

## بهینه‌سازی تسلیح دیوار خاکی با تسمه‌های فولادی با بکارگیری الگوریتم فراابتکاری چندجهانی (MVO)

عباس باقری سرشکی، دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه شاهد، تهران، ایران  
علی درخشانی<sup>\*</sup>، استادیار، گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه شاهد، تهران، ایران

<sup>\*</sup>پست الکترونیکی نویسنده مسئول: adera@shahed.ac.ir

دریافت: ۹۷/۰۶/۰۴ - پذیرش: ۹۷/۰۱۱/۰۵

صفحه ۳۲۱-۳۰۹

### چکیده

مسلح نمودن خاک به عنوان روشی نسبتاً کم هزینه از طریق مقاومت کششی ایجاد شده در عناصر تسلیح موجب ارتقاء پایداری دیوارها و شیروانی‌های خاکی می‌شود. در این مطالعه برای ارائه اقتصادی ترین طرح دیوار خاکی مسلح شده با تسمه فلزی، با لحاظ ضرایب اطمینان، مدل شبیه ساز رفتار دیوار با الگوریتم بهینه‌سازی ترکیب شده است. در تحقیق حاضر با استفاده از الگوریتم فراابتکاری چندجهانی MVO و تلفیق آن با روش طراحی اداره فدرال بزرگراه‌های آمریکا (FHWA) به بهینه‌سازی هزینه ساخت دیوار خاک مسلح با تسلیح کننده فلزی پرداخته شده است. بررسی‌های انجام شده نشان داد که با بهره‌گیری از این روش می‌توان هزینه‌های احداث دیوار خاک مسلح کم ارتفاع را تا ۲۲ درصد و هزینه‌های ساخت دیوارهای مرتفع تر را تا ۸ درصد نسبت به روش FHWA کاهش داد. به علاوه، از تحلیل حساسیت تابع هدف (هزینه) مشخص گردید کل هزینه احداث دیوار به میزان بیشتری تحت تاثیر هزینه قطعات فلزی در مقایسه با هزینه عملیات خاکی است به طوری که با ۵ برابر کردن هزینه المان‌های فلزی تسلیح و عملیات خاکی، هزینه احداث دیوار به ترتیب به حدود ۴.۵ و ۱.۵ برابر افزایش پیدا می‌کند. همچنین در انتها، روند تغییرات کل هزینه ساخت دیوار بر حسب تغییر متغیرهای مختلف تصمیم شامل فواصل قائم و افقی مسلح کننده‌ها و نیز طول، عرض و ضخامت عناصر تسلیح مورد بررسی قرار گرفت.

واژه‌های کلیدی: بهینه‌سازی، الگوریتم فراابتکاری چندجهانی MVO، دیوار حائل، دیوار خاک مسلح، تسمه فولادی

### ۱-مقدمه

ریاضی در زمینه‌های مختلف به انتخاب بهترین عضو از یک مجموعه از اعضای قابل دستیابی اشاره می‌کند. در ساده‌ترین شکل تلاش می‌شود که با انتخاب نظام‌مند داده‌ها از یک مجموعه و محاسبه مقدار یک تابع حقیقی مقدار ماکزیمم یا مینیمم آن به دست آید. انتخاب مقادیر بهینه در مهندسی و از جمله مهندسی عمران دارای اهمیت فراوانی می‌باشد. این انتخاب چه از بعد مسائل فنی و چه از لحاظ مسائل اقتصادی حائز اهمیت است. از بعد فنی، می‌توان با کمینه یا بیشینه کردن مقادیر یک پارامتر، اثر مطلوبی که از آن کمیت

امروزه در اکثر رشته‌های فنی و مهندسی، اقتصاد، مدیریت و ... مسائلی مطرح می‌شوند که ماهیت بهینه‌سازی دارند. اکثر مطالعات کاربردی صورت گرفته در زمینه‌های مذکور، به دنبال افزایش سود یا درآمد، کاهش هزینه‌های تولید، کاهش خطای تخمین مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم و ... هستند. از سوی دیگر با افزایش روزافزون پیچیدگی مدل‌های مختلف و اندرکنش میان متغیرهای اثرگذار بر روی مسائل موردنظر، مدل‌سازی غیرخطی مسائل بهینه‌سازی بیش از پیش رواج یافته است. بهینه‌سازی ریاضی یا برنامه‌ریزی

درصد، حجم عملیات خاکریزی ۳۰ تا ۴۵ درصد و پوشش دیوار ۵ تا ۱۰ درصد کل هزینه پروژه را به خود اختصاص می‌دهند. در دیوارها و شیروانی‌های مسلح بلند هزینه‌ی نسبی مصالح تسلیح بیشتر و هزینه عملیات خاکی کم‌تر است و این هزینه متناسب با ارتفاع سازه متغیر است (Berg, Christopher, & Samtani, ۲۰۰۹). از جمله خصوصیات دیگر دیوارهای خاک مسلح که سبب جلب نظر طراحان برای استفاده از دیوار خاک مسلح شده است می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

نمای سبک‌تر دیوار نیروهای برشی کمتری را در محل اتصال تسمه‌ها به نما بوجود می‌آورد. این سیستم دارای انعطاف پذیری قابل توجهی است که امکان مقاومت در مقابل تغییر شکل‌های زیاد را می‌دهد. این گونه دیوارها روش‌های اجرای ساده‌ای دارند. زمان ساخت دیوار خاک مسلح نسبت به دیوار حائل بتنی کمتر می‌باشد.

بررسی پایداری دیوارهای خاک مسلح بر اساس پایداری داخلی و خارجی انجام می‌شود. در پایداری خارجی، خاک مسلح به عنوان توده‌ای یکپارچه در نظر گرفته می‌شود و سپس برای تحلیل سیستم از نظر:

- ۱- لغزش توده مسلح در سطح تماس با خاک پی
- ۲- واژگونی توده مسلح حول پنجه
- ۳- ظرفیت باربری خاک پی زیر توده مسلح

از روش‌های معمول طراحی دیوارهای حائل بتنی مانند روش تعادل حدی استفاده می‌شود. در بررسی پایداری داخلی، کنترل‌ها برای دو حالت بیرون کشیدگی ناشی از کوتاه‌بودن طول گیرداری المان و گسیختگی کششی المان انجام می‌شود. در این ارتباط روش تحلیلی اداره‌ی فدرال بزرگراه‌های آمریکا برای طراحی دیوار خاکی مورد استفاده قرار گرفته است.

#### الف- بهینه‌سازی دیوار خاک مسلح با ژئوسینتتیک

بخش دیگری از مطالعات بهینه‌سازی روی دیوارها، به دیوارهای خاکی مسلح شده با ژئوسینتتیک‌ها اختصاص دارد. باسودهار و همکارانش با استفاده از Sequential Unconstrained Minimization Technique (SUMT) توانستند تا ۸ درصد هزینه طراحی را نسبت به

مورد انتظار است را تحقق بخشید. از نظر اقتصادی نیز تجاوز از مقادیر بهینه باعث اعمال هزینه‌های بیشتر به کارفرما شده و هزینه تمام شده پروژه را تحت تاثیر قرار می‌دهد. برای بهینه‌یابی پارامترهای هندسی و یا غیر هندسی (بهینه‌سازی تابع هدف) در مهندسی عمران روشهای مختلفی وجود دارد. یکی از این روشها، بکارگیری الگوریتم‌های فرا ابتکاری است. الگوریتم‌های فراابتکاری، یکی از انواع الگوریتم‌های بهینه‌سازی تقریبی هستند که دارای مکانیزم‌های خروج از بهینه محلی می‌باشند و قابل کاربرد در طیف وسیعی از مسائل هستند. انواع گوناگونی از الگوریتم‌ها فراابتکاری در دهه‌های اخیر توسعه یافته است.

