ارایه روش ابتکاری طراحی شبکه اتوبوسرانی با استفاده از نظریه گراف

رضا بهزاد*، دانشجوی کارشناسی‌ارشد، دانشکدهٔ مهندسی عمران، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران
افشین شریعت مهیمنی، دانشیار، دانشکدهٔ مهندسی عمران، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران
محمود احمدی‌نژاد، دانشیار، دانشکدهٔ مهندسی عمران، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

E-mail: rz_behzad@civileng.iust.ac.ir
دریافت: ۱۳۹۱/۰۶/۱۵- پذیرش: ۱۳۹۱/۰۹/۲۰

چکیده

اتوبوسرانی شهری یکی از متداول‌ترین روش‌های حمل و نقلی عمومی است که از جایگاه ویژه‌ای در میان روش‌های حمل و نقلی برخوردار است. هر تلاشی در راستای افزایش کارایی و مطلوبیت آن اثرات مثبت فراوانی در سفرهای درون شهری خواهد داشت. طراحی شبکه اتوبوسرانی به دلیل تأثیر قابل توجه در مطلوبیت و کارایی این شیوه حمل و نقل از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. روش‌های طراحی شبکه مختلف ارایه شده دارای نقاط ضعف و قوت مختلفی هستند دست‌یابی به جواب بهینه در کوتاه‌ترین زمان ممکن برای پارامترهایی که در بسیاری مواقع با یکدیگر در تناقض هستند عامل اصلی پیچیدگی در این مسئله است و محدودیت‌هایی را برای طراحان ایجاد می‌کند. در این راستا این مقاله به ارایه روشی ابتکاری برای طراحی شبکه اتوبوسرانی می‌پردازد. این روش که بر اساس نظریات گراف شکل گرفته است طراحی شبکه اتوبوسرانی را در دو گام تولید مسیر و انتخاب مسیر انجام می‌دهد. که در هر دو گام از نظریات گراف استفاده می‌کند، به‌خصوص در گام انتخاب مسیر با تعریف گراف مفهومی دوبخشی روشی جدید در انتخاب میسرهای بهینه ارایه شده است. برای ارزیابی این روش، سه روش ابتکاری طراحی شبکه اتوبوسرانی درنظر گرفته شده و پارامترهای مختلف مطرح در شبکه اتوبوسرانی از دیدگاه کاربران و گردانندگان سیستم حمل و نقل عمومی برای هریک از شبکه‌های طراحی شده با استفاده از این روش‌ها محاسبه می‌شود. مقایسه مقادیر پارامترها نشان می‌دهد، روش ابتکاری مبتنی بر نظریات گراف در بیشتر پارامترها نتایج بهتری را نسبت به روش های دیگر داشته است.

واژه‌های کلیدی: طراحی شبکه اتوبوسرانی، نظریه گراف، گراف دوبخشی

۱- مقدمه

استفاده از حمل و نقل عمومی یکی از راه‌کارها در کاهش تراکم ترافیک و ارتقای جابه‌جایی در شهرهای بزرگ است. طراحی کارا و عملیاتی شبکه حمل و نقل عمومی علاوه بر تأثیرات اقتصادی اجتماعی بر تراکم ترافیک نیز مؤثر است. فرآیند طراحی حمل و نقل عمومی شامل ۵ مرحله است که عبارتند از: ۱- طراحی شبکه مسیر، ۲- تعیین تواتر، ۳- ایجاد جدول زمان‌بندی، ٤- برنامه زمان‌بندی وسایل نقلیه و ۵- برنامه زمان‌بندی رانندگان (Ceder and Wilson, 1986).

در این فرآیند، طراحی شبکه حمل و نقل عمومی یک مسئله پیچیده است که روش‌های فرموله نمودن و حل ریاضی نتوانسته‌اند عملکرد مؤثری در این مسئله داشته باشند (Baaj and Mahmassani, 1991). پیکربندی مسیرها از جریان سفر مسافران پیروی می‌کند به این ترتیب که مسیرها به نوعی تعیین می‌شوند که بتوانند نقاط و مناطق تولید و جذب سفرهای حمل و نقل عمومی به‌طور مستقیم یا غیرمستقیم بهم متصل نمایند (Levinson, 1992). پوشش تقاضای مورد انتظار، تعداد تغییر

* نویسنده مسئول

Archive of SID
www.SID.ir

خط، شکل مناسب مسیر و منابع در دسترس معمولاً از عواملی هستند که در تعیین ساختار شبکه مسیر حمل و نقل عمومی مؤثرند. مسیرها عموماً با طول، میزان انحراف از کوتاه‌ترین مسیر، استفاده از معابر شهر و درصد هم‌پوشانی مسیرها محدود می‌شوند (Kepaptsoglou and Karlaftis, 2009). روش‌های فرموله کردن و حل مسئله طراحی شبکه را کپاس اُقلو[1] و کارلافتیس[2] به دو دسته اصلی روش‌های سنتی و ابتکاری تقسیم نموده‌اند. دسته اول روش‌هایی هستند که با استفاده از مدل‌های تحلیلی و روابط ریاضی و بر اساس روابط بین اجزای شبکه حمل و نقل عمومی توسعه یافته‌اند. که معمولاً برای شبکه معابر کوچک با ساختاری ساده یا ایده‌آل عملیاتی می‌باشند. در حالی که در روش‌های دسته دوم از روش‌های ابتکاری یا فراابتکاری برای ارایه و حل مسئله طراحی شبکه در کوتاه‌ترین زمان محاسباتی استفاده می‌شود. این روش‌ها با توجه به کاهش زمان محاسباتی برای اعمال در شبکه‌ها واقعی و بزرگ مناسب‌تر می‌باشند.

روش‌های ابتکاری عموماً از دو مرحله تشکیل شده‌اند که عبارتند از: ۱) تولید مسیر و ۲) پیکربندی مسیرها. در این روش‌ها، ابتدا یک مجموعه از مسیرها بر اساس یکسری معیارها تولید می‌شوند، سپس زیرمجموعه‌ای از این مسیرها بر اساس یک الگوریتم بهینه‌سازی انتخاب می‌شوند. لازم به ذکر است که برخی از روش‌های ابتکاری، ابتدا مسیرهای اولیه را تولید می‌کنند و سپس به بهبود این مسیرها می‌پردازند (مانند (Mandl, 1980)) یا از الگوریتم‌های فراابتکاری به‌صورت مستقیم، جواب بهینه را به‌دست می‌آورند (مانند (Zhao and Zeng, 2006)). اگرچه استفاده از روش‌های فراابتکاری در مسئله طراحی شبکه سبب دست‌یابی به جواب‌های بهینه می‌شوند اما به‌دلیل زمان بالای محاسباتی در این روش‌ها استفاده از آنها به شبکه‌های خاص محدود می‌شود و استفاده از این روش‌ها را برای شبکه‌های واقعی و همچنین مسایل چند سطحی مشکل می‌سازد. روش‌های ابتکاری که در آنها از الگوریتم‌های فراابتکاری استفاده نشده است زمان محاسباتی کمی دارند و به همین دلیل می‌توان از آنها برای طراحی شبکه‌های بزرگ و نیز مسایل چند سطحی استفاده کرد. (مانند (Ranjbari, et al., 2011)) این روش‌ها در زمان کم به جواب‌های نسبتاً مناسب برای طراحی شبکه می‌رسند که ممکن است بهینه نباشند. از جمله این روش‌ها می‌توان به مطالعات مندل (Mandl, 1980)، باج و مهمسنی (Baaj and Mahmassani, 1995) و شیه و همکاران (Shih et al., 1998) اشاره کرد، که با وجود گذشت سال‌ها از ارایه آنها به‌دلیل ویژگی‌هایی مانند سرعت بالای اجرا، نتایج مناسب در طراحی شبکه و سادگی روش طراحی همچنان از مطرح‌ترین روش‌های طراحی شبکه به شمار می‌روند.

