عرضه انحصاری کالای بادوام با نوسانات تصادفی در قیمت و ذخیره کالا

دکتر مجید احمدیان[1]

چکیده

این مقاله عرضه کالای بادوام را برای یک انحصارگر در شرائطی تعیین می‌کند که قیمت و ذخیره کالا در طول زمان به طور تصادفی نوسان می‌کنند. نوسانات تصادفی از ویژگیهای اصلی مدل است که آن را از مدل‌های دیگران بخصوص مدل دریسکیل (۱۹۹۷) کاملاً متمایز می‌کند. با در نظر گرفتن نرخ استهلاک کالا و تابع صعودی هزینه نهایی تولید، نتیجه بدست آمده گویای این مطلب است که واریانس قیمت و ذخیره کالا می‌تواند میزان رشد انتظاری تولید را زمانی که واریانس مزبور رشد مستقل تقاضا را جبران می‌کند کاهش دهد. برای این منظور لازم است شیب تابع تقاضا نسبت به متغیر کالا کاهش پیدا کند. اگر منحنی تقاضا افقی باشد انتظار این است که انحصارگر رشد انتظاری تولید را درآینده افزایش دهد زیرا تقاضا در طول زمان رشد مستقلی دارد.

۱. مقدمه

مصرف‌کنندگان کالاهای اقتصادی بادوام را در زمان حال می‌خرند و از خرید آنها، در سال‌های آینده صرفنظر می‌کنند زیرا این کالاها عمر مفید نسبتاً طولانی دارند. از طرف دیگر، فروشندگان این کالاها را در زمان حال می‌فروشند و انتظار دارند در سالهای آینده مقدار فروش آنها کاهش یابد. فروشنده در بازار انحصاری مطلع است که فروش زمان حال، رقیب فروش زمان آینده است. کوس (Coase) این مطلب را در سال ۱۹۷۲ مورد توجه قرار داد. وی باین نتیجه رسید که چون انحصارگر نمی‌تواند مسیر فروش آینده را از قبل برای خریداران تعهد و مشخص کند بدین جهت بادوام بودن کالا موجب می‌شود قدرت انحصارگر در بازار و در آینده از بین برود. از این رو، انحصارگر با قیمت رقابتی، کالای بادوام را می‌فروشد زیرا ذخیره این

۱- عضو هیئت علمی دانشکده اقتصاد، دانشگاه تهران

کـالا در شـرایط رقـابتی تـعیین مـی‌گردد. امـروزه ایـن اسـتدلال بـه حـدس و گـمان کـوس (Coase Conjecture) معروف شده است.

مـقالات مـتعددی بـرای تـجزیه و تـحلیل حـدس کـوس نـوشته شـده‌اند کـه در آنـها مـیزان اسـتهلاک، عـمر مـفید کـالا و شـکـل تـابع هـزینه نـهایی تـولید دارای مـفروضات متفاوتی می‌باشد. این مقالات توسط استوکی (Stokey ،۱۹۸۱) بـاند و سـاموئلسون (۱۹۸۷، Bond and Samuelson)، اوسبل و دنکری (۱۹۸۹، Ausbel and Deneckere)سوبل (۱۹۹۱، Sobel)، گول و همراهان (۱۹۸۶، Gul et al)، کاهن (۱۹۸۶، Kahn)، کارپ (۱۹۹۵، Karp)، در سالهای اخیر توسط دریسکیل (۱۹۹۷، Driskill) تدوین و تنظیم شده‌اند.

برخلاف این مقالات، در مقاله حاضر، عرضه کالاهای بادوام در بـازار انـحصاری و تـحت شرایط کاملاً نامطمئن تعیین می‌شود. برای این منظور، مدل نظرئی تدوین شده است که قیمت و ذخیره کالا در طول زمان نوسانات تصادفی دارند. همچنین در این مقاله، نتیجه کار دریسکیل (۱۹۹۷) در شرایط تصادفی مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد.

این مقاله به صورت زیر سازمانبندی شده است. در قسمتهای ۲ و ۳ جریان تصادفی قیمت و ذخیره کالای بادوام در طول زمان مشخص می‌شود. مدل نظری برای بیان رفتار انحصارگر در قسمت ۴ معرفی شده است. در قسمت ۵ رشد انتظاری میزان تولید و عوامل موثر در آن بررسی می‌گردد. و سرانجام نتیجه‌گیری نهایی در قسمت ۶ آورده شده است.

۲. روند تصادفی ذخیره کالای بادوام

استعمال کالای بادوام به عمر مفید آن بستگی دارد. کالاهای بادوام در اثر استعمال در طول زمان مستهلک شده و از عمر آنها کاسته می‌شود. اگر کالا صد در صد بادوام باشد می‌تواند کاملاً جهت جبران تقاضا در آینده بکار رود. در صورتی که کـالاهای نسـبتاً بـادوام ایـنطور نـیستند، قسمتی از آنها جهت تامین تقاضا به آیـنده مـنتقل مـی‌شود و بـقیه در اثـر اسـتفاده مسـتهلک می‌گردد.