در این مقاله سعی شده است تا با استفاده از یکی از روشهای جدید بهینه‌سازی فراابتکاری به نام الگوریتم فراابتکاری چندجهانی (MVO) به بهینه‌سازی دیوارهای خاک مسلح پرداخته شود. از جمله روش‌های بهبود مقاومت خاک در مهندسی ژئوتکنیک، افزودن عناصر کششی برای بهبود مقاومت کششی توده خاک است. ارائه روش مدرن - تسلیح خاک توسط معمار فرانسوی هانری ویدال در اوایل دهه‌ی ۱۹۶۰ نقطه شروعی بر ابداع روش‌های متعدد دیگر بوده است. ویدال این مصالح جدید را خاک مسلح نامگذاری نمود. ویدال در طی سال‌های ۱۹۶۶ تا ۱۹۶۹ توانست روش خاک مسلح را تا مرحله‌ای توسعه دهد که از نظر اقتصادی بتوان آن را در سازه‌های مهندسی بزرگ به کار برد (Jones, 2013). دیوارهای خاک مسلح از لحاظ فنی و هزینه‌ای مزایایی را نسبت به سازه‌های حائل بتن مسلح در مناطقی با شرایط شالوده ضعیف دارند. در این شرایط حذف هزینه‌های لازم برای بهبود شالوده‌ها از قبیل به کارگیری شمع‌ها، موجب صرفه‌جویی در حدود ۲۵ تا ۵۰ درصد هزینه کل پروژه می‌شود. هزینه کل پروژه در واحد سطح دیوار خاک مسلح برای دیوارهای متداول در آمریکا که طبق آیین‌نامه FHWA طراحی شده‌اند بین ۳۲۰ تا ۶۵۰ دلار می‌باشد (Elias, 2001). براساس تخمین‌های صورت گرفته تا اوایل قرن ۲۱ مشخص شده که ۳۵۰۰۰ دیوار خاک مسلح در سرتاسر جهان ساخته شده است (Koerner & Soong, ۲۰۰۱) و هم اکنون سالانه حدود ۸۵۰ هزار متر مربع (مساحت نمای) دیوار در ایالات متحده ساخته می‌شود. به طور معمول، هزینه‌ی المان‌های تسلیح ۴۵ تا ۶۵

**ب- بهینه‌سازی دیوار خاک مسلح با تسمه فولادی**

تعداد محدودی از مطالعات در حوزه بهینه‌سازی دیوارها، بر روی دیوار خاک مسلح با تسمه فلزی انجام شده است، غیاثیان و الادینی با استفاده از روش طراحی FHWA به وسیله الگوریتم GA تا ۱۵ درصد هزینه طراحی دیوار را کاهش دادند و سپس در مطالعه‌ای دیگر با بهره‌گیری از الگوریتم PSO توانستند در هزینه طراحی تا ۲۰ درصد صرفه جویی نمایند (Ghiassian & Aladini, 2009; الادینی, ۱۳۸۸).

در این پژوهش ابتدا مدل شبیه‌سازی شده دیوار خاک مسلح با الگوریتم فرا ابتکاری MVO تلفیق شده تا فرآیند شبیه‌سازی-بهینه‌سازی برای رسیدن به بهترین طرح دیوار با ضرایب اطمینان مورد نظر حاصل شود. سپس نمودارهایی ساده و کاربردی برای تحلیل پارامترهای طراحی دیوارهای خاک مسلح در شرایط بهینه از نظر اقتصادی ارائه شده است.

طراحی با روش آیین‌نامه FHWA کاهش دهند آنها علاوه بر این به مقایسه دو دیوار مشابه با تسلیح کننده های متفاوت پرداختند و مشاهده کردند هزینه دیوار با ژئوگرید بیشتر از ژئوتکتستایل با نمای بلوک‌های مدور است (Basudhar, Vashistha, Deb, & Dey, 2008). ماناهیلو و همکاران با به خدمت گیری الگوریتم هارمونی Harmonic Search Algorithm (HSA) و استفاده از روش تحلیل دینامیکی توانستند هزینه طراحی دیوار خاک مسلح با ژئوسینتتیک را تا ۳۰ درصد کاهش دهند (Manahiloh, Nejad, & Momeni, 2010). دنگ و همکاران با استفاده از الگوریتم GA به بهینه‌سازی دیوار خاک مسلح پرداخته و توصیه کردند که از روش اعتماد پذیری برای طراحی بهینه دیوار خاک مسلح با ژئوسینتتیک استفاده شود (Deng, 2010). در سال ۲۰۱۵ مطلب نژاد و همکاران نشان دادند که با بهره‌گیری از محاسبات نرم می‌توان هزینه‌ها را کاهش داد، آنها نشان دادند که استفاده از الگوریتم هارمونی بهتر از روش کمینه‌سازی نا محدود متوالی (SUMT) است (Nejad & Manahiloh, 2010).

جدول ۱. پارامترهای استفاده شده در مدل های مورد مطالعه

(Berg et al., 2009)

پارامتر	نماد	مقدار
ارتفاع دیوار	H	۵,۵۷۸,۵۳,۱۰ m
زاویه اصطکاک داخلی خاک در توده مسلح	$\varphi_r$	۳۴°
وزن مخصوص خاک در قسمت مسلح شده	$\gamma_r$	۱۹,۶۳ kN/m <sup>3</sup>
زاویه اصطکاک داخلی خاک در خاکریز پشت دیوار	$\varphi_f$	۳۰°
وزن مخصوص خاک در قسمت خاکریز پشت دیوار	$\gamma_b$	۱۹,۶۳ kN/m <sup>3</sup>
ظرفیت برشی پی	$q_u$	۵۰۰ kN/m <sup>2</sup>
وزن مخصوص خاک پی	$\gamma_f$	۱۹,۶۳ kN/m <sup>3</sup>
مقاومت نهایی تسمه ی فلزی	$F_Y$	۴۵۰۰۰ kPa
ضریب هزینه ی المان های تسلیح	C1	۱,۹۴\$/kg
ضریب هزینه ی خاکریزی	C2	۰,۵۴\$/kg
ضریب هزینه ی زبانه	C3	۱,۲۵\$/kg
هزینه قطعات فلزی	C1+ C3	۱,۲۵+۱,۹۴\$/kg
زاویه خاکریز پشت دیوار با افق	$\beta$	۲۶,۵۶°

مقاومت در برابر برش پی	۰,۶۵
مقاومت گسیختگی تسمه ها	۰,۷۵
مقاومت بیرون کشیدگی	۰,۹

شکل ۱ مقطع عرضی دیوار خاک مسلح و نیروهای وارد بر آن را نمایش می‌دهد. پارامترهای مختلف نشان داده شده با کمک روابط زیر قابل محاسبه هستند.

