

مقایسه مدل خود رگرسیون واریانس ناهمسان شرطی تعمیم یافته و شبیه سازی مونت کارلو برای تخمین ارزش در معرض ریسک پورتفولیوی ارز

زهرا نصرالهی^۱

مینا شاهویری^۲

مجتبی امیری^۳

تاریخ پذیرش: ۸۹/۴/۷

تاریخ دریافت: ۸۸/۹/۳۰

چکیده

یکی از مفاهیم کلیدی در مدیریت ریسک سبدهای متشکل از داراییهای مالی، مدل سنجش ریسک مبتنی بر احتمال، با عنوان «ارزش در معرض ریسک» می باشد. طی سالهای اخیر، روشهای متنوعی به منظور اندازه گیری معیار مذکور توسط محققان ارائه گردیده که به کارگیری هر کدام از آنها به علت در نظر گرفتن فروض و مقدمات غیرمشابه، نتایج متفاوتی را نیز حاصل می نماید.

بر این اساس، مقاله حاضر در تلاش است تا دو روش عمده محاسبه این مقیاس، یعنی مدل پارامتریک خود رگرسیون واریانس ناهمسان شرطی تعمیم یافته و رایج ترین روش شبیه سازی با نام مونت کارلو را در اندازه گیری ارزش در معرض ریسک پورتفولیوی ارز، به کار گرفته و نتایج آنها را با استفاده از آزمون بازخورد نرخ شکست، مورد مقایسه و ارزیابی قرار دهد. نتایج، عملکرد متفاوت دو مدل را به وضوح نشان می دهد.

واژگان کلیدی: ارزش در معرض ریسک، مدل GARCH، شبیه سازی مونت کارلو، سید ارز.

طبقه بندی JEL: C15, C32, C53, F31, G11, G32

۱. استادیار عضو هیأت علمی دانشکده اقتصاد، مدیریت و حسابداری دانشگاه یزد nasrolaz@yahoo.com

۲. دانشجوی کارشناسی ارشد اقتصاد، دانشکده اقتصاد، مدیریت و حسابداری دانشگاه یزد mina_shahviri@yahoo.com

۳. دانشجوی کارشناسی ارشد اقتصاد، دانشکده اقتصاد، مدیریت و علوم اجتماعی دانشگاه شیراز mojtaba_a1987@yahoo.com

۱- مقدمه

ریسک مالی را می‌توان به صورت گسترده، درجه ناطمینانی نسبت به بازده خالص دارایی‌ها و ابزارهای مالی در آینده تعریف نمود (Manganelli and Engle, 2001). قبل از معرفی روش اندازه‌گیری ریسک توسط مارکوویتز^۱ در سال ۱۹۵۲ (به صورت انحراف معیاری پیرامون متوسط بازده در چارچوب تئوری سبد مدرن)، هیچ شیوه اندازه‌گیری محسوسی برای ریسک مالی وجود نداشت. بنابراین، یافته‌های مارکوویتز را می‌توان شالوده مباحث مالی مدرن و آغاز راهی برای اندازه‌گیری ریسک مالی، به شمار آورد (Mohamed, 2005).

در نیم قرن اخیر، با وقوع زیان‌هایی در سطح وسیع و افزایش آگاهی عمومی نسبت به نوسان بازار، مؤسسات مالی توجه بیشتری را به فعالیت‌های مربوط به مدیریت ریسک معطوف نموده‌اند. مدیریت بهتر ریسک‌های مالی که تحت تأثیر نوسان بازار قرار دارد، نیازمند تعریف دقیق و به نوعی، کمی کردن متغیر نوسان می‌باشد. کوشش‌های صورت گرفته برای ارائه مدل‌های کمی نوسان و ریسک، منجر به معرفی ارزش در معرض ریسک^۲ به عنوان شاخصی استاندارد برای تخمین حداکثر کاهش ارزش پورتفولیو در نتیجه حرکات مخالف بازار، شد. ارزش در معرض ریسک را می‌توان معیاری موجز در نظر گرفت که حداکثر زیان مورد انتظار یک دارایی یا یک سبد از دارایی‌ها را در یک دوره زمانی مشخص و برای یک فاصله اطمینان معین نشان می‌دهد (Kormas, 1998).

مفهوم ارزش در معرض ریسک به عنوان یک الگوی جدید سنجش ریسک، نخستین بار توسط بامول^۳ در سال ۱۹۶۳، پیشنهاد شد (Alexander and Baptistab, 2002)، اما از اوایل دهه ۱۹۹۰ به عنوان ابزاری برای اندازه‌گیری ریسک، کاربردی وسیع یافت. دلیل محبوبیت و همچنین عمومیت این روش، سادگی آن در ایجاد شکل آماری خلاصه از زیان‌های بالقوه، طی یک افق زمانی معین بود (Mohamed, 2005). به طوری که، در سالهای ۹۵-۱۹۹۳، ارزش در معرض ریسک به عنوان جزء کلیدی مدیریت ریسک بازار برای بسیاری از مؤسسات مالی پذیرفته شد. پس از آن، به صورت ابزار مدیریت ریسک داخلی مورد استفاده قرار گرفت و توسط کمیته باسل^۴ نیز برای نظارت بر بانکداری به عنوان معیاری بین‌المللی انتخاب گردید (Bohdalová, 2007).