فرض می‌کنیم در زمان t ذخیره کالای بادوام Q_t و نرخ استهلاک b باشند در ایـن صـورت مقدار bQ_t مستهلک شده و بقیه به صورت $Q_t - bQ_t$ به آینده منتقل می‌شود. تحت این شرایط، در زمان $t + 1$ کالای بادوام به صورت زیر نوشته می‌شود :

$$Q_{t+1} = q_t + (Q_t - bQ_t) \qquad (۱)$$

که در آن q_t میزان تولید در زمان t است. مجموع میزان تولید با باقیمانده ذخیره کالا در زمان t کل ذخیره کـالا را در زمـان t+1 بـوجود مـی‌آورد. رابـطه (۱) را بـه صـورت دیگـر در زیـر می‌نویسیم:

$$\Delta Q_t = q_t - bQ_t \qquad (۲)$$

که در آن $\Delta Q_t = Q_{t+1} - Q_t$ است. اگر $b = 0$ باشد در این صورت $\Delta \dot{Q}_t = q_t$ شده و ذخیره کالای صد در صد بادوام حاصل می‌شود. اگر $b = 1$ باشد در این حالت رابطه (۱) به صورت $Q_{t+1} = q_t$ در می‌آید و در نتیجه کالا نمی‌تواند به ذخیره در اقتصاد ملی تبدیل شود. این نوع کالا را صد در صد بی‌دوام می‌نامند.

فرض می‌کنیم زمان متغییر پیوسته است در این صورت رابطهٔ (۲) به صورت زیر خلاصه خواهد شد:

$$\frac{dQ}{dt} = q - bQ \qquad (۳)$$

برای سهولت عامل زمان را از متغییرها حذف کرده‌ایم. رابطه (۳) تغییر موجودی کالای بادوام را در طول زمان نشان می‌دهد و نوسانات آن روند تصادفی ندارد. اما در حقیقت قسمتی از تغییرات ذخیره کالا نوسانات تصادفی دارد، در این صورت رابطه (۳) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$dQ = (q - bQ)\, dt + \sigma_1\, dz_1 \quad (۴)$$

که در آن dz_1 متغییر تصادفی است و از جریان وینر (Wiener Process) پیروی کرده و ویژگی آن به صورت $E[dz_1] = 0$ و $Var[dz_1] = dt$ می‌باشد[۱]. و در نتیجه واریانس و میانگین dQ به صورت $var[dQ] = \sigma_1^2 dt$ و $E[dQ] = [q - bQ]\, dt$ نوشته می‌شود[۲].

۳. تابع قیمت در شرایط نامطمئن

کالای بادوام در شرایط انحصاری تولید شده و سپس در بازار به فروش می‌رسد. قسمتی از کالای بادوام در اثر استعمال مستهلک شده و بقیه بر موجودی ذخیره در سال‌های آینده اضافه می‌شود. انحصارگر اگر میزان فروش را برای آینده کاملاً از پیش تعیین نماید در این صورت از نظر خریداران ذخیره کالا برای آینده کاملاً مشخص شده است. خریداران اطلاعات کافی از موجودی کالای بادوام در آینده خواهند داشت. اگر ذخیره کالا برای آینده بیشتر تعیین شده باشد، در این حالت خریداران تصمیم می‌گیرند کالای مورد نیاز را در زمان آینده بخرند و از خرید آن در زمان حال صرفنظر می‌کنند. اگر ذخیره کالا برای آینده کمتر تعیین شود خریداران ترجیح می‌دهند کالای مورد نیاز را در زمان حال تهیه نمایند. احتمال دارد انحصارگر برای تعیین میزان فروش در آینده هیچگونه تعهد قبلی را در برابر خریداران نپذیرد. در واقع انحصارگر تعهد نمی‌کند حتماً میزان فروش آینده را از قبل تعیین خواهد کرد. در این صورت ذخیره کالا در آینده از طرف انحصارگر مشخص نخواهد شد.

تحت این شرایط، خریداران با آینده کاملاً نامطمئن در برابر میزان فروش انحصارگر روبرو

خواهند شد و نمی‌توانند در مورد خرید در شرایط کاملاً مطمئن تصمیم‌گیری نمایند. در این حالت، خریداران اقدام به پیش‌بینی در مورد ذخیره کالای بادوام در آینده خواهند کرد و انتظارات خود را در مورد ذخیره کالای بادوام در آینده شکل خواهند داد. به عنوان مثال، در زمان t، ذخیره کالای بادوام σ_t است و برای دوره آینده u مقدار آن Q_{t+u} خواهد شد. اگر انحصارگر مقدار Q_{t+u} را از قبل تعیین کند در این صوت مصرف‌کنندگان با در نظر گرفتن مقدار آن خریدهای مورد نیاز خود را در زمان حال و یا در زمان آینده انجام خواهند داد. اگر مقدار Q_{t+u} بیشتر باشد خریداران اقدام به خرید کالای بادوام در زمان آینده u خواهند کرد. اگر مقدار Q_{t+u} کمتر باشد خریداران در زمان t خرید خود را انجام می‌دهند. اگر مقدار Q_{t+u} را انحصارگر مشخص نکند در این حالت خریداران در مورد Q_{t+u} انتظاراتی خواهند داشت و مقدار انتظارات را به اندازه Q^e_{t+u} در زمان t تعیین خواهند کرد. انتظارات خریداران بر اساس اطلاعات آنها در مورد ذخیره کالا در زمان t یعنی Q_t شکل خواهد گرفت. تحت این شرایط Q^e_{t+u} تابعی از Q_t خواهد شد و به صورت $Q^e_{t+u} = f(Q_t)$ نوشته می‌شود. انتظاراتی که خریداران در مورد کالای بادوام در آینده به مرحله عمل در می‌آورند باعث می‌شود قیمت کالای بادوام شکل گیرد. انحصارگر در تعیین عرضه کالای بادوام این قیمت را ملاک عمل خود قرار می‌دهد. بنابراین قیمت کالای بادوام تابعی از Q^e_{t+u} خواهد شد و خریداران انتظار دارند، در زمان آینده u ، مقدار Q^e_{t+u} از طرف انحصارگر کاملاً تحقق پیدا خواهد کرد. از این رو تابع قیمت در زمان t به صورت $P_t = F(Q^e_{t+u})$ نوشته می‌شود. بجای Q^e_{t+u} مقدار آن را قرار می‌دهیم در این صورت تابع قیمت به صورت $P(t) = F[f(Q_t)] = P(Q_t, t)$ خلاصه خواهد شد.