ضریب فشار افقی خاک با سطح شیب دار:

$$K_{af} = \frac{\sin^2(\varphi_f + \theta)}{\Gamma \sin^2(\theta) \sin(\theta - \delta)} \quad (۱)$$

$$\Gamma = [1 + \frac{\sin(\varphi_{bf} + \delta) \sin(\varphi_f - \beta)}{\sin(\theta - \delta) \sin(\theta + \beta)}] \quad (۲)$$

$$h = H + L \times \tan(\beta) \quad (۳)$$

$\theta$  = زاویه سطح مشترک خاک و دیوار با افق می‌باشد  
 $\delta$  = زاویه اصطکاک بین توده مسلح شده و خاکریز پشت دیوار

$\beta$  = زاویه خاکریز پشت دیوار با افق

$\varphi_f$  = زاویه اصطکاک داخلی خاک مسلح شده

$\varphi_{bf}$  = زاویه اصطکاک داخلی خاکریز پشت دیوار خاک مسلح

$H$  = ارتفاع دیوار

$L$  = طول مسلح کننده

نیروی افقی وارد بر دیوار از جانب خاکریز پشت دیوار:

$$F_{TH} = 0.5 \times K_{af} \times \gamma_r \times h^2 \times \cos(\beta) \quad (۴)$$

$h$  = ارتفاع دیوار و خاک با سطح شیب دار مطابق شکل ۱  
 $\gamma_r$  = چگالی توده خاک مسلح

نیروی قائم وارد بر دیوار از جانب خاکریز پشت دیوار:

$$F_{TV} = 0.5 \times K_{af} \times \gamma_r \times h^2 \times \sin(\beta) \quad (۵)$$

وزن توده خاک مسلح:

$$V_1 = H \times L \times \gamma_r \quad (۶)$$

وزن توده مثلثی شکل بالای محدوده مسلح شده:

$$V_2 = 0.5 \times L \times \tan(\beta) \times L \times \gamma_r \quad (۷)$$

زاویه اصطکاک توده مسلح و خاک پی:

## ۲- مدل شبیه ساز دیوارهای خاکی مسلح

در این مطالعه با استفاده از روش تعادل حدی مندرج در آیین نامه FHWA برای تحلیل پایداری دیوار خاک مسلح اقدام شده است. پایداری دیوارهای خاک مسلح شامل دو بخش پایداری داخلی و خارجی است. در تحلیل پایداری خارجی کل توده مسلح به عنوان توده‌ای یکپارچه فرض می‌شود و همانند یک دیوار حائل وزنی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در تحلیل پایداری داخلی سطح لغزش دو خطی فرض شده و برای تحلیل دو حالت گسیختگی و بیرون کشیدگی المان در هر یک از سطوح بررسی می‌شوند. در این تحقیق خاکریز پشت دیوار دانه ای خشک در نظر گرفته شده و مشخصات خاک و مسلح کننده‌ها در جدول ۱ آمده است. مقطع عرضی دیوار به همراه نیروها و تنش های وارده در شکل ۱ نمایش داده شده است. از روش FHWA برای محاسبه ی ضرایب اطمینان در مقابل پایداری داخلی و خارجی بهره برده شده و به بهینه‌سازی این مساله با کمک الگوریتم فراابتکاری چندجهانی (MVO) پرداخته شده است. متغیرهای تصمیم سازی که در جهت بهینه‌سازی آنها اقدام شده است عبارتند از: فاصله قائم مسلح کننده‌ها (SV)، طول تسمه‌ها (L)، عرض هر تسمه (b)، ضخامت هر تسمه (t) و فاصله افقی مسلح کننده‌ها (Sh).

### ضرایب اطمینان پایداری خارجی

با توجه به آیین‌نامه در محاسبات از ضرایب متناسب افزایش بار و کاهش ظرفیت در روش LRFD مطابق جداول ۲ و ۳ استفاده شده است. در محاسبه پایداری خارجی، کل توده خاک مسلح جسم صلب در نظر گرفته شده و پایداری آن بررسی می‌گردد.

جدول ۲. ضرایب افزایش بار

مورد	ضرایب افزایش بار
نیروهای عمودی	۱,۳۵
نیروهای افقی	۱,۵

جدول ۳. ضرایب کاهش مقاومت

مورد	ضرایب کاهش مقاومت
مقاومت در برابر لغزش	۱

$$\sigma_h = \sigma_1 + \sigma_2 = (K_r \times Z \times \gamma_r + K_r \times S \times \gamma_r) = K_r(Z + S) \times \gamma_r \quad (14)$$

$K_r$  فشار جانبی خاک در توده مسلح است.

حداکثر نیروی وارد به تسمه:

$$T_{max} = \sigma_h \times \gamma_r \quad (15)$$

طول موثر هر تسمه:

$$L_e = L - L_a \quad (16)$$

$L_a$  طول تسمه مدفون در زون محرک که با توجه به شکل

۲ تعیین می شود.

مقاومت در برابر بیرون کشیدگی تسمه:

$$P_r = \alpha \times L_e \times b \times 2 \times F^* \times \gamma_r(Z + S) \quad (17)$$

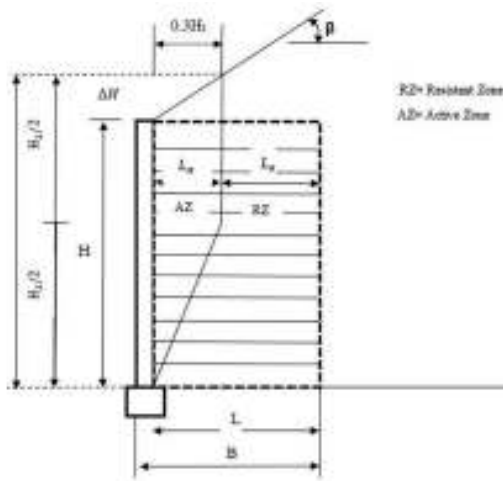
$F^*$  = ضریب مقاومت بیرون کشیدگی

نیروی قابل تحمل برای هر تسمه:

$$T_r = F_Y \times b \times t \quad (18)$$

$b$  = عرض تسمه

$t$  = ضخامت تسمه



شکل ۲. مقطع عرضی دیوار و محدوده های محرک و مقاومت

کننده (روش FHWA)

$$\mu = \min(\tan\phi_f, \tan\phi_r) \quad (8)$$

حداکثر گشتاور محرک حول نقطه A در شکل ۲:

$$M_{OA} = F_{TH} \times \frac{h}{3} \quad (9)$$

حداقل گشتاور مقاوم حول نقطه A:

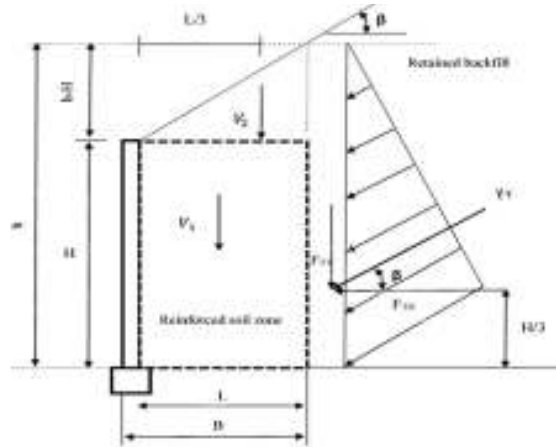
$$M_{RA} = V_1 \times \frac{L}{2} + V_2 \times \frac{2L}{3} + F_{TV} \times L \quad (10)$$

حداکثر خروج از مرکزیت که باید کوچکتر از  $L/4$  باشد:

$$e_L = \frac{L}{2} - \left(\frac{M_{RA}}{M_{OA}}\right) \quad (11)$$

حداکثر تنش اعمالی بر پی:

$$\sigma_v = \frac{V_2 + V_1 + F_{TV}}{L - 2 \times e_L} \quad (12)$$



شکل ۱. مقطع عرضی دیوار و نیروهای وارد بر آن

(روش FHWA)

### محاسبه پایداری داخلی

در این بخش وضعیت پایداری داخلی توده مسلح شده که در پایداری خارجی همانند یک جسم صلب در نظر گرفته شده بود، مورد بررسی قرار می گیرد. مقطع عرضی دیوار خاک مسلح و ناحیه های محرک و مقاومت کننده در شکل ۲ نشان داده شده اند. پارامترهای مربوطه از طریق فرمول های زیر محاسبه می گردند.