مدل‌های مختلف محاسبه ارزش در معرض ریسک با فروض و روشهای متفاوت، به طور مشترک به دنبال اندازه‌گیری کاهش مورد انتظار در ارزش پورتفولیو با احتمال از پیش تعیین شده می‌باشند. با وجود اینکه، تغییر در ارزش یک پورتفولیو می‌تواند به مؤلفه‌های گوناگون ریسک نسبت

1. Markowitz
2. Value at Risk (VaR)
3. Baumol
4. Basle

داده شود، ارزش در معرض ریسک می‌کوشد تا کاهش ارزش پورتفولیو را از نقطه نظر ریسک بازار تخمین بزند. ریسک بازار، نااطمینانی در درآمدهای آینده را به علت تغییر شرایط بازار (قیمت‌ها یا نرخها) در بر می‌گیرد (Kormas, 1998).

ارزش در معرض ریسک برای یک پورتفولیو، تابعی از پیش‌بینی نوسان بازده‌های آن است و به فروض مربوط به توزیع مجموعه زیان-بازده بستگی دارد (Thapar, 2006). بر این اساس، به منظور تحلیل ارزش در معرض ریسک، تمرکز بر روی توزیع تجربی بازده‌ها در یک دارایی و یا یک سبد از دارایی‌های خاص صورت می‌گیرد. زیرا این توزیع، رفتار بالقوه یک دارایی مالی را در آینده توصیف می‌کند (Bams and Wielhouwer, 2001). یک چارک از توزیع یاد شده به صورت ارزش در معرض ریسک تعریف می‌شود. بنابراین، عملکرد مدل‌ها در مدل‌سازی به منظور اندازه‌گیری ارزش در معرض ریسک به طور دقیق و مستقیم به نوع توزیع‌ها بستگی دارد (Bubák, 2008). کمیته باسل یک توزیع نرمال یا نرمال لگاریتمی را برای بازده بازار فرض نموده است. اما اخیراً، توزیع‌های دیگری برای تمرکز بیشتر بر روی رفتار دنباله بازده‌ها به عنوان جایگزین توزیع نرمال پیشنهاد شده است (Bams and Wielhouwer, 2001). زیرا، مطالعات تجربی نشان‌دهنده این مطلب هستند که بازده‌های تمامی بازارهای مالی به صورت واقعی، دارای قله‌ای بلند و دنباله‌ای کشیده می‌باشند (Glasserman et al., 2002). به همین علت، توزیع نرمال احتمال در دنباله و بنابراین نتیجه ارزش در معرض ریسک را کمتر از حد تخمین می‌زند. جایگزین رایج در ادبیات مالی، توزیع t که حجم احتمالی بیشتری را در دنباله نسبت به توزیع نرمال در نظر می‌گیرد، می‌باشد (Bams and Wielhouwer, 2001).

در مجموع، برای توصیف شکل آماری ارزش در معرض ریسک چهار جزء، شامل ارزش بازاری دارایی یا سبد، نوسان مورد انتظار ارزش دارایی یا سبد، افق زمانی و درجه اطمینان، مورد نیاز است (Mohamed, 2005). بر این اساس، چندین دیدگاه برای اندازه‌گیری ارزش در معرض ریسک ارائه گردیده که شامل روش پارامتریک (تحلیلی یا همبستگی)، شبیه‌سازی تاریخی^۱ و شبیه‌سازی مونت کارلو^۲ (تصادفی) می‌باشند (Simons, 1996).

مدل‌سازی ارزش در معرض ریسک سبد دارایی می‌تواند بر مبنای مدل‌های سری زمانی صورت بگیرد که یک توزیع پارامتریک را برای بازده‌های پورتفولیو تعیین می‌کنند و پارامترهای توزیع را با استفاده از داده‌های تاریخی، تخمین می‌زنند. در این حالت، ارزش در معرض ریسک پورتفولیو می‌تواند به وسیله ضرب جذر واریانس شرطی برآورد شده توسط مدل پارامتریک مورد نظر در

-
1. Historical Simulation
 2. Monte Carlo Simulation

ارزش بحرانی مناسب برای توزیع استاندارد، محاسبه گردد. با این توصیف، به منظور ثبت ویژگی‌های مشاهده شده در سری‌های زمانی مالی، که مهمترین آنها پایداری موقت نوسان (خوشه‌بندی نوسان)^۱ و کشیدگی^۲ است، مدل‌های مختلفی پیشنهاد گردیده‌اند (Thapar, 2006). وجود دو ویژگی مذکور در سری‌های زمانی مالی تردیدی را در مورد صحت و اعتبار مدل‌سازی استاندارد که فرایند تولید بازده را در حالتی با فرض واریانس همسانی توصیف می‌نماید، ایجاد کرده است (Kormas, 1998).

