قیمت‌گذاری پویای پروازهای موازی با درنظرگرفتن رفتار انتخابی مشتری

فرهاد اعتباری*، دانشجوی دکترا، دانشکدهٔ مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران
عبداله آقایی، استاد، دانشکدهٔ مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران
E-mail: f_etebari@dena.kntu.ac.ir
دریافت: ۱۳۹۰/۱۲/۲۰- پذیرش: ۱۳۹۱/۰۳/۲۰

چکیده

سیستم مدیریت درآمد یکی از کاراترین و سودآورترین سیستم‌هایی است که تحت سازمان‌های هواپیمایی کشور آمریکا شکل گرفت و بر اساس ایده ارایه خدمت مناسب، به مشتری مطلوب و در زمان صحیح، انقلابی را در نحوه ارایه خدمات به مشتریان ایجاد کرد. طی سال‌های اخیر بروز عوامل متعددی از جمله مشکلات مالی و بحران‌های اقتصادی باعث شد تا تغییرات عمده‌ای در رفتار خرید مشتریان به‌وجود آید. شرکت‌های هواپیمایی جدیدی که شرایط یاد شده باعث رونق بیشتر فعالیت آنها شد، تحت عنوان شرکت‌های حمل و نقل کم هزینه[1] وارد عرصه رقابت شده و توانستند درصد عمده‌ای از سهم بازار مربوط به مشتریان تفریحی[2] را به سمت خود جذب کنند. برخلاف شرکت‌های هواپیمایی سنتی که در آن فرض بر ثابت بودن قیمت خدمات و محصولات بود، در سازمان‌های هواپیمایی جدید، پایه اصلی تکنیک‌های مدیریت تقاضا، استفاده از ابزار قیمت و قیمت‌گذاری پویای محصولات می‌باشد. هدف از این مقاله، ارایه مدلی به منظور قیمت‌گذاری پویای پروازهای موازی بر مبنای انتخاب مشتری است که قابل استفاده در سیستم‌های هواپیمایی با قیمت پایین می‌باشد. در مدل پیشنهادی از مدل برنامه‌ریزی قطعی بر مبنای رفتار مشتری برای تخمین ارزش حاشیه‌ای منابع با استفاده از مقادیر دوال این مسئله استفاده شده و از این مقدار برای تخمین مدل برنامه‌ریزی پویای قیمت‌گذاری خدمات قابل جایگزینی استفاده شده است. رفتار مشتری در این تحقیق بر مبنای لوجیت چندجمله ای[3] مدل شده است. پس از ارایه سیستم قیمت‌گذاری پیشنهادی، با استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو، رفتار مشتریان شبیه‌سازی شده و نتیجه اجرای استراتژی تشریح شده در مقاله در حالت‌های مختلف بررسی مقایسه می‌شود. نتایج شبیه‌سازی تأثیر به‌کارگیری استراتژی قیمت‌گذاری پویا بر درآمد سازمان را نشان می‌دهد. بررسی خروجی مطالعه موردی انجام گرفته نشان می‌دهد که درصورت الزام به، به‌کارگیری رویکرد قیمت‌گذاری ثابت، باید قیمت در نظر گرفته شده برای کل افق زمانی، با درنظر گرفتن فاکتورهایی مانند میزان ظرفیت اولیه، تقاضای موجود، مطلوبیت مشتری و قدرت رقابتی لحاظ گردد. همچنین نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که همزمان با کاهش ظرفیت اولیه و به‌خصوص درصورت پایین بودن قدرت رقبا، استراتژی‌های قیمت‌گذاری پویا به سمت قیمت‌گذاری ثابت با حداکثر قیمت مجاز میل می‌کند و بنابراین، در صورت وجود محدودیت بالا در میزان ظرفیت اولیه در مقایسه با تقاضا و بالا بودن قدرت رقابتی سازمان، می‌توان استراتژی قیمت‌گذاری ثابت را جایگزین قیمت‌گذاری پویا کرد.

بر اساس کدینگ طبقه‌بندی JEL[4]، این مطالعه در طبقه C61 که شامل مدل‌سازی ریاضی در فضای بهینه‌سازی است، می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: مدیریت درآمد، بحران اقتصادی، شرکت‌های حمل و نقل کم هزینه، قیمت‌گذاری پویا، ظرفیت باقی‌مانده

۱- مقدمه

مدیریت درآمد در سازمان‌های هواپیمایی عبارت از کنترل پویای خدمات ارایه شده و قیمت کلاس‌های مختلف در راستای حداکثر کردن درآمد سازمان می‌باشد (Talluri and Van Ryzin, 2004b). یکی از ارکان اصلی مدیریت درآمد سنتی قرار دادن

* نویسنده مسئول

Archive of SID
www.SID.ir

شرایط و محدودیت‌های مختلف روی بلیط کلاس‌های مختلف بود که این امر منجر به این می‌شد که مشتریان در بخش‌های مختلف، مانند مشتریان تجاری و یا تفریحی قادر نبودند که از بلیط اختصاص داده شده به بخش‌های دیگر استفاده کنند. این قدرت تمایز بین مشتریان بخش‌های مختلف، باعث سودآوری فراوانی برای سازمان‌های هواپیمایی بزرگ بین‌المللی در دهه‌های گذشته شده بود.

در سال‌های اخیر، شرکت‌های جدیدی در دنیا ظهور کرده و به سرعت رشد پیدا کردند که به شرکت‌های حمل و نقل کم هزینه معروف هستند. ویژگی‌های بارز این شرکت‌ها را می‌توان در مواردی مانند حذف محدودیت‌های نام برده روی بلیط‌های مختلف، کاهش دادن تنوع بلیط‌های ارایه شده در مسیرهای مختلف و ارایه بلیط‌های با قیمت‌های پایین‌تر خلاصه کرد. شرایط ویژه اقتصادی حاکم بر دنیا و بحران اقتصادی موجود نیز باعث شد که این شرکت‌های نوظهور به سرعت رشد کرده و بتوانند سهم قابل توجهی از مشتریان شرکت‌های سنتی هواپیمایی را به سمت خود جذب نمایند. این مسایل شرکت‌های هواپیمایی را مجبور کرده است که به جای تمرکز بر بخش‌بندی مشتریان[5] و ارایه کلاس‌های مختلف بلیط با محدودیت‌های مختلف، روی مسایلی مانند قیمت‌گذاری بلیط‌ها با در نظر گرفتن شرایط رقابتی بازار تمرکز بیشتری کنند.

توسعه شبکه اینترنت در سراسر جهان، فرصت‌ها و تهدیدهای متفاوتی را در قیمت‌گذاری بلیط‌های سازمان‌های هواپیمایی ایجاد کرده است. از یک طرف، این تکنولوژی امکان تغییر سریع و متوالی قیمت محصولات را با هزینه‌های ناچیز ایجاد کرده و از طرف دیگر لیست بلیط‌های مختلف موجود در بازار و قیمت‌های آنها بسیار شفاف‌تر شده و مقایسه آنها با هم با یک کلیک ساده میسر شده است. برای مثال در سایت شرکت‌های هواپیمایی جت بلو[6]، نه پرواز مختلف از ساعت ۶:۰۰ الی ۲۱:۰۰ برای سفر از نیویورک به اورلاندو وجود دارد. قیمت این بلیط‌ها متفاوت است. زودترین و دیرترین بلیط‌ها با قیمت ۷۹ دلار، یکی دیگر از بلیط‌ها با قیمت ۱۲٤ دلار و سایر بلیط‌ها با قیمت ۷۹ و یا ۹۹ دلار موجود می‌باشد (Zahng and Cooper, 2009). این قیمت‌گذاری بر اساس میزان مطلوبیت فاکتورهای مختلف از جمله زمان‌بندی پرواز برای مشتریان انجام گرفته است. با توجه به اطلاعات موجود درخصوص برنامه زمان‌بندی پروازها و قیمت آنها، مشتریان می‌توانند بر اساس اولویت‌های خود یکی از گزینه‌ها را انتخاب کنند. آیا آنها خواهان پروازهای نزدیک به صبح و یا آخر شب هستند؟ تجربه نشان می‌دهد که قیمت بلیط‌های پروازهای بین روز می‌تواند بر انتخاب مشتریان تأثیر بسزایی گذاشته و به‌طور مؤثری میزان تقاضای بلیط‌های صبح زود و یا آخر شب را تغییر دهد. بنابراین، در این شرایط قیمت‌گذاری بلیط‌های مختلف می‌تواند تأثیر بسزایی بر انتقال تقاضا به سوی پروازهای ساعات خاص داشته باشد. مدل‌های گسسته انتخاب مشتری[7] مناسب‌ترین ابزار به‌منظور مدل کردن تغییرات مذکور می‌باشد.

در فضای تجاری، تغییر قیمت یکی از اساسی‌ترین و پایه‌ای‌ترین ساز و کارها برای مدیریت درآمد سازمان‌ها است. در صنایع گوناگون، انواع مختلف و متفاوتی از قیمت‌گذاری پویا به‌منظور پاسخ‌گویی به تغییرات تقاضا مورد استفاده قرار می‌گیرد. بحث قیمت‌گذاری پویا قدمت بسیار زیادی دارد ولی در دهه اخیر این موضوع در قالب مباحث تخمین توابع تقاضا و بهینه‌سازی تصمیمات قیمتی با استفاده از ابزارهای علمی مورد توجه فراوان قرار گرفته است.

از حیث کاربردی، بحث قیمت‌گذاری پویا به‌طور ویژه در صنایعی که دارای هزینه ثابت اولیه بسیار بالا، موجودی مدت‌دار با دوره عمر کوتاه از زمان باز شدن بلیط تا زمان پرواز و تقاضای حساس به قیمت که با تغییر قیمت، میزان تقاضا می‌تواند تغییر کند، کاربرد فراوانی دارد. صنعت هواپیمایی در استفاده از تکنیک‌های مدیریت درآمد در قالب کنترل ظرفیت و قیمت‌گذاری پویا همواره پیشتاز بوده است. با توجه به این‌که این صنعت تمامی ویژگی‌های مورد نیاز برای استفاده از تکنیک قیمت‌گذاری پویا از جمله موارد نام برده را دارد، بنابراین، می‌توان پیش‌بینی کرد که استفاده درست از این روش در این صنعت می‌تواند باعث افزایش قابل توجه درآمد این سازمان‌ها شود.

مدل قیمت‌گذاری مسایل تک محصولی با تقاضای قطعی، یکی از مدل‌های پایه‌ای و اصلی قیمت‌گذاری پویا است که دارای این ویژگی‌ها می‌باشد. اول این‌که قیمت بهینه، تابعی معکوس از ظرفیت است. یعنی هر چه ظرفیت محصول افزایش پیدا کند،

Archive of SID

www.SID.ir

قیمت آن کاهش پیدا خواهد کرد. دوم این‌که قیمت بهینه تابعی غیرنزولی از دوره زمانی فروش می‌باشد و این به آن معنی است که هر چه افق زمانی که برای فروش محصول در نظر گرفته شده است افزایش پیدا کند، احتمال فروش محصول بیشتر شده و در نتیجه قیمت آن افزایش پیدا خواهد کرد.

حالت دوم که در این مقاله روی آن مطالعه انجام گرفته مربوط به قیمت‌گذاری چند محصول که قابل جایگزینی با هم باشند، است. این مسئله با توجه به پیچیدگی‌های خاصی که دارد، کمتر مورد توجه قرار گرفته است.

با توجه به وجود برخی از شباهت‌ها مابین ساختار شرکت‌های هواپیمایی کم هزینه و شرکت‌های داخلی، مانند ساختار ساده محصولات ارایه شده، پروازهای نقطه به نقطه[8] مستقیم و تنوع محدود ناوگان هواپیمایی موجود و توسعه‌پذیر نبودن ظرفیت موجود، می‌توانیم در برخی موارد از تجربیات و ابزارهای مورد استفاده توسط این سازمان‌ها به‌منظور بهبود درآمد سازمان و در نتیجه بهبود کیفیت خدمات ارایه شده در داخل بهره بگیریم. ساختار این مقاله به این صورت است که در بخش دوم، ادبیات مرتبط با این موضوع بررسی می‌شود. در بخش سوم، مزایای رویکرد پیشنهادی و رویکرد موجود در قالب فرایند مارکوف و نحوه به‌کارگیری آن در خصوص تعیین قیمت با توجه به میزان ظرفیت، زمان باقی‌مانده و میزان پیش‌بینی تقاضا بر اساس مدل‌های انتخاب ارایه خواهد شد. بخش چهارم شامل تشریح مدل پیشنهادی می‌باشد. بخش بعدی حاوی شبیه‌سازی یک سری پروازهای موازی و یک مطالعه موردی و تحلیل نتایج به‌دست آمده است. در بخش نهایی نیز جمع‌بندی و نتیجه‌گیری نهایی ارایه می‌گردد.

