکی و خمشی هستند (شکل ۱-c). به این نوع ناپایداریها، شکستهای واژگونی بلوکی - خمشی می‌گویند. تاکنون تحقیقات زیادی روی شکستهای واژگونی خمشی و واژگونی بلوکی انجام و راهکارهایی برای تحلیل پایداری آنها ارائه شده است، ولی راه حل نظری مناسبی برای شکست واژگونی بلوکی - خمشی ارائه نشده است. در این مقاله این نوع شکست ارزیابی شده و راه حل نظری جدیدی برای تحلیل آن پیشنهاد می‌شود.

۲. مروری بر تحقیقات انجام شده

Müller در سال ۱۹۶۸ برای نخستین بار، با بررسی ناپایداریهای مشرف به دریاچه سد معروف Viont ایتالیا، چرخش بلوکهای سنگی طبیعی را مطرح کرد [Müller, 1968]. در سال ۱۹۷۱، Ashby بر مبنای مدل‌سازیهای آزمایشگاهی و نظری، معیار ساده‌ای برای ارزیابی این نوع شکست ارائه کرد [Ashby, 1971]. این محقق برای نخستین بار نام واژگونی را برای این نوع ناپایداری پیشنهاد نمود. از سال ۱۹۷۱ تا ۱۹۷۶،



شکل ۱. شکستهای واژگونی اصلی محتمل در شیروانیها و شیبهای سنگی (a) شکست واژگونی خمشی (b) شکست واژگونی بلوکی (c) شکست واژگونی بلوکی - خمشی

(۱) از هر دو بلوک مجاور یکی دارای پتانسیل شکست بلوکی و دیگری دارای پتانسیل شکست خمشی است، به عبارت دیگر دو بلوک دارای پتانسیل شکست بلوکی یا خمشی در مجاورت یکدیگر قرار نمی‌گیرند.

(۲) شکست واژگونی بلوکی و واژگونی ستونی مشابه در نظر گرفته شده‌اند.

(۳) فاکتور ایمنی تمامی بلوکها در برابر شکست برابر بوده و برابر با فاکتور ایمنی کل شیروانی در برابر شکست واژگونی بلوکی - خمشی است.

(۴) خط شکست کلی شیروانی $20^{\circ} - 10^{\circ}$ بالای نرمال ناپیوستگیهای غالب توده‌سنگ قرار دارد.

همان‌طور که بیان شد، در شکست واژگونی بلوکی - خمشی، بعضی از بلوکها شکسته شده و برخی دیگر از بلوکها از محل وجود درزه‌ها آزاد می‌گردند و سپس تمامی آنها با یکدیگر واژگون می‌شوند. با توجه به مفروضات فوق، شکل ۲ به عنوان

۳. بررسی مکانیزم شکست واژگونی

بلوکی - خمشی

به دلیل اینکه ناپیوستگیهای موجود در توده‌سنگ کاملاً منظم و شکل‌یافته نیستند، شکستهای واژگونی ایده‌آل (شکست واژگونی خمشی و شکست واژگونی بلوکی) کمتر در طبیعت مشاهده می‌شوند. مشاهدات نویسندگان مقاله در مورد چندین مثال موردی در ایران و ژاپن و بحث و تبادل نظر با صاحب‌نظران این تخصص، گویای این حقیقت است که اکثر شکستهای واژگونی موجود در طبیعت، واژگونی بلوکی - خمشی هستند. هر چند رفتار واقعی توده‌سنگهای دارای پتانسیل شکست واژگونی بلوکی - خمشی بسیار پیچیده است، می‌توان با ساده‌سازی مسئله، یک مدل نظری قابل حل برای این شکست ارائه کرد. در این مقاله برای تحلیل شکست واژگونی بلوکی - خمشی مفروضات ساده‌کننده زیر در نظر گرفته شده است:

الف: بلوک n دارای پتانسیل شکست واژگونی ستونی است و در برابر لغزش پایدار است. در این حالت شرایط زیر برقرار است (شکل ۴):

$$\begin{cases} e = 0 \\ x_{n-1} = h_n \\ Q_{n-1} = P_{n-1} \tan \varphi_1 \\ Q_n = P_n \tan \varphi_1 \\ S_n < N_n \tan \varphi_2 \end{cases} \quad (1)$$

همان‌طور که از شکل ۴ مشخص است، نیروی P_n از طرف ستون‌سنگ دارای پتانسیل شکست واژگونی خمشی به بلوک n (بلوک سنگی مورد تحلیل) وارد می‌شود. نقطه اثر این نیرو مجهول است. Aydan and Kawamoto بر مبنای مدل‌سازیهای آزمایشگاهی روی شکست واژگونی خمشی محدوده زیر را برای نقطه اثر این نیرو پیشنهاد کردند [Aydan and Kawamoto, 1992]:

$$x_n = \lambda_1 h_{n+1}, \lambda_1 = (0.75 - 1)$$

به‌طوری که بهترین تطابق بین داده‌های نظری و آزمایشگاهی با $\lambda_1 = 1$ حاصل شده است. بر این اساس و با استفاده از تعادل گشتاورها حول نقطه A مقدار نیروی P_{n-1} به صورت رابطه ۲ به دست می‌آید:

$$P_{n-1,t} = \frac{P_n [\lambda_2 h_{n+1} - \tan \varphi_1 \cdot t_b] + 0.5 w_n [\sin \alpha \cdot h_n - \cos \alpha \cdot t_b]}{h_n}$$

ب: بلوک n دارای پتانسیل لغزش است و در برابر شکست واژگونی پایدار است. در این حالت شرایط زیر برقرار است (شکل ۵):

$$\begin{cases} e = t_b/2 \\ x_{n-1} = h_n/2 \\ S_n = N_n \tan \varphi_2 \\ x_n = \lambda_2 h_{n+1}, \lambda_2 = (0.75 - 1) \end{cases} \quad (3)$$

همچنین فرض می‌شود:

$$\begin{cases} Q_n \cong P_n \cdot \tan \varphi_1 \\ Q_{n-1} \cong P_{n-1} \cdot \tan \varphi_1 \end{cases} \quad (4)$$

در این شرایط نیز می‌توان با استفاده از معادلات تعادل حدی مقدار P_{n-1} را به صورت زیر تعیین نمود:

$$P_{n-1,s} = P_n + \frac{w_n (\sin \alpha - \cos \alpha \tan \varphi_2)}{1 - \tan \varphi_1 \tan \varphi_2} \quad (5)$$

یک مدل نظری برای پیش‌بینی فاکتور ایمنی شکست واژگونی بلوکی - خمشی پیشنهاد می‌شود. در این مدل ستون‌سنگهایی که در پایه خود ناپیوستگی طبیعی دارند، دارای پتانسیل واژگونی، لغزش یا واژگونی - لغزش هستند و در هر یک از این حالتها نیروی خاصی (از نظر مقدار و نقطه اثر) به ستون‌سنگ جانبی خود وارد می‌کند. ستون‌سنگهای جانبی آنها دارای پتانسیل شکست واژگونی خمشی هستند و در پاشنه خود تنش کششی حمل می‌کنند. این ستون‌سنگها نیز نیرویی را به ستون‌سنگ جانبی خود، که دارای پتانسیل شکست واژگونی بلوکی هستند، وارد می‌کنند. اگر برآیند تنشهای کششی وارد بر پایه آنها بیشتر از مقاومت کششی سنگ شود، ستون‌سنگها شکسته شده و شیروانی ناپایدار می‌شود. بنابراین شکست واژگونی بلوکی - خمشی ترکیبی از واژگونی بلوکی، واژگونی خمشی و لغزش بلوکهاست.