به این دلیل، استفاده از مدل‌های خود رگرسیون واریانس ناهمسان شرطی^۳ و نوع تعمیم‌یافته آن^۴، برای مدل‌سازی واریانس شرطی بازده‌ها به عنوان تابعی از واریانس‌های گذشته و مربع جملات خطای دوره‌های قبل، عمومیت یافته است (Thapar, 2006). یکی از دلایل اصلی برای به کارگیری مدل GARCH بویژه در مطالعات مربوط به بازده‌های ارز همچون مطالعه پیش رو، وجود واریانس ناهمسانی ذاتی در داده‌های مربوط به نرخهای ارز می‌باشد (Kormas, 1998). همچنین، مدل GARCH توانایی تشریح بسیاری از مشخصات واقعی سری‌های زمانی مالی، از جمله کشیدگی بیشتر از حد نرمال را دارا می‌باشد (Bubák, 2008).

از دیگر مدل‌های پیشنهادی، می‌توان به دو شیوه شبیه‌سازی اشاره نمود، که تنها در روش مونت کارلو، توزیع خاصی برای بازده‌های سبد منظور و ارزش در معرض ریسک با استفاده از چارک متناظر این توزیع محاسبه می‌گردد (Raaji and Raunig, 1998). به طور ساده، ارزش در معرض ریسک مونت کارلو را می‌توان به صورت شبیه‌سازی تغییرات موجود در مقادیر عوامل ریسک بازار و ارزیابی مجدد سبد برای هر یک از موقعیت‌های شبیه‌سازی شده تعریف نمود (Ammann and Reich, 2001).

شبیه‌سازی مونت کارلو، سناریوهای بی شماری را با استفاده از فروض آماری صریح، معرفی می‌نماید. این فروض بر شکل توزیع‌های احتمال برای تغییرات در فاکتورهای بازار دلالت می‌کند. تغییرات موجود در فاکتورهای بازار و به دنبال آن، توزیع حاصل از سودها و زیان‌های پورتفولیو می‌توانند با استفاده از تکنیک‌های عددی استاندارد، شبیه‌سازی شوند (Kormas, 1998). سپس نتایج حاصل از بازده‌های پورتفولیو برای ساختن توزیع فراوانی، مورد استفاده قرار گرفته و ارزش در معرض ریسک در سطح اطمینان مطلوب تخمین زده می‌شود (Simons, 1996).

مزایای واقعی که از تخمین‌های ارزش در معرض ریسک ناشی می‌شوند، به طور قابل توجهی به کیفیت و دقت مدل‌هایی بستگی دارند که برآورد بر مبنای آنها صورت می‌گیرد (Rogachev, 2006). بر

1. Volatility Clustering
2. Leptokurtosis
3. Auto Regressive Conditional Heteroskedasticity (ARCH)
4. Generalized Auto Regressive Conditional Heteroskedasticity (GARCH)

این اساس، کوپیک^۱ در سال ۱۹۹۵، کریستوفرسون^۲ در سالهای ۱۹۹۸، ۲۰۰۱ و ۲۰۰۴، سارما^۳ در سال ۲۰۰۳ و لوپز^۴ در سال ۱۹۹۹ شیوه‌هایی را که به طور کلی آزمون بازخورد^۵ نامیده می‌شوند، ارائه داده‌اند (Grigore, 2008). آزمون بازخورد، به صورت مقایسه بازده‌های واقعی با پیش‌بینی‌های ارزش در معرض ریسک انجام می‌شود و به منظور ارزیابی و سنجش کیفیت مدل‌های پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک، مورد استفاده قرار می‌گیرد (McAleer et al., 2009)

نظر به اینکه دیدگاه‌های مختلف، توانایی این را دارند تا ارزش در معرض ریسک‌های متفاوتی را برای هر دارایی یا سبد یکسان برآورد کنند، سرمایه‌گذاران خواستار شناخت این حقیقت می‌باشند که کدامیک از روشهای محاسبه ارزش در معرض ریسک تخمین دقیق‌تری از شاخص نامبرده ارائه می‌نمایند (Dockery and Efentakis, 2008). بر این مبنا، پژوهش حاضر می‌کوشد تا مدل پارامتری GARCH و شبیه‌سازی مونت کارلو را به منظور دستیابی به مقادیر ارزش در معرض ریسک سبد ارز در دوره خارج از نمونه^۶ به کار گرفته و نتایج حاصل از برآورد توسط این دو شیوه متفاوت را با استفاده از آزمون بازخورد نرخ شکست کوپیک، مورد مقایسه و ارزیابی قرار دهد.