فرض می‌کنیم قسمتی از تغییرات قیمت در طول زمان به صورت نوسانات تصادفی است. تحت این شرایط، تابع قیمت به صورت $P(t) = K(Q_t)X(t)$ نوشته خواهد شد که در آن $X(t)$ اثر مستقل زمان را در قیمت P به طور مستقیم مشخص می‌کند. این اثر با نوسانات تصادفی در طول زمان همراه است که به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{dx}{x} = \alpha dt + \sigma_2 dz_2 \qquad (۵)$$

در رابطه (۵) مقدار dz_2 از جریان وینر پیروی می‌کند و دارای ویژگیهایی به صورت $E[dz_2] = 0$ و $var[dz_2] = dt$ می‌باشد.(۳) در این رابطه، مقدار نوسانات تصادفی قیمت، در طول زمان بوسیله ضریب σ_2 اندازه‌گیری می‌شود. میانگین و واریانس رابطه (۵) به صورت $E(\frac{dx}{x}) = \alpha dt$ و $var(\frac{dx}{x}) = \sigma^2_2 dt$ خواهد شد.(۴)

روابط (۴) و (۵) توسط dz_1 و dz_2 بهمدیگر مرتبط هستند. فرض می‌کنیم همبستگی میان آن دو با e_{12} برابر است در این صورت $E[dz_2\, dz_1] = e_{12}dt$ نوشته خواهد شد.(۵)

وقتی که کالای بادوام در زمان حال تولید می‌شود بر ذخیره کالای بادوام در سال گذشته اضافه شده و در نتیجه کل ذخیره برای زمان حال بدست می‌آید. ارزش خدمات حاصل از استعمال کالای با دوام به ذخیره آنها در جامعه بستگی دارد. با افزایش ذخیره کالای بادوام ارزش خدمات بیشتر می‌شود. از این رو ارزش نهایی خدمات معیاری برای قیمت اجاره‌ای و یا قیمت جاری به کار می‌رود. چون ارزش نهایی خدمات رابطه معکوس با ذخیره کالا دارد از این رو قیمت اجاره‌ای با ذخیره کالا به طور معکوس تغییر می‌کنند. یعنی اگر ذخیره کالا افزایش یابد، ارزش نهایی خدمات حاصل از استعمال کالاها کاهش می‌یابد و در نتیجه قیمت اجاره‌ای کاهش خواهد یافت. رابطه ارزش نهایی خدمات و ذخیره کالا را تابع تقاضا می‌نامند که در واقع قیمت اجاره‌ای را به ذخیره کالا مرتبط می‌کند. بنابراین قیمت اجاره‌ای نسبت به ذخیره کالا شیب منفی دارد. انحصارگر با آن تابع تقاضا درگرفتن تصمیم برای تولید مواجه می‌شود. اگر از نظر انحصارگر تابع تقاضا افقی باشد در این صورت قیمت اجاره‌ای مستقل از ذخیره کالا می‌شود.

تابع تقاضا برای کالاهای بادوام پویا می‌باشد و زمان بطور مستقیم و غیرمستقیم در نوسان آن دخالت می‌کند. اگر تابع تقاضا بطور مستقیم تحت تأثیر زمان قرار نگیرد در این صورت زمان از طریق ذخیره کالا تابع تقاضا را تحت تأثیر قرار می‌دهد. اثر زمان از ذخیره کالا بوسیله رابطه (۲) بیان شده است. ولی اگر تابع تقاضا هم به طور مستقیم و هم غیرمستقیم تحت تأثیر زمان قرار گیرد در این حالت عامل زمان قیمت اجاره‌ای را بطور مستقل تغییر می‌دهد.

بادر نظرگرفتن تابع $P(t) = K(Q_t)\,X(t)$ می‌توان رشد قیمت اجاره‌ای را بدست آورد. برای این منظور از طرفین آن نسبت به زمان مشتق می‌گیریم و نتیجه را بصورت زیر می‌نویسیم:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{k'}{k}(q - bQ) - \alpha$$

برای تعیین رابطه فوق از روابط (۴) و (۵) در شرایط کاملاً مطمئن استفاده شده است. قیمت اجاره‌ای به اندازه α در طول زمان رشد می‌کند وقتی که اولاً انحصارگر با تابع تقاضای افقی نسبت به ذخیره کالا مواجه شود در این صورت $k' = \frac{dk}{dQ}$ برابر با صفر می‌شود. ثانیاً اگر رابطه (۳) در شرایط مانا باشد در این $\frac{dQ}{dt}$ مساوی صفر می‌شود. در واقع در شرایط کاملاً مطمئن در رابطه (۴) مقدار σ_1 و در رابطه (۵) مقدار σ_2 صفر می‌شوند و در نتیجه $X(t)$ در طول زمان به اندازه α رشد می‌کند که رشد زمانی تابع تقاضا را بیان می‌کند. ولی دریسکیل (۱۹۹۷) تابع قیمت را به صورت $H = K.\,\bar{X}$ برای انحصارگر در نظر گرفته است که در آن $\bar{X}$ ارتباطی با زمان ندارد و فقط H به طور غیرمستقیم از طریق ذخیره کالا تحت تأثیر زمان قرار می‌گیرد.

