فصلنامه پژوهشهاي اقتصادي ـ سال هفتم ـ شماره چهارم ـ زمستان ۱۳۸۶ ـ صفحات ۴۹ـ۶۹

ارائه يك الگوريتم فرا ابتكاري[1] جهت انتخاب سبد سهام با در نظر گرفتن محدوديت‌هاي عدد صحيح

دكتر محمدتقي تقوي‌فرد[2]
طاها منصوري[3]
دكتر محسن خوش‌طينت[4]

تاريخ دريافت: ۱۳۸۵/۶/۲۹ **تاريخ پذيرش:** ۱۳۸۶/۸/۷

چكيده

تحقيق حاضر، مساله انتخاب سبد سهام ماركوويتز را در نظر گرفته و در پي رهگيري مرز كاراي مورد نظر مدل ماركوويتز تحت شرايط وجود محدوديت‌هاي عدد صحيح تعداد سهام مي‌باشد. بدين منظور به‌وسيله الگوريتم ژنتيك پيشنهادي، مساله مقيد را با استفاده از داده‌هاي واقعي شركتهاي داخلي و نيز خارجي حل نموده و با مساله نامقيد ماركوويتز مقايسه نموده‌ايم. نتايج به دست آمده حاكي از آن است كه الگوريتم پيشنهادي در هر دو نمونه توانسته است در فضاي جستجوي موجه، اقدام به بهينه‌سازي نموده و در نتيجه مساله سبد سهام مقيد را به خوبي حل نمايد.

طبقه‌بندي :JEL C ، C6 ، C61

واژگان كليدي: مدل ميانگين واريانس ماركوويتز، مرز كارا، برنامه‌ريزي كوآدراتيك، محدوديت‌هاي عدد صحيح، الگوريتم ژنتيك.

---

1. Meta heuristic

۲. استاديار گروه مديريت صنعتي و فناوري اطلاعات، دانشگاه علامه طباطبائي
email: dr_taghavifard@yahoo.com

۳. كارشناس ارشد فناوري اطلاعات، دانشگاه علامه طباطبائي
email: taha.msi@gmail.com

۴. استاديار گروه حسابداري، دانشگاه علامه طباطبائي
email: khoshtinatnik@yahoo.com

Archive of SID

www.SID.ir

۱- مقدمه

در اوائل دهه ۱۹۵۰ هري ماركوويتز مدلي را به‌منظور پيش‌بيني ارزش سهام (سبد سهام) بر اساس ميانگين به عنوان بازده و واريانس به عنوان شاخص ريسك بنا نهاد(Markowitz, 1952) مدل ماركوويتز بر اساس شاخصه‌هاي بازده منتظره و ريسك اوراق بهادار و متنوع‌سازي سبد اوراق بهادار بنا نهاده شد كه در اصل يك چارچوب نظري براي تحليل گزينه‌هاي ريسك و بازده است. بر اساس نظرية وي، سبد سرمايه‌گذاري كارا سبدي است كه در سطحي معين از ريسك، داراي بيشترين بازده يا داراي كمترين ريسك به ازاي يك سطح معين از بازده باشد.

ماركوويتز براي توسعه مدل خويش برخي مفروضات پايه‌اي را در نظر گرفت. بر اساس مفروضات وي، سرمايه‌گذاران معمولاً: ۱- نسبت به بازده علاقه‌مند و نسبت به ريسك بي‌علاقه‌اند، ۲- در تصميم‌گيري رفتاري عقلايي دارند و ۳- بر مبناي بيشينه‌كردن مطلوبيت منتظره خويش اقدام مي‌نمايند. بنابراين مطلوبيت سرمايه‌گذار تابع ريسك و بازده انتظاري اوست كه اين دو، پارامترهاي عمده تصميم‌گيري سرمايه‌گذاري مي‌باشند(ماركوويتز، ۱۹۵۹).

۲- تعيين مرز كارا[1]

روش ميانگين واريانس استاندارد ماركوويتز براي انتخاب سبد سهام اقدام به رهگيري يك مرز كارا مي‌نمايد. اين مرز، منحني پيوسته‌اي است كه مبادله[2] ميان بازده و ريسك سبد سهام را نشان داده و به‌راحتي توسط برنامه‌ريزي كوآدراتيك[3] محاسبه مي‌گردد. برنامه‌ريزي كوآدراتيك با وجود محدوديت‌هاي خطي، به بهينه‌سازي غيرخطي رابطه دو متغير مي‌پردازد. به‌طور خلاصه مدل بهينه‌سازي ماركوويتز به‌صورت فرمول زير ارائه مي‌شود. (Markowitz, 1952 & 1959; Rudd & Rosenberg, 1979; Dahl & etal., 1993; Elton & Gruber, 1995) :

$$Minimize \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j \sigma_{ij} \qquad (1)$$

Subject to:

$$\sum_{i=1}^{n} w_i \mu_i = R^* \qquad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \qquad (3)$$

$$0 \le w_i \le 1, \; i = 1,2,...,n \qquad (4)$$

كه در آن σ_{ij} كوواريانس سهام i و j ، w_i و w_j وزن سهام i و j ، μ_i ميانگين بازده سهم i ، و R^* سطح خاصي از بازده را نشان مي‌دهد.

1. Efficient Frontier 2. Trade-off 3. Quadratic Programming

Archive of SID

www.SID.ir

با حل مدل فوق(معادلات ۱ تا ۴) از طريق برنامه‌ريزي كوآدراتيك، با استفاده از ارزش‌هاي مختلف R^* مي‌توان مرز كاراي پيوسته‌اي را مشخص نمود كه بهترين تركيب ريسك و بازده را در اختيار قرار مي‌دهد.

در برنامه‌ريزي كوآدراتيك مدل ميانگين واريانس ماركوويتز، متغيرهاي تصميم وزن‌هاي سهام بوده و هدف، يافتن مقدار بهينه اين وزن‌ها است. لازم به ذكر است نقطه قوت برنامه‌ريزي كوآدراتيك از يك سو، در دسترس‌بودن برنامه‌هاي نرم‌افزاري حل‌كننده آن است كه به‌راحتي مي‌توانند نسبت به حل اين مدل اقدام نمايند و از سوي ديگر، اين مدل به جواب بهينه اصلي مساله دست پيدا مي‌كند؛ در حالي كه نقطه ضعف اصلي اين روش، ناتواني در بهينه‌سازي مساله انتخاب سبد سهام مقيد تحت محدوديت‌هاي عدد صحيح است. يعني محدوديت‌هايي كه تعيين‌كننده تعداد سهام مورد استفاده در سبد سهام است(تعداد سهامي كه سرمايه‌گذار مايل است در سبد سهام مورد نظرش قرار داشته و تركيب بهينه آنها را به‌دست آورد).

در تصميم‌گيري‌هاي واقعي مالي، سرمايه‌گذار اغلب به دلايل مختلف، نيازمند تعيين دقيق تعداد دارايي‌ها در سبد سرمايه‌گذاري خود مي‌باشد. در چنين شرايطي است كه واردنمودن محدوديت عدد صحيح انتخاب تعداد سهام به مدل، آن را به دنياي واقعي نزديك‌تر ساخته و حل آن، تصميمات مفيدتر و كاربردي‌تري را پيش روي سرمايه‌گذار قرار مي‌دهد.

اما از سوي ديگر، تركيب برنامه‌ريزي عدد صحيح غيرخطي و برنامه‌ريزي كوآدراتيك، يك مساله سخت براي حل[1] را پديد مي‌آورد كه الگوريتم مشخص و كارايي براي حل آن ارائه نشده است (Fernandez & Gomez, 2007).

فرمول محدوديت عدد صحيح مورد نظر، به‌صورت معادله شماره ۵ است كه به مدل قبلي (معادلات ۱ تا ۴) اضافه مي‌شود.

$$\sum_{i=1}^{n} Z_i = K \qquad (۵)$$

بر اساس محدوديت شماره ۵، اگر در دارايي i سرمايه‌گذاري شود، مقدار Z_i برابر يك و در غير اين صورت برابر صفر خواهد شد. پارامتر K تعداد سهامي است كه سرمايه‌گذار مايل به سرمايه‌گذاري در آن است. بنابراين محدوديت ۵ سرمايه‌گذاري در K سهم از n سهم را تضمين مي‌نمايد.