این مقاله در شش بخش سامان یافته است. پس از مقدمه، بخش دوم برخی از مطالعات انجام شده در زمینه موضوع را مرور می‌نماید. مدل‌های مورد استفاده برای محاسبه و آزمون ارزش در معرض ریسک، در بخش سوم معرفی می‌گردد. بخش چهارم به ارائه داده‌ها و توصیف آماری آنها می‌پردازد. نتایج تجربی حاصل از برآورد مدل‌ها و مقایسه آنها در بخش پنجم مطرح می‌شود. در پایان، فصل ششم به جمع‌بندی و نتیجه‌گیری اختصاص می‌یابد.

-
1. Kupiec
 2. Christofferson
 3. Sarma
 4. Lopez
 5. Backtesting
 6. Out of Sample

۲- مروری بر مطالعات انجام شده

با گذشت دو دهه از معرفی ارزش در معرض ریسک به عنوان معیار منتخب سنجش ریسک مالی، مطالعات متعددی به مقایسه روشهای مختلف اندازه‌گیری مقیاس نامبرده پرداخته‌اند، که در زیر به تعدادی از آنها اشاره می‌شود:

در سال ۲۰۰۳، انگلبرجت^۱ در پایان نامه خود با عنوان "مقایسه روشهای ارزش در معرض ریسک برای پورتفولیوهای سواپ نرخ بهره^۲ و قراردادهای نرخ سلف" به اجرای شیوه‌های مختلف محاسبه ارزش در معرض ریسک شامل مدل دلتا-نرمال، شبیه‌سازی تاریخی کلاسیک، شبیه‌سازی تاریخی با بهنگام سازی نوسان و شبیه‌سازی مونت کارلو و مقایسه آنها بر روی سبد در برگرنده مشتقات نرخ بهره، پیمان‌های نرخ سلف و سواپ نرخ بهره، پرداخته است. روشها، با برآورد ارزش در معرض ریسک برای سبد مفروض در طول دوره زمانی دو ساله و مقایسه تخمین‌ها با زیان‌های واقعی، مورد آزمون قرار گرفته‌اند.

نتایج حاصل، شبیه‌سازی تاریخی را نسبت به سایر مدل‌های مورد آزمون، دارای بدترین کارکرد معرفی و شبیه‌سازی تاریخی با بهنگام سازی نوسان را بهبودی بر روی شبیه‌سازی تاریخی کلاسیک عنوان نموده است. همچنین، محقق در برخورد با سبدهای بزرگ، استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو را به دلیل صرفه‌جویی در زمان، بهتر از سایر شیوه‌ها تشخیص داده است (Engelbrecht, 2003).

سونی^۳ در مطالعه‌ای با نام "مقایسه شیوه‌های ارزش در معرض ریسک برای پورتفولیوهای شامل سواپ نرخ بهره در بازار هند تحت چارچوب GARCH" در سال ۲۰۰۵، روشهای متفاوت محاسبه ارزش در معرض ریسک با به کارگیری نوسان‌های حاصل از مدل‌های EWMA^۴ و GARCH را برای یافتن مناسب‌ترین ترکیب از مدل‌های نوسان و ارزش در معرض ریسک برای به کار بردن در سبدهای شامل سواپ نرخ بهره بازار هند مورد بررسی قرار داده است. تخمین‌های ارزش در معرض ریسک حاصل از این شیوه‌ها بر روی سبدهای مفروض اجرا گردیده و در سطح اطمینان ۹۹ درصد با در نظر گرفتن زیان‌های واقعی رخ داده، آزمون شده است. تحلیل‌ها بیانگر این مطلب بوده که، روش هال و وایت^۵ با به نگام سازی نوسان GARCH(1,1)، دقیق‌ترین نتایج را ارائه نموده است (Soni, 2005).

1. Engelbrecht
2. Interest Rate Swaps
3. Soni
4. Exponentially Weighted Moving Average
5. Hull and White

در سال ۲۰۰۷، پژوهش دیگری با عنوان "مقایسه روشهای ارزش در معرض ریسک برای اندازه‌گیری ریسک مالی" توسط بوهدالووا^۱ صورت گرفته است. محقق در مطالعه مذکور برخی از روشهایی که از دیدگاه کلاسیک و همچنین دیدگاه کاپولا^۲ برای محاسبه ارزش در معرض ریسک در نظر گرفته شده را به همراه بیان مزایا و معایب آنها، ارائه داده است. وی به تشریح و مقایسه مدل‌های دلتا-نرمال، شبیه‌سازی مونت کارلو و شبیه‌سازی تاریخی پرداخته است. شیوه‌های اندازه‌گیری ارزش در معرض ریسک نامبرده در سطوح اطمینان ۹۰ درصد، ۹۵ درصد و ۹۹ درصد، بر روی سبدهای فرضی اوراق قرضه دولت با سررسید یک ماهه برآورد گردیده و مقادیر حاصل از آنها با هم مقایسه شده‌اند. نتایج نشان‌دهنده تفاوت قابل توجه ارزش در معرض ریسک‌های به دست آمده از سه روش مختلف بوده است (Bohdalová, 2007).