در این مقاله چون $P(t)$ بر اساس تصادفی بودن عامل زمان نوسانات تصادفی دارد از این رو نمی‌توان از آن نسبت به زمان مشتق گرفت. برای تعیین رشد انتظاری قیمت باید از قضیه معروف

آیتو (Ito's lemma) استفاده کرد. تحت این شرایط، رشد انتظاری قیمت به صورت زیر نوشته می‌شود:
$(\frac{1}{dt}) E_t (dp) = K'X(q-bQ) + KX\alpha + \frac{1}{2} K''X\sigma_1^2 + K'X\sigma_1\sigma_2 e_{12}$ که در آن $k'' = \frac{d^2K}{dQ^2}$ است. اگر σ_1 و σ_2 صفر باشند در این صورت رشد انتظاری قیمت در شرایط کاملاً مطمئن بدست می‌آید که در فوق آن را تعیین نمودیم. اگر انحصارگر در شرایط تصادفی با تابع تقاضای افقی مواجه شود در این حالت تابع قیمت به صورت $P(t) = \bar{K} X(t)$ نوشته می‌شود که در آن $\bar{K}$ تابعی از Q نمی‌باشد. تحت این شرایط k' و k'' صفر می‌شوند و در نتیجه رشد انتظاری قیمت فقط با $\bar{k}X\alpha$ برابر می‌شود.

انحصارگر برای تعیین عرضه کالای بادوام با دو نوع محدودیت تصادفی (۴) و (۵) مواجه می‌شود. آنها معادلات دیفرانسیل آیتو (Itos differential equations) و یا معادلات دیفرانسیل تصادفی می‌باشند.

۴. مدل نظری انحصارگر

انحصارگر، کالای بادوام تولید می‌کند و برای فروش به بازار عرضه می‌کند. قیمتی که در نظر می‌گیرد از انتظارات خریداران درباره آینده فروش انحصارگر، حاصل می‌شود. تابع هزینه تولید به صورت $C = C(q)$ در زمان t است و ویژگیهای آن این است که هزینه نهایی تولید نسبت به میزان تولید یک تابع صعودی می‌باشد. یعنی $C_q \frac{dC}{dq} = > 0$ و $C_{qq} = \frac{d^2C}{dq^2} > 0$ می‌باشند که در آن Cq هزینه نهایی تولید و Cqq مشتق هزینه نهایی نسبت به تولید هستند.

انحصارگر جهت یافتن مسیر بهینه عرضه، ارزش حال سود انتظاری را بشرطی که نوسانات تصادفی قیمت و ذخیره کالا را مد نظر قرار دهد حداکثر می‌کند.

انحصارگر مقدار q را تولید می‌کند و به قیمت p به خریداران می‌فروشد و درآمد ناخالص pq را بدست می‌آورد و سود معادل $\pi = pq - c(q)$ را کسب می‌کند که ارزش حال آن برابر با πe^{-et} می‌شود. نرخ تنزیل r است. در زمان اولیه یعنی صفر، تابع هدف انحصارگر به صورت زیر خلاصه می‌شود:

$$E_0 = [\int_0^t [K (Q) x (t) q - c (q)] e^{-rt} dt]$$

که در آن E_0 عملکرد انتظاری است. مقدار حداکثر تابع هدف نسبت به قیود تصادفی (۴) و (۵) در زمان صفر به صورت J (X و Q و ۰) نوشته می‌شود و در زمان t به صورت زیر خلاصه خواهد شد:

$$J(t, Q, X) = \underset{q}{\mathrm{Max}}\ E_t \left[\int_t^T \prod_d (u)\, du\right] \qquad (۶)$$

که در آن $\prod_d = [K(Q) \times q - C(q)]e^{-ru}$ است. حداکثر تابع (۶) نسبت به معادلات دیفرانسیل تصادفی (۴) و (۵) تعیین شده است تا این که مسیر بهینه میزان تولید در شرایط نامطمئن بدست آید. تابع تصادفی $J(t, Q, X)$ ارزش حداکثر شده‌ای است که نصیب انحصارگر می‌شود و آن را تابع بهینه ارزش (The optimal value function) می‌نامند و از جریان‌های تصادفی Q و X تبعیت می‌کند. تابع بهینه ارزش با بکاربردن روش برنامه‌ریزی پویای تصادفی (Stochastic Dynamic Programming)برای حل مسأله انحصارگر به منظور تعیین مسیر زمانی و انتظاری میزان تولید بدست می‌آید. معادله اساسی بهینگی (Fundamental Equation of optimality) را برای مساله انحصارگر به صورت زیر می‌نویسیم:

$$0 = \mathrm{Max}\left[\prod_d (t) + \left(\frac{1}{dt}\right) E_t\, (d(J))\right] \qquad (۷)$$

که در آن $\left(\frac{1}{dt}\right) E_t\, (d(J))$ عملکرد دیفرانسیلی آیتو (Ito's Differential operator) نامیده می‌شود. با جایگزین نمودن آن در رابطه (۷) خواهیم داشت.[۶]

$$0 = \mathrm{Max}\left[\prod_d(t) + J_x\, \alpha\, x + J_Q\, (q - bQ) + J_t + \frac{1}{2} J_{QQ}\, \sigma_1^2 + \frac{1}{2} \times J_{xx}\, \sigma_2^2 + x\, J_{Qx}\, \sigma_1 \sigma_2\, e_{12}\right] \qquad (۸)$$

که در آن J_Q و J_x و J_t به ترتیب مشتق‌های جزیی تابع J نسبت به Q، X، t می‌باشند. و همچنین J_{QQ}، J_{Qx} مشتق‌های جزیی تابع J_Q نسبت به Q و x هستند. و ضریب همبستگی میان روابط (۴) و (۵) توسط e_{12} بیان شده است.