ارتفاع خاک مورد استفاده در پایداری داخلی:

$$H_1 = \frac{\tan(\beta)(0.3H)}{1 - 0.3\tan(\beta)} \quad (13)$$

تنش افقی در سطح هر لایه مطابق شکل ۲.

### ۳- الگوریتم فراابتکاری چندجهانی (MVO)

در طی نیم قرن اخیر الگوریتم‌هایی گسترش یافته‌اند که اساساً سعی در ترکیب اصول اولیه‌ی روش‌های ابتکاری و جست و جوی موثر و کارا در محدوده‌ی مورد نظر دارند و به الگوریتم‌های فراابتکاری موسوم‌اند (Kaveh & Khayatazad, 2014). الگوریتم‌هایی مانند ژنتیک (GA)، بهینه‌سازی ذرات جمعی (PSO) و ... نمونه‌هایی از روش‌های فراکاوشی هستند. الگوریتم‌های فرا ابتکاری با توجه به قابلیت آنها به عنوان روش‌های بهینه‌سازی برای مسائل پیچیده، بسیار مورد توجه قرار گرفته و کاربرد آن‌ها با موفقیت در علوم مهندسی توسعه یافته است. از جمله این کاربردها می‌توان به مسائل برنامه‌ریزی، زمان‌بندی، طراحی، مسیریابی وسایل نقلیه، تخصیص و جاگذاری تجهیزات و ... اشاره کرد (Koerner, 2011). الگوریتم فراابتکاری چندجهانی (MVO) یکی از الگوریتم‌های برجسته در حل مسائل بهینه‌سازی می‌باشد. این الگوریتم را می‌توان با استفاده از تمهیدات خاص در شرایط گسسته، پیوسته و باینری بکار برد و نتایج مناسبی از آن به دست آورد. این الگوریتم در سال ۲۰۱۵ توسط میرجلیلی با الهام از سه مفهوم سیاه چاله، سفید چاله و کرم چاله در علم نجوم ارائه شده است (Manahiloh, 2015).

تئوری بیگ بنگ (انفجار بزرگ) در مورد بوجود آمدن جهان ما با یک انفجار بزرگ بحث می‌کند. با توجه به این تئوری شناخته شده بین فیزیکدان‌ها این انفجار منشاء همه چیزهای موجود در این جهان است و هیچ چیزی قبل از آن وجود نداشته است. مطابق این تئوری یک یا چندین انفجار بزرگ باعث بوجود آمدن جهان‌ها شده است. مفهوم چند جهانی در مقابل مفهوم جهان وجود دارد که به معنی وجود جهان‌هایی موازی با جهانی است که ما در آن زندگی می‌کنیم. چندین جهان با هم در حال تعامل هستند حتی ممکن است با توجه به تئوری چند جهانی با هم برخورد کنند. همچنین تئوری چند جهانی بیان می‌دارد که در هر جهان قوانین فیزیک مختص به همان جهان است و در جهان‌های دیگر اعتبار ندارد. کارایی الگوریتم فراابتکاری چندجهانی (MVO) با الگوریتم‌های GA، PSO، GSA و GWO مقایسه شده و مسائل معرفی همانند میله تحت

بار فشاری و مساله چرخ دنده و معادله‌های که به صورت متداول به عنوان بنج مارک برای نشان دادن توانایی یک الگوریتم مورد استفاده قرار می‌گیرند با آن حل شده است. نشان داده شده است که این الگوریتم با سرعت بیشتری به جوابهایی با هزینه کمتر می‌رسد و توانسته مسائلی که فضای جست و جوی آنها ناشناخته است را نیز حل نماید (Mirjalili, 2010).

#### مفاهیم اساسی

از سه مفهوم در تئوری چند جهانی برای تولید الگوریتم فراابتکاری چندجهانی (MVO) الهام گرفته شده است که در ادامه توضیح داده می‌شوند.

۱- سفید چاله: هرگز در جهان ما دیده نمی‌شود، اما فیزیکدان‌ها معتقدند انفجار بزرگ با توجه به سفید چاله بوده و به عنوان یکی از اجزای اصلی ایجاد جهان بوده است و چرخه انفجار بزرگ و سفید چاله بین جهان‌های موازی دائماً در حال رخ دادن است. تصویر شماتیک سفید چاله و سیاه چاله را می‌توان در شکل ۳ مشاهده نمود.

۲- سیاه چاله: ناحیه‌ای از فضا-زمان است که آثار گرانشی آن، چنان نیرومند است که هیچ چیز حتی ذرات و تابش‌های الکترومغناطیسی مثل نور نمی‌توانند از میدان گرانش آن بگریزد و از نظر فرکانس و رفتار کاملاً در تضاد با سفید چاله قرار دارد.

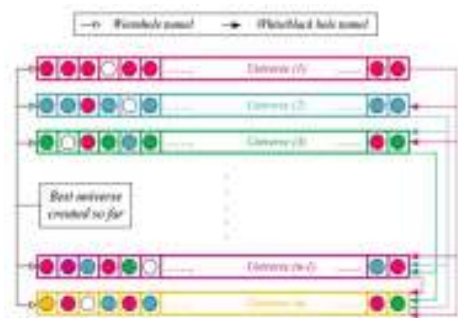
۳- کرم چاله: ساختار و بعد فضا و زمان را شکسته و باعث ایجاد تونل و حفره‌ای می‌شود که سرعت یک ماده در آن از سرعت نور بیش تر خواهد شد. همچنین کرم چاله‌ها بعد و ساختار فضا را نیز شکافته و آن را جمع می‌کنند که این باعث کوتاه شدن مسافت بین دو نقطه در فضا می‌گردد. اندرکنش این سه مفهوم باعث ایجاد موقعیتی پایدار شده است که همین مساله الهام بخش الگوریتم می‌باشد.