همان‌گونه كه مشاهده مي‌شود، ورود اين محدوديت، فضاي پيوسته جستجو را به يك فضاي گسسته و غيرخطي بدل مي‌نمايد. اين امر موجب پديدآمدن تركيبي پيچيده از برنامه‌ريزي كوآدراتيك و عدد صحيح غيرخطي شده كه يك مساله سخت براي حل است. از اين رو تحقيقات صورت گرفته در اين زمينه نيز معدود مي‌باشند.

۳ـ پيشينه تحقيق

عمده تحقيقات پيشين و كوششهاي انجام‌شده در اين خصوص در دو طبقه قرار مي‌گيرند:

1. N-P Hard

Archive of SID

www.SID.ir

الف) محققان سعي داشته‌اند با استفاده از الگوريتم‌هاي موجود، نسبت به حل مدل مقيد اقدام نمايند: (Hensen & etal., 1993; Borchers & Mitchell, 1994 & 1997; Floudas, 1995).
ب) تحقيقاتي كه در آن محققان تلاش داشته‌اند معيار ريسك مورد نظر ماركوويتز(جمع ضرايب وزني كوواريانس‌ها) را با معيار ريسك خطي عوض كنند.

در خصوص گروه الف مي‌توان به تحقيقات بينس‌تاك اشاره نمود. وي با استفاده از مدل كوآدراتيك ماركوويتز و با استفاده از برشهايي در فضا نسبت به استخراج شاخصه‌هاي مختلف اقدام نمود. روش حل انشعاب و تحديد[1] او تا ۳۸۹۷ دارايي مورد آزمون قرار گرفته است(Bienstock; 1995 & 1996).

در گروه ب نيز اسپرانزا معيار ريسك سبد سهام را به معيار خطي *MAD* تبديل و با استفاده از تركيب برنامه‌ريزي خطي عدد صحيح و روشهاي ابتكاري، اقدام به حل مساله نمود. وي نتايج را براي ۲۰ دارايي مورد آزمون قرار داد(Speranza, 1996). اسپرانزا با استفاده از شاخص ريسك قبلي خود به همراه مانسيني، از سه الگوريتم ابتكاري ديگر براي حل مساله استفاده كرد. آنها روش خود را براي مساله‌اي با ابعاد ۲۴۴ و ۲۷۷ دارايي آزمودند (Mansini & Speranza, 1997).

كمي بعد، دو محقق فوق، با همكاري كلرر روش ابتكاري ديگري ارائه داده و مساله مقيد را براي ۲۴۴ دارايي مورد آزمون قرار دادند(Kellerer, Mansini & speranza, 1997). فرناندز و گومز نيز در مطالعات اخير خود كارايي استفاده از شبكه‌هاي عصبي هاپفيلد را در حل مساله ماركوويتز مقيد گزارش نموده‌اند(Fernandez & Gomez , 2007).

۴- الگوريتم ژنتيك[2]

الگوريتم ژنتيك به‌وسيله جان هالند در سالهاي دهه ۱۹۶۰ ابداع شد و به‌وسيله او و همكارانش در دانشگاه ميشيگان در سالهاي۱۹۶۰ تا ۱۹۷۰ توسعه يافت و نهايتاً در سال ۱۹۷۵ به عنوان الگوريتم ژنتيك ارائه گرديد(Holland, 1975). اين الگوريتم يک روش جستجوگرانه فراابتكاری است كه از تئوری تكامل طبيعی و تنازع بقا برای حل مساله استفاده می‌كند. بر اساس مفروضات اين روش، جوابهای خوب، جوابهای بد را از بين برده و جايگزين آنها می‌شوند. امروزه اين الگوريتم به‌دليل خاصيت اكتشافی خود، برای حل مسائل پيچيده مورد استفاده قرار می‌گيرد (Grupe & etal., 2004).

الگوريتم ژنتيك با يک رشته جواب اوليه، به نام كروموزوم[3] و مجموعه آنها با نام جمعيت[4] آغاز می‌گردد. در هر رشته كروموزوم، مجموعه‌ای از ژن[5]ها وجود دارند كه هر كدام بيانگر ارزش يک متغير يا صفت خاصه است(Mitchel, 1999).

بر روی كروموزوم‌ها معمولا سه عملگر انتخاب[6]، تقاطع[7] و جهش[8] اعمال می‌شود تا نسل جديد جامعه متولد گردد. اين نسل تكامل‌يافته نسل قبلي، در جهت دستيابي به جوابهاي بهتر - يا به اصطلاح برازنده‌تر - است.

---

1. Branch and Bound
2. Genetic Algorithm
2. Chromosome
3. Population
4. Gene
5. Selection
6. Crossover
7. Mutation

Archive of SID

www.SID.ir

در خصوص بهكارگيري الگوريتم ژنتيك در انتخاب سبد سهام هم مطالعات فراواني وجود دارد. آرنون و همكارانش يك الگوريتم ژنتيك براي مساله پورتفوليوي نامقيد ارائه دادند، اما معيار ريسك مورد استفاده آنها نيم واريانس بود. نتايج محاسبات براي ۱۵ دارايي محاسبه گرديد (Arnone & etal. 1993). لوراشي و همكارانش نيز براي انتخاب سبد سهام نامقيد، با استفاده از مدلهاي جزيره‌اي(مدلهاي مبتني بر الگوريتم ژنتيك براي استفاده در جوامع جدا از يكديگر كه در آنها، جوابهاي برازنده‌تر در ميان جوامع كوچ مي‌نمايند) اقدام به حل مدل نمودند. نتايج در دو مساله با ۵۳۰ و ۳۵ دارايي مورد مقايسه قرار گرفت(Loraschi & etal., 1995)).

در مطالعات گروه اوه، از الگوريتم ژنتيك براي بهينه‌سازي سبد سهام استفاده شده است. آنها نيز مانند تحقيقات قبلي از مدل نامقيد استفاده كرده‌اند(Oh & etal., 2005).

۵ـ مدل پيشنهادي براي حل مساله سبد سهام مقيد

مدل پيشنهادي تحقيق حاضر جهت حل مساله سبد سهام مقيد، استفاده از يك الگوريتم ژنتيك خاص است. بر اساس اين مدل پيشنهادي مراحل حل مساله به‌صورت زير مي‌باشد:

الف) فرموله‌نمودن مساله: جهت حل مساله انتخاب سبد سهام مقيد توسط مدل پيشنهادي تحقيق، ابتدا مساله به شكل زير فرموله مي‌شود(Fernandez & Gomez, 2006).

$$Minimize \quad \lambda\left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} v_i v_j \sigma_{ij}\right] + (1-\lambda)\left[-\sum_{i=1}^{N} v_i \mu_i\right] \qquad (۶)$$

$$Subject\ to \sum_{i=1}^{n} v_i = 1 \qquad (۷)$$

$$\sum_{i=1}^{n} Z_i = K \qquad (۸)$$

$$\varepsilon_i Z_i \le v_i \le \delta_i Z_i \ , \ i = 1,2,...,n \qquad (۹)$$

$$Z_i \in \{0,1\} \qquad (۱۰)$$

كه در آن ε_i حد پايين سرمايه‌گذاري در سهام i و δ_i حد بالاي سرمايه‌گذاري در سهام i مي‌باشد.

در مدل رياضي فوق، λ يك پارامتر وزن‌دهي است كه مقدار آن در فاصله [۰,۱] تغيير مي‌كند. با تغيير مقدار λ همانند تغيير در مقدار بازده مورد انتظار در معادله ۶، مي‌توان مرز كارا را با استفاده از برنامه‌ريزي كوآدراتيك رهگيري نمود؛ به‌طوري كه با قراردادن $\lambda = 0$ تمامي وزن، به بازده تخصيص داده مي‌شود و سبد سهام داراي بيشترين بازده، انتخاب مي‌شود و با در نظر گرفتن $\lambda = 1$ كل مقدار ضريب وزني به ريسك داده شده و سبد سهام داراي كمترين ريسك، انتخاب مي‌شود. در نهايت در فاصله $0 < \lambda < 1$ سبدهايي با داشتن رابطه مبادله بين ريسك و بازده، بهينه مي‌گردند. يعني با افزوده‌شدن مقدار ضريب λ ، هدف كاهش ريسك اهميت بيشتري يافته و در عين حال چون مقدار $(1-\lambda)$ ، كاهش مي‌يابد، وزن هدف بيشينه‌نمودن بازده كمتر خواهد شد.