۴. تحلیل پایداری شیروانیهای سنگی در برابر شکست واژگونی بلوکی - خمشی

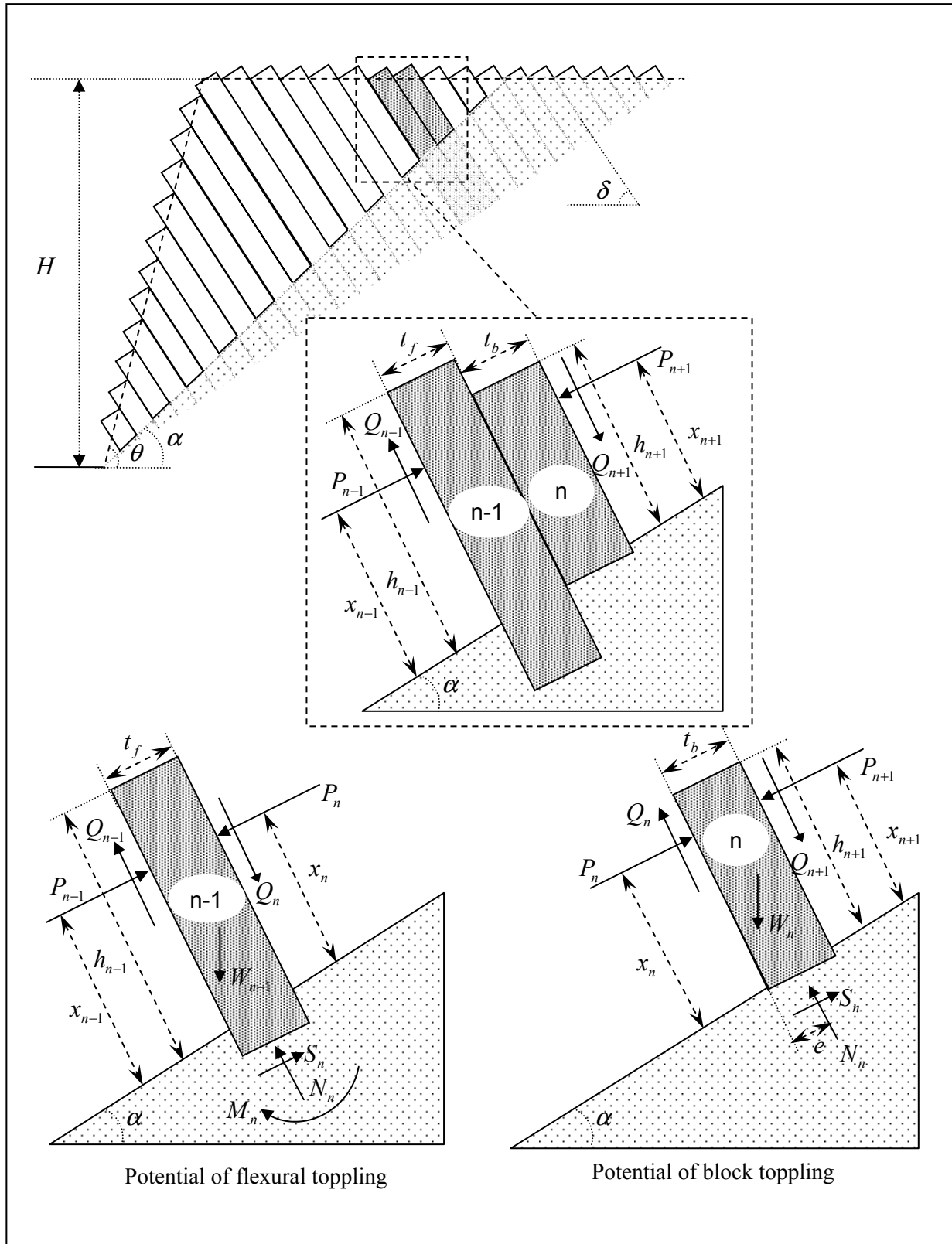
در شکل ۲ مدل نظری متناسب با شیروانی سنگی دارای پتانسیل شکست واژگونی بلوکی - خمشی ارائه شده است. برای ارزیابی این شیروانی دو حالت زیر بررسی می‌شود:

حالت اول: یک بلوک دارای پتانسیل شکست واژگونی ستونی، بین دو بلوک دارای پتانسیل شکست واژگونی خمشی قرار دارد (شکل ۳-a).

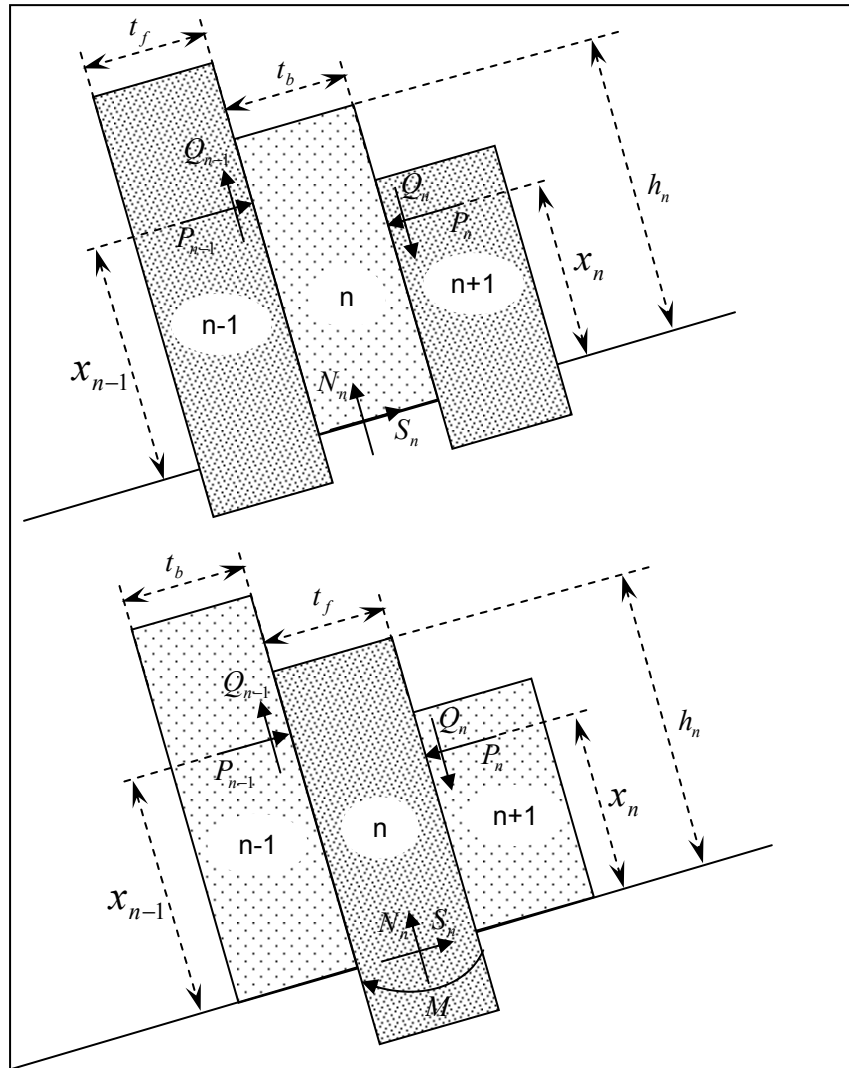
حالت دوم: یک بلوک دارای پتانسیل شکست واژگونی خمشی، بین دو بلوک دارای پتانسیل شکست واژگونی بلوکی قرار دارد (شکل ۳-b).

با حل حالت‌های فوق و مقایسه آنها با مدل نظری ارائه شده در شکل ۲ ملاحظه می‌شود که تمامی بلوکها و ستون‌سنگهای موجود در شیروانی با یکی از دو حالت فوق قابل ارزیابی و تحلیل هستند. بنابراین حالت‌های فوق بررسی شده و روابطی عمومی برای تحلیل آنها ارائه می‌شود.