دوکری و افنتاکیس^۳ در سال ۲۰۰۸ در مقاله خود با نام "مقایسه تجربی مدل‌های مختلف برای تخمین ارزش در ریسک" به ارزیابی تعدادی از روشهای ارزش در معرض ریسک برگزیده با کمک داده‌های روزانه شاخص سهام لندن برای یک دوره ده ساله، پرداخته‌اند. مدل‌ها با استفاده از دو دیدگاه تابع زبان لویز و آزمون نرخ درستمایی کریستوفرسن، در سطح اطمینان ۹۹ درصد مورد مقایسه قرار گرفته‌اند. آزمون‌های نامبرده با سنجش نتایج حاصل از تخمین نسبت به زبان‌های واقعی مشاهده شده در روز بعد، صورت پذیرفته‌اند. یافته‌های تجربی به دست آمده از این مقایسه، بیان نموده که مدل EWMA^۴ برآورد ارزش در معرض ریسک را با تغییر افق تخمین، در دوره‌های بی‌ثباتی بازار، دقیق‌تر از مدل‌های GARCH، انجام داده است (Dockery and Efentakis, 2008).

جدیدترین پژوهش در این زمینه توسط عبد و بنیتو^۵ در سال ۲۰۰۹، تحت عنوان "مقایسه تفصیلی ارزش در معرض ریسک در مبادلات بین‌المللی سهام" به انجام رسیده است. مقاله نامبرده عملکرد دامنه وسیعی از روشها (پارامتریک، شبیه‌سازی تاریخی، شبیه‌سازی مونت کارلو و تئوری مقدار کرانی) و چندین مدل (میانگین متحرک نمایی، GARCH و GARCH نامتقارن) را برای محاسبه واریانس شرطی تحت توزیع‌های نرمال و Student-t بازده‌ها، با استفاده از هشت شاخص سهام، برشمرده و به منظور انتخاب بهترین مدل، یک دیدگاه انتخاب دو مرحله‌ای را اجرا نموده است. محققان آزمون‌های پوشش شرطی، غیر شرطی و کوانتیل رگرسیون پویا را برای انتخاب زیر مجموعه‌ای از مدل‌ها با بهترین کارکرد به کار گرفته و سپس بر حسب ارزش‌های تابع زبان درجه

1. Bohdalová
2. Copula
3. Dockery and Efentakis
4. Equally Weighted Moving Average
5. Abad and Benito

دوم، آنها را با یکدیگر مورد مقایسه قرار داده‌اند. آزمون‌های دقت، دیدگاه پارامتریک و مدل تئوری مقدار کرانی را تحت یک مشخصه نوسان شرطی نامتقارن انتخاب کرده‌اند. در مرحله بعد، مقایسه آماری صورت گرفته بین توابع زیان، بهترین شیوه را مدل پارامتریک با واریانس شرطی برآورد شده توسط GARCH نامتقارن و تحت توزیع t معرفی نموده است (Abad and Benito, 2009).

با توجه به جایگاه ارزش در معرض ریسک برای محاسبه ریسک‌های مالی و وجود روشهای متعدد اندازه‌گیری این معیار، که کاربرد آنها می‌تواند نتایج کاملاً متفاوتی را در قیاس با هم ایجاد نماید، پژوهشی که به مقایسه عملکرد مدل‌های ارائه شده در این زمینه اقدام نماید از اهمیت خاصی برخوردار است. بنابراین، مطالعه حاضر در تلاش است تا نقشی هر چند کوچک را به منظور گسترش ادبیات موضوع مورد بحث در داخل کشور ایفا نماید.

۳- معرفی مدل‌های مورد استفاده برای محاسبه و آزمون ارزش در معرض ریسک

ریسک بازار به احتمال زیان مالی به دلیل نوسان متغیرهای سیستماتیک اقتصادی همچون نرخهای بهره و ...، اشاره دارد. روش استاندارد برای محاسبه ریسک بازار یا به بیان دیگر، ارزش در معرض ریسک، به وسیله تخمین آماری زیان پورتفولیو و تحت تأثیر دو متغیر اساسی احتمال معین (کوچک) α و دوره نگهداری (معمولاً کوتاه) L صورت می‌گیرد. به منظور منعکس نمودن شرایط کرانی بازار، به طور عادی و رایج، مقادیر ۵ یا ۱ درصد برای α ، و دوره‌های زمانی معمول نیز ۱، ۱۰ و ۲۰ روز در نظر گرفته می‌شوند. یک تعریف رسمی برای ارزش در معرض ریسک به صورت رابطه شماره (۱) می‌باشد.

$$\Pr(W_t - W_{t+L} \geq \text{Var}_{\alpha, L}) = \alpha \quad (1)$$

به طوری که W_t ارزش پورتفولیو در زمان t و $\text{Var}_{\alpha, L}$ ارزش در معرض ریسک پورتفولیو برای سطح اطمینان α و دوره نگهداری L است. این فرمول نشان می‌دهد که احتمال اینکه کاهش در ارزش سبد، طی یک دوره زمانی L روزه از تخمین ارزش در معرض ریسک تجاوز نماید برابر α می‌باشد (Bams and Wielhouwer, 2001). نکته قابل ذکر این است که ارزش پورتفولیو (W_t) از جمع نمودن حاصل ضرب پیش‌بینی بازده‌ها در وزنهای بهینه برای هر کدام از دارایی‌های سبد در زمان t به دست می‌آید.