در این مقاله روشی ابتکاری برای طراحی شبکه حمل و نقل عمومی ارایه می‌شود که با استفاده از نظریات گراف شبکه اتوبوسرانی را طراحی می‌کند. در این روش سعی شده است در زمان محاسباتی کوتاه، بتوان به جواب‌های بهتری دست یافت. استفاده از نظریات گراف در روش‌های مختلف طراحی شبکه اتوبوسرانی معمولاً تنها برای محاسبه کوتاه‌ترین مسیر استفاده می‌شود. در این مقاله علاوه بر استفاده از گراف برای تعیین کوتاه‌ترین مسیر از درخت پوشای کوتاه‌ترین برای تولید مسیر نیز استفاده شده و همچنین برای اولین بار گراف دوبخشی در طراحی شبکه اتوبوسرانی به‌کار گرفته شده است. گراف دو بخشی گرافی است که در آن گره‌های هر بخش تنها به گره‌های بخش دیگر مرتبط می‌شوند و بین گره‌های یک بخش مسیری وجود ندارد. در این مقاله گام انتخاب مسیر با تعریف و استفاده از یک گراف دوبخشی مفهومی انجام می‌شود.

۲- روش طراحی شبکه

در این مقاله روشی ابتکاری برای طراحی شبکه اتوبوسرانی ارایه می‌شود. این روش که با استفاده از نظریات گراف شبکه اتوبوسرانی را طراحی می‌کند از دو گام اصلی تولید مسیر و انتخاب مسیر تشکیل شده است. در گام نخست ابتدا مسیرهای ممکن تولید می‌شود و سپس در گام دوم از مجموعه مسیر تولید شده بهترین مسیرها بر اساس تابع هدف انتخاب می‌گردد. در گام تولید مسیر (گام اول) از چند نظریه گراف در تولید مسیرهای ممکن استفاده می‌شود که خروجی آن تعداد زیادی مسیر حمل و نقل عمومی است. در واقع این گام فضای جستجوی مسیر را برای گام دوم ایجاد می‌کند. در گام دوم بر اساس تابع هدف در نظر گرفته شده از این فضای جستجو مسیرهای مناسب انتخاب می‌شوند. در گام انتخاب مسیر از مفاهیم و ویژگی‌های گراف‌های

Archive of SID

www.SID.ir

دو بخشی استفاده شده است و با تعریف یک گراف دو بخشی مفهومی انتخاب بهینه مسیر صورت می‌گیرد.

توابع هدف و محدودیت‌های این مسئله در زیر نشان داده شده است. در تابع هدف این مسئله کمینه نمودن زمان سفر و بیشینه نمودن تقاضای سفر به صورت همزمان مد نظر است.

$$Minimize \quad \sum_{r=0}^{R}\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=i+1}^{n} t_{ij}^{r} \Big/ D_{ij}^{r} \qquad (۱)$$

$$Constra\,\text{int}: \; D^{0} \geq D^{0}_{\min} \qquad (۲)$$

$$D^{1} \geq D^{1}_{\min} \qquad (۳)$$

$$L^{r} \leq L_{Max} \qquad (٤)$$

$$C_{k}^{r} \leq C_{\max} \qquad (٥)$$

trij: زمان سفر i به j در مسیر r،

D^{r}_{ij}: تقاضای سفر i به j در مسیر r،

D^{0}: مجموع تقاضای پوشش داده شده توسط شبکه اتوبوسرانی بدون تغییر خط،

D^{0}_{min}: حداقل درصد تقاضای مجاز بدون تغییر خط،

D^{1}: مجموع تقاضای پوشش داده شده توسط شبکه اتوبوسرانی با یک تغییر خط،

D^{1}_{min}: حداقل درصد تقاضای مجاز با یک تغییر خط،

L^{r}: طول مسیر r،

L_{max}: حداکثر طول مجاز مسیر،

C^{r}_{k}: تعداد مسافر جابه‌جا شده در لینک kام مسیر r. که از رابطه ٦ محاسبه می‌شود.

$$C_{k}^{r} = \sum_{i=0}^{k}\sum_{j=k}^{n} D_{ij}^{r} \qquad (٦)$$

i,j: شماره گره در یک مسیر،

n: تعداد نقاط مسیر r،

k: شماره لینک در یک مسیر،

C_{max}: حداکثر ظرفیت مسیر.

در این روابط دو محدودیت اول (روابط ۲ و۳) میزان پوشش تقاضا را کنترل می‌کنند تا شبکه طراحی شده حداقل تقاضای مورد نظر برنامه‌ریزان و تصمیم‌گیران را پوشش دهد. این پوشش تقاضا در دو قالب پوشش تقاضای مستقیم (بدون تغییر خط) و پوشش تقاضا با یک تغییر خط در نظر گرفته می‌شود. محدودیت سوم (رابطه ٤) محدودیت طول مسیر اتوبوس و چهارم محدودیت (رابطه ٥) ظرفیت مسیر اتوبوس بوده و از دیدگاه عملیاتی دارای اهمیت هستند. به این ترتیب، ورودی‌های این روش عبارتند از:

- گراف شبکه معابر: اطلاعات شبکه معابر یا گراف معابر شهر از گره‌ها و یال‌هایی تشکیل شده است که هر گره نشان‌دهنده تقاطعات و نقاط تقاضای سفر است و یال‌ها نشان‌دهنده معابر هستند که وزنی برابر مسافت یا زمان سفر آن معبر دارند.
- ماتریس تقاضای سفر: تقاضای سفر به صورت ماتریسی نشان داده می‌شود که درایه سطر i و ستون j نشان‌دهنده تقاضای سفر از نقطه (گره) i ام به نقطه (گره) j ام است.
- حداکثر طول مجاز مسیر L_{max}
- حداکثر ظرفیت مسیر C_{max}
- حداقل درصد تقاضای مجاز بدون تغییر خط
- حداقل درصد تقاضای مجاز بدون تغییر خط و با یک تغییر خط.

۲-۱- گام تولید مسیر

همان‌طور که بیان شد در گام اول، تولید مسیر انجام می‌شود. ورودی‌های این گام ،گراف شبکه معابر، حداکثر طول مجاز و حداکثر ظرفیت مجاز است. در تولید مسیر از دو نظریه گراف درخت پوشای کوتاه‌ترین و کوتاه‌ترین مسیر استفاده شده است. در شکل ۱ روند گام تولید مسیر نشان داده شده است.