۲- مرور ادبیات

لیتل وود (Littlewood, 1972) اولین فردی بود که مدلی را برای کنترل ظرفیت صندلی‌های هواپیما در یک خط پروازی ارایه کرد. او مدلی را در نظر گرفت که در آن یک خط پروازی[9] با دو محصول کلاس درجه یک و دو وجود داشته و کل ظرفیت این خط پروازی برابر با C می‌باشد. تقاضای کلاس درجه دو با D_2 نشان داده شده و فرض می‌گردد که مشتریان این کلاس زودتر از مشتریان کلاس درجه یک وارد سیستم می‌شوند. قیمت بلیط کلاس درجه یک برابر r_1 و بزرگ‌تر از قیمت بلیط کلاس درجه دو، r_2، می‌باشد. توزیع تقاضای مربوط به هر کلاس با $F_j(.)$ نشان داده می‌شود و مسئله شامل یافتن سهمی از کل ظرفیت می‌باشد که باید برای ارایه به مشتریان کلاس بالاتر تا انتهای دوره نگه داشته شده و به سایر مشتریان فروخته نشود. وی نشان داد که در این شرایط مقدار ظرفیتی که باید برای کلاس درجه یک درنظر گرفته شود، به صورت رابطه ۱ می‌باشد.

$$y_1^* = F_1^{-1}\left(1 - \frac{r_2}{r_1}\right) \qquad (۱)$$

که رابطه بالا به‌عنوان قانون لیتل وود شناخته شده است و یکی از قوانین پایه‌ای در این حوزه می‌باشد. این رابطه از طریق مقایسه میزان درآمد انتظاری منبع درصورت ارایه ندادن آن به کلاس پایین‌تر که برابر $r_1 P(D_1 \geq x)$ بوده و میزان درآمد حاصل از تخصیص آن به کلاس پایین‌تر، یعنی r_2 به‌دست می‌آید.

بلوبابا (Belobaba, 1989) مدل درآمد حاشیه‌ای مورد انتظار برای هر صندلی[10] را برای توسعه قانون لیتل وود برای کلاس‌های متعدد و تودرتو[11] پیشنهاد کرد.

تا کنون در تمامی مطالعات انجام شده فرض می‌شد که مشتریان به ترتیب خاصی وارد سیستم می‌گردند، به‌طوری‌که در دوره‌های ابتدایی مشتریان کلاس‌های پایین‌تر وارد شده و هر چه به زمان پرواز نزدیک می‌شویم، مشتریان با کلاس‌های بالاتر که تمایل بیشتری به خرید بلیط‌های گران‌تر دارند وارد سیستم می‌شوند. رابینسون (Robinson, 1995) مدلی را ارایه کرد که در آن مشتریان در کلاس‌های مختلف بدون ترتیب خاصی وارد سیستم می‌گردند. علاوه بر آن ون رایزین و مک گیل (Van Ryzin and McGill, 2000)، نیز با توجه به مشاهدات قبلی و با در نظر گرفتن پیشامدهای پرشدن صندلی‌ها و به‌جای استفاده از روش‌های متعارف پیش‌بینی و بهینه‌سازی، رویکردی را برای مدیریت ظرفیت در کلاس‌های تودرتو و یک خط پروازی پیشنهاد دادند.

در مدل‌های پیشنهادی بعدی که نزدیک‌تر به واقعیت بودند فرض‌هایی مانند استقلال تقاضا، ورود مشتریان کلاس‌های پایین‌تر در ابتدای دوره و استفاده از حدود ظرفیتی استاتیک، کم کم کنار گذاشته شده است. در این حالت یکی از مدل‌هایی

Archive of SID
www.SID.ir

که می‌تواند این محدودیت‌ها را کنار بزند، رویکرد برنامه‌ریزی پویا است. لی و هرش (Lee and Hersh, 1993) بدون در نظر گرفتن هیچ پیش‌فرض خاصی در ارتباط با الگوی ورود مشتریان، مدل برنامه‌ریزی پویا در زمان‌های گسسته را به‌منظور یافتن ظرفیت‌های تخصیص داده شده بهینه، به کلاس‌های مختلف در یک پرواز پیشنهاد داده است. در این مدل مشتریان مطابق با یک توزیع پواسون در دوره‌های زمانی گسسته‌ای از زمان وارد سیستم می‌شوند. در این مدل‌ها تابع ارزش به‌صورت درآمد انتظاری سیستم با وجود ظرفیت موجود در کل سیستم تا انتهای دوره تفسیر می‌شود.

در این رویکرد فرض می‌شود که در هر دوره زمانی دو متغیر تصمیم به‌صورت پذیرفتن و یا رد کردن درخواست وارد شده به سیستم وجود دارد که با $u = 0,1$ نشان داده می‌شود. سازمان می‌خواهد که درآمد خود را با توجه به سیاست پاسخ‌گویی به درخواست‌های ورودی و با درنظر گرفتن کل افق زمانی موجود حداکثر نماید. تابع درآمد در هر وضعیتی به دو قسمت تقسیم می‌گردد. اول درآمد آنی که حاصل از پذیرفتن درخواست در آن لحظه می‌باشد و با $R(t)$ نشان داده شده است و دوم درآمد انتظاری آینده می‌باشد که با $V_{t-1}(x-u)$ نشان داده می‌شود. درآمد انتظاری آینده به‌صورت درآمد دوره‌های آتی سیستم با توجه به اقدام آنی تصمیم‌گیر در دوره فعلی می‌باشد.

تابع ارزش برای برنامه‌ریزی پویا مطابق با فرمول بلمن (Bellman, 1957) به‌صورت زیر است:

$$V_t(x) = \max E[R(t)u + V_{t-1}(x-u)] = V_{t-1}(x) + \max E[R(t) - \Delta V_{t-1}(x)u] \quad (۲)$$

و شرایط مرزی نیز به‌صورت $V_0(x) = 0$ و $V_t(0) = 0$ تعریف می‌شود. در این حالت $\Delta V_{t-1}(x) = V_{t-1}(x) - V_{t-1}(x-1)$ نشانگر ارزش حاشیه‌ای مورد انتظار هر واحد ظرفیت است که در صورتی‌که قیمت بلیط بالاتر از این ارزش باشد، درخواست پذیرفته شده و در غیر این‌صورت رد خواهد شد.

بخش دیگر مدل‌های مدیریت درآمد مربوط به مدل‌های قیمت‌گذاری است. مدل‌های مدیریت درآمد مبتنی بر قیمت در صنایعی به‌کار می‌روند که ظرفیت موجودی در آن صنعت دارای ویژگی‌های تعداد محدود، بدون پرسازی مجدد[۱۲]، مدت دار و فسادپذیر[۱۳] و با ارزش در افق زمانی محدودی هستند که مطابق با شرایط صنعت هواپیمایی است. این تکنیک سابقه بسیار طولانی دارد که برای مرور اقدامات انجام گرفته می‌توان به بیترن و کلدنتی (Bitran and Caldentey, 2003)، تالوری و ون رایزین (Talluri and Van Ryzin, 2004b) و المغربی و کسکینوکاک (Elmaghraby and Keskinocak, 2003) مراجعه کرد. در ادامه به مدل‌هایی از قیمت‌گذاری که بحث مدل‌های انتخاب نیز در آنها وارد شده است، خواهیم پرداخت.

گلیگو و ون رایزین (Gallego and van Ryzin, 1997) مسایل قیمت‌گذاری پویا که در آن مجموعه‌ای از منابع به‌منظور تولید مجموعه‌ای از محصولات مورد استفاده قرار می‌گیرد را مورد توجه قرار دادند. آنها روش‌های ابتکاری را برای حل این مسایل پیشنهاد دادند. لین و لی (Lin and Li, 2004) حدودی را برای تابع ارزش مسئله قیمت‌گذاری پویا برای محصولات قابل جایگزین پیشنهاد کردند.

تالوری و ون رایزین (Talluri and Van Ryzin, 2004) مسئله مدیریت درآمد تک منبعی را که در آن مشتریان از بین کلاس‌های موجود یکی را انتخاب می‌کنند، بررسی نمودند. ماگلاراس و میسنر (Maglaras and Meissner, 2006) مسئله قیمت‌گذاری را در حالتی که سازمان دارای منابع مشخصی بوده و از آن برای ارایه محصولات متعدد استفاده می‌نماید، بررسی کردند. در این مدل، با استفاده از کشش متقاطع تقاضای محصولات، انتخاب مشتریان مدل شده و بنابراین، با توجه به وجود محصولات متعدد، تأثیر تغییر قیمت هر یک از محصولات در سایر محصولات قابل جایگزینی بررسی شده است. آنها این مسایل را به یک مسئله تک بعدی تبدیل و روش‌های ابتکاری را برای حل آنها پیشنهاد دادند. ون رایزین و لیو (Liu and Van Ryzin, 2008) مدل‌های برنامه‌ریزی خطی بر مبنای رفتار مشتری را برای مدیریت در حالت شبکه (چندمنبعی) بررسی کردند. ون رایزین و ولکانو (Van Ryzin and Vulcano, 2008) مدیریت درآمد شبکه را با وجود رفتار انتخابی مشتری بررسی کرده و روش‌های بهینه‌سازی با استفاده از شبیه‌سازی را برای ایجاد کنترل‌های تودرتو پیشنهاد دادند.

ساه و آیدین (Suh and Aydin, 2011) مسئله قیمت‌گذاری دو محصول قابل جایگزینی در افق زمانی محدود را مورد بررسی

Archive of SID

www.SID.ir

قرار دادند. مشتریان ورودی بر اساس مدل لوجیت چندجمله‌ای از بین محصولات موجود، یکی را انتخاب می‌کنند. این بررسی نشان می‌دهد که ارزش حاشیه‌ای محصولات، بر حسب زمان باقی‌مانده صعودی و بر حسب سطح موجودی نزولی می‌باشد ولی قیمت بهینه این ویژگی‌ها را ندارد. دانگ و سایرین (Dong et al., 2009) قیمت‌گذاری پویا و کنترل موجودی برای محصولات قابل جایگزینی در یک خرده فروش که دارای دوره فروش کوتاه و زمان دریافت سفارش طولانی می‌باشند را مورد بررسی قرار دادند. در این مسئله از مدل انتخاب لوجیت چندجمله‌ای برای انتخاب مشتری استفاده شده است. آنها راهبردهای مختلف شامل به‌کارگیری تکنیک قیمت‌گذاری پویا و استفاده نکردن از آن را بررسی کرده و نشان دادند که تکنیک قیمت‌گذاری پویا در صورت محدود بودن موجودی در مقایسه با میزان تقاضا با ارزش بوده و روش ابتکاری را برای تعیین میزان اولیه موجودی پیشنهاد کردند.

ماگلاراس و میسنر (Maglaras and Meissner, 2006) مدلی را بررسی کردند که در آن سازمان با استفاده از ترکیبی از مدل‌های مدیریت درآمد کمی و مبتنی بر قیمت، در راستای حداکثر کردن درآمد سازمان تلاش می‌نماید.

میسنر و استراوس (Meissner and Strauss, 2010) فرض کرده‌اند که محصولات ارایه شده توسط سازمان، شامل هر دو محصولات دارای محدودیت و فاقد محدودیت است. در این مدل برای پروازهای بدون توقف، بلیط‌ها فاقد محدودیت و برای سایر پروازها به‌صورت محدودیت‌دار در نظر گرفته شده است. در این حالت مدلی برای انتخاب قیمت در بلیط‌های فاقد محدودیت (قیمت‌گذاری پویا) ارایه شده است.

مک فادن (McFadden, 2000) ادبیات مرتبط با مدل‌ها و تخمین‌های مرتبط با انتخاب مشتری در زمینه سفر را بررسی می‌کند. پرکاربردترین مدل‌های استفاده شده در زمینه مدل‌های انتخاب، مدل‌های انتخاب گسسته می‌باشد. ترین (Train, 2009) پیشرفت‌های اخیر در زمینه مدل‌های انتخاب گسسته و کاربردهای آن را جمع‌بندی کرده و از روش‌های مبتنی بر شبیه‌سازی به‌منظور تخمین احتمال انتخاب برای انواع مدل‌های انتخاب گسسته استفاده می‌نماید. گرو (Garrow, 2010) استفاده از مدل‌های انتخاب گسسته در صنعت هواپیمایی را مورد بررسی قرار داده است.