Archive of SID

www.SID.ir

تبديل مساله به فرم معادلات ۶ تا ۱۰ اين امكان را در اختيار مي‌گذارد تا بتوان آن را با استفاده از مدل ارائه‌شده در اين تحقيق حل نمود. لازم به ذكر است كه مرز كاراي ناشي از مساله انتخاب سبد سهام مقيد ممكن است پيوسته نباشد زيرا برخي از تركيب‌ها غيرموجه خواهند بود (Smith, 1999; Fernandez & Gomez, 2006).

جهت تشكيل تابع برازش، از تابع برازش الگوريتم ژنتيك پيشنهادي(معادله شماره ۶) به ازاي مقادير مختلف λ در فاصله $[۰,۱]$ استفاده شده و برازندگي بيشتر با كمينه‌ساختن مقدار معادله ۶ حاصل مي‌گردد. از سوي ديگر مساله با استفاده از اعداد حقيقي كد مي‌گردد. يعني در هر ژن، اعداد حقيقي (R) قرار گرفته و ژن‌ها به‌صورت باينري نمايش داده نمي‌شوند. البته در اين خصوص در بخش بعدي توضيحات بيشتري داده مي‌شود.

ب) تعيين ساختار ژن‌ها و كروموزوم‌ها: مهمترين نكته در مدل پيشنهادي تعيين نوع ساختار ژن‌ها و كروموزوم‌ها است به‌شكلي كه هر كروموزوم بيانگر يك جواب بالقوه و موجه باشد. براي حل مساله مقيد فوق هر كروموزوم از دو بخش تشكيل مي‌شود: بخش اول يعني از ژن $x_۱,...,x_k$ با استفاده از شماره سهام(اعداد طبيعي)، نوع سهام مورد نظر براي سرمايه‌گذاري را تعيين مي‌نمايد. طول آن نيز (K) بيانگر تعداد سهام مورد نظر براي سرمايه‌گذاري است كه تأمين‌كننده محدوديت شماره ۸ است و بخش دوم كه تعداد ژن‌هاي آن دقيقاً برابر بخش اول مي‌باشد؛ يعني $m_۱,...,m_k$ نشان‌دهنده وزن سهمهاي موجود در بخش اول است $(۰ \le m_k \le ۱)$.

شكل ۱. كروموزوم و ژن‌هاي پيشنهادي براي حل مساله

$x_۱$	$x_۲$	$x_۳$	$x_۴$	x_k	$m_۱$	$m_۲$	$m_۳$	$m_۴$	m_k

با تشكيل ساختار كروموزوم‌ها به‌صورت شكل ۱، محدوديت شماره ۸ كاملاً تأمين خواهد شد.

ج) اعمال عملگرها:

۱- عملگر انتخاب: عملگر انتخاب مورد استفاده در مدل پيشنهادي، انتخاب رقابتي[1] است (Goldberg & Deb, 1991). يعني به تعداد اعضاي جامعه دو والد انتخاب مي‌گردند. البته لازم به ذكر است كه از ديگر روشهاي انتخاب نيز مي‌توان استفاده نمود.

۲- عملگر تقاطع: عملگر تقاطع مورد استفاده در مدل پيشنهادي، تقاطع يكنواخت[2] است. در اين روش از دو والد، يك فرزند متولد مي‌شود. براي هر ژن فرزند، به‌طور تصادفي يكي از ژن‌هاي والدين انتخاب مي‌گردد. مدل ارائه‌شده در الگوريتم ژنتيك پيشنهادي به‌راحتي مي‌تواند از عملگر تقاطع فوق بر روي ژن‌هاي قسمت وزن‌ها استفاده نمايد؛ اما در قسمت شماره سهمها يا همان قسمت اول كروموزوم‌ها بايد شرط عدم تكراري‌بودن شماره‌ها مورد آزمون قرار گرفته و در صورتي كه ژن يا ژن‌هايي در فرزندان به‌وسيله والدين با توجه به شرط عدم تكراري‌بودن پر نشود، از يك سهم تصادفي كه در فرزند وجود ندارد براي پرنمودن آن ژن استفاده نمود.

۳- عملگر جهش: همان‌طور كه ذكر گرديد كروموزوم‌هاي مورد استفاده از دو بخش تشكيل مي‌شوند: يكي بخش شماره سهم و دوم بخش وزن سهم در سبد سهام. عملگر جهش با استفاده از يك نرخ احتمالي بر روي ژن‌هاي بخش وزن‌ها به اين صورت اعمال مي‌گردد كه براي هر ژن، عدد

1. Tournament Selection 2. Uniform Crossover

Archive of SID

www.SID.ir

تصادفي r به‌صورتي كه: $r \in \{۱,۲,۳\}$ باشد توليد مي‌گردد. اگر $r = ۱$ باشد مقدار ژن مربوطه در $Rand + ۱$ ضرب مي گردد؛ اگر $r = ۲$ باشد مقدار ژن در $Rand - ۱$ ضرب مي‌گردد و در نهايت اگر $r = ۳$ باشد تغييري در مقدار ژن داده نمي‌شود ($۰ < Rand < ۱$).

د) تأمين محدوديت‌ها: همان‌گونه كه اشاره گرديد محدوديت شماره ۸ با توجه به ساختار خاص كروموزوم‌ها تأمين مي‌شود. جهت تأمين محدوديت شماره ۷ و ۹ يعني محدوديت‌هاي جمع وزن‌ها برابر ۱ و حد بالا و پايين بعد از هر گام در الگوريتم و پس از اعمال هر عملگر به‌صورت زير عمل مي‌شود:

مجموع حدود پايين تمام سهمهاي عضو سبد سهام، محاسبه و مجموعه اشغال‌شده (A) ناميده مي‌شود. سپس متمم آن عدد محاسبه و عدد آزاد ناميده مي‌شود ($B = ۱ - A$). مجموع نسبتهاي سهمهاي موجود در سبد سهام محاسبه ($L = \sum_{i \in k} m_i$) و نهايتاً وزن‌هاي نرمال‌شده به‌صورت فرمول شماره ۱۱ محاسبه مي‌گردند (v_i):

$$v_i = \varepsilon_i + \frac{m_i B}{L} \qquad (۱۱)$$

فرمول شماره ۱۱ محدوديت شماره ۷ و حد پايين محدوديت شماره ۹ را تأمين مي‌نمايد. براي تأمين محدوديت حد بالا به‌صورت زير عمل مي‌شود:

مجموع تمام وزن‌هايي كه حد بالايي را تأمين نمي‌كنند محاسبه و C ناميده مي‌شود.

مجموع حدهاي پايين تمام سهمهايي كه حد بالا را تأمين نمي‌نمايند محاسبه شده و D ناميده مي‌شود.

مجموع حدهاي بالاي سهمهايي كه حد بالا را تأمين مي‌نمايند محاسبه شده و E ناميده مي‌شود.

F به‌صورت فرمول $F = ۱ - (D + E)$ محاسبه شده و در نهايت:

اگر وزن، حد بالا را تأمين نكرده باشد آنگاه از فرمول شماره ۱۲ به‌صورت زير استفاده مي‌گردد:

$$v_i = \varepsilon_i + \frac{m_i F}{C} \qquad (۱۲)$$

در غير اين صورت: $v_i = \delta_i$

ه) شرط بهينگي: شرط بهينگي مورد استفاده در روش پيشنهادي، شرط بهينگي پارتو است (Sawaragi, 1985) بدين معنا كه يك جواب موجه براي مساله، يك جواب بهينه خواهد بود اگر هيچ جواب ديگري بدون بدتركردن يكي از اهداف، هدف ديگر را بهبود نبخشد.