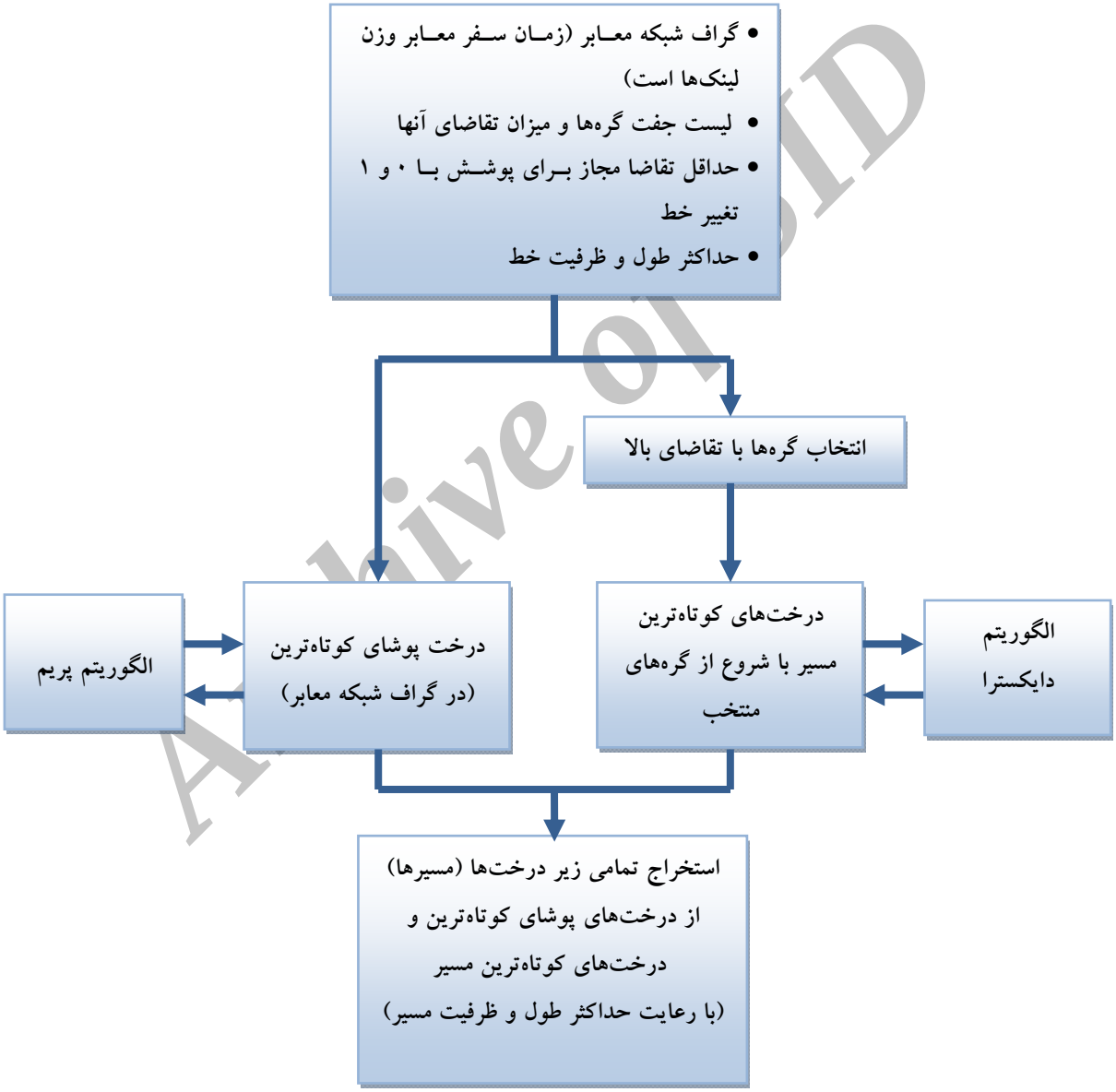
در گام تولید مسیر، ابتدا چند زیر درخت از گراف شبکه معابر ایجاد می‌شود سپس مسیرها از این درخت ها استخراج می‌گردد. اولین زیر درختی که ایجاد می‌شود درخت پوشای کوتاه‌ترین[۳] است. این درخت، زیر درختی از گراف شبکه معابر است که کمترین وزن را دارد. درخت پوشای کوتاه‌ترین، درخت پوشا در گراف شبکه معابر است که مجموع وزن یال‌های آن (وزن یال‌ها همان زمان سفر معابر است) کمترین مقدار ممکن می شود. در نتیجه با استفاده از درخت پوشای کوتاه‌ترین، درختی پوشا از گراف شبکه معابر به‌دست می‌آید که مجموع زمان سفر معابر در آن، کمترین مقدار ممکن است به این ترتیب معابری که از این درخت ایجاد می‌شوند از کوتاه‌ترین یال‌ها (کوتاه‌ترین زمان سفر) تشکیل شده‌اند. از جمله پرکاربردترین روش‌ها در ایجاد درخت پوشای کوتاه‌ترین، الگوریتم پریم[٤] و الگوریتم کروسکال[٥] است

Archive of SID

www.SID.ir

که در این پژوهش از روش پریم استفاده شده است. لازم به ذکر است از آنجا که درخت پوشای کوتاه‌ترین در یک گراف یکتا نیست، ممکن است برای یک گراف چندین درخت پوشای کوتاه‌ترین وجود داشته باشد که از همه آنها برای تولید مسیر استفاده می‌شود. زیر درختان دیگری که استفاده می‌شود، درختان کوتاه‌ترین مسیر[6] از نقاط خاص است. درخت کوتاه‌ترین مسیر، درختی پوشا است که در آن مسیر بین یک نقطه مشخص و تمامی نقاط دیگر، کوتاه‌ترین مسیر ممکن در گراف شبکه معابر باشد. به تعداد گره‌های یک گراف می‌توان درخت کوتاه‌ترین مسیر ایجاد کرد که در هرکدام مسیر از یک گره منتخب به دیگر گره‌های گراف، کوتاه‌ترین مسیر ممکن است. الگوریتم دایکسترا[7] الگوریتمی است که کوتاه‌ترین مسیر را از یک نقطه به دیگر نقاط به‌دست می‌آورد.

در گام تولید مسیر در روش ارایه شده تمامی درختان کوتاه‌ترین مسیر ایجاد نمی‌شوند. بلکه نقاطی انتخاب می‌شوند و درختان کوتاه‌ترین از این نقاط ایجاد می‌گردد. دو دسته نقاط منتخب تعیین می‌شوند، دسته اول نقاط با تقاضای بالا هستند و دسته دوم نقاطی هستند که تصمیم‌گیران آنها را تعیین می‌کنند.



شکل ۱. روند گام تولید مسیر

www.SID.ir

نقاط با تقاضای بالا به این ترتیب تعیین می‌شوند که نسبت مجموع تقاضای این نقطه به دیگر نقاط، به تقاضای کل از مقدار معینی بیشتر باشد. این نقاط با تقاضای بالا به نوعی بیانگر نقاط ترمینالی هستند که با توجه به تقاضای بالا در این گره‌ها می‌توان گفت که بسیاری از این سفرها بین این نقاط و دیگر نقاط شبکه صورت می‌گیرد و درختان کوتاه‌ترین مسیر به مبدأ این نقاط نیز در راستای پوشش تقاضای این سفرها در کوتاه‌ترین مسیر و بدون تغییر خط، مناسب هستند. علاوه بر این ممکن است نقاطی در شبکه به دلایل مختلف مانند عدالت اجتماعی و یا توزیع مناسب خدمات در سطح شهر و مانند آن از دیدگاه تصمیم‌گیران دارای اهمیت باشند. در این صورت این نقاط نیز به مجموعه نقاط با تقاضای بالا اضافه می‌شوند و از این نقاط به دیگر نقاط، درخت‌های کوتاه‌ترین مسیر ایجاد می‌شوند. به این ترتیب در گام تولید مسیر ابتدا زیر درخت‌هایی از مجموع گراف‌های درختان پوشای کوتاه‌ترین و درختان کوتاه‌ترین مسیر ایجاد می‌شوند. در ادامه از این زیر درختان، مسیرهای ممکن استخراج می‌گردند.

محدودیت‌های مختلفی بر مسئله طراحی شبکه اتوبوسرانی حاکم است که برخی از این محدودیت‌ها بر مسیرها و برخی دیگر بر کل شبکه اعمال می‌گردند. محدودیت‌هایی که برای مسیرها مد نظر است در گام تولید مسیر و محدودیت‌های شبکه در گام انتخاب مسیر کنترل می‌شوند. از محدودیت‌های این مسئله که در این مقاله برای مسیرها در نظر گرفته شده است دو محدودیت طول مسیر و ظرفیت مسیر است. علاوه بر این‌که از نظر عملیاتی طول مسیرها نمی‌تواند از حد مشخصی تجاوز نماید، میزان تقاضای پوشش داده شده توسط مسیر نیز نمی‌تواند از مقداری که با توجه به ظرفیت هر اتوبوس و حداقل سرفاصله عملیاتی تعیین می‌گردد، بیشتر شود. به این ترتیب دو محدویت طول مسیر و ظرفیت مسیر در گام تولید مسیر اعمال می‌شوند تا در تمامی مسیرهای تولید شده این دو محدودیت در نظر گرفته شده باشند. این امر علاوه بر اعمال این دو محدودیت در مسئله از تولید مسیرهای اضافی نیز جلوگیری می‌کند. حال تمامی مسیرهای ممکن که دارای دو شرط محدودیت طول و ظرفیت هستند از درختان تولید شده استخراج می‌شوند. با تولید مسیرها گام اول پایان می‌یابد و فضای جستجو برای گام دو (گام انتخاب مسیر) مهیا می‌گردد.