۳- مزایای مدل پیشنهادی و تشریح مدل پایه

فرضیات مدل به‌کار برده شده در این مقاله شامل موارد زیر است:

۱. پروازهای مختلف قابل جایگزینی با یکدیگر هستند.
۲. یک گزینه رقیب برای مجموعه پروازهای موجود در نظر گرفته می‌شود.
۳. تعداد نقاط قیمتی قابل اعمال محدود بوده و به‌صورت نقاط گسسته در نظر گرفته می‌شود.
٤. مشتریان طی دوره‌های زمانی مشخصی مطابق با توزیع پواسون وارد سیستم می‌گردند.
۵. سازمان برای هر یک از دوره‌ها در افق زمانی، از میان نقاط گسسته قیمتی، یکی را برای هر مسیر پروازی انتخاب و به مشتریان ارایه می‌نماید.
٦. مشتریان مطابق با مدل لوجیت چندجمله‌ای یکی از گزینه‌های موجود، شامل یکی از بلیط‌های ارایه شده و یا ترک سیستم بدون خرید محصول را انتخاب می‌کنند.

با توجه به ویژگی‌های مدل نام برده و نیازمندی‌های سازمان‌های حمل و نقل با هزینه پایین، مدل پیشنهادی در این مقاله دارای ویژگی‌ها و مزایای زیر می‌باشد:

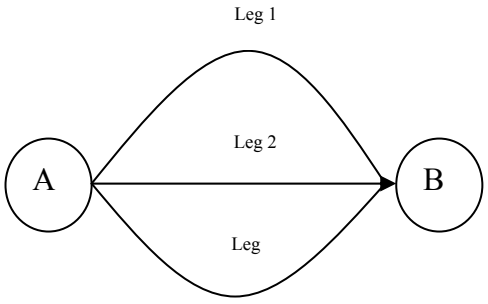
۱. به‌کارگیری این روش منجر به این خواهد شد که قیمت‌های ارایه شده به مشتریان مختلف، هدفمند شود، زیرا معمولاً مشتریان با هدف گردشگری که به دنبال بلیط‌های ارزان‌تر بوده و حساسیت زیادی روی زمان و درجات پرواز ندارند، می‌توانند از پروازهای ارزان‌تر استفاده کنند و در عوض، مشتریان تجاری که بیشتر روی زمان و درجات پرواز حساس بوده و فاکتور قیمت دارای اولویت پایین‌تری برای آنها می‌باشد، هزینه بیشتری را پرداخت می‌کنند.
۲. یکی از دغدغه‌های اصلی در بحث قیمت‌گذاری محصولات داخلی، حفظ قدرت خرید برای تمامی اقشار جامعه و طبقه‌های مختلف می‌باشد. این نیاز کاملاً توسط مدل یاد شده پوشش داده می‌شود، زیرا می‌توان دامنه‌ای از قیمت را با توجه به سطح تقاضا، میزان ظرفیت موجود و دوره زمانی مورد نظر پوشش داد. این مسئله هم در یک پرواز خاص و

Archive of SID
www.SID.ir

هم در بین پروازهای قابل جایگزینی قابل اعمال است. در یک پرواز مشخص، در دوره‌های ابتدایی که تعداد بیشتری از ظرفیت موجود بوده و معمولاً مشتریان غیرتجاری برای خرید مراجعه می‌کنند، قیمت پایین‌تری ارایه می‌گردد ولی در دوره‌های انتهایی می‌توان قیمت را برای مشتریان تجاری با ظرفیت محدود افزایش داد. در بین پروازهای قابل جایگزینی نیز، معمولاً پروازهایی که دارای تقاضای بالاتر می‌باشند، می‌توانند قیمت بالاتر و سایر پروازها قیمت پایین‌تری داشته باشند که این مسئله دو مزیت اصلی را ایجاد می‌نماید. اول این‌که با این نوع قیمت‌گذاری می‌توان تقاضای طیف وسیعی از اقشار جامعه را پوشش داد و دوم این‌که قیمت بالا برای محصولات با تقاضای بیشتر، به انتقال قسمتی از تقاضای این محصول به سایر پروازهایی که زمان‌های دیگری دارند منجر شده و درنتیجه تقاضا به‌صورت یکنواخت بین ساعات مختلف پرواز پخش شده و از ظرفیت منابع موجود به‌صورت یکنواخت استفاده می‌گردد.

۳. در عین حفظ قدرت خرید اقشار مختلف جامعه، با این تکنیک می‌توان درآمد سازمان را افزایش داد.

مدلی که توسط این مقاله پیشنهاد می‌گردد، قیمت‌گذاری همزمان برای پروازهای موازی و قابل جایگزین بین مبدأ و مقصد مشترک به‌وسیله فرایند مارکوف[۱۴] می‌باشد. شکل زیر را در نظر بگیرید:



شکل ۱. شبکه هوایی پروازهای موازی

در این مسیر، سه خط هوایی وجود دارد که خطوط اول و سوم، مربوط به پروازهای صبح زود و انتهای روز و پرواز دوم مربوط به میانه روز می‌باشد. هر یک از خطوط دارای ظرفیت اولیه مشخصی بوده که به آنها تخصیص داده شده است. این خطوط قابل جایگزینی می‌باشد، به این معنی که فردی که قصد مسافرت از A به B را دارد، در صورتی‌که بنا به عللی مانند پرشدن ظرفیت یکی از خطوط و بالاتر رفتن قیمت بلیط آن نتواند یکی از محصولات را خریداری کند، می‌تواند از محصول مشابه دیگری برای این مسافرت استفاده نماید و در نهایت این‌که این محصولات تا قبل از پرواز، دارای ارزش است، بنابراین، دارای عمر محدود بوده و مدت‌دار می‌باشند. به این قبیل محصولات، محصولات فسادپذیر گفته می‌شود؛ زیرا در صورتی که مقداری از ظرفیت هواپیما فروخته نشده باشد، پس از پرواز این هواپیما ظرفیت باقی‌مانده و درنتیجه بلیط و محصول مربوطه فاقد ارزش می‌باشد. تمامی این شرایط ما را به سمت استفاده از تکنیک قیمت‌گذاری پویا با استفاده از مدل‌های انتخاب گسسته با توجه به قابل جایگزین بودن محصولات سوق می‌دهد.

۳-۱- مدل‌های انتخاب گسسته

مدل‌های انتخاب گسسته به منظور پیش‌بینی احتمال انتخاب یک گزینه از بین تعداد محدودی گزینه توسط تصمیم‌گیر به‌کار برده می‌شود. این مدل‌ها با در نظر گرفتن این‌که کل تقاضای مرتبط با یک کالای خاص می‌تواند به‌صورت مجموعه‌ای از انتخاب‌های افراد نمایش داده شود به مدل‌های پیش‌بینی تقاضای مشتریان ارتباط پیدا می‌کنند (Train, 2009).

این رویکرد، قدرتمندتر از بسیاری از ابزارهای متداول پیش‌بینی مانند سری‌های زمانی و روش‌های پیش‌بینی خودهمبسته می‌باشند. زمانی‌که اطلاعات اخیر انتخاب‌های مشتریان به‌عنوان ورودی مدل‌های انتخاب گسسته مورد استفاده قرار می‌گیرند، این مدل‌ها (مانند مدل لوجیت چندجمله‌ای که یکی از پرکاربردترین مدل‌ها می باشد) ابزار بسیار قدرتمندی به‌منظور تخمین پارامترهای مختلف مانند کشش قیمت، کشش متقاطع تقاضا و احتمال خرید محصولات ارزان‌تر[۱۵] می‌باشد (Train, 2009).

این مدل‌ها بر اساس مفهوم مطلوبیت پایه‌گذاری شده‌اند. مطلوبیت یک شاخص تک بعدی می‌باشد که تابعی از ویژگی‌های محصول و مشخصات مشتری می‌باشد. در واقع میزان مطلوبیت، نشانگر مقدار ارزشی می‌باشد که هر فرد برای ویژگی‌های متفاوت محصول مورد نظر قائل است. آشکار است که انتظار داشته باشیم هر مشتری اقدام به خرید محصولی نماید که دارای حداکثر مطلوبیت در مقایسه با سایر گزینه‌های موجود می‌باشد. میزان مطلوبیت گزینه i ام برای فرد n ام با U_{ni} نمایش داده

Archive of SID
www.SID.ir

می‌شود که دارای دو بخش قابل محاسبه V_{ni} و قسمت تصادفی که معمولاً با ε_{ni} نمایش داده می‌شود، می‌باشد. بنابراین، داریم:

$$U_{ni} = V_{ni} + \varepsilon_{ni} \qquad (۳)$$

که در آن V_{ni} بخش قابل محاسبه است که به‌صورت حاصل‌ضرب وزن ویژگی‌های مختلف در مقدار این ویژگی‌ها برای گزینه‌های متفاوت محاسبه می‌گردد. یکی از معروف‌ترین و پرکاربردترین مدل‌های انتخاب، مدل انتخاب چندجمله‌ای[۱۶] است که بر اساس این فرضیه که قسمت تصادفی تابع مطلوبیت دارای توزیع گامبل با مد صفر و مقیاس یک باشد، بنا نهاده شده است. بر اساس این مدل، احتمال انتخاب گزینه i ام توسط فرد n ام برابر با (Ben-Akiva and Lerman, 1985) می‌باشد.

$$P_{ni} = \frac{\exp(V_{ni})}{\sum_j \exp(V_{nj})} \qquad (٤)$$

در مدل‌های سنتی مدیریت درآمد، فرض بر آن بود که تقاضای هر محصولی مستقل از سایر محصولات بوده و متغیری می‌باشد که تنها تحت تأثیر عوامل خارجی است. شرایط تجارت امروزه از جمله ظهور اینترنت منجر به این شده که افراد با کمترین هزینه به اطلاعات مرتبط با محصولات ارایه شده توسط هر سازمانی و قیمت و سایر مشخصات این محصولات دسترسی پیدا کرده و همین جریان منجر به این شده است که این فرضیه درخصوص عدم وابستگی میزان تقاضای یک محصول به سایر محصولات مشابه کاملاً بی‌اعتبار شده و قابلیت جایگزینی محصولات مشابه افزایش یافته است.

بنابراین، مدل‌هایی مانند مدل‌های انتخاب گسسته که به‌وسیله آنها می‌توانیم این وابستگی را به‌صورت دقیق مدل نماییم، دارای اهمیت و کاربرد فراوانی شده است. در مدل پیشنهادی این مقاله که در آن مابین یک مبدأ و مقصد مفروض چندین پرواز در طی روز مشخص و در ساعات مختلف شبانه روز وجود دارد، درصورتی‌که این پروازها با توجه به میزان تقاضا، تعداد ظرفیت موجود و میزان زمان باقی‌مانده تا پرواز دارای قیمت‌های متفاوت و پویایی باشند، مدل‌های انتخاب گسسته دارای قابلیت فوق‌العاده‌ای در پیش‌بینی تقاضای هر محصول و نشان دادن وابستگی تقاضای یک محصول به قیمت سایر محصولات می‌باشد.

فرض کنید مابین مبدأ و مقصد خاصی در طول روز شش پرواز مختلف وجود دارد که یک پرواز صبح زود، چهار پرواز در طی روز و یک پرواز در انتهای شب باشد. حال می‌توان تصور کرد که به‌طور مثال افزایش بهای یکی از بلیط‌های پرواز اواسط روز می‌تواند تأثیر قابل ملاحظه‌ای در تقاضای سایر پروازها داشته باشد که این مسئله می‌تواند به خوبی توسط مدل‌های انتخاب گسسته مدل شده و تأثیر تغییر قیمت هر یک از محصولات مورد بررسی واقع شود.

۳-۲- مدل اولیه: قیمت‌گذاری یک محصول خاص

در این قسمت، زنجیره مارکوفی را برای قیمت‌گذاری یک پرواز خاص که دارای متغیرهای حالت و فضای اقدام تک بعدی می‌باشد، ارایه می‌کنیم. این مدل، پایه اصلی مدل بعدی این مقاله که حالت پروازهای موازی می‌باشد، است. یک خط پروازی خاص را با ظرفیت q در نظر بگیرید. افق زمانی ارایه محصول به T پریود گسسته تقسیم می‌گردد که اولین پریود یک و آخرین پریود، قبل از پرواز، پریود T می‌باشد. در هر پریود t، حداکثر یک مشتری با احتمال λ_t مطابق با فرایند پواسون وارد می‌گردد. برای این خط پروازی مجموعه‌ای از قیمت‌ها به‌صورت $\{\rho_0, \rho_1, \rho_2, \dots, \rho_k\}$ که در آن $\rho_0 \geq \rho_1 \geq \rho_2 \geq \cdots \geq \rho_k$ در نظر گرفته شده است که در هر پریود پروازی یکی از آنها باید انتخاب گردد. در هر پریود t، با توجه به قیمت ارایه شده به مشتری، مشتری با احتمال $P_t(r)$ که در آن r قیمت محصول در آن پریود خاص می‌باشد، محصول را خریداری نموده و با احتمال $1 - P_t(r)$ بدون خرید، سیستم را ترک می‌کند. ρ_0 برای حالتی است که ظرفیت تکمیل شده باشد.