تحلیل ارزش در معرض ریسک برای ابزارهای مورد سرمایه‌گذاری مانند ارز که ارزش آن به سادگی در دسترس می‌باشد، بیشترین کارایی را دارد (Simons, 1996). با این وجود، به منظور محاسبه ارزش در معرض ریسک، هیچ مدلی صراحتاً و به طور مطلق، بهترین نیست (Fallon, 1996). استفاده از روشهای مختلف محاسبه ارزش در معرض ریسک به رابطه جایگزینی بین

سادگی آن در اجرا و اعتبار نتایج مدل بستگی دارد. این رابطه جایگزینی محدودیت‌های ذاتی را در مدیریت ریسک ایجاد می‌نماید (Kormas, 1998). در این قسمت مدل GARCH و شبیه‌سازی مونت کارلو که شهرت و اعتبار بیشتری در سنجش معیار مذکور دارا می‌باشند، و در مطالعه حاضر برای دستیابی به ارزش در معرض ریسک پورتفولیوی ارز به کار گرفته می‌شوند، و همچنین آزمون نرخ شکست کوپیک به منظور ارزیابی دو مدل مذکور در برآورد ارزش در معرض ریسک، معرفی می‌گردند.

۳-۱- مدل GARCH(1,1)

عمومی‌ترین روشهای پیش‌بینی نوسان، مدل‌های پارامتریک با گسستگی زمانی هستند، که نوسان مورد انتظار یعنی σ_{t+h}^2 (واریانس h دوره بعد) را به صورت یک تابع غیر جزئی از مجموعه اطلاعات تاریخی، مدل‌سازی می‌کنند. بدین منظور، چنین مدل‌هایی دو گشتاور شرطی اولیه (میانگین و واریانس) سری زمانی بازده‌ها را تعیین می‌نمایند (Thapar, 2006). بسیاری از محققان اثبات نموده‌اند که در دقت ارزش در معرض ریسک وابسته به مدل‌های نوسان مختلف، تفاوت‌هایی وجود دارد. این در حالی است که مدل‌های GARCH برای پیش‌بینی بازده‌های آینده و مدل‌سازی نوسان آنها، عملکرد بهتری را نسبت به سایر مدل‌ها نشان داده‌اند (Abad and Benito, 2009). همچنین مدل GARCH دارای یک پشتوانه خوب تجربی برای نرخ ارز بوده، و همواره کاربردهای عملی و سودمندی را در بازار ارز ارائه داده است (Hopper, 1997). با توجه به پیشینه مدل GARCH(1,1) برای پیش‌بینی نوسان بازده‌های مالی بویژه بازده‌های ارز، یکی از شیوه‌های مورد بررسی برای محاسبه ارزش در معرض ریسک سبد ارز انتخابی در مطالعه حاضر، GARCH(1,1) می‌باشد. در ادامه، مراحل برآورد ارزش در معرض ریسک با استفاده از این مدل شرح داده می‌شود.

الف - مدل‌سازی بازده‌های پورتفولیو

بازده پورتفولیو یا $R_{p,t}$ به صورت رابطه (۲) مدل‌سازی می‌شود.

$$R_{p,t} = \mu_{p,t} + \varepsilon_t \quad (2)$$

به طوری که $\mu_{p,t}$ میانگین شرطی و ε_t جمله خطا است. میانگین شرطی $R_{p,t}$ توسط فرایند AR(1) با استفاده از رابطه (۳) تعیین می‌گردد.

$$\mu_{p,t} = \mu_p + \rho_p R_{p,t-1} \quad (3)$$

ب- مدل سازی واریانس شرطی

در رابطه (۲) جمله خطای ε_t به $\sigma_t z_t$ تجزیه می‌شود. به طوری که، z_t یک فرایند IID با میانگین صفر و واریانس واحد است. در این حالت، به منظور محاسبه ارزش در معرض ریسک، بازده‌ها برای تخمین واریانس شرطی (σ_t^2) با استفاده از یک مدل مناسب به کار گرفته می‌شوند. مدل‌های GARCH به منظور مدل سازی واریانس شرطی بازده‌ها، رواج و مقبولیت بیشتری را نسبت به سایر مدل‌ها به دست آورده‌اند (Thapar, 2006).

مدل خود رگرسیون واریانس ناهمسان شرطی تعمیم یافته، توسط بولرسلو پیشنهاد شده است (Bollerslev, 1986). مدل مذکور از طریق اضافه نمودن p جمله خود رگرسیون برای σ_t^2 به مدل ARCH(q) ارائه شده به وسیله انگل^۱ در سال ۱۹۸۲ حاصل می‌گردد. بنابراین، GARCH(p,q) به صورت رابطه (۴) تعریف می‌شود.