#### نحوه عملکرد الگوریتم فراابتکاری چندجهانی (MVO)

عملکرد الگوریتم‌های مبتنی بر جست و جو در جمعیت، به دو قسمت اکتشاف و استخراج تقسیم می‌شود. از دو مفهوم سیاه چاله و سفید چاله برای اکتشاف در فضای



شکل ۳. مفهوم سیاه چاله و سفید چاله



شکل ۴. مفهوم انتقال اشیاء در بین جهانها

(Mirjalili, ۲۰۱۵)

#### ۴- مدل طراحی بهینه دیوارهای خاک مسلح

مدل پیشنهادی بهینه ساز - شبیه ساز در شکل ۵ نشان داده شده است. منظور از تابع هدف در این شکل برای مساله حاضر همان تابع هزینه است که توسط قیود بخش های ۴-۱ و ۴-۲ محدود شده است. میزان تخطی ضرایب اطمینان به دست آمده (FS) از ضرایب اطمینان مجاز (FS<sub>all</sub>) به عنوان تابع جریمه در نظر گرفته شده اند. ضمناً به دلیل اختلاف ناچیز ضرایب اطمینان بدست آمده از ضرایب اطمینان لازم (مجاز) این اختلاف در عدد ۱۰۰۰ ضرب گردید. برای طراحی بهینه دیوار خاکی مسلح دو کد مجزا در محیط برنامه نویسی MATLAB نوشته شده که پس از تلفیق با یکدیگر منجر به تولید جواب بهینه برای طراحی دیوار خواهند شد. کد اول مربوط به شبیه سازی رفتار دیوار خاک مسلح بوده و کد دوم مربوط به نحوه عملکرد الگوریتم فراابتکاری چندجهانی (MVO) است.

با توجه به شکل ۵ هر کدام از کدهای شبیه ساز و بهینه ساز دارای ورودی ها و خروجی هایی هستند. در ابتدا الگوریتم بهینه ساز برای ۵ متغیر طراحی با توجه به قیود کرانها، جواب تصادفی تولید کرده و در گام بعدی این ۵ مقدار در

جست و جو استفاده شده است و در مقابل برای استخراج از مفهوم کرم چاله بهره برده شده است. هر پاسخ را مشابه یک جهان در نظر گرفته و هر متغیر جواب یک شیء در جهان است. به هر پاسخ یک نرخ تورم اختصاص داده شده است که متناسب با مقدار تابع هدف برای آن پاسخ می باشد. همچنین از متغیر زمان به عنوان سیکل های الگوریتم استفاده شده است. قوانین زیر برای جهانها اعمال می شود:

- ۱- بالاترین نرخ تورم، بیشترین احتمال وجود سفید چاله را نشان می دهد.
  - ۲- بالاترین نرخ تورم، پایین ترین احتمال وجود سیاه چاله را نشان می دهد.
  - ۳- جهان با بالاترین نرخ تورم تمایل بیشتری به ارسال اشیاء از سفید چاله دارد.
  - ۴- جهان با پایین ترین نرخ تورم تمایل بیشتری برای دریافت اشیاء از سیاه چاله دارد.
  - ۵- اشیاء در همه ی جهانها ممکن است به صورت تصادفی به سمت بهترین جهان از طریق کرم چاله بدون در نظر گرفتن نرخ تورم بروند.
- یک مدل مفهومی از الگوریتم در شکل ۴ آمده است. شکل ۴ نشان می دهد که چگونه یک شیء اجازه می یابد به وسیله سیاه یا سفید چاله در میان جهانها انتقال یابد. هنگامی که یک تونل سیاه / سفید چاله بین دو جهان برقرار می شود جهان با نرخ تورم بیشتر نقش سفید چاله و جهان با نرخ تورم کم تر نقش سیاه چاله را ایفا می کند و اشیاء با این الگو انتقال پیدا می کنند. برای انتخاب مبدا و مقصد با توجه به کیفیت آنها از روش رولت ویل که یکی از مناسب ترین روش های انتخاب های تصادفی می باشد، استفاده شده است (Mirjalili, ۲۰۱۵).

$$b_{min} < b < b_{max} \quad (21)$$

$$t_{min} < t < t_{max} \quad (22)$$

$$Sh_{min} < Sh < Sh_{max} \quad (23)$$

### قیود ضرایب اطمینان

دومین گروه از محدودیت‌ها مربوط به ضرایب اطمینان محاسبه شده است که باید از ضرایب اطمینان لازم بزرگتر باشند.

$$1 < \frac{F_{TH}}{(V_2 + V_1)} \quad (24)$$

$$1 < \frac{q_u}{\sigma_v} \quad (25)$$

$$\frac{L}{4} < e_L \quad (26)$$

$$1 < \frac{T_r}{T_{max}} \quad (27)$$

$$1 < \frac{P_r}{T_{max}} \quad (28)$$

در نهایت تابع هزینه (تابع هدف) مورد استفاده مطابق فرمول ۲۹ می‌باشد که وابسته به حجم عملیات خاکریزی و المان‌های تسلیح است. هدف نهایی کمینه نمودن تابع هزینه خواهد بود. مقادیر ضرایب هزینه C1, C2, C3 در جدول ۱ ارائه شده است.

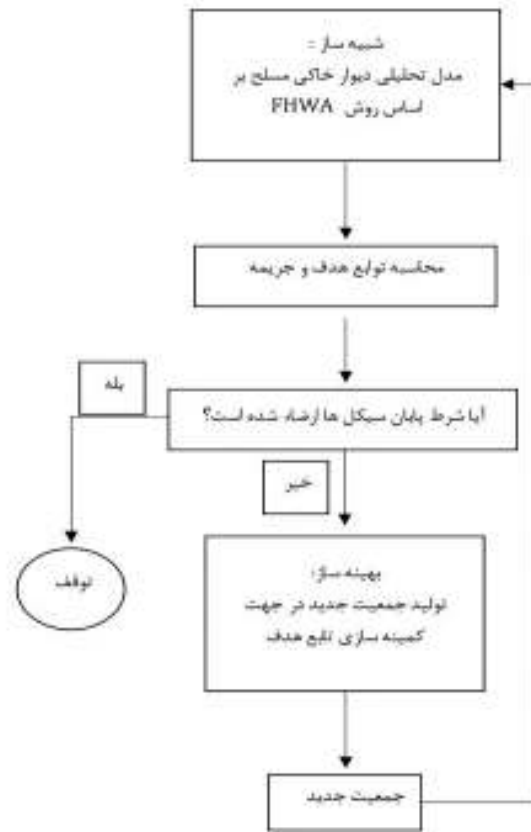
$$\begin{aligned} \text{Min Cost} = & (C1 \times n \times b \times \\ & t \times L \times \gamma_{STEEL}) + (C2 \times \gamma_r \times \\ & h \times L) + (C3 \times n \times b \times t \times \\ & 0.1 \times \gamma_{STEEL}) \end{aligned} \quad (29)$$

جدول ۴. کران‌های بالا و پایین هر متغیر

	Sv (m)	L (m)	b (m)	t (m)	Sh (m)
min	۰,۲	۳	۰,۰۲	۰,۰۰۲	۰,۳
max	۰,۸	۱۰	۰,۱	۰,۰۰۵	۰,۷۵

n تعداد تسمه در طول یک متر دیوار بوده و طول هر زبانه برابر با ۰,۱ متر در نظر گرفته شده است. زبانه قطعه ای U شکل از جنس تسمه و با ضخامت و عرض برابر با تسمه است که در هنگام ساخت بلوک نما در بتن قرار می‌گیرد و برای اتصال تسمه به بلوک نما به کار می‌رود.

اختیار کد شبیه‌ساز دیوار قرار داده می‌شود. سپس با کمک روابط ارائه شده در بخش قیود ضرایب اطمینان، تابع پناستی میزان جریمه متعلق به این گروه از جواب‌های بالقوه را محاسبه کرده و در اختیار برنامه بهینه‌ساز قرار می‌دهد. کد بهینه‌ساز با توجه به ویژگیهای الگوریتم خود و میزان جریمه جواب بدست آمده در مرحله قبل، سری جدیدی از جواب‌های بالقوه را تولید می‌نماید و این مراحل تا ارضاء شدن شرط پایان چرخه محاسبات ادامه می‌یابد.