به منظور مدل کردن این مسئله، فرض کنید که $x \in \{0,1,2, \dots, q\}$، تعداد ظرفیت باقی‌مانده در ابتدای هر پریود باشد. با توجه به تعداد ظرفیت موجود در زمان t، فرض کنید $w_t(x)$ نشان‌دهنده حداکثر درآمد مورد انتظار در زمان t تا انتهای

Archive of SID
www.SID.ir

پریود می‌باشد. در هر پریود t و با توجه به ظرفیت باقی‌مانده x خواهیم داشت (Zahng and Cooper, 2009):

$$w_t(x) = \max\{\lambda_t P_t(r)[r + w_{t-1}(x-1)] + [1-\lambda_t P_t(r)]w_{t-1}(x)\} \quad (۵)$$

می‌توان نشان داد که در هر پریود زمانی، تعداد بیشتر ظرفیت باقی‌مانده، نشانگر قیمت بهینه پایین‌تر می‌باشد.

۳-۳- قیمت‌گذاری پروازهای موازی قابل جایگزینی

در این قسمت، مسئله قیمت‌گذاری همزمان پروازهای موازی قابل جایگزینی که بحث اصلی این مقاله است، ارایه می‌گردد. فرض کنید n پرواز موازی بین مبدأ و مقصد مشترک وجود دارد. افق زمانی به T پریود گسسته تقسیم شده که از یک شروع شده و به پریود T ختم می‌گردد. از اندیس i برای شماره خط پروازی و t برای پریود زمانی استفاده شده است که در آن i از یک تا n خط پروازی و t از T تا یک، تقسیم شده است. ظرفیت خط پروازی i ام برابر c^i می باشد. بردار ظرفیت به‌صورت $c = (c^1, c^2, \dots, c^n)$ است. مشتریان در هر پریود زمانی به‌صورت مستقل با احتمال λ_t مطابق با فرایند پواسون وارد می‌گردند. قیمت پروازها توسط بردار $r = (r^1, r^2, \dots, r^n)$ که در آن r^i نشانگر قیمت پرواز i ام می‌باشد نشان داده می‌شود. قیمت‌های مجاز برای هر خط پروازی i مطابق با بردار $\{\rho_0, \rho_{i,1}, \rho_{i,2}, \dots, \rho_{i,k_i}\}$ نشان داده شده که در آن k_i برای هر i مشخص بوده و $\rho_0 > \rho_{i,1} > \rho_{i,2} > \cdots > \rho_{i,k_i}$ می‌باشد.

مشتریان از میان پروازها یکی را انتخاب می‌نمایند و یا سیستم را ترک می‌کنند. انتخاب هر مشتری وابسته به بردار قیمت r می‌باشد. با توجه به بردار قیمت r در پریود t و با توجه به احتمال ورود مشتری، احتمال خرید بلیط توسط مشتری با $P_t^i(r)$ نشان داده می‌شود.

به منظور مشخص کردن فرایند مارکوف، فرض نمایید $x = (x^1, \dots, x^n)$ برداری باشد که عنصر i ام آن $x^i \in \{0,1, \dots, c^i\}$ معادل تعداد صندلی‌های فروخته نشده در پرواز i ام می‌باشد.

اگر $V_t(x)$ نشانگر حداکثر درآمد انتظاری برای دوره‌های t تا یک به شرط وجود ظرفیت x در سیستم باشد، فرایند مارکوف مربوط به این سیستم به‌صورت زیر خواهد بود (Zahng and Cooper, 2009):

$$V_t(s) = \max\{\lambda_t \sum_{i=1}^n P_t^i(r)[r^i + V_{t-1}(x-\varepsilon^i) + [1-\lambda_t + \lambda_t P_t^0(r)]V_{t-1}(x)\} = \max\{\lambda_t \sum_{i=1}^n P_t^i(r)[r^i - \Delta_i V_{t-1}(x)] + V_{t-1}(x)\} \quad (۶)$$

که در آن $P_t^0(r)$ نشانگر احتمال خرید نکردن مشتری ورودی می‌باشد. ε^i برداری است که در آن عنصر i ام برابر یک و بقیه عناصر برابر صفر می‌باشد. جواب بهینه این مدل، بیانگر برداری از قیمت‌ها برای هر بردار حالت x در هر پریود t خواهد بود. این فرایند مارکوف دارای فضای حالت و اقدام n بعدی خواهد بود که زمان حل آن نمایی بوده و برای حل آن بایستی به روش‌های ابتکاری روی آورد. رویکرد پیشنهادی به‌منظور مدل‌سازی و حل مسئله در بخش بعدی آورده شده است.

بنابراین، با توجه به رابطه فوق، می‌توان کل افق زمانی ارایه محصول را به پریودهایی تقسیم کرد که با توجه به ظرفیت هر خط و مقدار تقاضای پیش‌بینی شده برای آن، با استفاده از مدل‌های تقاضای گسسته، قیمت اولیه‌ای را برای هر صندلی در هر خط پروازی در نظر گرفته و سپس در دفعات محدودی طی افق زمانی ارایه محصول، دوباره زنجیره مارکوف نام‌برده را تشکیل داده و با توجه به میزان ظرفیت و زمان باقی‌مانده قیمت بهینه را دوباره محاسبه و اعمال نمایید.

٤- مدل پیشنهادی

با در نظر گرفتن توضیحات ارایه شده در بخش قبلی، مدل فوق در شرایط واقعی با توجه به نمایی شدن ابعاد مسئله غیرقابل حل بوده و بنابراین، از روش‌های تقریبی استفاده می‌شود. در این قسمت به دنبال حل تقریبی رابطه شماره ٦ است. در این مدل $\Delta_i V_{t-1}(x)$ نشانگر میزان ارزش حاشیه‌ای منبع i ام در زمان $t-1$ و با وجود باقی‌ماندن x واحد ظرفیت باقی‌مانده از منبع فوق می‌باشد. در رویکرد پیشنهادی ابتدا مقدار ارزش حاشیه‌ای را تخمین زده و سپس با وارد کردن تخمین نام برده در رابطه (٦)

Archive of SID
www.SID.ir

در ابتدای هر پریود به ترتیبی کـه در ادامـه توضـیح داده خواهـد شد، مقدار بهینـه قیمـت‌هـای محصـولات را محاسـبه مـی‌کننـد. به‌منظور تخمین مقدار $\Delta_i V_{t-1}(x)$ از مدل برنامه‌ریزی قطعـی بـر مبنای رفتار مشتری استفاده می‌شود.

ابتدا فرض کنید که هر یک از قیمت‌های مجاز در نظر گرفته شده برای هر مسیر، یک محصول مجازی[۱۷] می‌باشد که در هـر پریـود بایستی در خصوص ارایه و یا ارایـه نکـردن آنهـا تصـمیم‌گیـری صورت گیرد. بنابراین، با ایـن تعریـف، S زیرمجموعـه‌ای از کـل محصولات موجود $N = \{1,2,\dots,n\}$ می‌باشـد کـه در آن N_{leg} کل محصولات مرتبط با مسیر leg ام می‌باشد. در حالت کلی، بـا توجه به این‌که سازمان قبـل از ورود مشـتری نمـی‌توانـد بخـش مرتبط بـا آن را تشـخیص دهـد، بنـابراین، مقـدار $P_j(S)$، احتمـال ایـن‌کـه سـازمان محصـول j ام را بـه مشـتری ورودی بفروشـد، به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$P_j(S) = \sum_{l=1}^{L} p_l P_{lj}(S) \qquad (۷)$$

که در آن p_l نشانگر احتمال ورود مشتری متعلـق بـه بخـش l ام مـی‌باشـد. درآمـد انتظـاری حاصـل از ارایـه مجموعـه $S \subset N$ به‌صورت زیر می‌باشد:

$$R(S) = \sum_{j\in S} r_j P_j(S) \qquad (۸)$$

بایستی در نظر گرفته شود که مجموعه S به مشـتری ارایـه شـده، بـردار $P(S) = (P_1(S),\dots,P_n(S))^T$ نشـانگر احتمـال خریـد محصـولات و مـاتریس A معـرف میـزان مصـرف منـابع توسـط محصولات می‌باشد. با در نظرگرفتن ایـن شـرایط بـردار مصـرف منابع به‌صورت زیر خواهد بود:

$$Q(S) = A.P(S) \qquad (۹)$$

کـه در آن $Q(S) = (Q_1(S),\dots,Q_m(S))^T$ و $Q_i(S)$ نشـانگر احتمال یک واحد مصرف از منبع i می‌باشد $i = 1,2,\dots,m$.

خروجی نهایی مدل شامل تصـمیم‌گیـری در خصـوص مجموعـه محصولات ارایه شده در هر پریود می‌باشد به شرط این‌که بخـش مرتبط با مشتری ورودی از قبل قابـل تشـخیص نبـوده و در هـر پریود تنها یکی از محصولات مجازی متعلق به یـک مسـیر قابـل ارایه است. ولی با توجه به این‌کـه احتمـال انتخـاب مشـتریان در طول زمان همگون بوده و تقاضا قطعی می‌باشد، تنها تعداد پریـود ارایه هر مجموعه مهم بوده و پریود خاصی که باید هـر مجموعـه ارایه گردد مهـم نیسـت، بنـابراین، فـرض مـی‌شـود متغیـر $t(S)$ نشان‌دهنده تعداد پریودهایی است کـه طـی آنهـا مجموعـه S بـه مشتریان ارایه می‌گردد. فرض دیگـر ایـن اسـت کـه متغیـر $t(S)$ پیوسته باشد و این به آن معنا است که سازمان می‌تواند مجموعـه S را در قسمتی از یک پریود زمان ارایـه دهـد. هـدف ایـن مـدل حداکثر کردن درآمد سازمان توسـط تصـمیم‌گیـری در خصـوص تعداد پریودهای ارایه هر مجموعه می‌باشد. در نتیجه مـدل‌سـازی این مسئله به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} &V^{CDLP} = \max \sum \lambda R(S)t(S) \\ &S.t. \sum \lambda Q(S)t(S) \le c \\ &\sum t(S) \le T \\ &t(S) \ge 0, \forall S \subset N, S \cap N_{leg} = 1 \end{aligned} \qquad (۱۰)$$

با توجه به این‌کـه در هـر پریـود تنهـا بایـد یکـی از محصـولات مجـازی ارایـه گـردد، بنـابراین تمـامی زیرمجموعـه n محصـول مجازی تعریف شده در این مسئله مـورد نظـر نبـوده و تنهـا زیـر مجموعه‌هایی وارد مسئله می‌گردد که $S \cap N_{leg} = 1$ بـوده و در نتیجه تعداد متغیرهای مسئله فوق برابر با $\prod_{Leg} N_{Leg}$ می‌باشد.

هدف اصلی از حل این مسئله به‌دست آوردن مقـادیر $t(S)$ نبـوده و هدف اصلی پیدا کردن مقادیر دوال مسئله فوق می‌باشد. فـرض کنید $\pi \in R^m$ نشانگر مقادیر دوال m محدودیت اول مسـئله کـه متناظر با منبع‌های موجود هست، باشد. مقـادیر دوال ایـن مسـئله معادل با ارزش حاشیه‌ای هر یک از منـابع موجـود و یـک مقـدار تقریبی برای $\Delta V(x)$ است. پس از محاسبه مقدار یـاد شـده، ایـن مقـدار را در معادلـه شـماره (٦) قـرار مـی‌دهـیم. در نتیجـه ایـن جایگزینی، رابطه نام برده در هر پریود به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\max\{\lambda_t \sum_{i=1}^{n} P_t^i(r)[r^i - \pi_i(x)]\} \qquad (۱۱)$$

به منظور حل این مسئله متغیر بـاینری $y \in B^n$ بـه‌صـورت زیـر تعریف می‌شود. فرض کنید مجموعه S در حال حاضر به مشتری ارایه می‌گردد، در این‌صورت داریم:

$$y_j = \begin{cases} 1, & \text{if } j \in S \\ 0, & \text{Otherwise} \end{cases} \qquad (۱۲)$$

Archive of SID
www.SID.ir

و با فرض این‌که مشتری ورودی محصول مورد نظر خود را با توجه به مدل انتخاب لوجیت چندجمله‌ای انتخاب نماید، مسئله فوق به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\max\{\sum_{l=1}^{L}\lambda_l\frac{\sum_{j\epsilon C_l}(r_j-A_j^T\pi)e^{V_{lj}y_j}}{\sum_{i\epsilon C_l}e^{V_{li}y_i+e^{V_{lo}}}}\}$$
$$\sum_{j\epsilon C_{leg}}y_j=1;\quad \forall leg$$
$$y_j=0,1 \qquad (۱۳)$$

در رابطه بالا فرض شده است که احتمال انتخاب گزینه j ام توسط مشتری بخش l ام برابر با $P_{lj}=\frac{e^{V_{lj}}}{\sum_{i\epsilon C_l}e^{V_{li}+e^{V_{lo}}}}$ بوده که V_{lj} نشان‌دهنده میزان ارزش مشاهده شده محصول j ام برای مشتری بخش l ام و V_{lo} نشانگر میزان ارزش مشاهده شده خرید نکردن محصول و خارج شدن از سیستم بدون خرید هیچ محصولی می‌باشد.