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i \sigma_{t-i}^2 \quad (۴)$$

با شرط اینکه $\alpha_0 > 0$ ، $\alpha_i \geq 0$ ، $\beta_i \geq 0$ و $\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{i=1}^p \beta_i < 1$ برقرار باشد.

اگرچه مدل تعمیم یافته GARCH تعداد p و q وقفه زمانی را برای واریانس و مربع شوک‌ها در نظر می‌گیرد، مطالعات تجربی زیادی اثبات نموده‌اند که یک مدل GARCH(1,1) برای توصیف واریانس ناهمسانی در بازده‌های ارز کافی است. محققان به این نتیجه دست یافته‌اند که GARCH(1,1) استاندارد در توضیح واریانس ناهمسانی شرطی حرکات روزانه ارز موفقیت قابل توجهی را نشان داده است (Kormas, 1998).

پایین‌ترین مرتبه GARCH که به طور گسترده مورد استفاده قرار می‌گیرد و جایگزینی مناسب برای مدل‌های ARCH مراتب بالا می‌باشد، GARCH(1,1) است. رابطه (۵) این مدل را به نمایش می‌گذارد.

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad (۵)$$

با توجه به معادله GARCH(1,1) می‌توان دریافت که واریانس شرطی σ_t^2 از سه میانگین وزنی واریانس بلند مدت $(1 - \alpha - \beta) \alpha_0$ ، واریانس گذشته σ_{t-1}^2 با وزن β و مجذور جمله اختلال ε_{t-1}^2 با وزن α تشکیل شده است.

1. Engle

پ- تخمین میانگین و واریانس شرطی با استفاده از مدل GARCH(1,1) به منظور برآورد مدل GARCH از روش حداکثر درستنمایی^۱ استفاده می‌شود. با فرض اینکه شوک‌ها دارای توزیع نرمال باشند، تابع درستنمایی به صورت رابطه شماره (۶) خواهد بود.

$$L = -\frac{T}{2} \log(2\pi) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \log \sigma_t^2 - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \frac{\varepsilon_t^2}{\sigma_t^2} \quad (6)$$

تابع حداکثر درستنمایی برای جملات خطای دارای توزیع t ، به شکل رابطه شماره (۷) نشان داده می‌شود.

$$L = T \log \Gamma \frac{(v+1)/2}{\sqrt{(v-2)\pi} \Gamma(v/2)} - \frac{1}{2} \left[\log \sigma_t^2 + (v+1) \log \left(\frac{1 + \varepsilon_t^2}{(v-2)\sigma_t^2} \right) \right] \quad (7)$$

به طوری که T تعداد مشاهدات، $\Gamma(\cdot)$ تابع چگالی گاما و v درجه آزادی می‌باشد. با استفاده از معادله شماره (۷) مدل GARCH با فرض توزیع t ، و همچنین درجه آزادی، توزیع به طور همزمان برآورد می‌گردند.

ت- برآورد ارزش در معرض ریسک

پس از تخمین مدل GARCH، می‌توان میانگین‌ها و انحراف معیارهای شرطی را با استفاده از معادلات میانگین و واریانس این مدل که به طور همزمان ارائه می‌شوند، برای دوره خارج از نمونه پیش‌بینی نمود. در نهایت، ارزش در معرض ریسک با به کارگیری میانگین‌ها و انحراف معیارهای شرطی برآورد شده برای زمان t و در سطح اطمینان α به صورت رابطه (۸) محاسبه می‌شود.

$$Var_{t,\alpha}^p = \hat{\mu}_{p,t} + \hat{\sigma}_{p,t} q_{1-\alpha} \quad (8)$$

به طوری که $\hat{\mu}_{p,t}$ و $\hat{\sigma}_{p,t}$ میانگین و انحراف معیار شرطی پیش‌بینی شده با استفاده از داده‌های موجود تا زمان $t-1$ هستند. $q_{1-\alpha}$ چارک $1-\alpha$ ام از توزیع z_t که بازده‌ها به پیروی از آن فرض گردیده‌اند، است (Bauwens et al., 2006; Bubák, 2008).

۳-۲- شبیه‌سازی مونت کارلو

مزیت اصلی شبیه‌سازی مونت کارلو در این است که، شبیه‌سازی مذکور برای هر نوع تغییر در عوامل ریسک و هر مکانیزم تعریف ارزش سبد در سناریوهای بازار، کاربرد دارد. تکنیک‌های شبیه‌سازی مونت کارلو، به دلیل اینکه می‌توانند کلیه عوامل غیرخطی ریسک سبد و همچنین تمام مشخصه‌های توزیعی مطلوب مانند دنباله‌های پهن و نوسان‌های متغیر در طول زمان، را مورد توجه

قرار دهند، به مراتب قوی‌تر و منعطف‌تر از سایر شیوه‌های شبیه‌سازی عمل می‌نمایند (Glasserman et al., 2000).