۶ـ گامهاي الگوريتم پيشنهادي

با توجه به موارد فوق، الگوريتم پيشنهادي به‌صورت زير ارائه مي‌گردد:

۱ـ تعيين تعداد پورتفوليو، حجم جامعه، نرخ جهش و تكرار الگوريتم ژنتيك، ۲ـ تعيين تعداد سهم مورد نظر، حدود بالا و پايين سرمايه‌گذاري، ۳ـ شروع الگوريتم، ۴ـ ايجاد و مقداردهي اوليه جامعه با توجه به حجم و تعداد سهام مورد نظر، ۵ـ تأمين محدوديت‌ها، ۶ـ ارزيابي بهترين جواب و تخصيص آن به مجموعه بهينه‌ها، ۷ـ شروع الگوريتم ژنتيك و مقداردهي λ، ۸ـ انتخاب والدين،

Archive of SID

www.SID.ir

۹- تقاطع، ۱۰- تأمين محدوديت‌ها، ۱۱- ارزيابي بهترين جواب حاصله و مقايسه آن با بهترين جواب موجود، ۱۲- جهش، ۱۳- تأمين محدوديت‌ها، ۱۴- ارزيابي بهترين جواب حاصله و مقايسه آن با بهترين جواب موجود، ۱۵- پايان حلقه، ۱۶- استخراج جواب بهينه در سطح λ و افزايش λ، ۱۷- پايان حلقه.

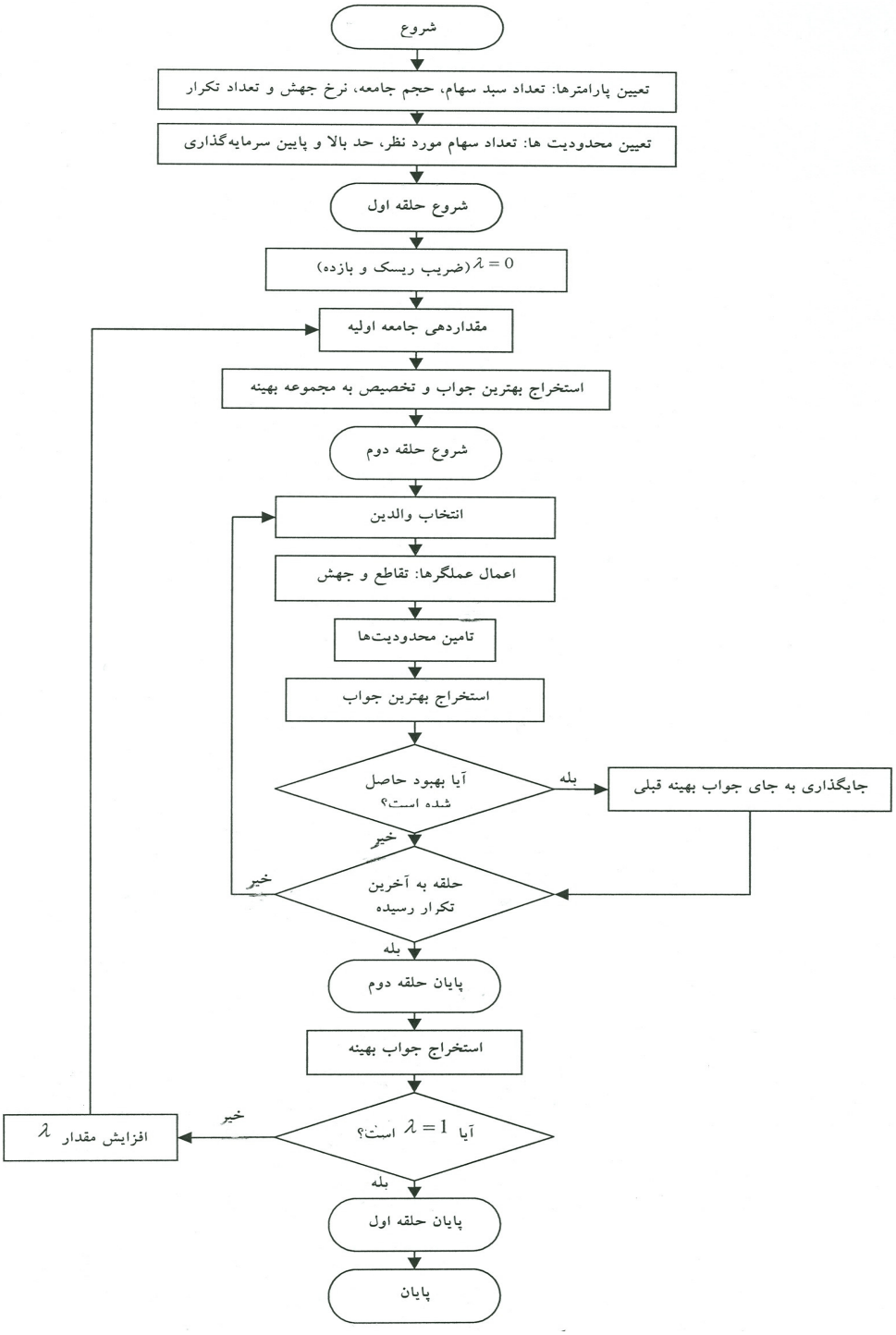
در نمودار شماره ۲ نيز فلوچارت مدل پيشنهادي قيد شده است. همان‌گونه كه در فلوچارت شكل ۲ نشان داده شده است، مدل پيشنهادي با تعيين تعداد سبد سهام در مرز كارا و پارامترهاي الگوريتم ژنتيك(تعداد جامعه، نرخ جهش و تعداد تكرار) آغاز مي‌گردد. پس از اين مرحله، محدوديت‌هاي مورد نظر سرمايه‌گذار مانند تعداد سهام مورد درخواست(محدوديت شماره ۸) و حدود بالا و پايين سرمايه‌گذاري در هر سهم(محدوديت شماره ۹) مشخص شده و در سطوح مختلف ريسك و بازده(از طريق مقدار λ)، الگوريتم ژنتيك پيشنهادي اقدام به بهينه‌سازي مساله مي‌نمايد. نهايتاً مرز كارا تحت محدوديت‌هاي اعمال‌شده به‌دست مي‌آيد.

نكته قابل توجه آن است كه شكل خاص كروموزوم‌ها(شكل شماره ۱) تأمين‌كننده محدوديت شماره ۸ است و محدوديت‌هاي شماره ۷ و ۹ با استفاده از نرمال‌كردن وزن‌ها و فرمول‌هاي ۱۱ و ۱۲ تأمين مي‌گردند.

Archive of SID

www.SID.ir

نمودار ۲. فلوچارت الگوريتم پيشنهادي براي حل مساله انتخاب سبد سهام مقيد



www.SID.ir

۷- آزمون مدل

جهت آزمودن مدل، از دو نمونه سهام ۵۰ تايي به‌صورت مستقل استفاده شده است. نمونه اول كه از اين قسمت به بعد به‌عنوان نمونه خارجي نامگذاري مي‌شود، مشتمل بر ۵۰ سهم شركتهاي خارجي است كه از پايگاه اطلاعاتي مركز پولي ام اس ان[1] استخراج شده است. اين ۵۰ سهم، سهام شركتهايي است كه توسط پايگاه ارتباطي مذكور به‌عنوان ۵۰ شركت برتر در سال ۲۰۰۶ انتخاب گرديده‌اند. عنوان شركتهاي مذكور در جدول شماره ۱ ضميمه قيد شده است.