۲-۲- گام انتخاب مسیر

همان‌طور که در قسمت قبل بیان شد، در گام نخست با استفاده از نظریات گراف (درخت‌های کوتاه‌ترین و کوتاه‌ترین مسیر) مسیرهای قابل قبول تولید می‌شود و در گام دوم (انتخاب مسیر) از میان مسیرهای تولید شده مسیرهایی که مقدار تابع هدف در آنها کمینه است انتخاب می‌شوند.

در روش ارایه شده برای انتخاب مسیرهای بهینه از مفهوم گراف‌های دو بخشی استفاده می‌شود. گراف‌های دو بخشی از دو دسته گره تشکیل شده‌اند به این ترتیب که بین گره‌های هر دسته ارتباطی وجود ندارد و یال‌های گراف تنها گره‌های دسته (بخش) اول را به دسته (بخش) دوم مرتبط می‌سازند. در این گام طراحی شبکه پس از تعریف یک گراف مفهومی دوبخشی با استفاده از ویژگی‌های گراف‌های دو بخشی تابع هدف محاسبه می‌شود و در یک روند تکرار شونده مسیرهای بهینه انتخاب می‌شوند. شکل ۲ روند انجام گام انتخاب مسیر را نشان می‌دهد. این گام بعد از گام تولید مسیر انجام می‌شود و ورودی‌های آن علاوه بر ورودی‌های مسئله مسیرهای تولید شده در گام تولید مسیر است.

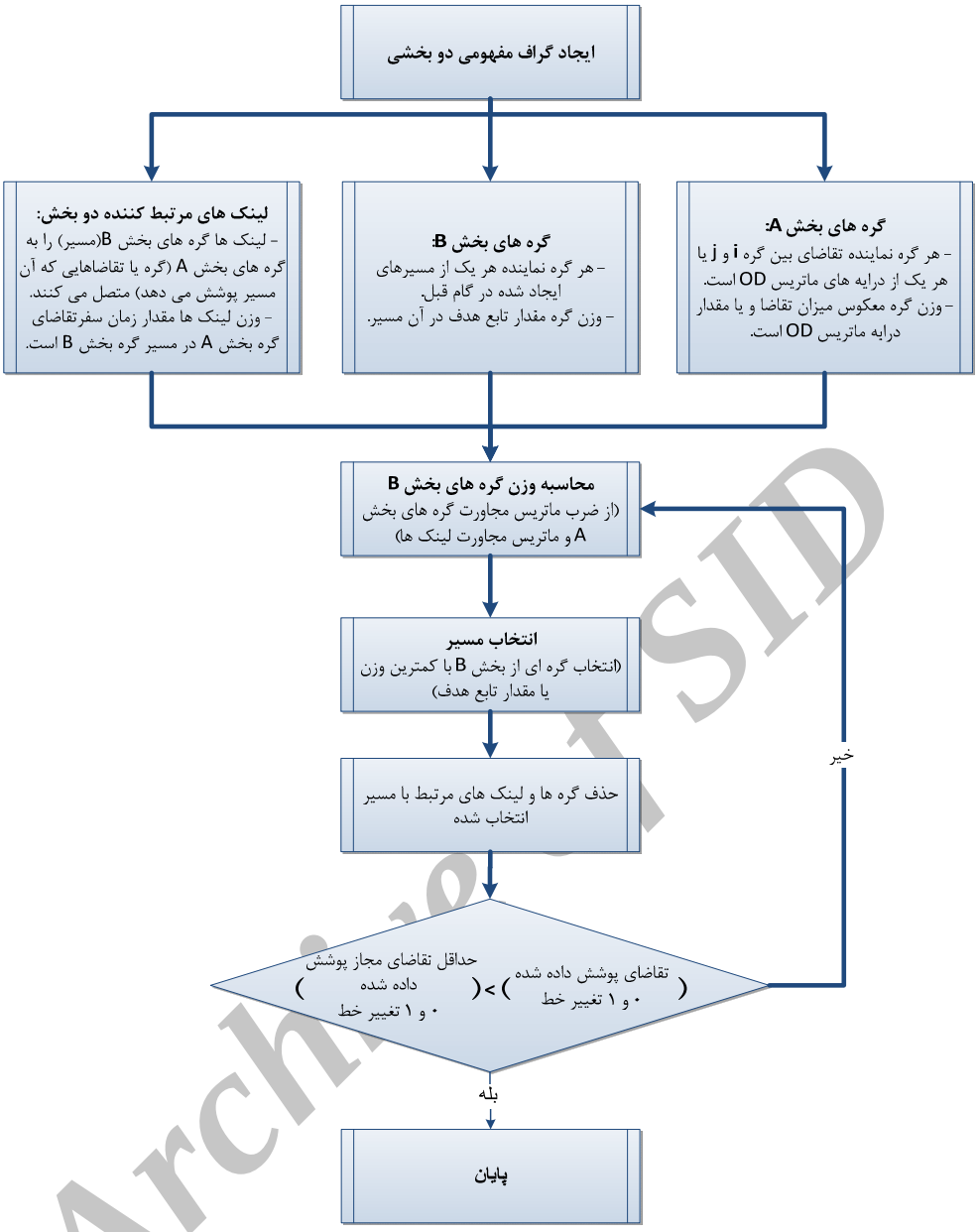
گراف دو بخشی مفهومی که در این روش استفاده می‌شود شامل اجزای زیر است:

- گره‌های بخش اول: مجموعه گره‌های بخش اول بیانگر تقاضای سفر هستند و به این ترتیب که به ازای هر تقاضای سفر از مبدأ i به مقصد j یک گره در بخش اول گراف دوبخشی در نظر گرفته می‌شود. به عبارت دیگر برای هر درایه از i به j در ماتریس مبدأ مقصد یک گره در بخش اول ایجاد می‌شود. وزن این گره‌ها که با D_k نشان داده می‌شود، برابر معکوس تقاضای سفر i به j و یا همان معکوس درایه i و j ماتریس مبدأ مقصد $1/D_{ij}$ است.

$$D_k = 1/D_{ij} \qquad (۷)$$

- گره‌های بخش دوم: گره‌های بخش دوم نماینده مسیرهای تولید شده در گام تولید مسیر هستند. برای هر مسیر تولید شده در گام تولید مسیر یک گره در بخش دوم گراف دوبخشی ایجاد می‌شود. وزن گره‌های این بخش برابر با مقدار تابع هدف برای مسیر متناظر با گره می‌باشد. برای محاسبه وزن گره‌های بخش دوم از عملیات ماتریسی بر روی ماتریس مجاورت گره‌های بخش اول و یال‌های گراف دو بخشی تعیین می‌شود.

Archive of SID
www.SID.ir



شکل ۲. روند پیشنهادی انتخاب مسیر

- یال‌های گراف دو بخشی مفهومی: همان‌طور که قبلاً بیان شد یال‌هادر این گراف تنها گره‌های بخش اول را به گره‌های بخش دوم این گراف متصل می‌کند و بین گره‌های هر بخش یالی وجود ندارد. زمانی گره تقاضای D_f از بخش اول به گره مسیر r از بخش دوم متصل می‌شود که i و j هر دو در مسیر r وجود داشته باشند. به عبارت دیگر اگر تقاضای گره‌ای از بخش اول گراف دو بخشی توسط گره‌ای (مسیری) از بخش دوم به صورت مستقیم (بدون تغییر خط) پوشش داده شود یک یال این دو گره را به هم متصل می‌کند. وزن یالی که گره تقاضای D_fرا به گره مسیر r متصل می‌کند برابر زمان سفر i به j در مسیر r یا t^r_{ij} می‌شود. بنابراین، وزن هر یال برابر است با:

$$t_{fr} = t^r_{ij} \quad (۸)$$

Archive of SID
www.SID.ir

t_{fr} : وزن یالی که گره تقاضای D_f را به گره مسیر r متصل می‌کند.

t^r_{ij} : زمان سفر i به j در مسیر r.

f : شماره گره بخش اول گراف دوبخشی.