همان‌گونه که مشخص می‌باشد مسئله بالا یک مسئله برنامه‌ریزی غیرخطی صفر و یک می‌باشد که برای حل آن باید آن را خطی کنیم. برای این منظور فرض کنید:

$$x_l=\frac{1}{\sum_{i\epsilon C_l}e^{V_{li}y_i+e^{V_{lo}}}},\quad l=1,2,\dots,L \qquad (۱٤)$$

با وارد کردن این متغیر مسئله به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\max\ \sum_{l=1}^{L}\sum_{j\epsilon C_l}\lambda_l(r_j-A_j^T\pi)e^{V_{lj}}y_jx_l$$
$$x_le^{V_{lo}}+\sum_{i\epsilon C_l}e^{V_{li}}y_ix_l=1;\quad l=1,2,\dots,L$$
$$\sum_{j\epsilon C_{leg}}y_j=1;\quad \forall leg$$
$$y_j=0,1;\quad x_l\geq 0 \qquad (۱۵)$$

همان‌گونه که مشخص می‌باشد مسئله فوق شامل عبارت غیرخطی y_ix_l است که به‌صورت حاصل‌ضرب یک متغیر باینری در یک متغیر حقیقی غیرمنفی است. می‌توان به این صورت عبارت نام برده را خطی نمود. اگر فرض شود $z_{li}=x_ly_i$ باشد محدویت‌های لازم به‌منظور خطی کردن این عبارت به‌صورت زیر می‌باشد:

$$x_l-z_{li}\leq K-Ky_i$$
$$z_{li}\leq x_l$$
$$z_{li}\leq Ky_i \qquad (۱٦)$$

به‌صورتی‌که $z\geq 0$ بوده و K یک عدد صحیح بزرگ می‌باشد. بنابراین، مسئله یاد شده به‌صورت رابطه ۱۷ خواهد بود:

$$\max\ \sum_{l=1}^{L}\sum_{j\epsilon C_l}\lambda_l(r_j-A_j^T\pi)e^{V_{lj}}z_{li}$$
$$x_le^{V_{lo}}+\sum_{i\epsilon C_l}e^{V_{li}}z_{li}=1;\quad \forall l$$
$$x_l-z_{li}\leq K-Ky_i;\quad \forall l,i\epsilon C_l$$
$$z_{li}\leq x_l;\quad \forall l,i\epsilon C_l$$
$$z_{li}\leq Ky_i;\quad \forall l,i\epsilon C_l$$
$$\sum_{j\epsilon C_{leg}}y_j=1;\quad \forall leg$$
$$y_j=0,1;\quad x_l\geq 0;\quad z_{li}\geq 0 \qquad (۱۷)$$

مسئله فوق یک مسئله برنامه‌ریزی خطی آمیخته با متغیرهای صفر و یک می‌باشد که توسط نرم‌افزارهای روتین بهینه‌سازی به سادگی قابل حل می‌باشند.

بنابراین، روش اجرایی برای قیمت‌گذاری پویای محصولات به این صورت است. در ابتدای هر دوره، ابتدا مسئله شماره (۱۰) را حل کرده و با استفاده از مقادیر دوال به‌دست آمده در این مسئله، مسئله شماره (۱۷) را حل نموده که در نتیجه حل این مسئله محصولات مجازی که باید در آن دوره ارایه شود و بیانگر قیمت محصول باشد، مشخص می‌گردد.

۵- محاسبات عددی

در این قسمت، دو مثال مختلف ارایه می‌شود. مثال اول، یک شرایط خاص است که در آن پیاده‌سازی استراتژی قیمت‌گذاری پروازهای موازی مورد توجه قرار گرفته و سپس با استفاده از شبیه‌سازی رفتار مشتریان، عملکرد سیستم و میزان درآمد حاصل از اجرای سیاست قیمت‌گذاری پویا و سیاست قیمت ثابت مورد بررسی قرار می‌گیرد. مثال دوم، یک نمونه واقعی است که در آن خطوط هواپیمایی مربوط به تهران (مبدأ) به مشهد (مقصد) متعلق به شرکت هواپیمایی جمهوری اسلامی ایران در روز جمعه مورد بررسی قرار گرفته است.

۵-۱- نتایج پروازهای موازی

مجموعه سه پرواز موازی را در نظر بگیرید که مجموعه قیمت‌های مجاز هر یک شامل $\rho_1=\{400,800\}$، $\rho_2=\{500,1000\}$ و $\rho_3=\{300,600\}$ واحد پولی بوده و با توجه به میزان اهمیت مشتریان به زمان‌بندی پروازها و قیمت‌های آنها و با درنظر گرفتن تجاری و یا تفریحی بودن آنها، چهار بخش مختلف مشتری با میزان اولویت‌بندی مختلف برای محصولات مطابق جدول شماره (۱) درنظر گرفته می‌شود.

Archive of SID
www.SID.ir

این مسئله در دو شرایط مختلف شبیه‌سازی می‌گردد. حالت اول زمانی است که از روش قیمت‌گذاری پویا بر مبنای انتخاب مشتری، مطابق روش تشریح شده در متن مقاله به منظور قیمت‌گذاری پروازها با درنظر گرفتن میزان ظرفیت و زمان باقی‌مانده تا ترک مبدأ توسط هواپیما به منظور قیمت‌گذاری محصول ارایه شده به مشتری استفاده شده و حالت دوم مربوط به زمانی است که سازمان از سیستم قیمت‌گذاری استاتیک و ثابت برای ارایه محصول به مشتری استفاده کرده و حداکثر قیمت را برای تمامی محصولات در کل طول دوره در نظر می‌گیرد. در هر دو حالت شبیه‌سازی، فرض می‌شود که مشتری از مدل انتخاب لوجیت چندجمله‌ای به‌منظور انتخاب محصول مورد نظر خود استفاده می‌کند. به‌منظور اعتبارسنجی و صحه‌گذاری خروجی‌های مدل، دو حالت خاص از مدل فوق با توجه به ظرفیت اولیه، که با استفاده از برنامه‌ریزی پویا قابل حل باشد، انتخاب شده و جواب دقیق مسئله از این طریق به‌دست می‌آید. در مرحله بعد با استفاده از هر دو روش پیشنهادی این مقاله و ابزار دقیق برنامه‌ریزی پویا مسئله شبیه‌سازی شده و درآمد حاصل از آنها با هم مقایسه می‌شوند. فاصله اطمینان ۹۵ درصد مربوط به میزان بهبود حاصل از به‌کارگیری خروجی دقیق برنامه‌ریزی پویا در جدول شماره (۲) آورده شده است. همان‌گونه که در این جدول مشخص می‌باشد تمامی بازه‌ها شامل مقدار صفر بوده و در نتیجه می‌توان به این صورت خروجی‌های رویکرد پیشنهادی را صحه‌گذاری کرد. جدول شماره (۳) میزان درآمد حاصل از پیاده‌سازی دو استراتژی قیمت‌گذاری فوق را برای این پروازها نشان می‌دهد. ستون اول نشان‌دهنده میزان ظرفیت اولیه خطوط پروازی می‌باشد. ستون دوم بیانگر میزان مطلوبیت ترک سازمان و عدم خرید توسط مشتری است که به‌علت رقابتی بودن بازار استفاده شده و میزان قدرت گزینه رقیب را نشان می‌دهد. استراتژی اول، مدل قیمت‌گذاری پویا می‌باشد که میزان متوسط درآمد برای ۵۰ جریان مختلف مشتری و متوسط ظرفیت استفاده شده در انتهای دوره نشان داده شده است. ستون بعدی حالت قیمت‌گذاری ثابت با قیمت حداکثری است.

جدول ۱. تعریف بخش‌بندی مشتریان

بخش	مجموعه مورد نظر مشتری	بردار اولویت‌ها	نرخ ورود
۱	{۲،٤،٦}	(٥،١٠،١)	۰/۱
۲	{١،٣،٥}	(٥،١،١٠)	۰/۱٥
۳	{١،٢،٣،٤،٥،٦}	(١٠،٨،٦،٤،٣،١)	۰/۲
٤	{١،٢،٣،٤،٥،٦}	(٨،١٠،٤،٦،١،٣)	۰/۰٥

جدول ۲. فاصله اطمینان ۹۵ درصد میزان بهبود درآمد ناشی از استفاده از محاسبات برنامه‌ریزی پویا در مقایسه با استراتژی پیشنهادی مقاله

ظرفیت اولیه	مطلوبیت عدم خرید	فاصله اطمینان
(١٠،٢٠،١٥)	(۰/۰۰۱ ،١/٦١٠ ،١/٦١٠، ۰/۰۰۱)	(-١/٣١ ،٣/٩٢)
	(۰/۰۰۱ ،٢/٣٠٠ ،١/٦١٠، ۰/۰۰۱)	(-١/٩٠ ،٤/٦٧)
	(١/٦١٠ ،٢/٩٩٦ ،٢/٣٠٠، ١/٦١٠)	(-٣/٢٣ ،٤/٧٢)
(١٥،٢٥،٢٠)	(۰/۰۰۱ ،١/٦١٠ ،١/٦١٠، ۰/۰۰۱)	(-۰/٩٤ ،٤/٧٢)
	(۰/۰۰۱ ،٢/٣٠٠ ،١/٦١٠، ۰/۰۰۱)	(-۰/٨٦ ،٣/٩٨)
	(١/٦١٠ ،٢/٩٩٦ ،٢/٣٠٠، ١/٦١٠)	(-٢/٧١ ،٤/٧٨)

Archive of SID
www.SID.ir

جدول ۳. میزان متوسط درآمد و ضریب مصرف ظرفیت موجود طی استراتژی‌های مختلف قیمت‌گذاری

قیمت‌گذاری ثابت		قیمت‌گذاری پویا			
ظرفیت استفاده شده	متوسط درآمد	ظرفیت استفاده شده	متوسط درآمد	مطلوبیت عدم خرید	ظرفیت اولیه
۷۸/۹٤	٦٥٩٢٤	۹٥/۰۰	٦۷۸٥۰	(۰/۰۰۱، ۱/٦۱۰، ۱/٦۱۰، ۰/۰۰۱)	(۲٤،٤۰،۳۲)
۷۷/۹۲	٦٥۲۲٤	۹٤/٥۲	٦۷٦۰۰	(۰/۰۰۱، ۱/٦۱۰، ۲/۳۰۰، ۰/۰۰۱)	
٦۷/۰۰	٥٦۷۳٦	۸۰/۸۱	٥٦٦۳٦	(۱/٦۱۰، ۲/۳۰۰، ۲/۹۹٦، ۱/٦۱۰)	
٦۷/٤۳	۷۱۰۹٦	۸۹/۲۰	۷٦۳۰۸	(۰/۰۰۱، ۱/٦۱۰، ۱/٦۱۰، ۰/۰۰۱)	(۳۰،٥۰،٤۰)
٦۷/٦۲	۷۱٥۰۰	۸٦/۸۷	۷٥۳۳٦	(۰/۰۰۱، ۱/٦۱۰، ۲/۳۰۰، ۰/۰۰۱)	
٥٦/۰٥	٥۸۹۸۸	٦٥/۳۲	٥۷۰۸۰	(۱/٦۱۰، ۲/۳۰۰، ۲/۹۹٦، ۱/٦۱۰)	
٥۷/۷٤	۷۲۹۹۲	۷۹/۷٥	۸۰۰٦۸	(۰/۰۰۱، ۱/٦۱۰، ۱/٦۱۰، ۰/۰۰۱)	(۳٦،٦۰،٤۸)
٥۷/۹۲	۷۲۷۱۲	۷۳/۹٤	۷٦٤۲٤	(۰/۰۰۱، ۱/٦۱۰، ۲/۳۰۰، ۰/۰۰۱)	
٤۸/۲۸	٦۰۲۸۸	٥۸/٦۹	٦۱۹٦۸	(۱/٦۱۰، ۲/۳۰۰، ۲/۹۹٦، ۱/٦۱۰)	
٤۹/۲٥	۷۱۹۸۰	٦۸/۲٤	۷۸۱٤۰	(۰/۰۰۱، ۱/٦۱۰، ۱/٦۱۰، ۰/۰۰۱)	(٤۲،۷۰،٥٦)
٥۰/۷۰	۷٤۱۱٦	٦٤/٥۷	۷۷۹٦٦	(۰/۰۰۱، ۱/٦۱۰، ۲/۳۰۰، ۰/۰۰۱)	
٤۰/۹۳	٥۹٥۲۰	٥۰/۹۰	٦۲۸۲۲	(۱/٦۱۰، ۲/۳۰۰، ۲/۹۹٦، ۱/٦۱۰)	
۳٥/۹۱	۷٤٤۲٤	٤۸/۸۳	۸۰۷۰٤	(۰/۰۰۱، ۱/٦۱۰، ۱/٦۱۰، ۰/۰۰۱)	(٦۰،۱۰۰،۸۰)
۳٥/۹۱	۷٤٤۲٤	٤٥/۷۳	۷۸٤۷۲	(۰/۰۰۱، ۱/٦۱۰، ۲/۳۰۰، ۰/۰۰۱)	
۲۸/۲۷	٥۸٥٥٦	۳٥/۱۰	٦۱٦۷٦	(۱/٦۱۰، ۲/۳۰۰، ۲/۹۹٦، ۱/٦۱۰)	