برای یافتن حداکثر تابع (۸)، از آن نسبت به q و Q مشتق‌گیری می‌کنیم و نتیجه را به صورت زیر می‌نوسیم:

$$\frac{\partial \prod_d}{\partial q} = -J_Q \qquad (۹)$$

$$\frac{\partial \prod_d}{\partial Q} - b\, J_Q + \left(\frac{1}{dt}\right) E_t\, (d\, (J_Q)) = ۰ \qquad (۱۰)$$

که در آن عملکرد دیفرانسیلی آیتو مربوط به j_Q در پیوست مشخص شده است. با حل همزمان روابط (۹) و (۱۰) می‌توان مسیر انتظاری میزان تولید را در شرایط انحصاری تعیین کرد. چون طرفین روابط (۹) و (۱۰) تابعی از متغیرهای تصادفی هستند از این رو نمی‌توان نسبت به زمان مشتق‌گیری کرد بدین جهت عملکرد دیفرانسیلی آیتو را در مورد طرفین رابطه (۹) به

صورت زیر بکار می‌بریم:

$$(\frac{1}{dt})\ E_t\ [d\ (\frac{\partial \prod_d}{\partial q})] = -\ (\frac{1}{dt})\ E_t\ (d(J_Q)) \qquad (11)$$

روابط (۱۰) و (۱۱) را با هم ترکیب کرده و بجای J_Q مقدار آن را از رابطه (۹) قرار می‌دهیم و نتیجه نهایی به صورت زیر نوشته خواهد شد:

$$\frac{\partial \prod_d}{\partial Q} + b\ \frac{\partial \prod_d}{\partial q} - (\frac{1}{dt})\ E_t\ (d(\frac{\partial \prod_d}{\partial q})) = 0 \qquad (12)$$

در رابطه (۱۲) مشتق $\prod_d$ نسبت به q و Q به ترتیب $\frac{\partial \prod_d}{\partial q} = (K(Q)X - C_q)\ e^{-et}$ و $\frac{\partial \prod_d}{\partial Q} = qX\ K' e^{-rt}$ هستند که در آن $K' = \frac{dK}{dQ}$ می‌باشد. فرض می‌کنیم $\frac{\partial \prod_d}{\partial q} = Gh(Q, X, t)$ است و عملکرد دیفرانسیلی آیتو را در مورد آن بکار می‌بریم و سپس در رابطه (۱۲) جایگزین کرده و نتیجه نهایی را به صورت زیر می‌نوسیم:

$$\{qx\ K' + b\ (Kx - C_q) - xk'\ (q - bQ) - xk\ \alpha + r\ (rkx - c_q) + C_{qq}\ (\frac{1}{dt})\ E_t(dq) - \frac{1}{2}\ x\ K''\ \sigma_1^2 - x\,\sigma_1\sigma_2\ K'\ e_{12}\}\ e^{-et} = 0 \qquad (13)$$

از رابطه (۱۳) نرخی که بوسیله آن میزان تولید رشد می‌کند به دست می‌آید که از نظر انحصارگر رشد انتظاری است. عوامل متعددی در نرخ مزبور اثر می‌گذارند. برخی از این عوامل نوسانات تصادفی در قیمت و ذخیره کالا را منعکس می‌کنند و برخی دیگر پارامترهای مدل هستند. در قسمت بعدی مسیر انتظاری میزان تولید مورد تجزیه و تحلیل قرار خواهد گرفت.

۵. میزان رشد انتظاری عرضه کالای بادوام

از رابطه (۱۳) استفاده می‌کنیم و میزان رشد انتظاری عرضه کالای بادوام را در شرایط انحصاری به صورت زیر تعیین می‌کنیم:

$$(\frac{1}{dt})\ E_t\ (dq) = \frac{1}{C_{qq}}\ [\ (b + r)\ (C_q - kx) - b\ Q\ x\ k' + S\ (\sigma_1, \sigma_2)] \qquad (14)$$

که در آن

$$S(\sigma_1, \sigma_2) = \frac{1}{2}\ x\,\sigma_1^2\ K'' + x\ \sigma_1\sigma_2\ e_{12}K' + Kx\ \alpha$$

می‌باشد و $K'' = \frac{d^2K}{dQ^2}$ است. می‌دانیم $(\frac{1}{dt})\ E_t\ (\frac{dx}{x}) = \alpha$ رشد انتظاری قیمت در طول زمان است.

واریانس تغییر زمانی قیمت با $\sigma_1^2 = (\frac{1}{dt})Var\ (\frac{dx}{x})$ برابر است. ضریب همبستگی بین متغییرهای تصادفی در روابط (۴) و (۵) بوسیله عبارت $Cov\ (dz_1, dz_2) = e_{12}dt$ نشان داده شده است. اگر تابع S در روابط (۱۴) صفر فرض شود در این صورت رشد زمانی میزان تولید در شرایط کاملاً مطمئن به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{1}{C_{qq}} [(b+r)(C_q - H) - bQH'] \qquad \text{(۱۵)}$$

که در آن $H = k.x$ و $H' = xk'$ می‌باشند.