پس از ایجاد گراف دو بخشی وزن گره‌های بخش دوم که همان مقادیر تابع هدف برای هر مسیر هستند محاسبه می‌شود. همان‌طور که قبلاً نیز بیان شد، در این مقاله کمینه کردن زمان سفر بین هر مبدأ مقصد به نسبت تقاضای بین آن دو مبدأ مقصد مد نظر است. در این تابع هدف، کمترین زمان سفر (کوتاه‌ترین مسیر) به‌ازای بیشترین تقاضا مد نظر است که در رابطه (۱) نشان داده شده است. حال اگر ماتریس مجاورت گره‌های بخش اول (M^A_V)، در ماتریس مجاورت یال‌ها (M_E) ضرب شود، خواهیم داشت:

$$M_V^A \times M_E = \sum_{f=1}^{m\times m} t_{fr} D_f \qquad (۹)$$

m : تعداد گره‌های تقاضا در شبکه معابر.

با توجه به این‌که مقادیر $D_f=1/D_{ij}$ و $t_{fr}=t^r_{ij}$ است رابطه ۱۰ به صورت زیر در خواهد آمد که همان تابع هدف مسئله برای هر مسیر است:

$$M_V^A \times M_E = \sum_{f=1}^{m\times m} t_{fr} D_f = \sum_{i=0}^{m}\sum_{j=1}^{m} t^r_{ij} \Big/ D^r_{ij} \qquad (۱۰)$$

به این ترتیب با ضرب ماتریس مجاورت گره‌های بخش اول (M^A_V)، در ماتریس مجاورت یال‌ها (M_E)، تابع هدف برای هر یک از مسیرها محاسبه می‌شود در ماتریس مجاورت گره‌های بخش دوم قرار می‌گیرد و گراف دو بخشی مفهومی کامل می‌شود.

با کامل شدن گراف دو بخشی روند تکراری برای انتخاب مسیر آغاز می‌شود. این روند که به نوعی مسئله تطبیق گراف دو بخشی را برای این گراف دوبخشی حل می‌کند. به این ترتیب که ابتدا مسیر بهینه انتخاب می‌شود. این مسیر، مسیری است که وزن گره متناظر با آن در گراف مفهومی دوبخشی کمترین مقدار باشد. پس از انتخاب این مسیر بهینه، گره متناظر با آن در بخش دوم گراف دو بخشی و نیز گره‌های بخش اول که به این گره مرتبط هستند از گراف دوبخشی مفهومی حذف می‌شود. با حذف این گره‌ها وزن گره‌های بخش دوم (تابع هدف) مجدداً محاسبه می‌گردد (برای این کار کافیست ماتریس مجاورت گره‌های بخش اول در ماتریس مجاورت یال‌ها ضرب شود.) این روند تا زمانی ادامه می‌یابد که محدودیت پوشش تقاضا برآورده گردد. در این مقاله دو محدودیت درصد تقاضای پوشش داده شده مستقیم و درصد تقاضای پوشش داده شده با یک تغییر خط شرط پایان روند طراحی هستند. در نتیجه روند انتخاب مسیر تا زمانی که تقاضای پوشش داده شده مستقیم و با یک تغییر خط به حد مشخصی نرسیده‌اند ادامه می‌یابد.

روند بیان شده در بالا، انتخاب مسیر را با استفاده از گراف دوبخشی مفهومی انجام می‌دهد که در واقع نوعی خاص از تطبیق در گراف دو بخشی است. در این روش که یک روش از پایین به بالا است با بهینه نمودن هر یک از اجزا به بهینه کل مسئله می‌رسد. به عبارت دیگر، در هر تکرار بهترین مسیر از لحاظ تابع هدف انتخاب می‌شود و با کنار هم قرار گرفتن این مسیرهای بهینه شبکه‌ای که تابع هدف در آن بهینه است به‌دست می‌آید. از چهار محدودیت این مسئله از آن‌جا که دو محدودیت حداکثر طول مسیر و حداکثر ظرفیت مسیر مربوط به مسیر هستند، این دو محدودیت در گام تولید مسیر برآورده می‌شود. دو محدودیت دیگر که پوشش تقاضای شبکه هستند در گام انتخاب مسیر و به عنوان شرط پایان گام انتخاب مسیر کنترل می‌شوند.

۳- نتایج و ارزیابی روش طراحی شبکه ارایه شده

در قسمت قبل روشی ابتکاری بر اساس نظریه گراف برای طراحی شبکه اتوبوسرانی ارایه شد. برای ارزیابی این روش و سنجش کارآمدی آن لازم است تا با استفاده از این روش، شبکه اتوبوسرانی طراحی شود و پارامترها و شاخص‌های شبکه طراحی شده استخراج و نتایج با روشی دیگر مقایسه گردد. پارامترها و شاخص‌های مختلفی در ارزیابی شبکه اتوبوسرانی وجود دارد که از دیدگاه‌های مختلف شبکه اتوبوسرانی را می‌سنجند. برای تعیین این پارامترها و شاخص‌ها برنامه‌ای در محیط C++ نوشته شد که برای یک شبکه اتوبوسرانی مقادیر آنها را تعیین می‌کند.

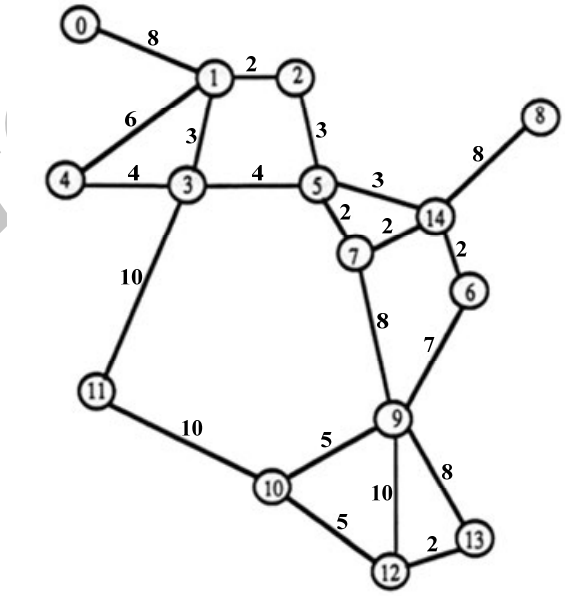
شبکه معابری که برای ارزیابی به‌کارگیری شده است شبکه مندل است. این شبکه که بر اساس یک شبکه واقعی در سوئیس است اولین بار توسط مندل در سال ۱۹۷۹ به‌کار گرفته شد و پس از آن

Archive of SID

www.SID.ir

بـه عنـوان یـک شـبکه پایـه در مطالعـات بعـدی بـرای ارزیـابی روش‌های طراحی شبکه مورد اسـتفاده قـرار گرفـت. ایـن شـبکه دارای ۱۵ گره و ۲۱ یال است. شبکه مندل در شکل ۳ و مـاتریس مبدأ مقصد آن در جدول ۱ نشان داده شده اسـت. در ایـن شـکل اعداد نوشته شده بر روی یال‌ها زمان سفر آن یال و مقادیر نوشـته شده بر روی گره‌ها شماره آن گره را نشان می‌دهد. ماتریس مبدأ- مقصد نشان داده شده در جدول ۱ بـر اسـاس شـماره‌هـای روی گره‌های شبکه است.