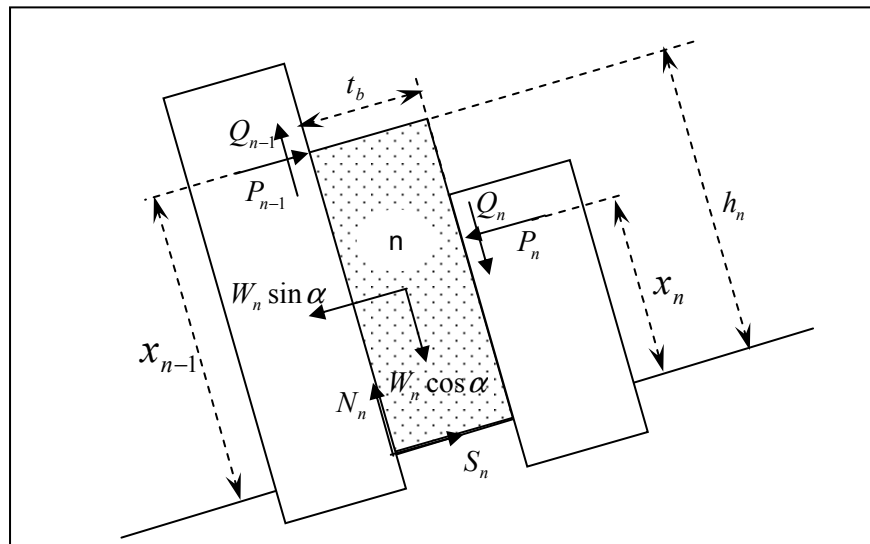
حالت اول: یک بلوک دارای پتانسیل شکست واژگونی بلوکی، بین دو ستون سنگ دارای پتانسیل شکست واژگونی خمشی قرار دارد. مطابق با شکل ۳، با توجه به این که بلوک n می‌تواند دارای پتانسیل واژگونی، لغزش، واژگونی - لغزش یا پایدار باشد، تحلیل این مجموعه را می‌توان به ۴ بخش زیر تقسیم‌بندی کرد:



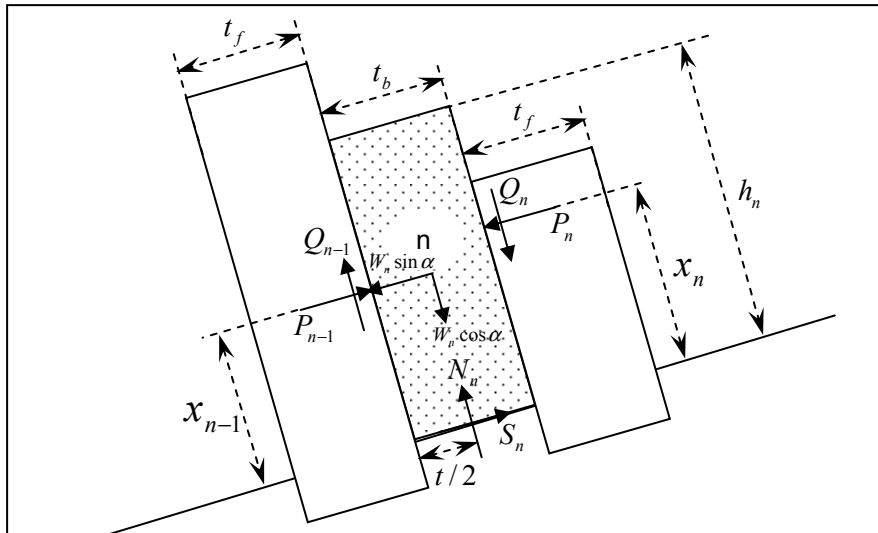
شکل ۲. سازوکار شکست واژگونی بلوکی - خمشی



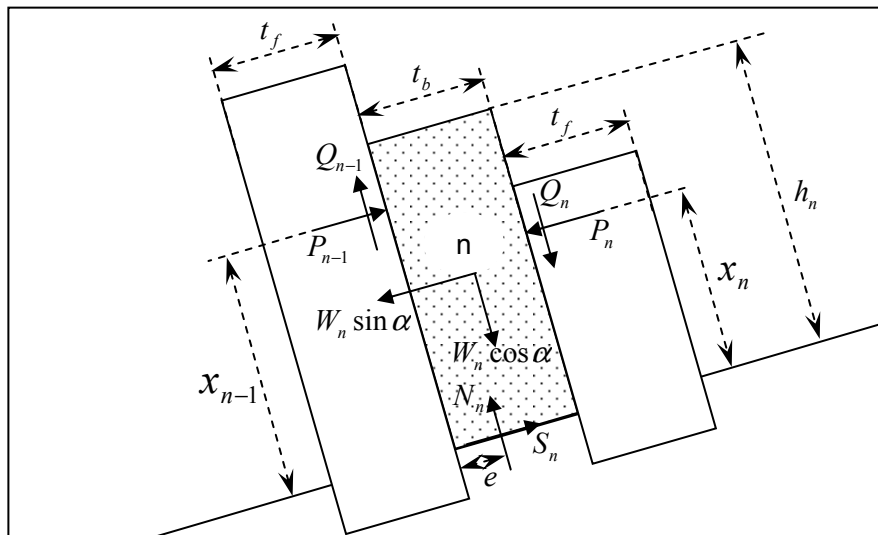
شکل ۳. بخشی از یک شیروانی سنگی دارای پتانسیل شکست واژگونی خمشی



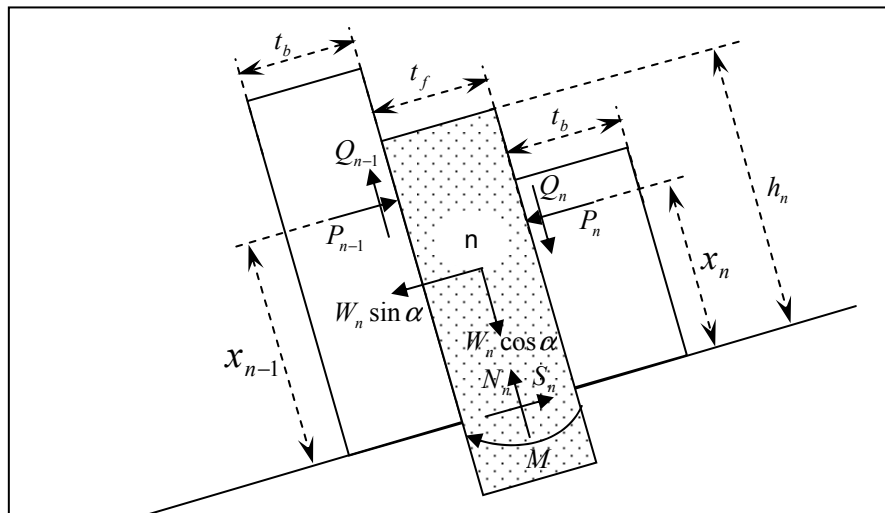
شکل ۴. تحلیل سه بلوک دارای پتانسیل شکست واژگونی خمشی و واژگونی ستونی



شکل ۵. تحلیل سه بلوک دارای پتانسیل شکست واژگونی خمشی و لغزش



شکل ۶. تحلیل سه بلوک دارای پتانسیل شکست واژگونی خمشی و واژگونی ستونی - لغزش



شکل ۷. تحلیل سه بلوک دارای پتانسیل شکست واژگونی بلوکی - خمشی

بیشینه تنش کششی موجود در پاشنه این بلوک را می‌توان به صورت تعیین کرد:

$$\sigma_t^{y=t/2} = \frac{0.5M \cdot t}{I} - \frac{N}{t} \Rightarrow M = \frac{2I}{t} \left(\sigma_t + \frac{N}{t} \right) \quad (9)$$

با جایگذاری M از رابطه ۹ در رابطه (۸-۲)، مقدار P_{n-1} به صورت زیر به دست می‌آید: (۱۰)

$$P_{n-1} = \frac{P_n \left(x_n - \frac{1}{2} \tan \phi_1 \cdot t \right) + w_n \sin \alpha \cdot \frac{h_n}{2} - \frac{2I}{t} \left(\sigma_t + \frac{w_n \cos \alpha}{t} \right)}{x_{n-1} + \frac{1}{2} \tan \phi_1 \cdot t}$$

در این رابطه، نیروی P_n از طرف بلوک $n+1$ به بلوک n وارد می‌شود. از آنجایی که بلوک n می‌تواند دارای پتانسیل واژگونی، لغزش، واژگونی-لغزش و یا پایدار باشد، نیروی P_{n-1} دارای چهار حالت زیر است:

- اگر بلوک $n+1$ دارای پتانسیل شکست واژگونی باشد و در برابر لغزش پایدار بماند، آنگاه $x_n = h_{n+1}$ و مقدار P_{n-1} با $P_{n-1,t}$ نامگذاری می‌شود.

- اگر بلوک $n+1$ دارای پتانسیل لغزش باشد و در برابر واژگونی پایدار بماند، آنگاه $x_n = 0.5h_{n+1}$ و مقدار P_{n-1} با $P_{n-1,s}$ نامگذاری می‌شود.

- اگر بلوک $n+1$ دارای پتانسیل شکست واژگونی و لغزش باشد، آنگاه $x_n = (0.5 - 1)h_{n+1}$ و مقدار P_{n-1} با $P_{n-1,s,t}$ نامگذاری می‌شود.

- اگر بلوک $n+1$ در برابر ناپایداریهای واژگونی و لغزش پایدار باشد، آنگاه $P_{n-1} = 0$.