رابطه (۱۵) را دریسکیل (۱۹۹۷) در شرایط غیر تصادفی و برای بازار انحصاری تعیین کرده است. وی فرض می‌کند هزینه نهایی تولید یک تابع صعودی نسبت به میزان تولید است و میزان استهلاک همیشه مثبت می‌باشد و نتیجه می‌گیرد که انحصارگر ذخیره کالای بادوام را در سطح پایین‌تر از شرایط رقابتی تعیین می‌کند. نتیجه مزبور در وضعیت ایستا (Steady - State) با این فرض که کشش قیمتی تقاضا بی‌نهایت می‌باشد پایدار است. وقتی که انحصارگر با تابع تقاضای افقی مواجه می‌شود، در سطح شرایط رقابتی تولید کرده و ذخیره کالای بادوام را تعیین می‌کند. از طرف دیگر، انحصارگر فرض می‌کند تابع تقاضا شیب نزولی دارد. یعنی $H' < 0$ در این صورت قیمت از هزینه نهایی تولید بیشتر شده و در نتیجه ذخیره کالای بادوام از مقدار رقابتی پایین‌تر می‌شود. بنابراین دریسکیل (۱۹۹۷) در نتیجه‌گیری مقاله خود بر تابع قیمت فروش تأکید اساسی کرده است. ولی با در نظر گرفتن شرایط تصادفی در قیمت و ذخیره کالا، روند تولید انتظاری انحصارگر تحت تأثیر قرار می‌گیرد.

در این مقاله، رشد انتظاری میزان تولید توسط رابطه (۱۴) تعیین شده است که تابع S (σ_1 و σ_2) آن را از رابطه (۱۵) کاملاً متمایز می‌کند. نتیجه‌ای که می‌توان از رابطه (۱۴) گرفت بستگی به علامت تابع S (σ_1 و σ_2) دارد. همان‌طوری که ملاحظه می‌شود تابع S (σ_1 و σ_2) از اجزاء متفاوت تشکیل شده است. و مجموع علائم اجزاء، علامت کل تابع S (σ_1 و σ_2) را تعیین می‌کند. اگر فرض کنیم تابع تقاضا به صورت افقی می‌باشد در این صورت $K' = K'' = 0$ خواهد شد و در نتیجه S (σ_1 و σ_2) $= Kx\alpha$ می‌شود. تحت این شرایط، چون قیمت در طول زمان به اندازه α رشد می‌کند در نتیجه میزان رشد انتظاری تولید بیشتر از حالتی خواهد بود که در آن میزان تولید در شرایط کاملاً غیر تصادفی تعیین می‌گردد. در واقع زمانی که قیمت به طور مستقل افزایش می‌یابد میزان تولید رشد انتظاری بیشتری خواهد داشت. اگر تابع تقاضا خطی و شیب منفی داشته باشد در این صورت $K' < 0$ و $K'' = 0$ فرض می‌شود. تحت این شرایط، نرخی که در آن میزان تولید q می‌تواند افزایش انتظاری داشته باشد که $\frac{1}{2}\sigma_1\sigma_2 e_{12}\, x K' < K x \alpha$ باشد. اگر واریانس قیمت و ذخیره کالا هر دو ($\sigma_1 = 0$ و $\sigma_2 = 0$) S فرض شوند در این صورت میزان تولید رشد انتظاری خواهد داشت. زیرا قیمت به طور مستقل در طول زمان رشد می‌کند. اگر قیمت به طور مستقل در طول زمان رشد پیدا نکند و همچنین واریانس قیمت و ذخیره کالا صفر فرض شوند د راین صورت نرخ رشد میزان تولید در شرایط تصادفی و غیرتصادفی یکسان خواهد بود. تحت این شرایط، نتیجه مقاله دریسکیل (۱۹۹۷) برای بیان رفتار انحصارگر حاصل خواهد شد.

برای این که اثر بازده نسبت به مقیاس را در رشد انتظارات تولید مورد بررسی قرار دهیم باید شکل تابع هزینه تولید را در بلندمدت مشخص کنیم و سپس بوسیله آن توابع Cq و Cqq را بدست آوریم. زیرا Cq و Cqq تحت تأثیر درجه همگنی تولید قرار می‌گیرد.(۱)

۶. نتیجه‌گیری

این مقاله مدل نظری در شرایط تصادفی برای بیان رفتار انحصارگر به منظور تعیین عرضه کالای بادوام ارائه می‌دهد. در این مدل تقاضا و ذخیره کالای بادوام نوسانات تصادفی در طول زمان دارند. نوسانات تصادفی از ویژگیهای اصلی مدل بشمار می‌روند و آن را از مدل‌های دیگران که تا به امروز مطرح شده‌اند کاملاً متمایز می‌کند. نتایج مقاله این بوده است که اگر انحصارگر با تابع تقاضای افقی و باکشش قیمتی بی‌نهایت روبرو شود در این صورت انتظار می‌رود میزان تولید نرخ افزایشی در طول زمان داشته باشد زیرا تقاضا به طور مستقل رشد می‌کند و نوسانات تصادفی در قیمت در روند افزایش میزان تولید بی‌تأثیر است. اگر تابع تقاضا خطی باشد در این صورت اثری که بر نرخ میزان تولید قابل انتظار است به رشد مستقل تقاضا بستگی دارد زیرا لازم است رشد تقاضا اثر تصادفی تغییر قیمت را در طول زمان جبران نماید. در غیراینصورت، انتظار می‌رود واریانس تغییر قیمت کالا و ذخیره کالا موجب کاهش در نرخ عرضه در آینده گردد.