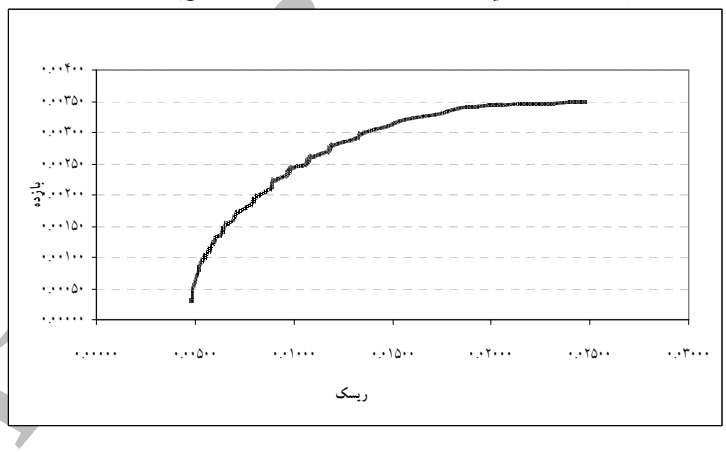
اطلاعاتي كه در مقاله حاضر مورد استفاده قرار گرفت، مشتمل بر قيمت روزانه اين ۵۰ سهم در طي سال ۲۰۰۶ ميلادي است. اين قيمتها با استفاده از فرمول ۱۳ به بازده روزانه تبديل مي‌شود:

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \qquad (۱۳)$$

در فرمول فوق، R_t بازده سهام در دوره t، P_t قيمت سهم در دوره t و P_{t-1} قيمت سهم در دوره ماقبل است. اين فرمول درصد بازده سرمايه را محاسبه مي‌نمايد. لازم به ذكر است كه براي استفاده از روش ارائه‌شده در اين مقاله، مي‌توان از بازده ماهانه يا سالانه نيز استفاده نمود با اين شرط كه سري زماني به اندازه كافي براي محاسبه ماتريس كوواريانس‌ها و تخمين بازده مورد انتظار وجود داشته باشد. از سوي ديگر مي‌توان عوامل ديگري مانند سهام جايزه، حق خريد و ... را نيز در محاسبه بازده تاريخي مورد مدنظر قرار داد و الگوريتم پيشنهادي در آن شرايط نيز اقدام به حل مساله مي‌نمايد. در هر صورت به‌دليل سهولت محاسبه و در دسترس‌بودن اطلاعات قيمتي، از اين فرمول براي مدل پيشنهادي استفاده شده است.

در گام نخست پس از محاسبه بازده مورد انتظار و ماتريس كوواريانس‌ها، مساله به‌صورت نامقيد به‌وسيله برنامه‌ريزي كوآدراتيك حل مي‌گردد. مرز كاراي محاسبه‌شده به‌صورت نمودار شماره ۳ است.

نمودار ۳. مرز كاراي نمونه خارجي بدون محدوديت با استفاده از *QP*



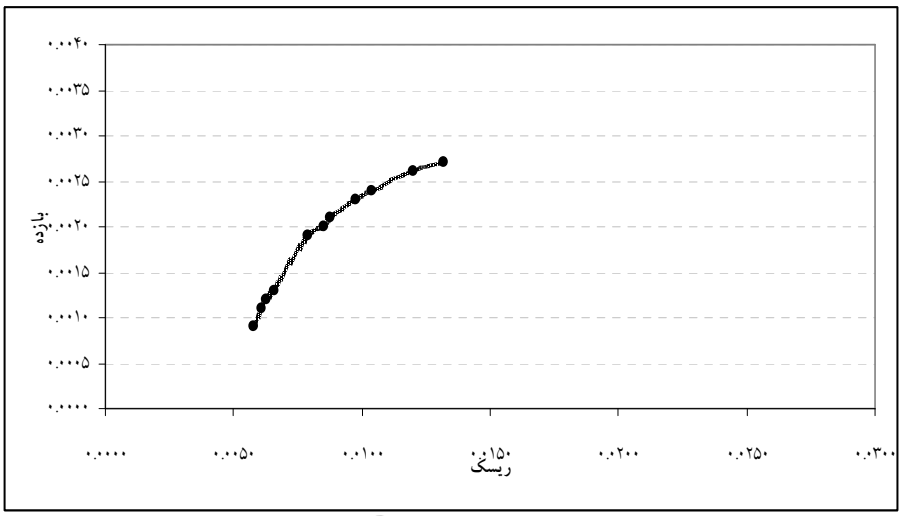
1. www.moneycentral.msn.com

Archive of SID

www.SID.ir

پس از اين مرحله، از الگوريتم ژنتيك پيشنهادي براي حل مساله مقيد استفاده مي‌شود. بدين صورت كه يك بار با محدوديت انتخاب ۱۰ سهم از ۵۰ سهم، يك بار با محدوديت ۲۰ سهم از ۵۰ سهم و يك بار با محدوديت ٤۰ سهم از ۵۰ سهم، مساله حل شده است. نمودارهاي ٤ الي ٦ نشان‌دهنده مرزهاي كاراي حاصله است.

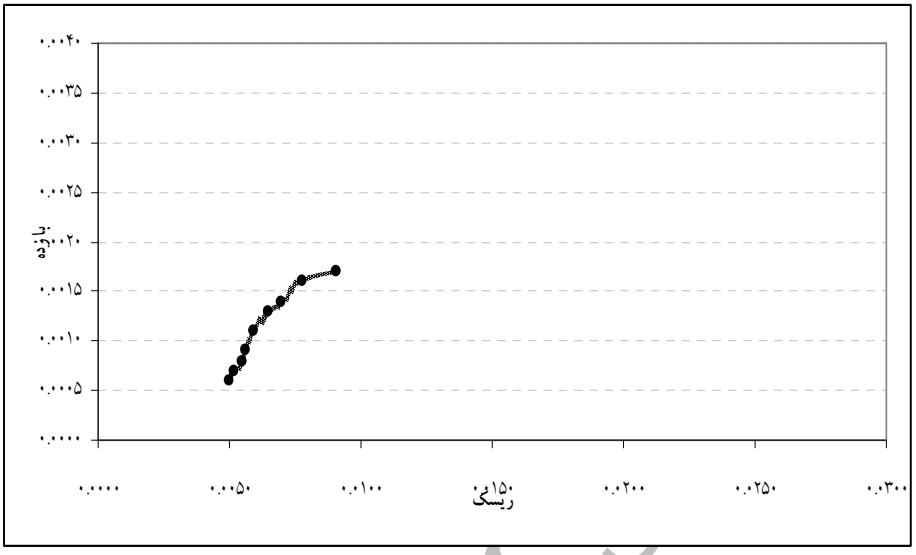
نمودار ٤. مرز كاراي نمونه خارجي با محدوديت ۱۰ سهم از ۵۰ سهم، با استفاده از مدل پيشنهادي



Archive

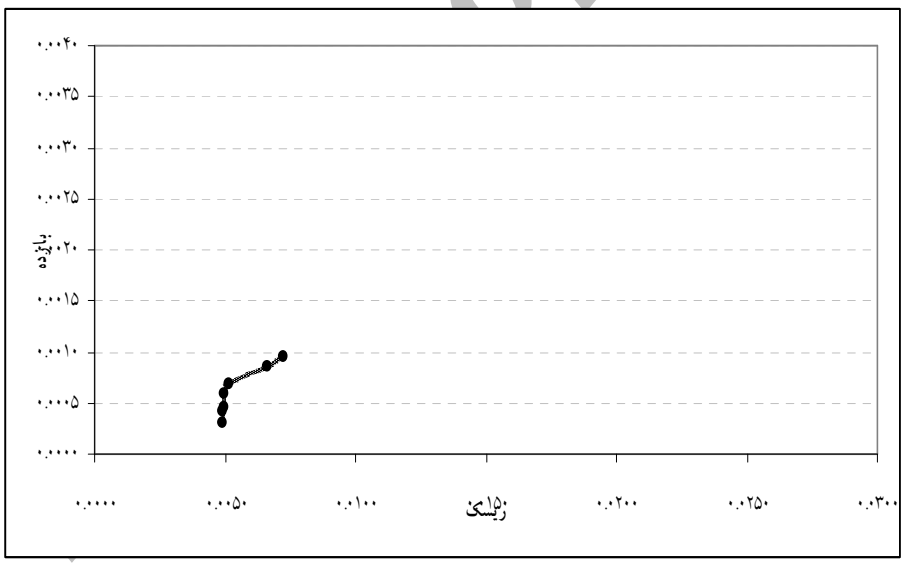
www.SID.ir

نمودار ۵. مرز كاراي نمونه خارجي با محدوديت ۲۰ سهم از ۵۰ سهم، با استفاده از مدل پيشنهادي



نمودار ٦. مرز كاراي نمونه خارجي با محدوديت ٤٠ سهم از ۵۰ سهم، با استفاده از مدل پيشنهادي

همان‌گونه كه در شكلهاي فوق مشاهده مي‌شود، مرز كاراي به دست آمده به‌صورت نقاط گسسته



مي‌باشد كه اين مساله به‌دليل ناموجه‌بودن برخي از تركيبها با وجود محدوديت‌هاي عدد صحيح تعداد سهام است.