ب- اگر بلوک n دارای پتانسیل برش باشد، شرایط زیر برقرار است:

$$\begin{cases} e = t_f/2 \\ S_n = N_n \tan \phi_3 + ct_f \end{cases} \quad (11)$$

همچنین فرض می‌شود:

$$\begin{cases} Q_n \cong P_n \cdot \tan \phi_1 \\ Q_{n-1} \cong P_{n-1} \cdot \tan \phi_1 \end{cases} \quad (12)$$

ج: حالتی که بلوک n دارای پتانسیل شکست واژگونی بلوکی و لغزش باشد، شرایط زیر برقرار است (شکل ۶):

$$\begin{cases} S_n = N_n \tan \phi_2 \\ Q_n = P_n \tan \phi_1 \\ Q_{n-1} = P_{n-1} \tan \phi_1 \end{cases} \quad (6)$$

در این حالت، نقطه اثر نیروهای N_n ، P_n و P_{n-1} مجهول بوده و بلوک مورد تحلیل نامعین است. در حقیقت، این حالت زمانی رخ می‌دهد که نیروهای به‌دست آمده از روابط ۲ و ۵ هر دو دارای علامت مثبت باشند. در این شرایط نیروی بین ستون‌سنگها تقریباً برابر با بیشینه مقدار حاصل از روابط ۲ و ۵ فرض می‌شود. بنابراین مقدار تقریبی این نیرو عبارت است از:

$$P_{n-1,t,s} = \text{Max}(P_{n-1,t}, P_{n-1,s})$$

د: در این حالت بلوک n در برابر شکستهای واژگونی و لغزش پایدار است. بنابراین مقدار نیروی $P_{n-1} = 0$ است. بعد از بررسی حالت‌های فوق مقدار نهایی P_{n-1} را می‌توان به صورت زیر تعیین کرد:

$$P_{n-1} = \text{Max}(P_{n-1,t}, P_{n-1,s}, P_{n-1,t,s}, 0)$$

حالت دوم: یک بلوک دارای پتانسیل شکست واژگونی خمشی، بین دو بلوک دارای پتانسیل شکست واژگونی بلوکی قرار دارد. با توجه به اینکه بلوک n می‌تواند دارای پتانسیل واژگونی خمشی یا برش باشد، این حالت را می‌توان به دو بخش زیر تقسیم کرد: الف- اگر بلوک n دارای پتانسیل واژگونی خمشی باشد، شرایط زیر برقرار است:

$$\begin{cases} Q_n = P_n \cdot \tan \phi_1 \\ Q_{n-1} = P_{n-1} \cdot \tan \phi_1 \\ e = \frac{t_f}{2} \\ x_{n-1} = \lambda_1 h_n, \lambda_1 = (0.75 - 1) \end{cases} \quad (7)$$

با نوشتن معادلات تعادل حدی برای بلوک n مقادیر لنگر خمشی (M) و نیروی نرمال (N) موجود در پاشنه ستون به صورت زیر به دست می‌آیند.

$$\begin{cases} \Sigma F_N = 0 \Rightarrow N = w_n \cos \alpha + Q_n - Q_{n-1} \cong w_n \cos \alpha \\ \Sigma M = 0 \Rightarrow M = w_n \sin \alpha \cdot \frac{h_n}{2} \\ + P_n x_n - Q_n \cdot \frac{t_f}{2} - Q_{n-1} \cdot \frac{t_f}{2} - P_{n-1} x_{n-1} \end{cases} \quad (8)$$

بین ستون‌سنگها، مکانیزم ناپایداری هر یک از آنها را می‌توان به صورت زیر پیش‌بینی کرد:

- I. ستون‌سنگ ۱: دارای پتانسیل لغزش خالص
- II. ستون‌سنگهای ۲ تا ۱۶: دارای پتانسیل واژگونی- لغزش
- III. ستون‌سنگ ۱۷: دارای پتانسیل واژگونی بلوکی خالص
- IV. ستون‌سنگهای ۱۸ تا ۲۱: پایدار

۵. مثال موردی

برای صحت بخشی به نتایج روش تحلیلی ارائه شده، دو مثال موردی انتخاب و با استفاده از کد پیوست مورد تحلیل قرار گرفت. مثال موردی اول شیروانی سنگی مشرف به جاده چالوس در محل دریاچه سد امیرکبیر و مثال موردی دوم، شیروانی مشرف به جاده آپری در شمال کشور انتخاب شد. شیروانی اول (مشرف به جاده چالوس) از زمان حفاری تا کنون در برابر شکست واژگونی خمشی کاملاً پایدار بوده و هیچگونه اثراتی از شکستهای موضعی یا کامل در آن مشاهده نمی‌شود. شیروانی سنگی دوم (مشرف به جاده آپری)، هرچند در شرایط کنونی پایدار بوده و در آن شکست کامل رخ نداده است، شکستهای موضعی کاملاً واضحی در آن وجود دارد. در این بخش، دو شیروانی فوق به صورت مجزا با استفاده از نظریه ارائه شده در این مقاله تحلیل و نتایج نظری و واقعی با همدیگر مقایسه شدند.

۵-۱ مثال موردی اول (شیروانی مشرف به جاده چالوس)

در شکل ۸ تصویر این شیروانی نشان داده شده است. توده‌سنگ این شیروانی از لایه‌های ضخیم ماسه‌سنگی با میان لایه‌های نازک شیل تشکیل شده و مربوط به سازند شمشک‌اند. اطلاعات هندسی ناپیوستگیهای توده‌سنگ و شیروانی مورد مطالعه، در بازدیدهای صحرائی برداشت و با استفاده از نرم‌افزار DIPS بررسی شد. نتایج این بررسیها در شکل ۹ ارائه شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌گردد، در توده‌سنگ یک دسته درزه و یک لایه‌بندی غالب (دو دسته ناپیوستگی) وجود دارد. ادامه‌داری لایه‌بندی توده‌سنگ به نحوی است که به شکل منظم در کل توده‌سنگ قابل مشاهده است، ولی طول درزه‌ها، حداکثر برابر با ضخامت لایه‌های ماسه‌سنگی است، به‌طوری که به صورت پیوسته کل توده‌سنگ را پوشش نمی‌دهند. برای تعیین

در این شرایط نیز می‌توان با استفاده از معادلات تعادل حدی مقدار P_{n-1} را به صورت زیر تعیین کرد:

$$P_{n-1,sh} = P_n + \frac{w_n(\sin \alpha - \cos \alpha \tan \varphi_3) - ct_f}{1 - \tan \varphi_1 \tan \varphi_3} \quad (13)$$

مقدار واقعی P_{n-1} از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P_{n-1} = \text{Max}(P_{n-1,t}, P_{n-1,s}, P_{n-1,t,s}, P_{n-1,sh}, 0) \quad (14)$$

با استفاده از روابط فوق می‌توان به صورت گام به گام (step-by-step) مقادیر نیروهای بین ستون‌سنگی را برای تمامی ستون‌سنگها محاسبه نمود. با داشتن P_0 (نیروی فرضی مورد نیاز برای پایداری بلوک ۱)، پایداری شیروانی در برابر شکست واژگونی بلوکی- خمشی به صورت زیر ارزیابی می‌گردد:

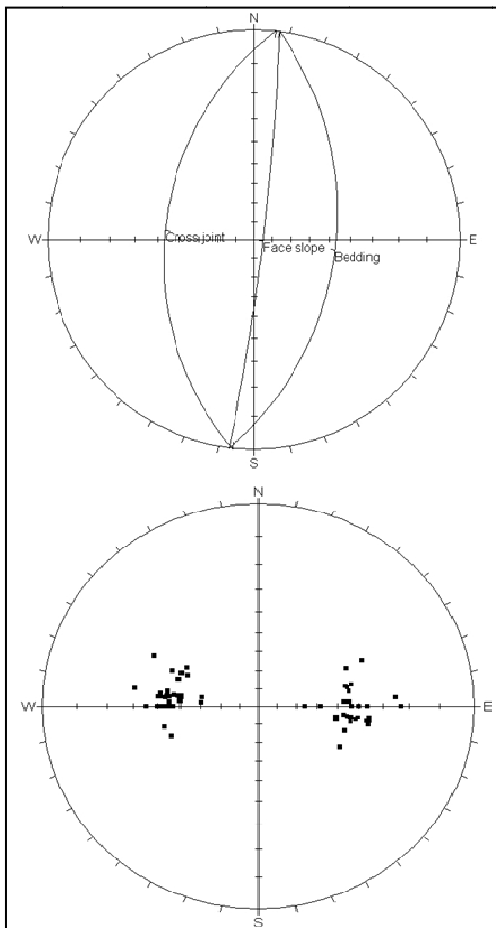
$$1. \quad P_0 > 0 \leftarrow \text{شیروانی ناپایدار است.}$$

$$2. \quad P_0 < 0 \leftarrow \text{شیروانی پایدار است.}$$

$$3. \quad P_0 = 0 \leftarrow \text{شیروانی در مرز تعادل قرار دارد.}$$

همان‌طور که ملاحظه می‌گردد، راهکار فوق نیاز به محاسبات زیادی دارد و استفاده از آن به صورت دستی بسیار زمان‌بر است. بنابراین بر مبنای روابط ارائه شده در این مقاله، با استفاده از زبان برنامه‌نویسی COMPAQ VISUAL FORTRAN، یک برنامه رایانه‌ای ویژه برای تحلیل پایداری شیروانیهای سنگی در برابر شکست واژگونی بلوکی- خمشی نوشته شد. بخش اصلی این کد در پیوست ارائه شده است.