۱- بوسیله توابع Cq و Cqq در رابطه (۱۴) می‌توان اثر بازده نسبت به مقیاس را در رشد انتظاری تولید مورد تجزیه و تحلیل قرار داد. چون کلیه نهاده‌های تولید متغیر هستند بنابراین تابع هزینه کل بلندمدت می‌باشد. تحت این شرایط، بر اساس قضیه Ferguson,C. E. (1971) هزینه متوسط بر حسب ضریبی از هزینه نهایی تولید نوشته می‌شود و ضرایب مورد اشاره پارامتری است که درجه همگنی تابع تولید را بیان می‌کند. اگر درجه همگنی تابع تولید را با y نشان دهیم در این صورت $Ac = y.Mc$ نوشته خواهد شد. در واقع اگر تابع تولید نسبت به نهاده‌ها همگنی از درجه y باشد، تابع هزینه نسبت به میزان تولید همگنی از درجه $\frac{1}{y}$ خواهد شد. اگر تابع هزینه کل تولید را به صورت حاصلضرب مقدار تولید در هزینه متوسط به صورت $C = Ac(q).q$ فرض کنیم در این حالت هزینه نهایی به صورت $Cq = Ac + q.\frac{dAc}{dq}$ نوشته می‌شود. از این رابطه کشش هزینه متوسط نسبت به میزان تولید به صورت $E = \frac{1-y}{y}$ تعیین می‌گردد که در آن $E = \frac{dAc}{dq}.\frac{q}{Ac}$ است. اگر از طرفین رابطه $Ac = y.Mc$ نسبت به q مشتق‌گیری کنیم در این حالت رابطه $\frac{\partial Mc}{\partial q} = \frac{1}{y} . \frac{dAc}{dq}$ به دست می‌آید که با جایگزین نمودن E در آن نتیجه به صورت زیر نوشته خواهد شد:

$$Cqq = \frac{\partial Mc}{\partial q} = \frac{Ac}{q} (\frac{1-y}{y})$$

اگر تابع تولید بازده فزاینده داشته باشد در این صورت $y > 1$ شده و در نتیجه هزینه نهایی و هزینه متوسط با میزان تولید رابطه معکوس خواهند داشت. اگر تابع تولید بازده کاهنده داشته باشد در این حالت $y < 1$ شده و در نتیجه مشتق تابع هزینه متوسط و تابع هزینه نهایی نسبت به میزان تولید منفی خواهد شد. و اگر تابع تولید بازده ثابت داشته باشد در این حالت $y = 1$ شده و در نتیجه منحنی‌های هزینه متوسط و هزینه نهایی مستقل از میزان تولید خواهند شد.

یادداشتها

۱ـ متغیر تصادفی $Z_1(t)$ به صورت $Z_1 \sim N(o,t)$ است. چون dt^n برای مقادیر $n>1$ به سمت صفر میل می‌کند بنابراین واریانس $Var(dz_1^2)$ با صفر برابر است و در نتیجه $dz_1^2 = E(dz_1^2) = dt$ است. و همچنین واریانس $dz_1 dt$ صفر است و در نتیجه $E(dz_1 dt)=dz_1 dt=0$ می‌باشد.

۲ـ چون واریانس dQ^2 و $dQdt$ هر دو صفر هستند در نتیجه $E(dQ^2)= dQ^2 = \sigma_1^2 dt$ و $E[dQdt] = dQdt=0$ هستند.

۳ـ چون واریانس dz_2^2 و $dz_2 dt$ هر دو صفر هستند. از این رو به ترتیب $E(dz_2^2)= dz_2^2=dt$ و $E(dz_2\, dt)= dz_2\, dt=0$ می‌باشند.

۴ـ چون واریانس $(\frac{dx}{x})^2$ و $(\frac{dx}{x})dt$ هر دو صفر هستند. در نتیجه به ترتیب روابط زیر به صورت : $E[(\frac{dx}{x})^2]= (\frac{dx}{x})^2= \sigma_2^2 dt$ و $E[(\frac{dx}{x})dt]= (\frac{dx}{x})dt=0$ بر قرار می‌باشند.

۵ـ فرض می‌کنیم ضریب همبستگی میان dz_1 و dz_2 برابر با e_{12} است. چون میانگین آنها صفر است در نتیجه $Cov(dz_2 dz_1)=E(dz_2 dz_1)$ خواهد شد. در این صورت رابطه $E[(dQ)\ (\frac{dx}{x})] =\sigma_1\sigma_2\, e_{12}\, dt$ نوشته می‌شود.

۶ـ بسط آیتو را در مورد تابع $J=J(t,x,Q)$ به صورت زیر بکار می‌بریم:

$$dJ= J_Q\, dQ + xJt\, (\frac{dx}{x}) + J_t\, dt + \frac{1}{2} J_{QQ}\, \sigma_2^2\, dt +\frac{1}{2} J_{xx}\, x^2\, \sigma_2^2\, dt + J_{Qx}\, x\, (dQ)\, (\frac{dx}{x})$$

از روابط $E[(dQ)\ (\frac{dx}{x})] = \sigma_1\sigma_2 e_{12}\, dt$ ، $E[(dQ)=(q-bQ)dt$ و $E(\frac{dx}{x}) = \alpha t$ استفاده کرده و سپس عملکرد دیفرانسیلی آیتو را به صورت زیر انجام می‌دهیم:

$$(\frac{1}{dt})\, E\, (d(J))=J_Q(q -bQ) + X\alpha J_x + \frac{1}{2} J_{QQ}\, \sigma_1^2 + \frac{1}{2} J_{xx}\, X^2 \sigma_2^2 + X J_{Qx}\, \sigma_1 \sigma_2 e_{12} + J_t$$