جدول ٤. فاصله اطمینان ۹۵ درصد میزان بهبود درآمد ناشی از استفاده از سیستم قیمت‌گذاری پویا در مقایسه با استراتژی قیمت ثابت

متوسط درآمد	مطلوبیت عدم خرید	ظرفیت اولیه
(۱/۱۲ ،٥/٤۳)	(۰/۰۰۱، ۱/٦۱۰، ۱/٦۱۰، ۰/۰۰۱)	(۲٤،٤۰،۳۲)
(۱/۷۰ ،٦/۳۸)	(۰/۰۰۱، ۱/٦۱۰، ۲/۳۰۰، ۰/۰۰۱)	
(-۳/٥۹ ،٥/۳۹)	(۱/٦۱۰، ۲/۳۰۰، ۲/۹۹٦، ۱/٦۱۰)	
(٥/۷۹ ،۹/٥۰)	(۰/۰۰۱، ۱/٦۱۰، ۱/٦۱۰، ۰/۰۰۱)	(۳۰،٥۰،٤۰)
(۲/٥۹ ،۹/۷٦)	(۰/۰۰۱، ۱/٦۱۰، ۲/۳۰۰، ۰/۰۰۱)	
(-٦/۱٤ ،۱/٦٤)	(۱/٦۱۰، ۲/۳۰۰، ۲/۹۹٦، ۱/٦۱۰)	
(۷/۰۲ ،۱۳/۳۲)	(۰/۰۰۱، ۱/٦۱۰، ۱/٦۱۰، ۰/۰۰۱)	(۳٦،٦۰،٤۸)
(۲/۳۱ ،۹/٦۸)	(۰/۰۰۱، ۱/٦۱۰، ۲/۳۰۰، ۰/۰۰۱)	
(-۰/۳۸ ،۸/۰۱)	(۱/٦۱۰، ۲/۳۰۰، ۲/۹۹٦، ۱/٦۱۰)	
(٥/۷۲ ،۱۲/۸۸)	(۰/۰۰۱، ۱/٦۱۰، ۱/٦۱۰، ۰/۰۰۱)	(٤۲،۷۰،٥٦)
(۲/۱۳ ،۱۰/۱٦)	(۰/۰۰۱، ۱/٦۱۰، ۲/۳۰۰، ۰/۰۰۱)	
(۲/۳٥ ،۱۰/۷۲)	(۱/٦۱۰، ۲/۳۰۰، ۲/۹۹٦، ۱/٦۱۰)	
(۷/٥٥ ،۹/۷۹)	(۰/۰۰۱، ۱/٦۱۰، ۱/٦۱۰، ۰/۰۰۱)	(٦۰،۱۰۰،۸۰)
(٤/٦٤ ،٦/٦۰)	(۰/۰۰۱، ۱/٦۱۰، ۲/۳۰۰، ۰/۰۰۱)	
(٤/٦۰ ،٦/٦٥)	(۱/٦۱۰، ۲/۳۰۰، ۲/۹۹٦، ۱/٦۱۰)	

Archive of SID

www.SID.ir

جدول شماره (٤) فاصله اطمینان ۹۵ درصد مربوط به درصد بهبود را در حالت استفاده از مدل قیمت‌گذاری پویا نشان می‌دهد. همان‌گونه که در جداول (۳) و (٤) مشخص می‌باشد استفاده از استراتژی قیمت‌گذاری پویا می‌تواند منجر به بهبود چشم‌گیری در درآمد سازمان و همچنین ظرفیت استفاده شده هواپیما می‌گردد.

در جدول (٤)، در هر سطح مشخص از ظرفیت اولیه، هر چه میزان مطلوبیت عدم خرید محصول افزایش پیدا می‌کند، در حقیقت ظرفیت سازمان در مقایسه با تقاضا افزوده شده و این مسئله منجر به نزدیک شدن درآمد استفاده از دو استراتژی مختلف می‌شود.

شاخص بعدی میزان استفاده متناسب از منابع موجود می‌باشد. یکی از مواردی که در پروازهای موازی می‌تواند منجر به ایجاد مشکل شود، تمرکز تقاضا بر پروازهای خاص است که در مواردی مانند زمان‌بندی این پروازها و سیستم تعمیرات آنها می‌تواند منجر به بروز مشکل گردد. استفاده از استراتژی قیمت‌گذاری پویا در پروازهای موازی، باعث می‌شود که پروازهایی که با توجه به زمان باقی‌مانده تعداد بیشتری از ظرفیت آن فروخته شده باشد، افزایش ارزش حاشیه‌ای آن منجر به افزایش قیمت آن شده و بنابراین، سایر تقاضاها بیشتر به سمت پروازهای دیگر که ارزان‌تر می‌باشد، سوق پیدا می‌کند.

این شاخص که از این پس آن را شاخص تسطیح منابع نام‌گذاری می‌کنیم به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$X_{RL} = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x}_i)^2 \qquad (۱۸)$$

که در آن X_{RL} نشانگر میزان استفاده موزون از منابع بوده که هر چه مقدار آن به صفر نزدیک‌تر باشد، به معنی استفاده متعادل‌تر از منابع بوده و x_i میزان ظرفیت باقی‌مانده از منبع i ام در انتهای دوره است. جدول (۵) مقدار این شاخص را در مثال بالا نشان می‌دهد.

جدول ۵. متوسط ظرفیت باقی‌مانده منابع و میزان شاخص تسطیح منابع در دو استراتژی قیمت‌گذاری

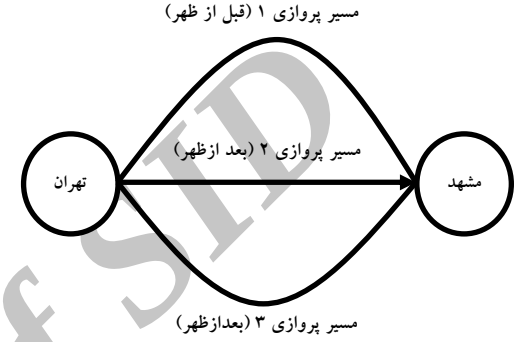
قیمت‌گذاری ثابت				قیمت‌گذاری پویا					
X_{RL}	۳	۲	۱	X_{RL}	۳	۲	۱	مطلوبیت عدم خرید	ظرفیت اولیه
۲۳۹/۲٦٦٤	۱۹/۳٦	۰/۸٦	۰/۰۰	۰/۰۳	۰/۷٦	۰/۷٦	۰/٥٦	(۰/۰۰۱ ،۱/٦۱۰ ،۰/۰۰۱)	(۲٤،٤۰،۳۲)
۲٥۳/۸۸۹۹	۲۰/۰٦	۱/۱٤	۰/۰۰	٦/۹٤	۳/۹۰	۰/٥٦	۰/۸۰	(۰/۰۰۱ ،۱/٦۱۰ ،۰/۰۰۱ ،۲/۳۰۰)	
۳۳٤/۰۲٥٦	۲٥	٦/٦۰	۰/۰۸	۱٥/۹۸	۸/۱۰	۷/٤۲	۲/۹۰	(۱/٦۱۰ ،۲/۳۰۰ ،۲/۹۹٦ ،۱/٦۱۰)	
٤۸۹/۰٤٤۳	۳۰/٤	۸/٦۰	۰/۰۸	۲/۸۳	۳/٤۸	٥/٦۸	۳/۸۰	(۰/۰۰۱ ،۱/٦۱۰ ،۰/۰۰۱ ،۱/٦۱۰)	(۳۰،٥۰،٤۰)
٥۱۳/۲٥۳۱	۳۰/۸۸	۷/۹٤	۰/۰٤	۱۰/۰۰	٦/۳٦	٦/۷۲	۲/٦۸	(۰/۰۰۱ ،۲/۳۰۰ ،۱/٦۱۰ ،۰/۰۰۱)	
٥۳۸/۷٤۹٦	۳۳/۸۲	۱۷/۹۲	۱/۰۰	۱٥۲/۷۸	۱۷/۰۰	۲۰/٦۲	٤/۰۰	(۱/٦۱۰ ،۲/۹۹٦ ،۲/۳۰۰ ،۱/٦۱۰)	
۸۰۲/٤۹۳۱	٤۰/٤٤	۲۰/۰٤	۰/۳۸	۱۲۱/٥۲	۷/۷۲	۱۸/۳۲	۳/۱۲	(۰/۰۰۱ ،۱/٦۱۰ ،۱/٦۱۰ ،۰/۰۰۱)	(۳٦،٦۰،٤۸)
۷٦٦/۰۹۰٤	۳۹/۲۲	۲۱/۲٦	۰/۱۲	۱۰٦/۰٦	۱٤/۰٤	۱۸/۹۰	٤/٥۸	(۰/۰۰۱ ،۲/۳۰۰ ،۱/٦۱۰ ،۰/۰۰۱)	
۸٤۰/٦٤۱۱	٤۱/۸۸	۳۰/٥۲	۲/۰۸	۳۹۳/۷٦	۲٤/۹۲	۳۰/٦۰	۳/۹٦	(۱/٦۱۰ ،۲/۳۰۰ ،۲/۹۹٦ ،۱/٦۱۰)	
۱۱۳۹/٦۹۰٤	٤۸/۹۸	۳٤/۰٤	۲/۲٤	٤٥۷/۲٦	۱٤/٥٦	۳٤/۲٦	٤/٥٤	(۰/۰۰۱ ،۱/٦۱۰ ،۱/٦۱۰ ،۰/۰۰۱)	(٤۲،۷۰،٥٦)
۱۱۰٦/۲٥۱٥	٤۸/۳۲	۳۲/٤٦	۲/۰٤	٤۳۷/٥٦	۲۳/۳۸	۳۲/٥٤	۳/٦۰	(۰/۰۰۱ ،۲/۳۰۰ ،۱/٦۱۰ ،۰/۰۰۱)	
۱۰٦۳/۱٥٥۲	٥۰/٤٤	٤۱/۸۸	٦/۹۲	٦۷٥/۱۲	۳۳/٦۲	٤۲/۰۲	٦/۸٤	(۱/٦۱۰ ،۲/۳۰۰ ،۲/۹۹٦ ،۱/٦۱۰)	
۱۸۱۲/۰٦٥۱	۷۲/۲۲	٦٤/۸۲	۱٦/۷۸	۱۰۹٦/۹۱	۳۹/۸٤	٦٤/۸۸	۱۸/۰۸	(۰/۰۰۱ ،۱/٦۱۰ ،۰/۰۰۱ ،۱/٦۱۰)	(٦۰،۱۰۰،۸۰)
۱۸۱۲/۰٦٥۱	۷۲/۲۲	٦٤/۸۲	۱٦/۷۸	۱۱۱۷/٥٥	٤۷/۲۸	٦٤/۸۸	۱۸/۰۸	(۰/۰۰۱ ،۲/۳۰۰ ،۱/٦۱۰ ،۰/۰۰۱)	
۱٥۸۰/۱۸۷٥	۷٤/۳۲	۷۲/۹۰	۲٤/۹٤	۱۱۷٦/۹٤	٥۷/٦۸	۷۲/۷۸	۲٥/۳۰	(۱/٦۱۰ ،۲/۹۹٦ ،۲/۳۰۰ ،۱/٦۱۰)	

Archive of SID
www.SID.ir

همان‌گونه که در جدول بالا مشخص است، مقدار این شاخص تحت استراتژی قیمت‌گذاری پویا به مقدار قابل توجهی کمتر از استراتژی قیمت‌گذاری ثابت می‌باشد.

۵-۲- خطوط پروازی تهران به مشهد

مسیرهای متعلق به شرکت هواپیمایی جمهوری اسلامی ایران از تهران به مشهد را در روزهای جمعه در نظر بگیرید. در حال حاضر سه خط پروازی در این مسیر در روزهای جمعه وجود دارد که مطابق شکل ۲ می‌باشد.



شکل ۲. شبکه هوایی پروازهای تهران به مشهد

مسیر پروازی ۱، مربوط به ساعت پرواز ۰۶:۰۵ بوده که ظرفیت پروازی آن ۱۶۰ نفر است. مسیرهای پروازی دوم و سوم در ساعات ۱۵:۴۰ و ۲۰:۳۵ بوده و ظرفیت آنها ۲۷۰ نفر می‌باشد. قیمت فعلی تمامی این خطوط در تمامی دوره ارایه بلیط مبلغ ۷۷۶۰۰۰ ریال است.