در روش طراحی شبکه ارایـه شـده چهـار متغییـر حـداکثر طـول مسیر، ظرفیت مسیر، پوشش تقاضای بدون تغییر خـط و پوشـش تقاضا با یک تغییر خط بر طراحی شـبکه تـأثیر گذارنـد و شـبکه اتوبوسرانی طراحی شده وابسـته بـه مقـادیر ایـن متغیرهـا اسـت. همان‌طور که قبلاً بیان شد، دو متغیر طول مسیر و ظرفیـت مسـیر متغیرهای عملکردی طراحی شبکه هستند که بسته به ویژگی‌هـای شبکه معابر تعیین می‌شوند اما پوشـش تقاضـا بـا توجـه بـه نظـر سیاست‌گزاران تعیین می‌شـود و تعیـین مقـادیر مناسـب پوشـش تقاضا می‌تواند بر پارامترهـا و عملکـرد شـبکه اتوبوسـرانی مـؤثر باشد. برای تعیین تأثیر میزان پوشش تقاضا بر پارامترهـای شـبکه اتوبوسرانی، طراحی شبکه با مقـادیر مختلـف محـدودیت تقاضـا انجام شد و برای شبکه‌های طراحی شده پارامترهای میانگین زمان سفر و زمان سفر داخل وسیله نقلیه برای هر فـرد کـه از دیـدگاه کاربران دارای اهمیت است و پارامتر صندلی- کیلومتر خـالی کـه از دیدگاه گردانندگان سیستم مهم است تعیین گردید. اشـکال ٤ و ۵ تغییرات این پارامترها را به ازای مقادیر مختلف پوشـش تقاضـا نشان می‌دهد. همان‌طور کـه در ایـن اشـکال مشـاهده مـی‌شـود، شبکه‌ها طراحی شـده بـا پوشـش تقاضـای بیشـتر زمـان سـفر و صندلی- کیلومتر خالی بیشتری دارند. همـان‌طـور کـه بیـان شـد شبکه مندل در مطالعات مختلف به عنوان یک شـبکه پایـه بـرای ارزیابی روش‌های طراحی شـبکه حمـل و نقـل عمـومی در نظـر گرفته شده است. سه مورد از روش‌های ابتکاری که نتایج آنها در این مقاله با روش ارایه شده مقایسه مـی‌شـود، عبارتنـد از: روش منـدل (Mandl, 1980)، روش بـاج و مهمسـنی (Baaj and Mahmassani, 1995) و روش شیه و همکـاران (Shih et al., 1998). از آن‌جا که در شبکه‌های طراحی شده توسط هر یـک از این روش‌ها پوشش تقاضای متفاوتی در نظر گرفته شده است، در نتیجه مقادیر محدودیت‌های پوشش تقاضا برای این مسئله در سه روش متفاوت بوده و مقایسه این روش‌ها به‌طور همزمان با روش ارایه شده صحیح نیست به این ترتیب در این پژوهش، هر یک از این روش‌ها به‌طور مجـزا بـا روش ابتکـاری ارایـه شـده مقایسـه می‌شوند. دو محدودیت دیگـر مسـئله یعنـی محـدودیت طـول و ظرفیت مسیر به ترتیب برابر ۳۰ دقیقه و ۳۰۰۰ نفر بـر سـاعت در نظر گرفته شده است.

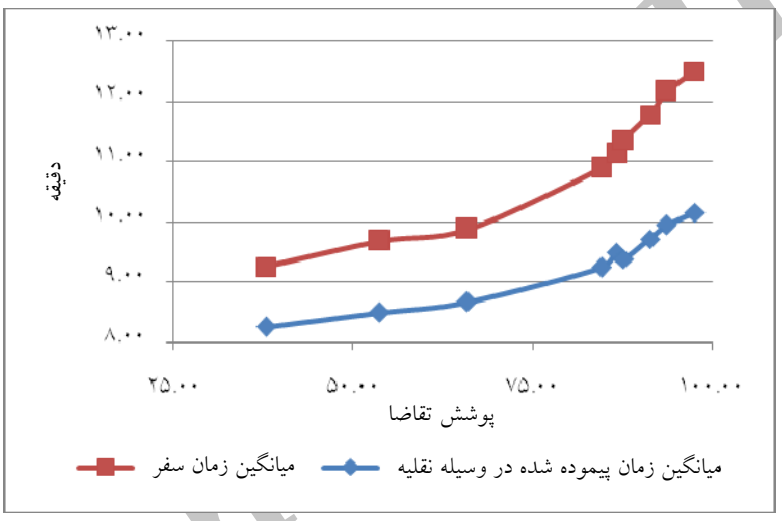


شکل ۳. شبکه مندل (Mandl, 1980)

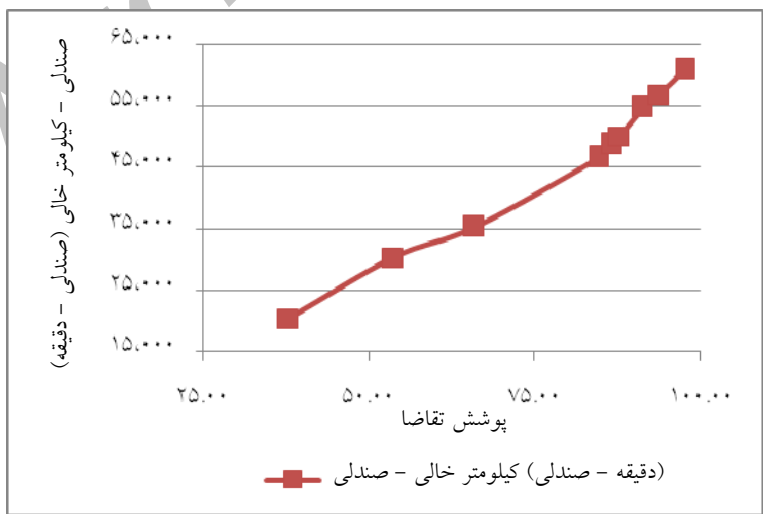
www.SID.ir

جدول ۱. ماتریس مبدأ مقصد شبکه مندل **(Mandl, 1980)**

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0	0	400	200	60	80	150	75	75	30	160	0	25	35	0	0
1	400	0	50	120	20	180	90	90	15	130	20	10	10	5	0
2	200	50	0	40	60	180	90	90	15	45	20	10	10	5	0
3	60	120	40	0	50	100	50	50	15	240	40	25	10	5	0
4	80	20	60	50	0	50	25	25	10	120	20	15	5	0	0
5	150	180	180	100	50	0	100	100	30	880	60	15	15	10	0
6	75	90	90	50	25	100	0	50	15	440	35	10	10	5	0
7	75	90	90	50	25	100	50	0	15	440	35	10	10	5	0
8	30	15	15	15	10	30	15	15	0	140	20	5	0	0	0
9	160	30	45	240	120	880	440	440	140	0	600	250	500	200	0
10	30	20	20	40	20	60	35	35	20	600	0	75	95	15	0
11	25	10	10	25	15	15	10	10	5	250	75	0	70	0	0
12	35	10	10	10	5	15	10	10	0	500	95	70	0	45	0
13	0	5	5	5	0	10	5	5	0	200	15	0	45	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0



شکل ٤. تغییرات زمان سفر بر حسب مقادیر مختلف پوشش تقاضا



شکل ۵. تغییرات صندلی- کیلومتر خالی بر حسب مقادیر مختلف پوشش تقاضا

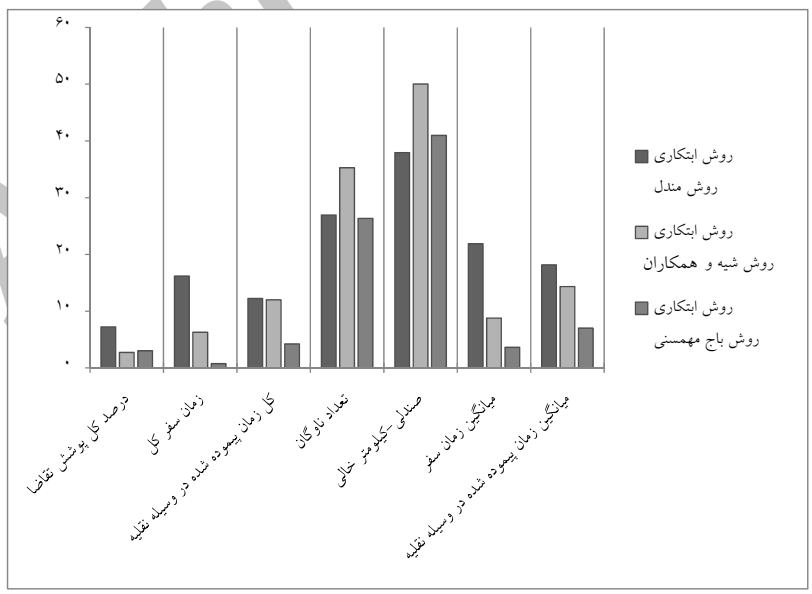
www.SID.ir

جدول ۲ مقادیر پارامترهای مختلف شبکه اتوبوسرانی را نشان می‌دهد. ستون‌های این جدول به سه دسته سه‌تایی تقسیم شده است سه ستون اول به مقایسه روش ابتکاری ارایه شده و روش مندل می‌پردازد، سه ستون میانی روش ابتکاری را در مقایسه با روش شیه و همکاران نشان می‌دهد و سه ستون آخر روش ابتکاری و روش باج و مهمسنی را مقایسه می‌کند. ستون‌های چهارم، هفتم و دهم این جدول نشان‌دهنده میزان تغییر هر یک از پارامترها بر حسب درصد می باشد مقادیر مثبت نشان‌دهنده بهبود مقادیر روش ارایه شده نسبت به روش دیگر است و مقادیر منفی عدم بهبود پارامتر را نشان می‌دهد. لازم به ذکر است افزایش پارامترهایی مانند پوشش تقاضا نشان‌دهنده بهبود مقادیر است و کاهش پارامترهایی مانند زمان سفر بهبود پارامتر را نشان می‌دهد.