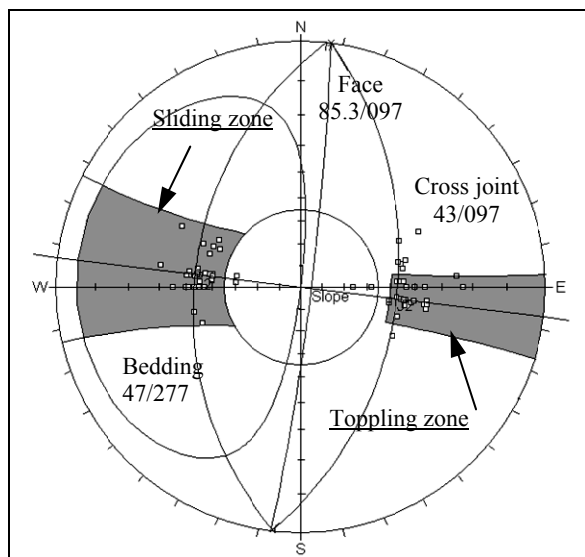
این برنامه اطلاعات مربوط به شیروانی را از کاربر دریافت کرده و مقادیر نیروهای بین ستون‌سنگی را محاسبه می‌کند. سپس پایداری شیروانی را ارزیابی و فاکتور ایمنی آن را در برابر شکست واژگونی بلوکی- خمشی تعیین و ارائه می‌کند. برای رؤیت نتایج روش تحلیلی مذکور، یک مثال فرضی با استفاده از کد رایانه‌ای پیوست تحلیل شد. نتایج این تحلیل در جدول ۱ نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود خروجی این برنامه از سه بخش تشکیل شده است. بخش اول خصوصیات هندسی و ژئومکانیکی شیروانی سنگی و توده‌سنگ را که از کاربر دریافت کرده است نشان می‌دهد. بخش دوم، نتایج تحلیل شیروانی را ارائه می‌کند. این اطلاعات براساس روابط ارائه شده در این مقاله به دست می‌آیند. در بخش سوم نتیجه تحلیل پایداری شیروانی سنگی در برابر این ناپایداری نمایش داده می‌شود. همان‌طور که در بخش سوم ملاحظه می‌شود، با توجه به نیروهای



شکل ۹. تصاویر استرنونت نشانه‌ها و دوائر عظیمه ناپوستگیهای توده‌سنگ شیروانی مشرف به جاده چالوس

خصوصیات ژئومکانیکی توده‌سنگ از نمونه‌های ماسه‌سنگی و شیلی نمونه‌های بلوکی تهیه و در آزمایشگاه آزمونهای برش مستقیم روی نمونه‌ها صورت گرفت. در این شیروانی، میان‌لایه‌های شیلی، به دلیل انعطاف‌پذیری زیاد و ضخامت کم، تأثیر قابل ملاحظه‌ای در شکست واژگونی ندارند، ولی باعث کاهش اصطکاک بین لایه‌های ماسه‌سنگی شده و لغزش آنها را بر روی یکدیگر آسان‌تر می‌کنند. بنابراین برای تعیین پارامترهای برشی بین لایه‌ها از نمونه‌های شیلی و جهت تعیین پارامترهای برشی سطوح درزه‌ها، مقاومت کششی، دانسیته، مقاومت فشاری و... از نمونه‌های ماسه‌سنگی استفاده شد.

تحلیل سینماتیک این شیروانی در شکل ۱۰ نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، نشانه درزه‌های توده‌سنگ در محدوده شکست صفحه‌ای و نشانه لایه‌بندی توده‌سنگ در محدوده ناپایداری واژگونی قرار دارد. البته به دلیل عدم پیوستگی کامل در درزه‌های موجود در توده‌سنگ، شکست صفحه‌ای کامل در شیروانی رخ نخواهد داد و توده‌سنگ تنها دارای پتانسیل شکست واژگونی بلوکی - خمشی است. پایداری این شیروانی در برابر این نوع ناپایداری با استفاده از روش ارائه شده در این مقاله، بررسی و نتایج آن در جدول ۲ ارائه شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، بر پایه نظریه ارائه شده در این مقاله، این شیروانی در برابر شکست واژگونی بلوکی - خمشی، پایدار ارزیابی می‌گردد. در شرایط واقعی، حدود ۳۰ سال از حفاری این شیروانی می‌گذرد و هیچ اثری از ناپایداری کلی در آن مشاهده نمی‌شود که با پیش‌بینی‌های تنوری مطابقت دارد.



شکل ۱۰. تحلیل سینماتیک شیروانی سنگی مشرف به جاده چالوس با استفاده از تصویر استرنونت



شکل ۸. شیروانی سنگی مشرف به جاده چالوس (دارای پتانسیل شکست واژگونی بلوکی - خمشی)

جدول ۱. نتایج تحلیل شیروانی سنگی فرضی در برابر شکست واژگونی بلوکی-خمش

```

Computer program title: "BFTOP"
Coded by: MEHDI AMINI
Purpose: Analysis of rock slopes against block-flexure toppling failure
    
```

Input section

```

Project name:TYPICAL EXAMPLE      Date:      Analyzed by:
Geometrical and geomechanical parameters of the slope and the rock mass
    
```

```

Inclination of the face slope:      80.00 Degree
Inclination of the layers:          53.00 Degree
Inclination of the total failure plane: 45.00 Degree
Inclination of the slope top surface: 5.50 Degree
Height of the slope:                167.00 m
Average thickness of the layers:    12.00 m
Friction angle at the column-column contacts: 32.00 Degree
Friction angle at the base-column contacts: 38.00 Degree
Cohesive strength of the base-column contacts: 0.00 MPa
Friction angle at the intact rock column: 45.00 Degree
Cohesive strength of the intact rock column: 1.11 MPa
Unit weight of the rock columns:    27.00 KN/m^3
Tensile strength of the rock columns: 5.00 MPa
    
```

Computation section

Specifications of rock columns

N	h(m)	h/t	Pbt(MN)	Ps(MN)	Pft(MN)	Psh(MN)	FAILURE MODES
21	2.31	0.19	-1.327	-0.056			STABLE
20	9.15	0.76			-9.037	-30.033	STABLE
19	18.19	1.52	0.221	-0.278			STABLE
18	27.23	2.27			-1.892	-37.730	STABLE
17	36.27	3.02	1.984	-0.532			PURE BLOCK TOPPLING
16	45.31	3.78			2.471	-43.886	B
15	54.35	4.53	5.105	1.685			L
14	63.39	5.28			7.406	-48.683	O
13	72.43	6.04	10.090	6.367			C
12	81.47	6.79			13.822	-51.616	K
11	90.51	7.54	16.391	12.530			F
10	90.28	7.52			21.802	-49.173	L
9	80.77	6.73	24.402	20.646			X
8	71.27	5.94			29.563	-32.837	U
7	61.77	5.15	29.021	28.673			R
6	52.26	4.36			32.192	-19.892	E
5	42.76	3.56	29.430	31.569			O
4	33.26	2.77			14.246	-9.023	P
3	23.75	1.98	12.724	13.889			P
2	14.25	1.19			0.294	-18.377	L
1	4.75	0.40	-0.826	0.204			I
							N
							G
							PURE SLIDING