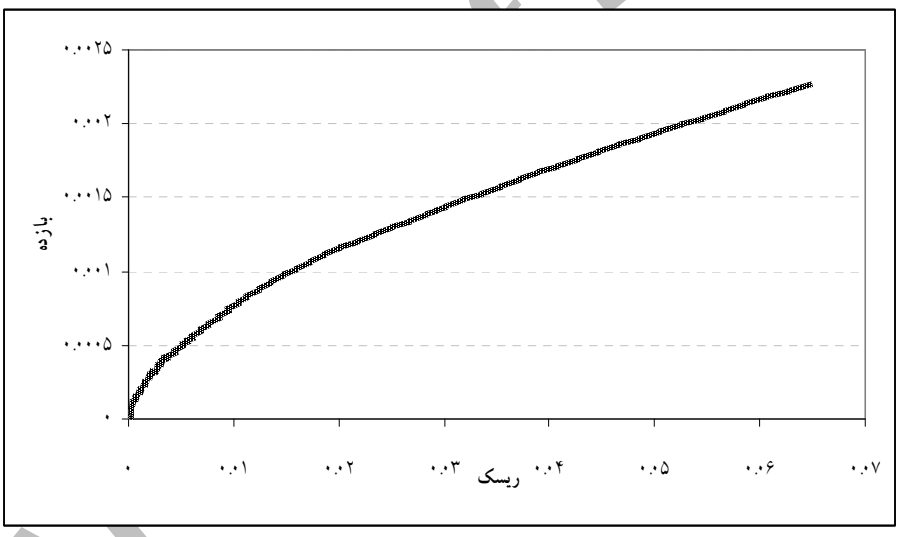
www.SID.ir

نمودار ۴ كه نشان‌دهنده انتخاب ۱۰ سهم از ۵۰ سهم است، بيشتر نقاط مياني و بالاي مرز كارآيي را نگاشت نموده است. اين امر به‌دليل وجود محدوديت انتخاب ۱۰ سهم از ۵۰ سهم است كه موجب تنوع كمتري شده و در نتيجه سطوح بالاتر ريسك و بازده را به خود اختصاص مي‌دهد. از سوي ديگر به هر ميزان كه تعداد سهام در محدوديت عدد صحيح بيشتر شود، نگاشت متمايل به سمت پايين يعني تركيبهاي ريسك و بازده، كمتر خواهد شد؛ به‌طوري كه در محدوديت ۴۰ سهم از ۵۰ سهم فقط ۷ سبد سهام در يال پايين مرز كارا حاصل شده است.

جهت آزمون مدل در بازار بورس اوراق بهادار تهران نيز اطلاعات قيمتي۵۰ شركت برتر بورس در سال ۱۳۸۵ مورد استفاده قرار گرفته كه اسامي اين ۵۰ شركت در جدول شماره ۲ ضميمه آمده است. با استفاده از فرمول ۱۳، اطلاعات قيمت سهام به سري زماني بازده سهام تبديل شده است. در اينجا نيز لازم به يادآوري است كه از اطلاعات بازده روزانه، ماهانه و يا سالانه نيز براي استفاده در مدل پيشنهادي مي‌توان سود جست. نكته مهم ديگر آن است كه مدل پيشنهادي اقدام به برقراري رابطه بين ريسك و بازده در حالت وجود محدوديت‌هاي عدد صحيح مي‌نمايد و بنابراين از اطلاعات سهم هر شركتي براي يافتن مرز كارآيي مي‌توان استفاده كرد و مدل، حساسيتي به نوع شركت ندارد.

پس از محاسبه بازده مورد انتظار و ماتريس كوواريانس‌هاي۵۰ سهم فوق، در گام نخست اقدام به محاسبه مرز كارآيي به‌صورت نامقيد، با استفاده از برنامه‌ريزي كوآدراتيك مي‌شود كه نتيجه در نمودار ۷ آمده است.

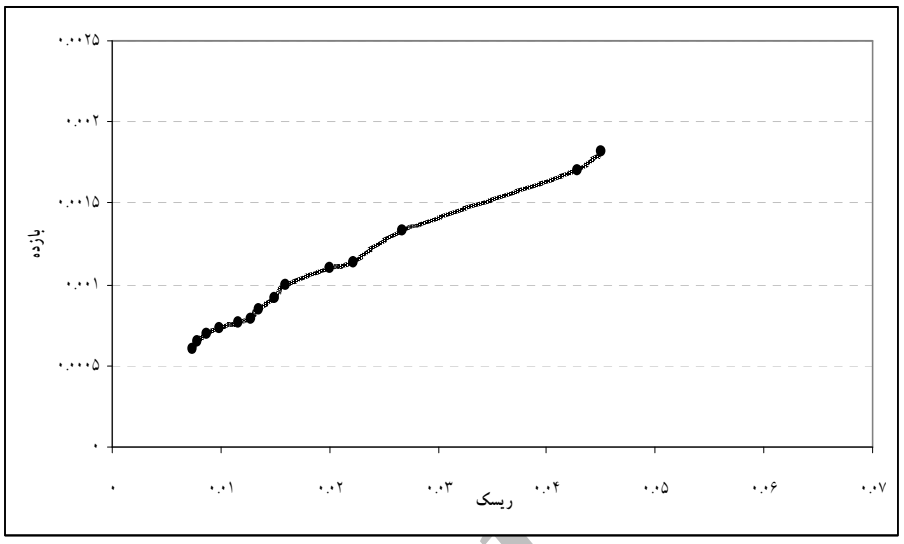
نمودار ۷. مرز كاراي نمونه داخلي بدون محدوديت با استفاده از *QP*



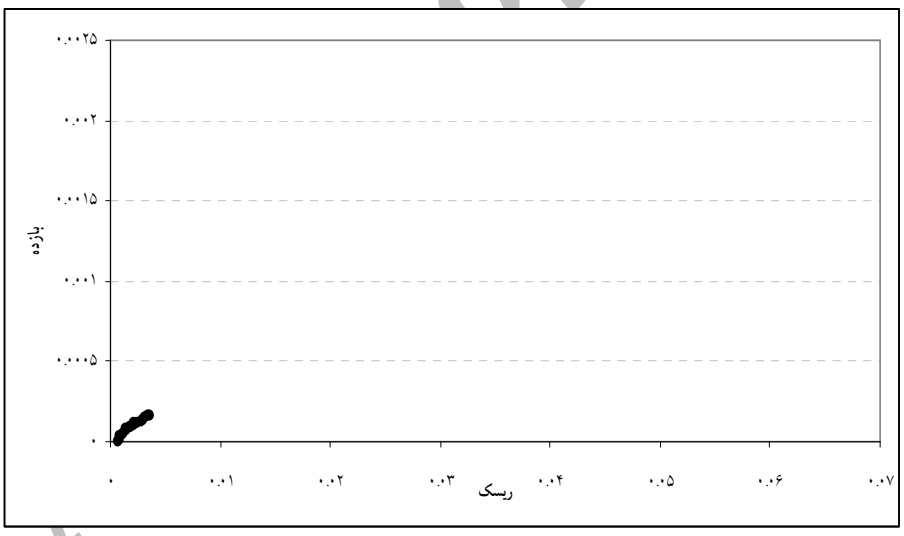
در اين مرحله نيز مانند نمونه خارجي از الگوريتم ژنتيك پيشنهادي براي حل مساله مقيد در نمونه داخلي استفاده مي‌شود. مانند قبل يك بار با محدوديت انتخاب۱۰ سهم از ۵۰ سهم، يك بار با محدوديت۲۰ سهم از ۵۰ سهم و يك بار با محدوديت۴۰ سهم از ۵۰ سهم، مساله بهينه‌سازي مي‌شود. نمودارهاي ۸ الي۱۰ نمايانگر رهگيري مرز كاراي مقيد با محدوديت‌هاي فوق مي‌باشند.