در مقایسه روش پیشنهادی با روش مندل محدودیت پوشش تقاضا مانند مقادیر حاصل از شبکه طراحی شده توسط الگوریتم مندل، برای پوشش تقاضای بدون تغییر خط ٤٥ درصد و برای پوشش کل تقاضا ۵۰ درصد تقاضای کل اتوبوسرانی در نظر گرفته می‌شود. خروجی‌های روش مندل و روش ابتکاری ارایه شده در سه ستون اول جدول ۲ نشان داده شده است. همان‌طور که در جدول مشاهده می‌شود، سعی شده است تا درصد تقاضای پوشش داده شده در دو روش بهم نزدیک باشند، تا اختلاف در پوشش شبکه تأثیر قابل توجهی بر پارامترهای دیگر نداشته باشد. در این جدول میزان تغییر، نشان‌دهنده درصد مطلوبیت هر یک از پارامترهای روش ابتکاری نسبت به روش مندل است. اگر میزان تغییر برای پارامتری منفی باشد نشان می‌دهد که آن پارامتر در روش مندل مقادیر بهتری دارد.

لازم به ذکر است که علامت (منفی یا مثبت بودن) مقادیر میزان بهبود نشان‌دهنده ارتقا یا عدم ارتقای پارامتر نسبت به روش‌های پیشین است در پارامترهایی مانند پوشش تقاضا افزایش مقدار تقاضا در روش ارایه شده نسبت به روش‌های پیشین نشان‌دهنده بهبود پارامتر است و در پارامترهایی مانند زمان سفر کاهش مقدار زمان سفر ارتقای پارامتر را نشان می‌دهد که در هر دو حالت میزان بهبود با علامت مثبت بیان می‌شود. شکل ٦ مقادیر میزان تغییر پارامترهای شبکه اتوبوسرانی را در مقایسه روش ابتکاری و روش‌های دیگر نشان می‌دهد.

شبکه طراحی شده توسط روش ابتکاری بیش از ١٦ درصد زمان سفر کل بهتری دارد و میانگین زمان سفر افراد در آن بیش از ۲۱ درصد از روش مندل بهتر است. زمان داخل وسیله نقلیه نیز به همین ترتیب در روش ابتکاری مقادیر بهتری را به‌دست آورده است. همچنین انحراف از کوتاه‌ترین مسیر نیز در روش ابتکاری مقدار بهتری دارد. پارامترهای بیان شده اخیر از دیدگاه استفاده‌کنندگان دارای اهمیت است. دو پارامتر تعداد ناوگان و صندلی کیلومتر خالی که پارامترهای مهم از دیدگاه گردانندگان سیستم است نیز در روش ابتکاری به ترتیب ٢٦/٩ و ٣٧/٦ درصد بهتر از روش مندل هستند. به طور کلی روش ارایه شده در این تحقیق تقریباً در تمامی پارامترها بر روش مندل برتری دارد.



شکل ٦. میزان تغییر پارامترهای شبکه اتوبوسرانی را در مقایسه روش ابتکاری و روش‌های دیگر

www.SID.ir

جدول ۲. مقایسه روش ابتکاری و روش‌های دیگر روی شبکه مندل

	روش ابتکاری	روش مندل	میزان تغییر* (درصد)	روش ابتکاری	روش شیه و همکاران	میزان تغییر (درصد)	روش ابتکاری	روش باج مهمسنی	میزان تغییر (درصد)
درصد پوشش مستقیم تقاضا (٪)	٤٨/٣٢	٤٤/٨٢	٧/٨	٧٤/٨١	٧٤/٨٧	٠	٧٢/٨	٧١/٩٦	١/١٧
درصد پوشش تقاضا با ١ تغییر خط (٪)	٥/٣٨	٥/٢٥	٢/٤٧	١٢/٨٩	١٠/٤٨	٢٢/٨٤	١٣/٩٢	١٢/٢٤	١٣/٧٦
درصد کل پوشش تقاضا (٪)	٥٣/٦٩	٥٠/٠٦	٧/٢٤	٨٧/٦٩	٨٥/٦٣	٢/٧٣	٨٦/٧٢	٨٤/٢	٣
زمان سفر کل (دقیقه)	٨٠٢٥٢	٩٥٧٦٥	١٦/٢	١٥٣٦٠٦	١٦٣٩٠٤	٦/٢٨	١٥٠٠٢٧	١٥١١٣٨	٠/٧٤
کل زمان پیموده شده در وسیله نقلیه (دقیقه)	٧٠٤٤٠	٨٠٢٥٠	١٢.٢٢	١٢٧٤٨٠	١٤٤٨٣٠	١١/٩٨	١٢٥٦٢٠	١٣١١٦٠	٤/٢٢
تعداد ناوگان	١١	١٥	٢٦/٩٤	١٩	٢٩	٣٥/٢٩	١٩	٢٥	٢٦/٣٤
تعداد مسیر	٣	٤	٢٥	١١	٦	-٨٣/٣٣	٩	١٠	١٠
میانگین تعداد تغییر خط	١/١	١/١٠٥	٠/٤٢	١/١٤٧	١/١٢٣	-٢/١٤	١/١٦١	١/١٤٥	-١/٣٣
انحراف از کوتاه‌ترین مسیر	١/٠١٨	١/٠٥٤	٣/٣٤	١/٠٥٢	١/٠٥٤	٠/١٩	١/٠٤٩	١/٠٨٢	٣/٠٦
صندلی- کیلومتر خالی(صندلی- دقیقه)	٣٠٣٣٧	٤٨٨٨٣	٣٧.٩٤	٥٠٠٢٠	١٠٠١٢٧	٥٠/٠٤	٤٩٧١٧	٨٤٢٤٣	٤٠/٩٨
طول کل مسیر (دقیقه)	٣٨	٨٢	٥٣/٦٦	١١٩	١٢٤	٤/٠٣	٩٥	١٤٣	٣٣/٥٧
همپوشانی مسیرها	٠/١٢٥	٠/١٢٥	٠	٠/٨٢٤	٠/٥	-٦٤/٧١	٠/٧٥	٠/٨	٦/٢٥
میانگین زمان سفر (دقیقه)	٩/٦٨	١٢/٣٩	٢١/٨٦	١١/٣٤	١٢/٤٤	٨/٧٧	١١/٢	١١/٦٣	٣/٦٣
میانگین زمان پیموده شده در وسیله نقلیه (دقیقه)	٨/٥	١٠/٣٨	١٨/١٥	٩/٤٢	١٠/٩٩	١٤/٣٢	٩/٣٨	١٠/٠٩	٧/٠١

* مقادیر مثبت نشان‌دهنده بهبود مقادیر پارامتر و مقادیر منفی بیانگر عدم بهبود مقادیر پارامتر است.