شکل ۵. مدل پیشنهادی شبیه ساز - بهینه ساز

### کران‌های متغیرها

اولین گروه از محدودیت‌ها مربوط به کران بالا و پایین هر متغیر می‌باشند که در هنگام تولید مجموعه جواب‌ها مورد توجه قرار گرفته‌اند. مقادیر کران‌ها در جدول ۴ آمده است.

$$Sv_{min} < Sv < Sv_{max} \quad (19)$$

$$L_{min} < L < L_{max} \quad (20)$$

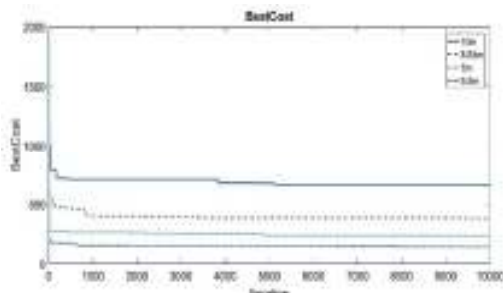


### ۵- اجرای مدل و بررسی نتایج

به منظور ارزیابی عملکرد روش شبیه سازی - بهینه سازی (MSEW - MVO) نسبت به سایر روش های طراحی بهینه جهت صرفه جویی اقتصادی در اجرای دیوار های خاکی مسلح، طراحی چند نمونه دیوار مورد بررسی قرار گرفت. طراحی دیوار های مذکور مطابق با شرایط هندسی شکل ۲ و با ارتفاع های مختلف مطابق با مقادیر موجود در جدول ۱ با دو روش FHWA و MSEW-MVO انجام گردیده و نتایج آنها در جدول ۵ با هم مقایسه شده است. مشاهده می شود که هزینه مربوط به نتایج حاصل از این پژوهش از ۸ تا حداکثر تا ۲۲ درصد کمتر از روش FHWA می باشد. به علاوه در آیین نامه FHWA نسبت  $\frac{L}{H}$  برابر با ۰٫۸ توصیه شده است و همانطور که در جدول ۵ مشاهده می شود نسبت  $\frac{L}{H}$  برای مقادیر بهینه در مطالعه حاضر بین اعداد ۰٫۷۴ تا ۰٫۸۴ متغیر است که مطابقت خوبی با توصیه مذکور دارد. نمودارهای هزینه برای دیوارها با ارتفاع متفاوت بر حسب سیکل های طی شده در شکل ۶ ارائه گردیده است. در این شکل، چگونگی همگرایی هزینه به کمترین میزان، در حالات مختلف قابل مشاهده است. شایان ذکر است که با استفاده از مدل توسعه یافته در مطالعه حاضر، با وجود تعداد نسبتاً بالای سیکل های محاسبات، جواب های بهینه در زمان مناسبی ارائه گردید.

در جدول ۶ حساسیت تابع هدف نسبت به تغییرات ضرایب هزینه ارائه شده است. در ابتدا با ثابت در نظر گرفتن ضریب هزینه قطعات فولادی (C3+C1)، ضرایب متنوعی بر ضریب هزینه عملیات خاکی (C2) اعمال گردیده و در هر مورد محاسبات بهینه سازی انجام شده است. سپس

بطور مشابه بهینه سازی با ثابت در نظر گرفتن ضریب (C2) و اعمال ضرایب مختلف بر (C3+C1) انجام شده است. با توجه به جدول ۶ می توان دریافت که هزینه قطعات فلزی نقش موثرتری در تابع هزینه دارد و تابع هزینه نسبت به تغییر این ضرایب حساس تر می باشد؛ زیرا به عنوان نمونه در مورد مساله B3 با دو برابر کردن ضریب C3 + C1، تابع هزینه عدد ۱۷۱۷ را نشان می دهد ولی در مثال A3 با دو برابر کردن ضریب C2 تابع هزینه عدد ۱۸۴۱ را نشان می دهد. در مثالی دیگر می توان دید که با ۵ برابر کردن هزینه قطعات فلزی، هزینه ساخت دیوار به حدود ۴٫۵ برابر افزایش پیدا می کند و در مقابل با ۵ برابر کردن هزینه عملیات خاکی، هزینه احداث دیوار ۱٫۵ برابر می شود. این مطلب در مورد دیگر ضرایب اعمالی بر هزینه ها نیز مطابق شکل های ۷ و ۸ مشهود است. اشکال ۷ و ۸ تغییرات هزینه را به ترتیب بر حسب ضریب هزینه عملیات خاکی و ضریب هزینه قطعات فولادی نمایش می دهند. با توجه به شیب منحنی ها در این اشکال می توان نتیجه گرفت حساسیت تابع هزینه به تغییر مقدار ضریب هزینه ی قطعات فولادی بیشتر است.



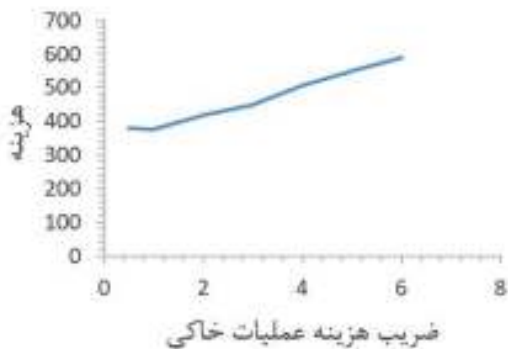
شکل ۶. نمودار هزینه طراحی برای دیوارها با ارتفاع متفاوت بر حسب سیکل های طی شده

جدول ۵. مقایسه مقادیر بدست آمده از پژوهش حاضر و طراحی بر مبنای (FHWA)

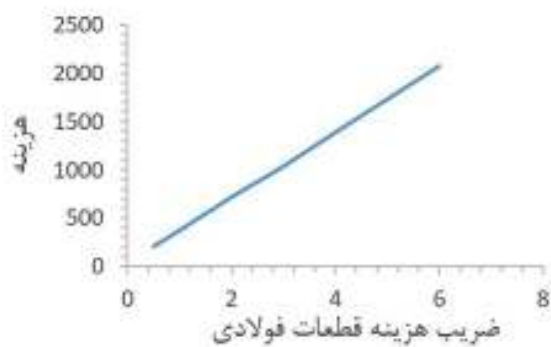
	$H$ (m)	$Sv$ (m)	$L$ (m)	$b$ (m)	$t$ (m)	$Sh$ (m)	Cost	Cost reduction (%)
FHWA	۵٫۵	۰٫۸	۴٫۹	۰٫۰۵	۰٫۰۰۴	۰٫۷۵	۱۸۰	۲۲
Current study		۰٫۵	۴٫۲	۰٫۰۲۳	۰٫۰۰۴۸	۰٫۵	۱۴۰	
FHWA	۷	۰٫۸	۶٫۱	۰٫۰۵	۰٫۰۰۴	۰٫۷۵	۲۹۳	۲۱
Current study		۰٫۷	۵٫۱۸	۰٫۰۲	۰٫۰۰۳۹	۰٫۳۳	۲۳۴	
FHWA	۸٫۵۳	۰٫۷۶	۷٫۳	۰٫۰۵	۰٫۰۰۴	۰٫۷۵	۴۴۷	۱۶
Current study		۰٫۶۵	۶٫۳۹	۰٫۰۲	۰٫۰۰۴۸	۰٫۴	۳۷۶	
FHWA	۱۰	۰٫۶	۸٫۵	۰٫۰۵	۰٫۰۰۴	۰٫۷۵	۷۲۰	۸
Current study		۰٫۶۷	۸٫۴۵	۰٫۰۲	۰٫۰۰۵	۰٫۳۵	۶۶۴	