حال به‌منظور طراحی سیستم قیمت‌گذاری پویا، قیمت‌های مجاز باید برای هر سه خط پروازی در نظر گرفته شود که در این مطالعه موردی قیمت فعلی بلیط‌ها در مجموعه قیمت‌های مجاز آنها لحاظ شده است. با نظرسنجی از متخصصان این حوزه، قیمت‌های مجاز مربوط به خطوط فوق به این صورت در نظر گرفته می‌شود که برای خط پروازی اول مجموعه قیمت‌های $\rho_1 = \{720000,776000,791000\}$ ریال، خط پروازی دوم مجموعه $\rho_2 = \{730000,776000,810000\}$ ریال و برای خط پروازی سوم مجموعه قیمت‌های $\rho_3 = \{741000,776000,822000\}$ ریال، درنظر گرفته شده است. باید در طراحی قیمت‌های مجاز برای خطوط مختلف، بازار هدف مربوط به هر بخش[18] خاص مشتری مد نظر قرار گیرد.

توجه داشته باشید که بلیط‌های مربوط به صبح روز تعطیل کمتر مورد توجه بخش تجاری و بیشتر برای بخش تفریحی جذاب بوده ولی بلیط‌های مربوط به بعدازظهر روز تعطیل بیشتر مورد توجه بخش تجاری قرار می‌گیرد.

باید توجه داشت مشتریان بخش تفریحی در مقایسه با مشتریان بخش تجاری دارای حساسیت بیشتری نسبت به قیمت محصولات می‌باشند.

با در نظر گرفتن میزان اهمیت دادن مشتریان به فاکتورهای قیمت بلیط و زمان‌بندی پرواز، دو بخش مختلف مشتری برای این بازار در نظر گرفته شده است.

به‌منظور محاسبه میزان مطلوبیت مشاهده شده هر یک از محصولات برای هر بخش از مشتریان، دو نوع داده آشکار شده[19] و داده بیان شده[20] وجود دارد ولی در این پژوهش با توجه به این‌که قیمت‌های مجاز در نظر گرفته شده، به جز یک قیمت، در واقعیت تاکنون به‌کار برده نشده است، از داده بیان شده برای محاسبه میزان مطلوبیت محصولات فوق استفاده شده است که نتایج آنها در جدول شماره (٦) آورده شده است. در جدول (٦)، مجموعه مورد نظر مشتری، شامل محصولاتی است که مشتریان هر بخش پس از ورود، در خصوص خرید و یا خرید نکردن آنها تصمیم‌گیری می‌نمایند. مشخص کردن افق زمانی تصمیم، یک مؤلفه اساسی است. در صورتی‌که افق زمانی به بازه‌های بسیار کوچک تقسیم شود، تعداد زیادی از پریودهای زمانی موجود در این افق وجود خواهد داشت که طی آنها، هیچ مشتری وارد سازمان نخواهد شد. والکانو و همکاران (Vulcano et al., 2010) بر اساس تجارب موجود در صنعت هواپیمایی پیشنهاد می‌نمایند که طول دوره به ۱۴۰ پریود زمانی کوچک که در آن به‌صورت تقریبی هر ده دقیقه یک پریود زمانی می‌باشد، تقسیم گردد. با این فرض، در صورتی‌که طول دوره ارایه محصول را یک ماه فرض کنید، تعداد دوره‌های زمانی تقریباً برابر با T=4200 دوره زمانی خواهد بود. در این مسئله به‌منظور بررسی تأثیر استراتژی‌های مختلف قیمت‌گذاری بر درآمد سازمان، شبیه‌سازی رفتار مشتری در سه حالت مختلف انجام می‌گیرد. حالت اول مربوط به به‌کارگیری ابزار قیمت‌گذاری پویا مطابق با رویکرد تشریح شده می‌باشد. حالت‌های دوم و سوم مربوط به استراتژی قیمت‌گذاری ثابت در کل طول دوره زمانی است که در

Archive of SID
www.SID.ir

حالت اول قیمت فعلی و در حالت دوم قیمت پایین‌تر که دارای مطلوبیت بالاتر، به‌ویژه برای مشتریان تفریحی است، در نظر گرفته شده است. این مسئله نیز در چهار حالت مختلف ظرفیت اولیه و سه مطلوبیت مختلف برای ترک مشتری و عدم خرید بلیط، شبیه‌سازی شده است. نتایج شبیه‌سازی در جدول شماره (۷) نشان داده شده است. حالت اول قیمت‌گذاری ثابت، مربوط به استفاده از قیمت فعلی محصولات و حالت دوم نشان‌دهنده نتایج به‌کارگیری قیمت پایین‌تر در کل افق برنامه‌ریزی می‌باشد. همان‌طور که مشخص می‌باشد در حالت‌هایی که محدودیت ظرفیت نسبت به تقاضا وجود داشته و در آن کل ظرفیت موجود به‌علت پایین بودن قدرت رقابتی رقبا توسط مشتری خریداری شده است، همان‌گونه که انتظار می‌رود درآمد حاصل از قیمت بالاتر برای سازمان بیشتر می‌باشد، در حالی‌که در صورت افزایش میزان ظرفیت اولیه، در صورت استفاده از استراتژی قیمت‌گذاری ثابت، به‌کارگیری قیمت‌هایی که دارای مطلوبیت بالاتری برای مشتری هستند، از جمله قیمت‌های پایین‌تر برای مشتریان تفریحی، منجر به افزایش درآمد سازمان خواهد شد. به‌کارگیری استراتژی قیمت‌گذاری پویا باعث می‌شود با وجود این‌که حتی در برخی از زمان‌ها، قیمت بلیط‌های ارایه شده پایین‌تر از قیمت استراتژی قیمت ثابت می‌باشد ولی با توجه به این‌که در این رویکرد تلاش می‌شود قیمت ارایه شده همواره متناسب با تمایل به پرداخت مشتری و با لحاظ کردن میزان ظرفیت و زمان باقی‌مانده باشد، همواره شاهد افزایش درآمد سازمان نسبت به سایر رویکردها است. فاصله اطمینان ۹۵ درصد مربوط به مقایسه درآمد در دو حالت قیمت‌گذاری پویا و ثابت حالت اول و دوم در جداول شماره (۸) و (۹) آورده شده است.

جدول ٦. تعریف بخش‌بندی مشتریان

لاندا	بردار اولویت‌ها	مجموعه مورد نظر مشتری	بخش
۰/۳۵	(۰/۸۵، ۱/۱۱، ۱/۳۰، ۱/٦۵، ۲/۷۲، ٦/٦۸، ۳/۳۲، ۹/۰۲، ۲۰/۰۸)	{۱،۲،۳،٤،۵،٦،۷،۸،۹}	مشتریان تفریحی
۰/۱۵	(۹/۰۲، ۹/٤۹، ۲۰/۰۸، ۳/٦۷، ٤/٤۸، ٤/۹۵)	{٤،۵،٦،۷،۸،۹}	مشتریان تجاری

جدول ۷. میزان درآمد و ظرفیت استفاده شده تحت استراتژی‌های مختلف قیمت‌گذاری

قیمت‌گذاری ثابت-حالت دوم		قیمت‌گذاری ثابت-حالت اول		قیمت‌گذاری پویا			
ظرفیت استفاده شده	متوسط درآمد	ظرفیت استفاده شده	متوسط درآمد	ظرفیت استفاده شده	متوسط درآمد	مطلوبیت عدم خرید	ظرفیت اولیه
۱۰۰/۰۰	٤۰۹۸۹٦۰۰۰۰۰	۱۰۰/۰۰	٤۳٤۵٦۰۰۰۰	۱۰۰/۰۰	٤۵۰۸۷۹۲۰۰	(۱/۰ ،۰/۳)	(۱۲۸،۲۱٦،۲۱٦)
۱۰۰/۰۰	٤۰۹۸۹٦۰۰۰۰۰	۱۰۰/۰۰	٤۳٤۵٦۰۰۰۰	۱۰۰/۰۰	٤۵۱۵۳۳۲۰۰	(۱/۲ ،۰/۵)	
۱۰۰/۰۰	٤۰۹۸۹٦۰۰۰۰۰	۱۰۰/۰۰	٤۳٤۵٦۰۰۰۰	۱۰۰/۰۰	٤٤۳۵۰۷۰۰۰	(۱/۵ ،۰/۸)	
۱۰۰/۰۰	۵۱۲۳۷۰۰۰۰۰۰	۱۰۰/۰۰	۵٤۳۲۰۰۰۰۰	۱۰۰/۰۰	۵٦٤۷۰۷٦۰۰	(۱/۰ ،۰/۳)	(۱٦۰،۲۷۰،۲۷۰)
۱۰۰/۰۰	۵۱۲۳۷۰۰۰۰۰۰	۱۰۰/۰۰	۵٤۳۲۰۰۰۰۰	۱۰۰/۰۰	۵٦٤٦٤۵۸۰۰	(۱/۲ ،۰/۵)	
۱۰۰/۰۰	۵۱۲۳۷۰۰۰۰۰۰	۱۰۰/۰۰	۵٤۳۲۰۰۰۰۰	۱۰۰/۰۰	۵٦۳٤۱۱٤۰۰	(۱/۵ ،۰/۸)	
۹۷/۵٤	۹۹۹۲٤۹٦۰۰۰۰	۹۱/٦٦	۹۹۵۷٦۳۲۰۰	۹۱/۳۹	۱۰۳۱۸۵۷٦۰۰	(۱/۰ ،۰/۳)	(۳۲۰،۵٤۰،۵٤۰)
۹۸/۳۳	۱۰۰۷٤۰۰٦۰۰۰۰	۹۰/۳۰	۹۸۱۰۱۹۲۰۰	۸۹/۵۳	۱۰۰۸٤۲٤۸۰۰	(۱/۲ ،۰/۵)	
۹۸/٦۰	۱۰۱۰۲۱٦٤۰۰۰۰	۸۸/۲۱	۹۵۸۳٦۰۰۰۰	۹۳/۹٦	۱۰۰۷۷۲۲٦۰۰	(۱/۵ ،۰/۸)	
۸٤/۵۲	۱۲۹٦۳۰۲٦۰۰۰۰	۷۳/۵۰	۱۱۹۷٦۷۸٤۰۰	۸۱/۱٦	۱۲۹۸۳۰۲۲۰۰	(۱/۰ ،۰/۳)	(٤۸۰،۸۱۰،۸۱۰)
۸۲/۳۵	۱۲٦۲۸۳٦٤۰۰۰۰	۷۰/۷۰	۱۱۵۲۲۰٤۸۰۰	۸۰/۷۰	۱۲۸۳۷۷۲۲۰۰	(۱/۲ ،۰/۵)	
۷۹/۲۸	۱۲۱۵۷۲٦۸۰۰۰۰	٦٦/٤۳	۱۰۸۲۵۲۰۰۰۰	۷٦/۱۸	۱۲۲۳۸۰۷۸۰۰	(۱/۵ ،۰/۸)	

Archive of SID
www.SID.ir

جدول ۸. فاصله اطمینان ۹۵ درصد میزان بهبود درآمد در استراتژی قیمت‌گذاری پویا در مقایسه با استراتژی قیمت‌گذاری ثابت حالت اول

فاصله اطمینان	مطلوبیت عدم خرید	ظرفیت اولیه
(۳/۹۷، ۳/۵٤)	(۰/۳، ۱/۰)	(۱۲۸،۲۱٦،۲۱٦)
(٤/۲۳، ۳/۵۸)	(۰/۵، ۱/۲)	
(۲/٦۵، ۱/٤۷)	(۰/۸، ۱/۵)	
(٤/۱٤، ۳/۷۸)	(۰/۳، ۱/۰)	(۱٦۰،۲۷۰،۲۷۰)
(٤/۲۸، ۳/٦۲)	(۰/۵، ۱/۲)	
(٤/۳۹، ۳/۰۵)	(۰/۸، ۱/۵)	
(٤/۹۷، ۲/۲٦)	(۰/۳، ۱/۰)	(۳۲۰،۵٤۰،۵٤۰)
(۳/۹۹، ۱/۵۷)	(۰/۵، ۱/۲)	
(٦/٤۳، ۳/۸٦)	(۰/۸، ۱/۵)	
(۱۰/۷٦، ٦/۰۷)	(۰/۳، ۱/۰)	(٤۸۰،۸۱۰،۸۱۰)
(۱۳/۳۰، ۹/۵۹)	(۰/۵، ۱/۲)	
(۱۵/۳۷، ۱۰/۷٤)	(۰/۸، ۱/۵)	