Archive of SID

www.SID.ir

در مقایسه روش ارایه شده با روش شیه و همکاران، پوشش تقاضای بدون تغییر خط ۷۵ درصد و برای پوشش کل تقاضا ۸۵ درصد تقاضای کل اتوبوسرانی در نظر گرفته می‌شود. همان‌طور که در سه ستون میانی جدول ۲ نشان داده شده است، مقادیر پارامترهای زمان سفر کل و میانگین، زمان پیموده شده در وسیله نقلیه کل و میانگین که بیشتر از دیدگاه استفاده‌کنندگان دارای اهمیت است، در روش ابتکاری از ٦ تا ١٤ درصد بهتر از روش شیه و همکاران هستند. اما میانگین تغییر خط که از دیگر پارامترهای مهم از دیدگاه استفاده کنندگان است در روش شیه و مهمسنی بیش از ۲ درصد از روش ابتکاری بهتر است. از میان پارامترهایی که برای گردانندگان دارای اهمیت است، روش ابتکاری در پارامترهای عملکردی تعداد ناوگان ۳۵ درصد، طول کل مسیر ٤ درصد و در صندلی- کیلومتر خالی ۵۰ درصد مقادیر بهتری داراست اما در پارامتر تعداد مسیر روش شیه و همکاران بیش از ۸۰ درصد مقادیر بهتری را نسبت به روش ابتکاری ارایه می‌دهد. که البته با توجه به کاهش طول کل مسیرها، تعداد ناوگان و صندلی- کیلومتر خالی افزایش تعداد مسیرها تأثیری در افزایش هزینه‌های عملیاتی نخواهد داشت و می‌توان گفت که هزینه‌های عملیاتی در روش ارایه شده کمتر از روش شیه و مهمسنی است.

نتایج مقایسه روش ارایه شده در این مقاله و روش باج و مهمسنی، با پوشش تقاضای بدون تغییر خط ۷۰ درصد و پوشش کل تقاضا ۸۰ درصد تقاضای کل اتوبوسرانی، در سه ستون انتهایی جدول ۲ نشان داده شده است. در این جدول نیز مقادیر پوشش تقاضا اختلاف کمی دارند که ناشی از یکسان بودن محدودیت پوشش تقاضا در زمان طراحی است. مقایسه روش باج و مهمسنی و روش ابتکاری از دیدگاه استفاده‌کنندگان نشان می‌دهد که اکثر پارامترها مانند زمان سفر کل و میانگین، زمان پیموده شده در وسیله نقلیه کل و میانگین و انحراف از کوتاه‌ترین مسیر در شبکه طراحی شده توسط روش ابتکاری دارای مقادیر بهتری در مقایسه با روش تولید مسیر باج و مهمسنی است و تنها میانگین تغییر خط در شبکه باج و مهمسنی ۱/۳۳ درصد بهتر است این امر به دلیل پوشش بیشتر تقاضا با یک تغییر خط در روش ارایه شده است که سبب افزایش سهم درصد پوشش تقاضای با یک تغییر خط نسبت به درصد کل پوشش تقاضا و در نتیجه افزایش میانگین تغییر خط در روش ارایه شده نسبت به روش باج و مهمسنی می‌شود. تمامی پارامترهای دیگر که به طور عمده از دیدگاه گرداننده سیستم مد نظر است در روش ابتکاری ارایه شده نتایج بهتری دارد. در اینجا مقدار پارامتر صندلی- کیلومتر خالی که در روش ابتکاری بیش از ٤٠ درصد کمتر است، جلب توجه می‌کند.

٤- نتیجه‌گیری

روش ابتکاری ارایه شده که بر اساس نظریات گراف طراحی شبکه اتوبوسرانی را انجام می‌دهد بر روی شبکه مندل به‌کارگیری شد. نتایج به‌دست آمده در مقایسه با دیگر روش‌های مطرح شده در این مقاله نشان می‌دهد که روش ارایه شده در اکثر پارامترها دارای مقادیر بهتری بوده و شبکه مناسب‌تری طراحی می‌کند. در تمامی موارد مقایسه شده روش جدید دارای مقادیر کمتر زمان سفر و انحراف از کوتاه‌ترین مسیر بوده است. زمان سفر در روش ارایه شده بهبود ۳ تا ۲۰ درصدی را نسبت به دیگر روش‌ها نشان می‌دهد (دیدگاه استفاده‌کنندگان). همچنین اگرچه در این روش سرفاصله زمانی بهینه نمی‌شود، در روش ارایه شده تعداد ناوگان مورد استفاده حدود ۲۵ تا ۳۵ درصد، طول کل مسیر ٤ تا ۵۰ درصد و صندلی-کیلومتر خالی ۳۵ تا ۵۰ درصد نسبت به دیگر روش‌ها بهبود داشته است (دیدگاه گردانندگان). به این ترتیب این روش از سه روش ابتکاری دیگر هم از دیدگاه استفاده کننده و هم از دیدگاه گرداننده دارای نتایج بهتری بوده و نسبت به این سه روش برتری دارد.

در این مقاله روشی ابتکاری برای طراحی شبکه اتوبوسرانی ارایه شد که با استفاده از چند نظریه گراف طراحی شبکه را انجام می‌دهد. استفاده از این نظریات گراف به‌خصوص گراف دوبخشی رویکردی جدید در طراحی شبکه اتوبوسرانی است. هماهنگی میان ماهیت مسئله طراحی شبکه اتوبوسرانی که بر مبنای گراف است و روند حل آن با استفاده از نظریات گراف در افزایش سرعت حل و دست‌یابی به نتایج بهتر مؤثر بوده است و مقایسه این روش با سه روش ابتکاری دیگر نیز نشان داد که این روش دارای کارایی مناسبی بوده، پارامترها و شاخص‌های شبکه اتوبوسرانی طراحی شده دارای مقادیر بهتری هستند.

مواردی که برای مطالعات آتی می‌تواند مورد توجه قرار گیرد توسعه تابع هدف به‌کار گرفته شده در این روش است به صورتی

Archive of SID

www.SID.ir

که بتواند پارامترهای دیگری مانند تعداد تغییر خط را نیز در نظر بگیرد. همچنین اضافه نمودن مسئله تخصیص و تعیین سرفاصله بهینه به مسئله طراحی شبکه اتوبوسرانی که سبب افزایش مطلوبیت کل سیستم اتوبوسرانی می‌شود نیز می‌تواند به‌عنوان مطالعات آتی مورد توجه قرار گیرد.

۵- پی‌نوشت‌ها

1. Kepaptsoglou
2. Karlaftis
3. Minimum Spanning Tree
4. Prim Algorithm
5. Kruskal Algorithm
6. Shortest Path Tree
7. Dijkstra Algorithm

٦- مراجع

- Baaj, M. H. and Mahmassani, H. S. (1991) "AI-based approach for transit route system planning and design". Journal of advanced transportation, 25, pp. 187-210.
- Baaj, M. H. and Mahmassani, H. S. (1995) "Hybrid route generation heuristic algorithm for the design of transit networks". Transportation Research, Part C: Emerging Technologies, 3 C, pp. 31-50.
- Ceder, A. and Wilson, N. H. M. (1986) "Bus network design". Transportation Research Part B, 20, pp. 331-344.
- Kepaptsoglou, K. and Karlsftis, M. (2009) "Transit route network design problem: Review". Journal of Transportation Engineering, 135, pp. 491-505.
- Levinson, H. S. (1992) "System and service planning". Public Transportation, pp. 369-406.
- Mandl, C. E. (1980) "Evaluation and optimization of urban public transportation networks". European Journal of Operational Research, 5, pp. 396-404.
- Ranjbari, A., Shariat Mohaymany, A. and Amiripour, S. M. M. (2011) "Transit network design: the necessity of elastic demand consideration", Applied Mechanics and Materials, Vols. 97-98 (Advanced Transportation), pp. 1117-1122.
- Shih, M. C., Mahmassani, H. S. and Baaj, M. H. (1998) "Planning and design model for transit route networks with coordinated operations". Transportation Research Record, pp. 16-23.
- Zhao, F. and Zeng, X. (2006) "Simulated annealing-genetic algorithm for transit network optimization". Journal of Computing in Civil Engineering, 20, pp. 57-68.

Archive of SID

www.SID.ir