N=column number, h:height of rock column, Pb:inter-culomn force due to block toppling, Ps:inter-culomn force due to sliding, Pf:inter-culomn force due to flexural toppling, Psh:inter-culomn force due to shearing

Output section

Stability assessment of the rock slope

P0= 203.6KN, hence the slope is UNSTABLE against block-flexure toppling failure

جدول ۲. نتایج تحلیل پایداری شیروانی سنگی مشرف به جاده چالوس

Computer program title: "BFTOP"
Coded by: MEHDI AMINI

Purpose: Analysis of rock slopes against block-flexure toppling failure

+++++
Input section
+++++

Project name: CHALOOS Date: 12/6/2010 Analyzed by: M. Amini

Geometrical and geomechanical parameters of the slope and the rock mass

Inclination of the face slope:	85.30	Degree
Inclination of the layers:	47.00	Degree
Inclination of the total failure plane:	53.00	Degree
Inclination of the slope top surface:	29.00	Degree
Height of the slope:	20.45	m
Thickness of the layers:	2.31	m
Friction angle at the column-column contacts:	30.00	Degree
Friction angle at the base-column contacts:	35.00	Degree
Cohesive strength of the base-column contacts:	0.10	MPa
Friction angle at the intact rock column:	45.00	Degree
Cohesive strength of the intact rock column:	1.11	MPa
Unit weight of the rock columns:	26.50	KN/m ³
Tensile strength of the rock columns:	5.50	MPa

+++++
Computation section
+++++

Specifications of rock columns

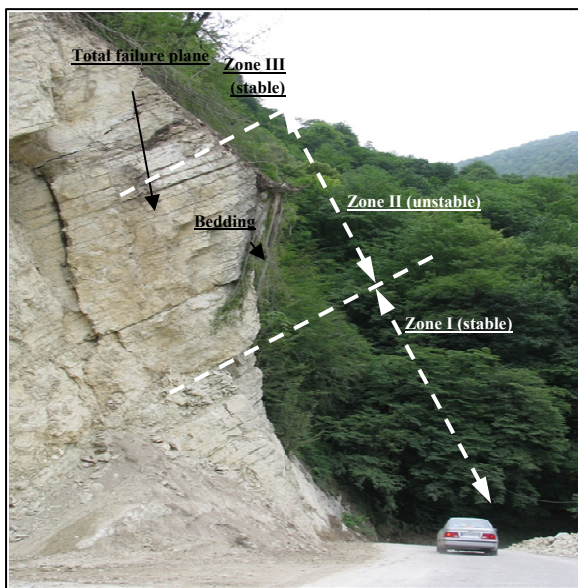
N	h(m)	h/t	Pbt(MN)	Ps(MN)	Pft(MN)	Psh(MN)	FAILURE MODES
16	0.82	0.35	-0.035	-0.373			
15	1.80	0.78			-1.968	-4.397	
14	2.79	1.21	0.007	-0.339			
13	3.77	1.63			-1.047	-4.492	S
12	4.75	2.06	0.047	-0.305			T
11	5.74	2.48			-0.641	-4.553	
10	6.72	2.91	0.089	-0.270			A
9	7.70	3.33			-0.388	-4.613	B
8	8.69	3.76	0.130	-0.236			
7	9.67	4.19			-0.200	-4.674	L
6	9.31	4.03	0.143	-0.225			
5	7.62	3.30			-0.311	-4.555	E
4	5.92	2.56	0.072	-0.284			
3	4.23	1.83			-0.860	-4.451	
2	2.53	1.10	0.001	-0.344			
1	0.84	0.36			-3.245	-4.346	

N=column number, h:height of rock column, Pb:inter-culomn force due to block toppling, Ps:inter-culomn force due to sliding, Pf:inter-culomn force due to flexural toppling, Psh:inter-culomn force due to shearing

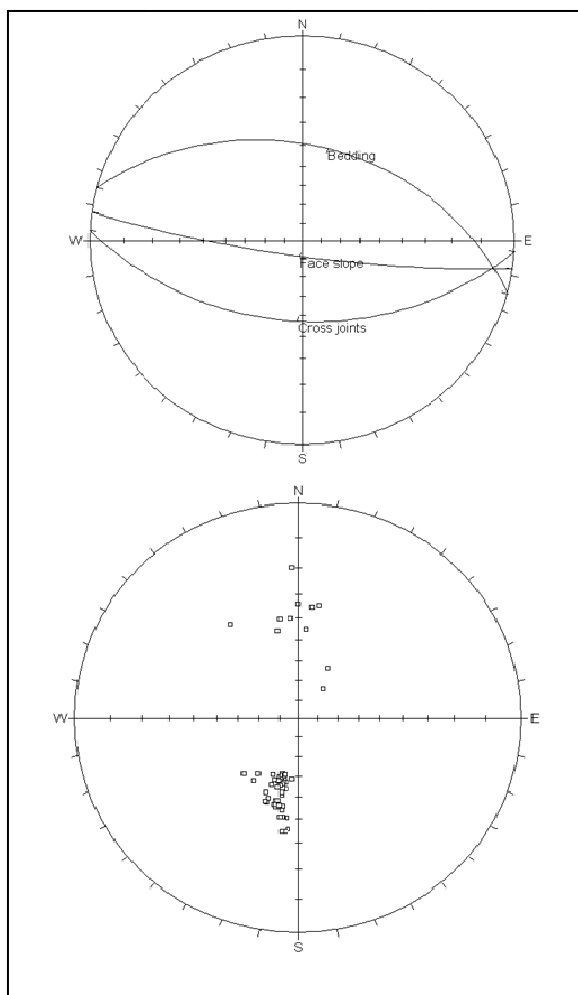
+++++
Output section
+++++

Stability assessment of the rock slope

P0= -3244.6 KN, hence the slope is STABLE against block-flexure toppling failure.



شکل ۱۱. دیواره سنگی مشرف به جاده آپری



شکل ۱۲. تصاویر استرنونت نشانه‌ها و دوائر عظیمه ناپیوستگیهای توده‌سنگ شیروانی سنگی مشرف به جاده آپری

۲-۵ مثال موردی دوم (شیروانی مشرف به معدن گلندرود)

تصویر این شیروانی در شکل ۱۱ ارائه شده است. همان طور که ملاحظه می‌شود، بخشی از ستون سنگهای موجود در این شیروانی شکسته شده و در آن ناپایداری موضعی مشاهده می‌شود. ولی توده سنگ هنوز پایدار بوده و شکست کامل در آن رخ نداده است. اطلاعات هندسی ناپیوستگی‌های توده سنگ و تحلیل سینماتیک شیروانی فوق در شکل ۱۲ و ۱۳ قابل مشاهده است. از این تصاویر به نظر می‌رسد که شکست غالب این شیروانی، شکست واژگونی خمشی باشد، ولی تعداد معدودی درزه نیز در توده سنگ مشاهده می‌شود.