۷ـ مشتق تابع J را نسبت به Q با J_Q نشان می‌دهیم که به صورت تابع $J_Q= J_Q(Q,x,t)$ نوشته می‌شود. بسط آیتو را در مورد تابع مزبور به صورت زیر بکار می‌بریم:

$$dJ_Q= J_{QQ}\, dQ + X J_{Qx} (\frac{dx}{x}) + J_{Qt}\, dt + \frac{1}{2} X^2 J_{QQQ}\, \sigma_1^2\, dt +\frac{1}{2} X^2 J_{Qxx}\, \sigma_2^2\, dt + X J_{QQx}\, (dQ)\, (\frac{dx}{x})$$

قضیه آیتورا برای $d(J_Q)$ به صورت زیر می‌نویسم:

$$(\frac{1}{dt})\, E\, (d\, (J_Q)) = J_{QQ}\, (q - bQ) + X J_{Qx}\, \alpha + J_{Qt} + \frac{1}{2} J_{QQQ}\, \sigma_2^2 + \frac{1}{2} X^2 J_{Qxx}\, \sigma_2^2 + XJ_{QQx}\, \sigma_1\sigma_2\, e_{12}$$

۸ـ مشتق تابع (۸) را نسبت به Q گرفته و آن را مساوی صفر قرار می‌دهیم:

$$\frac{\partial \pi_d(t)}{\partial Q} - bJ_Q + [J_{XQ}\, \alpha_X + J_{QQ}\, (q-b_Q) + J_{tQ} + \frac{1}{2} J_{QQQ}\, \sigma_1^2 + \frac{1}{2} X^2 J_{XXQ}\, \sigma_2^2 + XJ_{QXQ}\, \sigma_1 \sigma_2 e_{12}] = 0$$

رابطه (i) را در رابطه فوق جایگزین نموده ونتیجه را به صورت زیر خلاصه می‌کنیم.

$$\frac{\partial \pi_d(t)}{\partial Q} - bJ_Q + (\frac{1}{dt})\, E_t\, (d(J_Q)) = 0$$

۹ـ تابع $h\,(Q,x,t) \triangleq (K(Q)\, X - C_q)\, e^{-rt} = \frac{\partial \prod d}{\partial q}$ را در نظر می‌گیریم و در مورد آن بسط آیتورا به صورت زیر انجام می‌دهیم:

$$dh = h_Q\, dQ + x\, h_x\, (\frac{dx}{x}) + h_t\, dt + \frac{1}{2} h_{QQ}\, \sigma_1^2\, dt + \frac{1}{2} x^2\, h_{xx}\, \sigma_2^2 + X\, h_{QX}\, (dQ) (\frac{dx}{x})$$

قضیه آیتورا برای تابع فوق‌الذکر بکار می‌بریم:

$$(\frac{1}{dt})\, E\, (dh) = h_Q\, (q - bQ) + X\alpha\, h_x + h_t + \frac{1}{2} h_{QQ}\, \sigma_1^2 + \frac{1}{2} x\, h_{xx}\, \sigma_2^2 + X\, h_{Qt}\, \sigma_1 \sigma_2\, e_{12} \qquad \text{(ii)}$$

که در رابطه (ii) به ترتیب داریم : $h_t = -re^{-rt}\, (kx-C_q) - c_{qq}\, e^{-rt} \frac{dq}{dt}$, $h_x = e\, h_Q =^{-rt} K(Q)$, $h_{QQ} = e^{-rt}\, xk''$, $H_{xx} = 0\, e^{-rt}\, K'$, $h_{xQ} = K'\, e^{-rt}$, هستند. لازم است توجه شود که از Q و X نمی‌توان نسبت به زمان مشتق گرفت زیرا متغیرهای تصادفی هستند. بنابراین h_t درست تعیین شده است. این روابط را در (ii) جایگزین کرده و خواهیم داشت:

$$(\frac{1}{dt})\, E\, (dh) = e^{-rt}\, [xk'\, (q-bQ) + x\alpha k - r\, (kx - C_q) - C_{qq}\, (\frac{1}{dt} E_t\, (dq) + \frac{1}{2} k''\, x\, \sigma_1^2 + X\, K'\, \sigma_1\, \sigma_2\, e_{12}]$$

References.

1- Ausubel, L. and Deneckere, R. (1989). Reputation in bargaining and durable goods monopoly. Econometrica, 57,511-32.

2- Bond, E. and Samuelson, L. (1987). The Coase conjecture need not hold for durable good monopolies with depreciation. Economic letters, 24,93-7.

3- Coase, R. (1972). Durability and monopoly. Journal of Law and Ecomomics, 15 , 143-9.

4- Driskill, R. (1997). Durable - goods monopoly, increasing marginal Cost and depreciation. Economica, 64, 137- 54.

5- Ferguson, C. E. (1971) : NEO - Classical Theory of Production and Distribution; (Cambridge University Press, Cambridge).

6- Gul, F., Sonnenschein, H. and Wilson, R (1989). Foundations of dynamic monopoly and the Coase conjecture. Journal of Economic Theory 34, 155-40.

7- Kahn, C. (1986). The durable goods monopolist, and consistency with increasing costs. Econometrica, 54,275,44.

8- Karp, L. (1993), Monopoly Extraction of a Durable Non - renewable Resource : Failure of the Coase conjecture, Economica, 6, PP. 1-11.

9- Sobel, J. (1991). Durable goods monopoly with entry of new consumers, Econometrica, 59. 1455- 85.

10- Stokey, N. (1981). Rational Expectations and Durable goods pricing. Bell Journal of Economics , 12, 112-28.