جدول ۶. مقایسه مقادیر بدست آمده با تغییر در ضریب هزینه ها برای دیوار به ارتفاع ۸.۵۳ متر

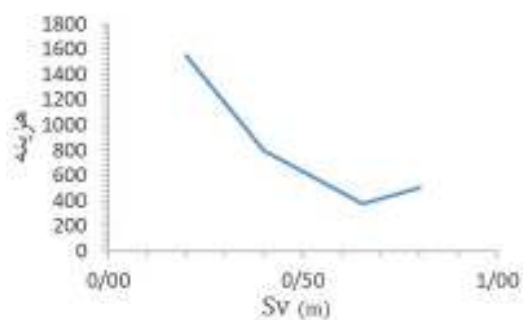
گروه	مساله	متغیر های مساله					ضرایب هزینه		Cost
		$Sv$	$L$	$b$	$t$	$Sh$	ضریب اعمال شده بر هزینه عملیات خاکی	ضریب اعمال شده بر هزینه قطعات فولادی	
(A) بررسی اثر تغییر در هزینه خاکریزی	۱	۰,۳۹	۶,۳۹	۰,۰۲	۰,۰۰۴۹	۰,۶۶	۱	۰,۵	۳۷۸
	۲	۰,۶۱	۶,۳۹	۰,۰۲	۰,۰۰۴۹	۰,۴۲	۱	۱	۳۷۶
	۳	۰,۵۳	۶,۳۹	۰,۰۲	۰,۰۰۴۹	۰,۴۸	۱	۲	۴۱۸
	۴	۰,۶۵	۶,۳۹	۰,۰۲	۰,۰۰۴۹	۰,۴	۱	۳	۴۴۸
	۵	۰,۴۵	۶,۳۹	۰,۰۲	۰,۰۰۴۹	۰,۵۷	۱	۴	۵۰۶
	۶	۰,۵	۶,۳۹	۰,۰۲	۰,۰۰۴۸	۰,۵	۱	۵	۵۵۰
	۷	۰,۶	۶,۳۹	۰,۰۲	۰,۰۰۴۸	۰,۴۲	۱	۶	۵۹۰
(B) بررسی اثر تغییر در هزینه قطعات فولادی	۱	۰,۶۵	۶,۴	۰,۰۲	۰,۰۰۴۸	۰,۴۱	۰,۵	۱	۲۱۰
	۲	۰,۶۱	۶,۳۹	۰,۰۲	۰,۰۰۴۹	۰,۴۲	۱	۱	۳۷۶
	۳	۰,۵	۶,۴۵	۰,۰۲	۰,۰۰۴۹	۰,۵۱	۲	۱	۷۱۷
	۴	۰,۶۵	۶,۳۹	۰,۰۲	۰,۰۰۴۸	۰,۳۴	۳	۱	۱۰۴۰
	۵	۰,۵۶	۶,۴	۰,۰۲	۰,۰۰۴۸	۰,۴۵	۴	۱	۱۳۸۴
	۶	۰,۷۱	۶,۴	۰,۰۲	۰,۰۰۴۷	۰,۳۵	۵	۱	۱۷۳۱
	۷	۰,۴۳	۶,۴	۰,۰۲	۰,۰۰۴۹	۰,۶	۶	۱	۲۰۷۵



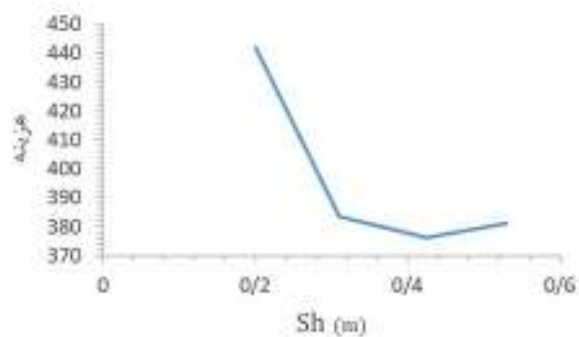
شکل ۸. نمایش تابع هزینه برحسب ضریب هزینه عملیات خاکی



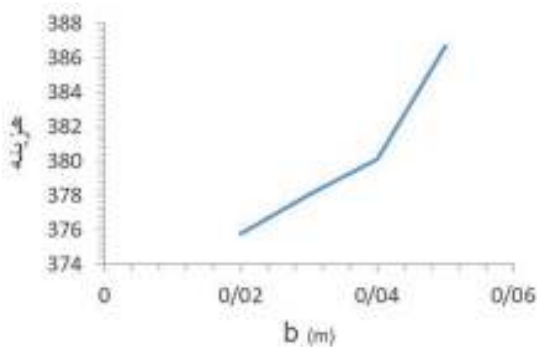
شکل ۷. نمایش تابع هزینه برحسب ضریب هزینه قطعات فولادی



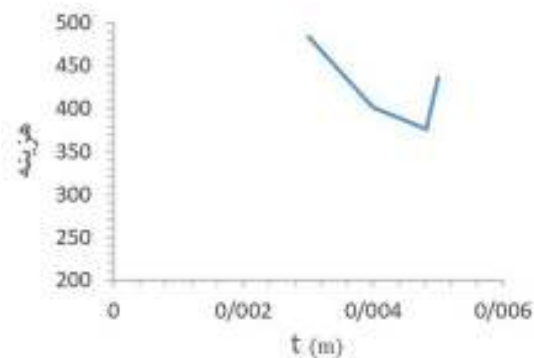
الف) نمودار تغییر هزینه برحسب تغییر فاصله قائم مسلح کننده‌ها



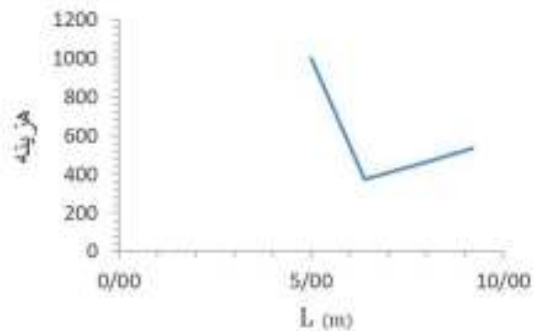
ب) نمودار تغییر هزینه برحسب تغییر فاصله افقی مسلح کننده‌ها



پ) نمودار تغییر هزینه برحسب تغییر عرض مسلح کننده‌ها



ت) نمودار تغییر هزینه برحسب تغییر ضخامت مسلح کننده‌ها



ث) نمودار تغییر هزینه برحسب تغییر طول مسلح کننده‌ها

شکل ۹. نمودار تغییرات هزینه برحسب تغییر متغیرهای مساله

ب- با استفاده از روش ارائه شده هزینه ساخت دیوار خاک مسلح با ارتفاع کم تا ۲۲ درصد و هزینه احداث دیوار با ارتفاع زیاد تا ۸ درصد نسبت به روش FHWA کاهش یافت. بدین ترتیب مشخص شد که هزینه‌های ساخت دیوارهای بلندتر، در دو حالت طراحی بهینه و طراحی مطابق با توصیه‌های آیین نامه به یکدیگر نزدیک تر هستند.