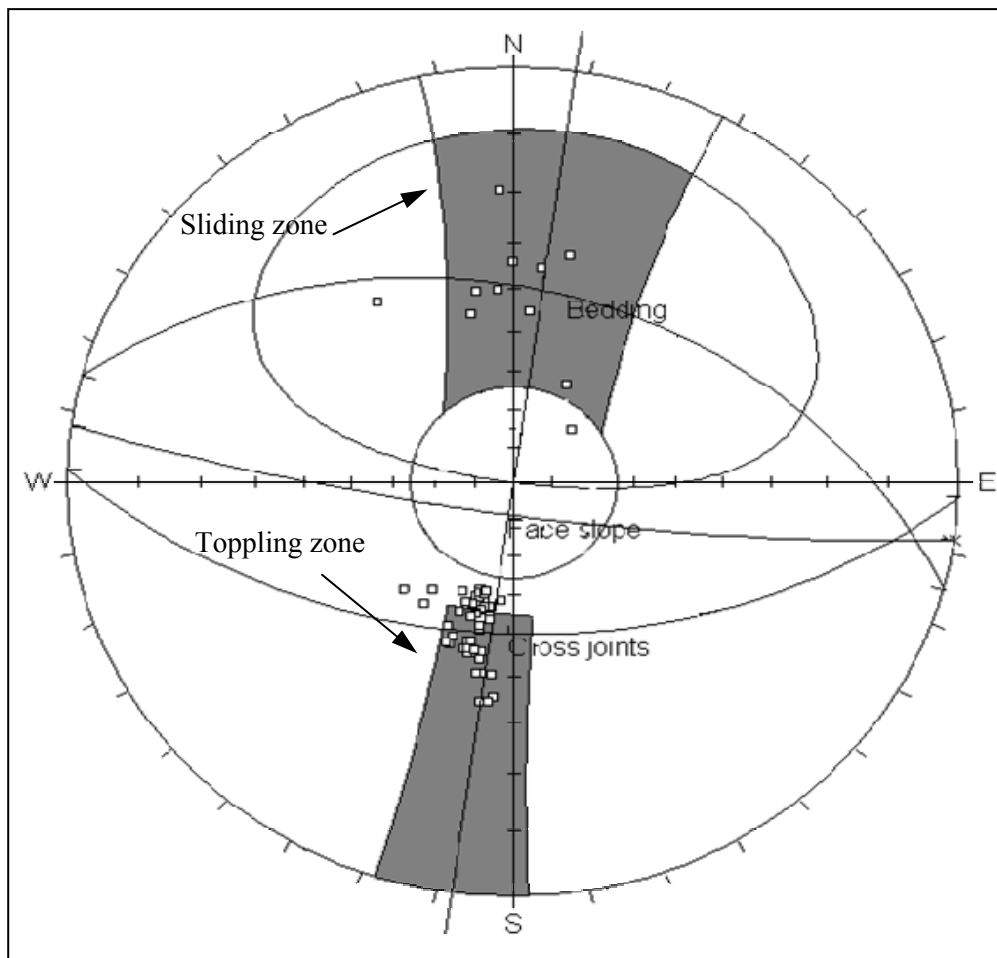
این دسته درزه، لایه بندی توده سنگ را به نحوی قطع کرده است که بعضی از ستون سنگها دارای پتانسیل واژگونی بلوکی شده‌اند. پایداری این شیروانی قبلاً با استفاده از روش [Amini (et al.)] بررسی و نتایج آن منتشر شده است. این تحلیلها فاکتور ایمنی کلی این شیروانی را در برابر شکست واژگونی خمشی خالص ۱/۱۸ تا ۴/۳۶ ارائه می‌کند.

در این تحقیق، شیروانی مذکور با استفاده از روش ارائه شده در این مقاله ارزیابی شد. نتایج این تحلیل در جدول ۳ ارائه شده است.

این نتایج نشان می‌دهد شیروانی مورد بررسی در برابر شکست کامل واژگونی بلوکی - خمشی پایدار است ولی در آن شکستهای موضعی وجود دارد. با توجه به علامت و مقدار نیروهای بین ستون سنگی وضعیت پایداری ستون سنگهای موجود در شیروانی به صورت زیر پیش بینی شده است:

- I. زون I (ستون سنگهای ۱ تا ۲۶): پایدار
- II. زون II (ستون سنگهای ۲۷ تا ۵۷): شکست موضعی بلوکی - خمشی
- III. زون III (ستون سنگهای ۵۷ تا ۹۵): پایدار

پیش بینی‌های مذکور تطابق بسیار خوبی با واقعیت دارد. از شکل کاملاً واضح است که شیروانی واقعی را نیز می‌توان به دو زون پایدار و یک زون ناپایدار تقسیم بندی نمود. زونهای موجود در پاشنه و بالای شیروانی پایدار و زون میانی آن در اثر شکست واژگونی خمشی ناپایدار شده است ولی کل شیروانی در شرایط کنونی پایدار است.



شکل ۱۳. تحلیل سینماتیک شیروانی سنگی مشرف به جاده آبیاری با استفاده از تصویر استرفونت

۶. نتایج

بسیار وقت گیر است. بنابراین با استفاده از زبان برنامه نویسی COMPAQ VISUAL FORTRAN برنامه رایانه‌ای ویژه‌ای برای تحلیل شیروانیهای سنگی در برابر شکست واژگونی بلوکی خمشی نوشته شد. این برنامه اطلاعات هندسی و ژئومکانیکی توده سنگ را از کاربر دریافت کرده و پایداری یا ناپایداری شیروانی را پیش‌بینی می‌کند. به منظور اطمینان از نتایج روش ارائه شده، دو شیروانی سنگی واقعی دارای پتانسیل شکست واژگونی خمشی به کمک این روش تحلیل شد و نتایج تئوری و واقعی با یکدیگر مقایسه گردید. این مقایسه نشان داد روش پیشنهادی می‌تواند برای تحلیل این نوع ناپایداری مورد استفاده قرار گیرد.

در این مقاله شکست واژگونی بلوکی - خمشی مورد بررسی قرار گرفت. به دلیل شکننده بودن سنگها و عدم نظم کامل در ناپیوستگیهای توده سنگ، شکستهای واژگونی ایده‌آل (شکست واژگونی بلوکی و واژگونی خمشی خالص) غالباً در طبیعت رخ نمی‌دهد، بلکه اکثر شکستهای واژگونی را می‌توان شکست واژگونی بلوکی - خمشی نامید. با بررسی ساز و کار این شکست و ارائه یک مدل نظری متناسب با این نوع شکست، راهکار تحلیلی جدیدی برای ارزیابی این نوع ناپایداری ارائه شد. تحلیل شیروانی و تعیین فاکتور ایمینی آن، براساس این روش، نیاز به روش گام به گام و آزمون و خطا دارد و تحلیل دستی شیروانی در برابر شکست واژگونی خمشی به کمک این روش

جدول ۳. نتایج تحلیل پایداری شیروانی سنگی مشرف به جاده آپری

Computer program title: "BFTOP"							
Coded by: MEHDI AMINI							
Purpose: Analysis of rock slopes against block-flexure toppling failure							
Input section							
Project name:TYPICAL EXAMPLE		Date:		Analyzed by:			
Geometrical and geomechanical parameters of the slope and the rock mas							
Inclination of the face slope:				81.00			Degree
Inclination of the layers:				39.00			Degree
Inclination of the total failure plane:				58.00			Degree
Inclination of the slope top surface:				32.00			Degree
Height of the slope:				16.50			m
Average thickness of the layers:				0.30			m
Friction angle at the column-column contacts:				26.00			Degree
Friction angle at the base-column contacts:				26.00			Degree
Cohesive strength of the base-column contacts:				0.01			MPa
Friction angle at the intact rock column:				45.00			Degree
Cohesive strength of the intact rock column:				1.11			MPa
Unit weight of the rock columns:				27.00			KN/m ³
Tensile strength of the rock columns:				5.00			MPa
Computation section							
Specifications of rock columns							
N	h(m)	h/t	Pbt(MN)	Ps(MN)	Pft(MN)	Psh(MN)	FAILURE MODES
95	0.04	0.13	-0.001	-0.004			S
94	0.16	0.53			-0.321	-0.437	T
93	0.30	1.00	0.000	-0.002			A
92	0.44	1.47			-0.145	-0.438	A
91	0.59	1.97	0.001	-0.001			B
90	0.73	2.43			-0.091	-0.438	B
89	0.87	2.90	0.002	0.000			L
88	1.01	3.37			-0.065	-0.438	L
87	1.15	3.83	0.003	0.002			E S
86	1.29	4.30			-0.049	-0.437	E
85	1.43	4.77	0.004	0.003			T
84	1.57	5.23			-0.038	-0.437	A
83	1.71	5.70	0.005	0.005			A
82	1.85	6.17			-0.030	-0.437	B
81	1.99	6.63	0.005	0.006			B
80	2.13	7.10			-0.025	-0.436	L
79	2.27	7.57	0.006	0.007			L
78	2.41	8.03			-0.020	-0.436	E
77	2.55	8.50	0.007	0.009			S
76	2.69	8.97			-0.015	-0.435	T
75	2.83	9.43	0.008	0.010			T
74	2.97	9.90			-0.011	-0.434	A
73	3.11	10.37	0.009	0.012			A
72	3.25	10.83			-0.008	-0.434	B
71	3.39	11.30	0.010	0.013			B
70	3.53	11.77			-0.004	-0.433	L
69	3.67	12.23	0.011	0.014			E
68	3.81	12.70			-0.001	-0.432	E
67	3.95	13.17	0.012	0.016			B F T
66	4.09	13.63			0.002	-0.432	B F T
65	4.23	14.10	0.014	0.019			L L O
64	4.37	14.57			0.005	-0.429	L L O
63	4.51	15.03	0.017	0.024			O E P
62	4.65	15.50			0.009	-0.425	O E P
61	4.79	15.97	0.021	0.029			C X P
60	4.93	16.43			0.014	-0.420	C X P
59	5.07	16.90	0.026	0.035			K U L
58	5.21	17.37			0.018	-0.415	K U L
57	5.35	17.83	0.030	0.041			R I
56	5.49	18.30			0.022	-0.410	R I
55	5.63	18.77	0.034	0.047			E N
							G