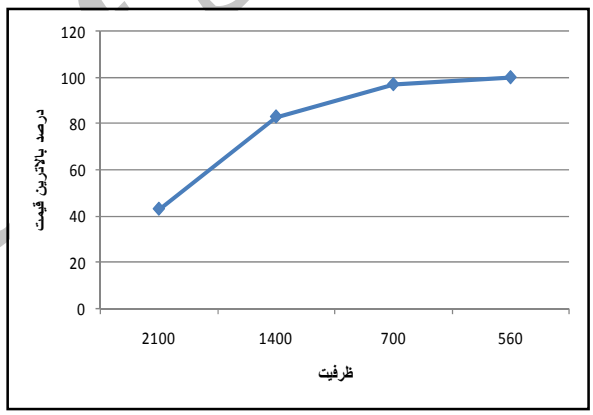
جدول ۹. فاصله اطمینان ۹۵ درصد میزان بهبود درآمد در استراتژی قیمت‌گذاری پویا در مقایسه با استراتژی قیمت‌گذاری ثابت حالت دوم

فاصله اطمینان	مطلوبیت عدم خرید	ظرفیت اولیه
(۱۰/۲۳، ۹/۷۷)	(۰/۳، ۱/۰)	(۱۲۸،۲۱٦،۲۱٦)
(۱۰/۵۱، ۹/۸۱)	(۰/۵، ۱/۲)	
(۸/۸۲، ۷/۵۸)	(۰/۸، ۱/۵)	
(۱۰/٤۱، ۱۰/۰۲)	(۰/۳، ۱/۰)	(۱٦۰،۲۷۰،۲۷۰)
(۱۰/۵۵، ۹/۸۵)	(۰/۵، ۱/۲)	
(۱۰/٦۷، ۹/۲٦)	(۰/۸، ۱/۵)	
(٦/۳۱، ۰/۲۳)	(۰/۳، ۱/۰)	(۳۲۰،۵٤۰،۵٤۰)
(٤/٦۹، -٤/٤۱)	(۰/۵، ۱/۲)	
(۳/۹۲، -٤/۳٦)	(۰/۸، ۱/۵)	
(۳/۵۲، -۳/۱٦)	(۰/۳، ۱/۰)	(٤۸۰،۸۱۰،۸۱۰)
(۵/۵۲، -۲/۱۳)	(۰/۵، ۱/۲)	
(۳/۰۸، -۱/۷۵)	(۰/۸، ۱/۵)	

Archive of SID

www.SID.ir

جدول شماره (۸) نشان می‌دهد که به‌کارگیری استراتژی قیمت‌گذاری پویا، در صورت اعمال قیمت‌های بالاتر در استراتژی قیمت‌گذاری ثابت که دارای مطلوبیت پایین‌تری برای مشتری می‌باشد، همزمان با افزایش میزان ظرفیت اولیه عملکرد بسیار بهتری خواهد داشت. بنابراین، درصورتی‌که مجبور به به‌کارگیری استراتژی قیمت‌گذاری ثابت است، باید تلاش کرد با لحاظ کردن فاکتورهای میزان ظرفیت، تقاضا و مطلوبیت محصولات و قدرت رقبا، از بهترین قیمت ممکن در کل طول دوره استفاده شود. یکی دیگر از نتایج جالب این شبیه‌سازی، بررسی روند درصد زمان‌هایی می‌باشد که طی آنها بالاترین قیمت محصول در خطوط مختلف ارایه می‌گردد، در قیاس با میزان ظرفیت اولیه خطوط می‌باشد. این واقعیت در زمانی‌که میزان مطلوبیت ترک سازمان توسط مشتری بدون خرید محصول کاهش می‌یابد که نشان‌دهنده وجود انحصار و قدرت پایین گزینه‌های رقیب می‌باشد اهمیت بیشتری پیدا می‌کند. روند مذکور در شکل شماره (۳) آورده شده است.



شکل ۳. درصد پریودهای ارایه محصول با بالاترین قیمت در مقایسه با ظرفیت اولیه

محور افقی نمودار بالا نشان‌دهنده مجموع ظرفیت اولیه خطوط و محور عمودی بیانگر درصدی از پریودهای زمانی می‌باشد که طی آن محصول با بالاترین قیمت به مشتری ارایه شده است. همان‌طور که در این نمودار مشخص است، همزمان با افزایش ظرفیت اولیه درصد پریودهایی که محصول با بالاترین قیمت به مشتری ارایه می‌گردد افزایش یافته و در نهایت در کمترین ظرفیت به ۱۰۰ درصد می‌رسد. این به آن معنی است که همزمان با کاهش ظرفیت اولیه و قدرت پایین رقبا، رویکرد قیمت‌گذاری پویا به سمت قیمت‌گذاری ثابت با حداکثر قیمت مجاز میل می‌نماید.

٦- نتیجه‌گیری

در این مقاله تلاش شده است با به‌کارگیری تکنیک‌های مدیریت درآمد بر مبنای انتخاب مشتری، سیستم قیمت‌گذاری پویا برای شرایطی که محصولات موجود قابل جایگزینی می‌باشند، هر محصول دوره عمر مشخصی دارد که پس از آن فاقد ارزش است و وضعیت شرایط رقابتی که در بازار لحاظ شده است، برای پروازهای موازی مدل‌سازی و حل گردد. ابتدا فرضیات مسئله تشریح و وجوه تشابه سازمان‌های هواپیمایی با هزینه پایین با شرایط سازمان‌های هواپیمایی داخلی عنوان شد. سپس در خصوص ابزارهای لازم برای ایجاد مدل مورد نظر این مقاله که شامل مدل‌های انتخاب گسسته مشتریان، از جمله مدل لوجیت چندجمله‌ای و مدل‌های سنتی قیمت‌گذاری پویا بود، توضیحات لازم ارایه شد. در مرحله بعدی، مدل پیشنهادی این مقاله و روش حل آن، بر اساس مدل انتخاب لوجیت چندجمله‌ای مورد بررسی قرار گرفت. این مدل شامل دو مرحله مختلف است که مرحله اول در ارتباط با تخمین ارزش حاشیه‌ای منابع موجود با در نظر گرفتن وضعیت پیش‌بینی تقاضا و مرحله دوم شامل تخمین مدل مارکوف مرتبط با این مسئله با استفاده از ارزش حاشیه‌ای ایجاد شده و در نتیجه ارایه قیمت‌های بهینه محصولات می‌باشد.

مدل نام برده روی یک نمونه از پروازهای موازی که شامل سه پرواز مختلف از مبدأ و مقصد مشترک می‌باشند، پیاده‌سازی شده و شبیه‌سازی مونت کارلو به‌منظور بررسی رفتار انتخابی مشتریان انجام گرفت. طی این شبیه‌سازی دو استراتژی مختلف قیمت‌گذاری بررسی شده و مقادیر درآمد حاصل از هر یک و میزان منبع مصرف شده طی هر استراتژی ارایه گردید. نتایج این شبیه‌سازی میزان بهبود ایجاد شده در هر دو شاخص یاد شده و روند این بهبود در ارتباط با رفتارهای انتخابی مشتری و شرایط مختلف رقابتی بازار را نشان می‌دهد. شاخص بعدی میزان همگونی مصرف منابع می‌باشد که نتایج و روند آن در نتایج شبیه‌سازی نشان داده شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان‌دهنده عملکرد بهتر شاخص قیمت‌گذاری پویا در خصوص مصرف متوازن منابع می‌باشد.

در مطالعه موردی انجام گرفته، پروازهای موازی متعلق به شرکت هواپیمایی جمهوری اسلامی ایران، از تهران به مشهد مورد بررسی قرار گرفت. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد در صورت وجود الزام به استفاده از استراتژی قیمت‌گذاری ثابت، باید با

Archive of SID
www.SID.ir

در نظر گرفتن عوامل مختلف میزان تقاضا، ظرفیت، رفتار مشتری و قدرت رقابتی، تلاش شود که مناسب‌ترین قیمت ممکن انتخاب گردد و رعایت نکردن این موارد منجر به کاهش چشمگیری در درآمد سازمان می‌گردد. همچنین ملاحظه می‌شود که همزمان با محدود کردن میزان ظرفیت و بالاخص با پایین بودن قدرت رقبا، استراتژی قیمت‌گذاری پویا به سمت قیمت‌گذاری ثابت میل می‌کند و بنابراین، در صورت وجود محدودیت قابل توجه در میزان عرضه در مقایسه با تقاضا، می‌توان استراتژی قیمت‌گذاری ثابت را با قیمت‌گذاری پویا جایگزین کرد.

۷- پی‌نوشت‌ها

1. Low Cost Carriers
2. Leisure Segment
3. Multinomial Logit Model
4. Journal of Economic Literature
5. Segmentation
6. JetBlue
7. Discrete Choice Models
8. Point-to-Point
9. Single Leg
10. Expected Marginal Seat Revenue (EMSR)
11. Nested
12. Replenishment
13. Perishable
14. Markov Decision Process
15. Buy Down
16. Multinomial Logit Model (MNL)
17. Virtual Product
18. Segment
19. Revealed Data
20. Stated Data

۸- مراجع

- Bellman, R. E. (1957) "Dynamic programming, princeton", N.J., Princeton University Press.
- Belobaba, P. P. (1989) "Application of a probabilistic decision model to airline seat inventory control". Operations Research, 37, pp. 183-197.
- Ben-Akiva, M. E. and Lerman, S. R. (1985) "Discrete choice analysis: theory and application to travel demand", The MIT Press.
- Bitran, G. and Caldentay, R. (2003) "An overview of policy models for revenue management". manufacturing and Service Operations Management, 5, pp. 203-229.
- Dong, L., Kouvelis, P. and Tian, Z. (2009) "Dynamic pricing and inventory control of substitutable products". Manufacturing and Service Operations Management, 11, pp. 317-339.
- Elmaghraby, W. and Keskinocak, P. (2003) "Dynamic pricing in the presence of inventory considerations: Research overview, currrent practices and future directions". Management and Science, 49, pp. 1287-1309.
- Gallego, G. and Van Ryzin, G. (1997) "A multiproduct dynamic pricing problem and its application to network yield management". Operations Research, 45, pp. 24-41.
- Garrow, L. A. (2010) "Discrete choice modelling and air travel demand", Georgia Institute of Technology, USA, Ashgate publishing company.
- Lee, T. C. and Hersh, M. (1993) "A model for dynamic airline seat inventory control with multiple seat bookings". Transportation Science, 27, pp. 252-265.
- Lin, K. Y. and Li, F. (2004) "Optimal dynamic pricing for a line of substitutable products". Working papaer, Graduate Department of Industrial and Systems Engineering, Virginia Tech.
- Littlewood, K. Year. (1972) "Forecasting and control of passenger bookings". In: AGIFORS Symposium 1972. pp. 95-117.
- Liu, Q. and Van Ryzin, G. (2008) "On the choice-based linear programming model for network revenue management". Journal of Manufacturing and Service Operations Management, pp. 288-311.
- Maglaras, C. and Meissner, J. (2006) "Dynamic pricing strategies for multiproduct revenue management problems". Manufacturing and Service Operations Management, 8, pp. 136-148.
- Mcfadden, D. (2000) "Disaggregate behavioral travel demand's RUM side: A 30-year retrospective". Technical Report, Department of Economics, University of California. Berkley.
- Meissner, J. and Strauss, K. (2010) "Pricing stucture optimization in mixed restricted/unrestricted fare environment". Journal

Archive of SID
www.SID.ir

- Van Ryzin, G. and Mcgill, J. (2000) "Revenue management without forecasting or optimization: An adaptive algorithm for deterministic airline seat protection levels". management Science, 46, pp. 6.
- Van Ryzin, G. and Vulcano, G. (2008) "Computing virtual nesting controls for network revenue management under customer choice behavior". Manufacturing and Service Operations Management, 10, pp. 448-467.
- Vulcano, G., Van Ryzin, G. and Chaar, W. (2010) "Choice-based revenue management: An emprical study of estimation and optimization". Manufacturing and Service Operations Management, 12, pp. 371-392.
- Zahng, D. and Cooper, W. L. (2009) "Pricing substitutable flights in airline revenue management". European Journal of Operational Research, 197, pp. 848-861.

of Revenue and Pricing management, 9, pp. 392-418.

- Robinson, L. W. (1995) "Optimal and approximate control policies for airline booking with sequential nonmonotonic fare classes". Operations Research, 43, pp. 252-263.
- Suh, M. and Aydin, G. (2011) "Dynamic pricing of substitutable products with limited inventories under logit model". IIE Transactions, 43, pp. 323.
- Talluri, K. and Vav Ryzin, G. (2004) "Revenue management under a general discrete choice model of consumer behavior". Management Science, pp. 15-33.
- Talluri, K. T. and Van Ryzin, G. (2004b) "The theory and practice of revenue management", New York, Kluwer Academic Publishers.
- Train, K. E. (2009) "Discrete choice methods with simulation", New York, Cambridge University Press.

Archive of SID

www.SID.ir