پ- روش ارائه شده در این پژوهش علاوه بر آنکه در دام بهینه‌های محلی قرار نگرفته با وجود تعداد نسبتا بالای سیکل‌های محاسبات زمان اندکی برای ارائه جواب‌ها نیاز داشته است و این به معنای تقلیل زمان مورد نیاز برای انجام طراحی بهینه است.

ت- حساسیت تابع هدف (هزینه) نسبت به دو ضریب هزینه سنجیده شد و مشخص گردید تابع هدف نسبت به افزایش ضریب هزینه قطعات فلزی در مقایسه با ضریب هزینه عملیات خاکی حساسیت بیشتری دارد. برای مثال با ۵ برابر کردن هزینه قطعات فلزی مسلح کننده هزینه ساخت دیوار به حدود ۴/۵ برابر افزایش پیدا کرد، در حالی که با ۵ برابر کردن هزینه عملیات خاکی، هزینه احداث دیوار ۱,۵ برابر شد.

ث- روند تغییرات کل هزینه بر حسب تغییر متغیرهای مختلف تصمیم بررسی شد. مطالعه نتایج ارزیابی مذکور می‌تواند در ارتقاء دید مهندسی طراحان دیوارهای خاکی مسلح شده با تسمه‌های فولادی موثر واقع گردد.

#### ۷- مراجع

-الادینی، م. گیائیان، ح. و کاوه، ع. (۱۳۸۸)، "بهینه‌سازی دیوار خاک مسلح شده با تسمه فلزی با استفاده از الگوریتم PSO"، مهندسی عمران شریف، ص. ۲۷.

-گواشیری، ز. شفابخش، غ. ع. اکبری، م. و عبدالحسین حداد، ز. (۱۳۸۷)، "امکان‌سنجی اجرای دیوار خاک مسلح با ژئوستتیک و بررسی موردی آن در جاده ویژه گلستان"، پژوهشنامه حمل و نقل.

-Basudhar, PK, Vashistha, Amol, Deb, Kousik, & Dey, Arindam. (2008), "Cost optimization of reinforced earth walls". Geotechnical and Geological Engineering, 26(1), pp.1-12.

نمودارهای شکل ۹ تغییرات هزینه را با متغیرهای تصمیم شامل فواصل قائم و افقی تسمه‌ها، ضخامت تسمه‌ها، طول تسمه‌ها و عرض تسمه‌ها برای دیوار خاک مسلح با ارتفاع ۸,۵۳ متر نمایش می‌دهند. در اینجا چهار متغیر از پنج متغیر مهم در تعیین هزینه دیوار خاک مسلح، توسط الگوریتم بهینه‌سازی با ثابت نگه داشتن متغیر پنجم بهینه شده اند و سپس تابع هدف مورد ارزیابی قرار گرفته است. محدوده تغییرات محور افقی هر نمودار با توجه به کران‌های بالا و پایین متغیر مربوطه تعیین شده است.

منحنی‌های ارائه شده در شکل ۹ نشان می‌دهند که جواب‌های حاصل، مقادیر بهینه محلی نبوده و مدل پیشنهادی در دام بهینه محلی قرار نگرفته است. چرا که اگر جواب بهینه محلی بدست آمده بود، باید در نمودار جوابی وجود داشت که منجر به هزینه کمتری نسبت به متغیرهای طراحی بهینه به دست آمده در این پژوهش شود. ضمناً روند تغییرات جهت یافتن حالت بهینه برای متغیرهای مختلف متفاوت بوده و به عنوان نمونه با افزایش ضخامت تسمه در شکل ۹-ت ابتدا هزینه‌ها کاهش یافته و بعد از عبور از مقدار بهینه هزینه‌ها افزایش می‌یابد.

#### ۶- نتیجه‌گیری

امروزه متداول‌ترین روشی که در طراحی دیوارهای خاکی مسلح شده با تسمه‌های فلزی به کار برده می‌شود، روش اداره فدرال بزرگراه‌های آمریکا (FHWA) است، اما لزوماً طرح بدست آمده از این روش اقتصادی نیست. به همین دلیل در این تحقیق روش بهینه‌سازی جدیدی با مدل شبیه سازی دیوار خاک مسلح تلفیق شده است تا بتوان اقتصادی‌ترین حالت طراحی را با توجه به قیود مورد نظر فراهم کرد.

الف- در این پژوهش روش ترکیبی شبیه‌سازی بهینه ساز (MSEW -MVO) برای طراحی بهینه دیوارهای خاکی مسلح ارائه گردید. مشاهده شد که مقدار تابع هدف (هزینه تمام شده) حاصل از این پژوهش از مقادیر حاصل از روش FHWA کمتر بوده و روش مورد استفاده شرایط اقتصادی مناسب‌تری را فراهم آورده است.

- Kaveh, A, & Khayatazad, M. (2014), "Optimal design of cantilever retaining walls using ray optimization method". Iranian Journal of Science and Technology. Transactions of Civil Engineering", 38(C1+), pp. 261.
- Koerner, Robert M, & Soong, Te-Yang. (2001), "Geosynthetic reinforced segmental retaining walls. Geotextiles and Geomembranes", 19(6), pp.359-386.
- Manahiloh, Kalehiwot Nega, Nejad, Mohammad Motaleb, & Momeni, Mohammad Sadegh. (2015), "Optimization of design parameters and cost of geosynthetic-reinforced earth walls using harmony search algorithm". International Journal of Geosynthetics and Ground Engineering, 1(2), pp.15.
- Mirjalili, S., Mirjalili, S. M., & Hatamlou, A. (2016), "Multi-verse optimizer: a nature-inspired algorithm for global optimization". Neural Computing and Applications, 27(2), pp.495-513.
- Nejad, Mohammad Motaleb, & Manahiloh, Kalehiwot Nega. (2015), "A Modified Harmony Search Algorithm for the Optimum Design of Earth Walls Reinforced with Non-uniform Geosynthetic Layers". International Journal of Geosynthetics and Ground Engineering, 1(4), pp.36.
- Berg, Ryan R, Christopher, Barry R, & Samtani, Naresh C., (2009), "Design of Mechanically Stabilized Earth Walls and Reinforced Soil Slopes", Vol. I.
- Elias V., Christopher B. (2001), "Mechanically Stabilized Earth Walls and Reinforced Soil Slopes Design and Construction Guidelines", National Highway Institute, Department of Transportation FHWA, Washington, D.C., USA.
- Deng, Michelle Mingyan. (2015), "Reliability-based optimization design of geosynthetic reinforced embankment slopes: Missouri University of Science and Technology".
- Ghazavi, M, & Bazzazian Bonab, S. (2011), "Optimization of reinforced concrete retaining walls using ant colony method". ISGSR.
- Ghiassian, H, & Aladini, K. (2009), "optimum design of reinforced earth walls with metal strips; simulation-optimization approach". asian journal of civil engineering (building and housing), 10(6), pp.641-655.
- Jones, Colin JFP., (2013), "Earth reinforcement and soil structures", Elsevier.