ادامه جدول ۳. نتایج تحلیل پایداری شیروانی سنگی مشرف به جاده آبپری

54	5.77	19.23			0.027	-0.405	B				
53	5.91	19.70	0.039	0.052			L				
52	6.05	20.17			0.031	-0.400	O				
51	6.19	20.63	0.043	0.058			C	F			
50	6.33	21.10			0.035	-0.395	K	L			
49	6.47	21.57	0.047	0.063				E			
48	6.47	21.57			0.039	-0.390		X			
47	6.33	21.10	0.051	0.067				U			
46	6.20	20.67			0.040	-0.386		R	T		
45	6.06	20.20	0.051	0.066				E	O		
44	5.93	19.77			0.038	-0.386			P		
43	5.79	19.30	0.049	0.063					L		
42	5.65	18.83			0.035	-0.388			I		
41	5.52	18.40	0.046	0.059					N		
40	5.38	17.93			0.032	-0.392			G		
39	5.24	17.47	0.042	0.054							
38	5.11	17.03			0.028	-0.396					
37	4.97	16.57	0.038	0.049							
36	4.83	16.10			0.023	-0.401					
35	4.70	15.67	0.033	0.043							
34	4.56	15.20			0.019	-0.406					
33	4.43	14.77	0.028	0.037							
32	4.29	14.30			0.014	-0.411					
31	4.15	13.83	0.024	0.031							
30	4.02	13.40			0.009	-0.417					
29	3.88	12.93	0.019	0.024							
28	3.74	12.47			0.004	-0.422					
27	3.61	12.03	0.013	0.018							
26	3.47	11.57			-0.002	-0.428	S				
25	3.33	11.10	0.010	0.013			T				
24	3.20	10.67			-0.007	-0.432	A				
23	3.06	10.20	0.009	0.011			B				
22	2.93	9.77			-0.011	-0.433	L	S			
21	2.79	9.30	0.008	0.010			E	T			
20	2.65	8.83			-0.015	-0.434		A			
19	2.52	8.40	0.007	0.009				B			
18	2.38	7.93			-0.019	-0.434		L			
17	2.24	7.47	0.006	0.007				E	T		
16	2.11	7.03			-0.025	-0.435			A		
15	1.97	6.57	0.005	0.006					B		
14	1.83	6.10			-0.031	-0.436			L		
13	1.70	5.67	0.005	0.005					E	S	
12	1.56	5.20			-0.037	-0.436				T	
11	1.43	4.77	0.004	0.003						A	
10	1.29	4.30			-0.048	-0.437				B	
9	1.15	3.83	0.003	0.002						L	
8	1.02	3.40			-0.063	-0.437				E	S
7	0.88	2.93	0.002	0.000						T	
6	0.74	2.47			-0.088	-0.437				A	
5	0.61	2.03	0.001	-0.001						B	
4	0.47	1.57			-0.136	-0.437				L	
3	0.33	1.10	0.000	-0.002						E	
2	0.20	0.67			-0.274	-0.437					
1	0.06	0.20	-0.001	-0.004							

N=column number, h:height of rock column, Pb:inter-culomn force due to block toppling, Ps:inter-culomn force due to sliding, Pf:inter-culomn force due to flexural toppling, Psh:inter-culomn force due to shearing

+++++

Output section

+++++

Stability assessment of the rock slope

P0= -0.123 KN, hence the slope is STABLE against block-flexure toppling failure.

۷. سپاسگزاری

نویسندگان مقاله بر خود لازم می‌دانند از راهنماییهای ارزشمند استاد محترم Prof. Omer Aydan، عضو هیئت علمی دانشگاه TOKAI ژاپن کمال تشکر و قدردانی را بنمایند.

۸. مراجع

- Brideau, M. and Stead, D. (2009) "Controls on block toppling using a three dimensional distinct element approach", Rock Mech. Rock Engng, DOI 10.1007/s00603-009-0052-2
- Bukovansky, M., Rodriguez, M. A. and Cedrun, G. (1976) "Three rock slides in stratified and jointed rocks. Proc.", 3rd Congress Int. Soc. of Rock Mech. Vol. IIB, Denver, Colorado, pp. 854-858.
- Choquet, P. and Tanon, D.D.B. (1985) "Nomograms for the assessment of toppling failure in rock slopes", 26th US Symposium on Rock Mechanics, Rapid City, pp. 19-30
- Cruden, D. M. (1989) "Limits to common toppling", Can. Geotech. Journ., 26 :pp. 737-742.
- Cundall, P. (1971) "A computer model for simulating progressive, large scale movements in blocky rock systems", Proc. Int. Symp. on Rock Fracture. Nancy, France, Paper 11-8.
- De Freitas, M. H. and Watters, R. J. (1973) "Some field examples of toppling failure", Geotechnique 23 (4), pp. 495-514.
- Erguvanli, K. and Goodman, R. E. (1970) "Applications of models to engineering geology for rock excavations". Bull. Assoc. Eng. Geologists, 9.
- Goodman, R. E. and Bray, J. W. (1976) "Toppling of rock slopes", ASCE Specialty Conference on Rock Engineering for Foundations and Slopes, Boulder Colorado, Vol. 2, pp. 201-234.
- Hoek, E. and Bray, J. (1977) "Rock slope engineering", 1st edition, IMM, London.
- Hoffmann, H. (1974) Zum Verformungs und Bruchverhalten regelmäßig geklüfteter Felsböschungen. Rock Mech. Suppl. 3, pp. 31-34.
- Müller, L. (1968) "New considerations on the Vaiont slide". Rock Mech. Eng. Geol. 6, pp. 1-91.
- Sageseta, C., Sanchez, J. M. and Caízal, J. (2001) "A general solution for the required anchor force in rock slopes with toppling failure", Int. J. Rock Mech. Min.Sci., 38, pp. 421-35.
- Wyllie, D. C. (1980) "Toppling rock slope failures examples of analysis and stabilization", Rock Mech. 13 (2), pp. 89-98.
- Zambak, C. (1984) "Design charts for rock slopes susceptible to toppling", Journal of Geotechnical Engineering, Vol. 109, No. 8, pp. 1039-1062.
- Adhikary, D. P., Dyskin, A. V., Jewell, R. J. and Stewart, D. P. (1997) "A study of the mechanism of flexural toppling failure of rock slopes", Rock Mech. Rock Engng. 30 (2), pp. 75-93.
- Adhikary, D. P. and Guo, H. (2002) "An orthotropic Cosserat elasto-plastic model for layered rocks "Rock Mech. Rock Engng. 35 (3), pp. 161-170.
- Adhikary, D. P. and Dyskin, A. V. (2007) "Modeling of progressive and instantaneous failure of foliated rock slopes", Rock Mech. Rock Engng, 40 (4), pp. 349-362.
- Amini, M., Majdi A. and Aydan, Ö. (2008) "Stability analysis and the stabilization of flexural toppling failure", Rock Mech. Rock Engng., DOI 10.1007/s00603-008-0020-2.
- Amini, M. (2009) "Dynamic and static slope stability analysis and stabilization of flexural toppling failure (Theoretically, experimentally and case histories), Ph.D. Dissertastion, University of Tehran, Tehran, Iran.
- Ashby, J. (1971) "Sliding and toppling modes of failure in models and jointed rock slopes", M. Sc. Dissertation, Imperial College, University of London.
- Aydan, Ö. and Kawamoto, T. (1992) "Stability of slopes and underground openings against flexural toppling and their stabilization", Rock Mech. Rock Engng. 25 (3), pp. 143-165.
- Bobet, A. (1999) "Analytical solutions for toppling failure (Technical Note)", Int. J. Rock Mech. Min. Sci., 36, pp. 971-80.
- Aydan, Ö. and Amini, M. (2009) "An experimental study on rock slopes against flexural toppling failure under dynamic loading and some theoretical considerations for its stability assessments", Journal of the School of Marine Science and Technology, Tokai University, Vol. 7, No. 2, pp. 25-40.