www.SID.ir

نمودار ۸ . مرز كاراي نمونه داخلي با محدوديت ۱۰ سهم از ۵۰ سهم، با استفاده از مدل پيشنهادي

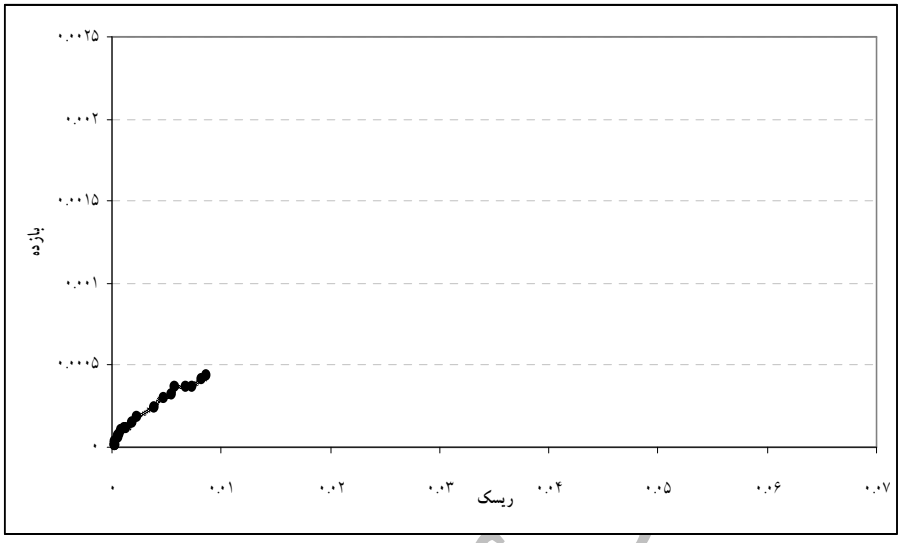


نمودار ۹. مرز كاراي نمونه داخلي با محدوديت ۲۰ سهم از ۵۰ سهم، با استفاده از مدل پيشنهادي



www.SID.ir

نمودار ۱۰. مرز كاراي نمونه داخلي با محدوديت ٤٠ سهم از ٥٠ سهم، با استفاده از مدل پيشنهادي



همان‌طور كه نمودارهای فوق نشان مي‌دهند، در نمونه داخلي نيز مدل پيشنهادي توانسته است بهينه‌سازي مقيد نمايد. در اينجا هم هنگامي كه تعداد سهام مورد نظر كم است، نقاط يافته‌شده سبدهاي سهام، با ريسك و بازده بالاتر است و بيشتر در مركز و بالاي مرز كارا قرار دارند(نمودار ۸). به موازات بيشترشدن تعداد سهام، نقاط به يال پايين مرز كارا يعني منطقه‌اي كه ريسك و بازده كمتري دارد، متمايل مي‌شوند(نمودارهاي ۹ و ۱۰). در اينجا نيز همان‌طور كه انتظار مي‌رفت به‌علت ناپيوستگي فضاي جستجو و اثر محدوديت شماره(۸)، مرز كارا به‌صورت گسسته است. بنابراين نوع نمونه تأثيري بر گسسته‌بودن اين مرز نخواهد داشت.

تنها تفاوت نمونه داخلي با نمونه خارجي، شكل منحني مرز كارا و شيب آن مي‌باشد. اين امر به‌دليل تفاوت ماهيتي دو نمونه است؛ زيرا از سويي در هر نمونه‌اي چه داخلي و چه خارجي با توجه به تركيب سهام، روابط ريسك و بازده متفاوت مي‌باشد كه اين امر مستقيماً بر شكل منحني مرز كارا تاثير مي‌گذارد(زيرا منحني مرز كارا نمايانگر رابطه ريسك و بازده مي‌باشد). از سوي ديگر در طي دوره مورد بررسي، سهمهاي داخلي عموماً از بازده كم و ريسك زياد برخوردار بوده‌اند، اين امر نيز خود موجب جابه‌جايي مرز كارا گرديده است. به هر حال به‌دليل آنكه مدل ارائه‌شده بر پايه روابط رياضي بنا نهاده شده و مستقل از نمونه[1] مي‌باشد، لذا در هر نمونه مورد نظر اقدام به رهگيری يا شناسايی مرز كارای مقيد مي‌نمايد؛ يعنی در منطقه موجه[2] نسبت به شناسايی نقطه بهينه اقدام مي‌نمايد.

با مقايسه مرز كاراي نامقيد در هر دو نمونه(نمودارهاي ۳ و ۷) با مرزهاي يافته‌شده از مساله مقيد در نمونه‌هاي داخلي و خارجي(نمودارهاي ۴، ۵، ۶، ۸، ۹ و ۱۰)، استنباط مي‌شود كه در تمام مراحل، مدل پيشنهادي توانسته است در منطقه موجه مساله را بهينه نموده و حتي هنگامي كه محدوديت‌ها اجازه داده‌اند، نقاط روي مرز كاراي اصلي را بيابد. اين امر نشان‌دهنده توان الگوريتم پيشنهادي در حل مساله سبد سهام مقيد با در نظر گرفتن محدوديت‌هاي عدد صحيح است.

1. Sample independent 2. Feasible region

Archive of SID

www.SID.ir

۸- نتيجه‌گيري و پيشنهادات

در اين تحقيق مدل ميانگين واريانس ماركوويتز مقيد، تحت محدوديت عدد صحيح مورد بررسي قرار گرفت و با استفاده از الگوريتم ژنتيك، مدلي براي حل آن پيشنهاد گرديد. مدل ارائه‌شده در دو نمونة كاملاً مستقل مورد آزمون قرار گرفته و توانست با وجود سطوح مختلف محدوديت تعداد سهام مورد نظر، به‌طور كارايي نسبت به حل مساله اقدام نمايد.

همان‌گونه كه اشاره شد هر چه تعداد سهام مورد نظر سرمايه‌گذار بيشتر مي‌شود، متنوع‌سازي بيشتري صورت گرفته و در نتيجه سبد سهام حاصله داراي ريسك و بازده كمتري خواهد بود. از سوي ديگر با در نظر گرفتن تعداد سهام كمتر، تنوع سبد سهام نيز كمتر شده و ريسك و بازده بيشتر مي‌شود.

وجود محدوديت عدد صحيح تعداد سهام، يعني سهامي كه سرمايه‌گذار مايل است در سبد سهام مورد نظرش وجود داشته باشد، حل مدل را به تصميمات واقعي سرمايه‌گذاري نزديك‌تر مي‌سازد. از اين رو مدل ارائه‌شده مي‌تواند در تصميمات سرمايه‌گذاري به‌صورت گسترده‌اي مورد استفاده قرار گيرد. بنابراين، سرمايه‌گذار مي‌تواند با توجه به كارآيي مدل، با مشخص‌نمودن تعداد سهام مورد نظر خود، اقدام به تشكيل سبدهاي سهام كارا در سطوح مختلف ريسك و بازده نمايد. بديهي است اين امر مي‌تواند هزينه‌هاي سرمايه‌گذاري را با پايين‌آوردن هزينه معاملات به شكل چشمگيري كاهش دهد؛ زيرا همان‌گونه كه اشاره گرديد، در سطوح مختلف ريسك و بازده، تعداد سهام مورد نظر براي معامله توسط خود سرمايه‌گذار تعيين مي‌گردد.

جهت انجام تحقيقات آتی پيشنهاد مي‌گردد، از مدلهای موجود ارزيابی و اندازه‌گيری ريسک (مانند معيار VaR[1]) جهت مقايسه عملكرد مدلها و تعيين مرز كارآيی حاصله استفاده شود. همچنين مي‌توان مساله مذكور را با استفاده از الگوريتمهای فراابتكاری ديگری نظير الگوريتم بهينه‌سازی مورچگان[2]، تكامل همزمان[3] و يا شبكه‌هاي عصبي حل و نتايج حاصله را با مدل پيشنهادی در اين مقاله مقايسه نمود. از سوی ديگر پيشنهاد می‌شود با مقايسه نتايج حاصل از اجرای مدل پيشنهادی با سهام۵۰ شركت برتر معرفی‌شده از سوی سازمان بورس اوراق بهادار تهران در سالهای مختلف، نسبت به تجزيه و تحليل شباهتها و تفاوتها اقدام گردد.

1. Value added Risk 2. Ant Colony Optimization 3. Co-evolution Algorithm

Archive of SID

www.SID.ir

فهرست منابع

Arnone, S., Loraschi, A. & Tettamanzi, A. (1993) A Genetic Approach to Portfolio Selection; Neural Network World, 6, 597-604.

Bienstock, D. (1995) Computational Study of a Family of Mixed-Integer Quadratic Programming Problems; In Balas, E. & Clausen, J. Editors. Integer Programming and Combinatorial Optimization; 4th International IPCO Conference, Copenhagen; Denmark. (May 1995) Proceedings, Lecture Notes in Computer Science. Vol. 920, Berlin: Springer.

Bienstock, D. (1996) Computational Study of a Family of Mixed-Integer Quadratic Programming Problems; Mathematical Programming 74, 121-40.

Borchers B. & Mitchell, J.E. (1994) An Improved Branch and Bound Algorithm for Mixed Integer Nonlinear Programs; Computers & Operations Research 21, 359-67.

Borchers, B. & Mitchell, J. E. (1997) A Computational Comparison of Branch and Bound and Outer Approximation Algorithms for 0-1 Mixed Integer Nonlinear Programs, Computers & Operations Research, 24, 699-701.

Dahl H., Meeraus, A. & Zenios, S.A. (1993) Some Financial Optimization Models: Risk Management; Financial Optimization, 3-36 Cambridge: Cambridge University Press.

Elton, E.J. & Gruber, M.J. (1995) Modern Portfolio Theory and Investment Analysis; John Wiley.

Fernandez, A. & Gomez, S. (2007) Portfolio Selection Using Neural Networks, Computers & Operations Research.

Floudas, C.A. (1995) Nonlinear and Mixed-Integer Optimization: Fundamentals and Applications; Oxford: Oxford university Press.

Goldberg, D. E. & Deb, K. (1991) A Comparative Analysis of Selection Schemes Used in Genetic Algorithms, Morgan Kaufmann.

Grupe, F.H. & Jooste, S. (2004) Genetic Algorithms: A Business Perspective; Information Management & Computer Security, Vol. 12, No. 3, 289-298.

Hansen, P. & Jaumard, B. & Mathon, V. (1993) Constrained Nonlinear 0-1 Programming; ORSA Journal on Computing, 5, 97-119.

Holland, J. H. (1975) Adaptation in Natural and Artificial Systems; University of Michigan Press.

Kellerer, H., Mansini, R. & Speranza, M.G. (2000) On Selecting a Portfolio With Fixed Costs and Minimum Transaction Lots, Annals of Operation Research, 287-304.

Loraschi, A., Tettamanzi, A., Tomassini, M. & Verda, P. (1995) Distributed Genetic Algorithms with an Application to Portfolio Selection Problems; In: Pearson DW, Steele NC, Albrecht RF, Editors, Artificial Neural Nets and Genetic Algorithms, pp. 384-87.

Archive of SID

www.SID.ir

Mansini, R. & Speranza, M.G. (1999) Heuristic Algorithms for the Portfolio Selection Problem with Minimum Transaction Lots; Europian Journal of Operational Research Vol.114.P.219-233.

Markowitz, H. (1952) Portfolio Selection; Journal of Finance 7, 77-91.

Markowitz, H. (1959) Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments; John Wiley.

Mitchel, M. (1999) An Introduction to Genetic Algorithms; MIT Press.

Oh, K. J., Kim, T. Y. & Min, S. (2005) Using Genetic Algorithm to Support Portfolio Optimization for Index Fund Management; Expert Systems with Applications 28 , pp. 371–379.

Rudd, A. & Rosenberg, B. (1979) Realistic Portfolio Optimization; TIMS Studies in the Management Sciences, 11:21-46.

Sawaragi, Y., Nakayama, H. & Tanino, T. (1985) Theory of Multi Objective Optimization; In: Bellman, R. Editor, Mathematics in Science and Engineering, vol. 176. NewYork: Academic Press Inc.

Smith, K. (1999) Neural Networks for Combinatorial Optimization: a Review of More than a Decade of Research; INFORMS Journal on Computing 11:15–34.

Speranza, M.G. (1996) A Heuristic Algorithm for a Portfolio Optimization Model Applied to the Milan Stock Market; Computers & Operations Research 23, 433-41.

www.irbourse.com, 3/12/1385

www.moneycentral.msn.com, 50 Top Rated Company

Archive of SID

www.SID.ir

ضميمه

جدول ۱. نمونه ۵۰ شركت برتر خارجي

Apple Inc	Cisco Systems Inc	Investors Financial Services	Pepsico Inc	UnitedHealthcare Gp Incorp
Amer Intl Group	CSX Corp	Intel Corp	Procter & Gamble Co	Wachovia Corp
Applied Materials Inc	ChevronTexaco Cp	JP Morgan Chase & Co	Qualcomm Inc	Wells Fargo & Co
Applied Micro Circuits Corp	Disney (Walt) Productions	(Kroger Co (The	Companhia Vale D	Waste Management Inc
AMERICA MOVIL SA DE CV ADS L	Directv	Level 3 Communications Inc	Staples Inc	Xilinx Inc
Bank of America Corp	Duke Energy Corp	Mattel Co	Sun Microsystems	Yahoo! Inc
Brocade Comms	Goldman Sachs Group Inc	Microsoft Corp	AT&T	General Motors
Citigroup Inc	Hudson City Bancorp Inc. - Ot	Newmont Mining Cp	Triad Hospitals Inc	General Electric Co
Comcast Cp Spl Class A	Home Depot	Nokia Corp ADR Cl A	Taiwan Semiconductor Mnf Ltd	GOOGLE INC CL A
Caremark Rx	Hewlett-Packard Co	On Semiconductor Corp	Time Warner Inc	Wal-Mart Stores Inc

ماخذ: MSN Money Central

جدول ۲. ۵۰ شركت برتر بورس اوراق بهادار در سال ۱۳۸۵

شركت صنايع جوشكاب يزد	ملي سرب وروي ايران	كارخانه فارسيت درود	پارس خودرو	سرمايه‌گذاري سپه
سرمايه‌گذاري گروه صنايع بهشهرايران	فرآورده‌هاي نسوز آذر	پتروشيمي اراك	زامياد	ليزينگ ايران
سرمايه‌گذاري صنعت نفت	توسعه معادن روي ايران	نفت بهران	سايپا	موتوژن
شركت سرمايه‌گذاري صنعت و معدن	توسعه صنايع بهشهر	تجهيز نيروي زنگان	الكتريك خودرو شرق	شركت گاز لوله
سرمايه‌گذاري غدير	سرمايه‌گذاري صنعت بيمه	توليد سموم علف كش	صنعتي دريايي ايران	تراكتورسازي ايران
كابل‌هاي مخابراتي شهيد قندي	بانك پارسيان	صنايع آذرآب	سايپا ديزل	توليد تجهيزات سنگين هپكو
سرمايه‌گذاري توسعه معادن و فلزات	سرمايه‌گذاري پتروشيمي	ماشين‌سازي اراك	ايران خودرو	تكنو تار
سرمايه‌گذاري صندوق بازنشستگي كشوري	سرمايه‌گذاري توسعه شهري توس گستر	كالسيمين	محورسازان ايران خودرو	سرمايه‌گذاري مسكن
بانك اقتصاد نوين	سرمايه‌گذاري توسعه صنعتي ايران	آلومتك	پارس دارو	ايران خودرو ديزل
سرمايه‌گذاري ملي ايران	سرمايه‌گذاري ساختمان ايران	صنايع مس شهيد باهنر	سيمان تهران	گروه بهمن

ماخذ: IRBOURSE

Archive of SID

www.SID.ir

Archive of SID

www.SID.ir