در شبیه‌سازی مونت کارلو، یک تولیدکننده اعداد شبه‌تصادفی برای ایجاد ده‌ها هزار تغییر فرضی در فاکتورهای بازار مورد استفاده قرار می‌گیرد. بنابراین، تغییرات ساخته شده به منظور ایجاد هزاران سود و زیان فرضی پورتفولیو بر روی پورتفولیوی جاری و توزیع سود و زیان احتمالی پورتفولیو در دوره نگهداری، به کار می‌روند. در نهایت ارزش در معرض ریسک با تعیین چارک متناظر سطح اطمینان مورد نظر تعیین می‌گردد (Linsmeier and Pearson, 1996).

اگر S بردار عوامل ریسک، Δt افق زمانی مورد نظر برای محاسبه ارزش در معرض ریسک، ΔS تغییر در عوامل ریسک بعد از گذشت Δt و L زیان در ارزش سبد به علت ΔS بعد از گذشت Δt باشد، مراحل اصلی دیدگاه مونت کارلوی بنیادی در تخمین احتمالات زیان به صورت زیر خواهد بود:

۱- به وجود آوردن N سناریو با نمونه‌گیری از تغییرات عوامل ریسک $\Delta S(1), \dots, \Delta S(N)$ در طول افق زمانی Δt . در روش مونت کارلوی ریسک‌سنجی، این مرحله به صورت تولید سناریو با استفاده از تخمین‌های نوسان و همبستگی برای دارایی‌های موجود در سبد و با در نظر گرفتن توزیع نرمال لگاریتمی صورت می‌گیرد. سایر مدل‌های مونت کارلو، مرحله نخست را با به کارگیری اعداد تصادفی یا شبه‌تصادفی برای ایجاد بازده‌ها به منظور ترسیم توزیع انتخابی، تغییر می‌دهند.

۲- ارزیابی مجدد سبد در پایان افق زمانی Δt بر حسب سناریوها به صورت $S + \Delta S(1), \dots, S + \Delta S(N)$ و تعیین زیان‌های (سودهای) $L(1), \dots, L(N)$.

۳- استفاده از توزیع سود و زیان حاصل به منظور پیدا کردن چارک مناسب برای محاسبه ارزش در معرض ریسک در سطح اطمینان مورد نظر (Glasserman et al., 2000; Bohdalová, 2007). در واقع، ایده اصلی دیدگاه مونت کارلو، تبدیل کردن داده‌های اصلی به صورتی است که داده‌های حاصل به طور نرمال توزیع گردند. اگر e_{it} بازده عامل ریسک i در روز t و G_{it} توزیع احتمال برای e_{it} باشد، هدف تبدیل e_{it} به یک متغیر جدید چون f_{it} توزیع شده به صورت نرمال، با استفاده از معادله شماره (۹) است.

$$f_{it} = N^{-1}[G_{it}(e_{it})] \quad (9)$$

به طوری که N تابع احتمال تراکمی توزیع نرمال و N^{-1} معکوس آن می‌باشد. بنابراین، متغیرهای اصلی e_{it} در داخل متغیرهای f_{it} که به صورت نرمال توزیع شده‌اند، نشان داده می‌شوند. برای اینکه مدل مذکور قابل استناد باشد، باید شکل کارکردی و صحیح توزیع G به طور دقیق انتخاب شود. به صورت مشهود، انتخاب تابع G به مشخصه‌های توزیع عوامل ریسک، که تغییر

در ارزش سبد را باعث می‌شوند، بستگی دارد. با به دست آوردن تابع G ، متغیرهای f_{it} می‌توانند نتایج واقعی را با استفاده از رابطه شماره (۱۰) نشان دهند (Raaji and Raunig, 1998).

$$e_{it} = G_{it}^{-1}[N(f_{it})] \quad (10)$$

۳-۳- آزمون نرخ شکست

شاید بتوان آسان‌ترین دیدگاه قابل اجرا به منظور بررسی دقت مدل‌های ارزش در معرض ریسک، را ثبت نرخ شکست عنوان نمود، که به صورت نسبت زیان‌های متجاوز از ارزش در معرض ریسک محاسبه شده در یک نمونه معین از بازده‌ها، تعریف می‌گردد (Bubák, 2008). در واقع، شکست به زمانی گفته می‌شود که زیان واقعی پورتفولیو بزرگ‌تر از ارزش در معرض ریسک برآورد شده، باشد (Thapar, 2006). بر مبنای آزمون نامبرده، در صورتی مدل ارزش در معرض ریسک، مناسب تشخیص داده می‌شود که با در نظر گرفتن سطح اطمینان p ، نرخ شکست یا نسبت بازده‌هایی که از آنها با عنوان استثناء^۱ یاد می‌گردد، در یک نمونه معین برابر با $1-p$ به دست آید (Bubák, 2008). آزمون نرخ شکست کوپیک مبتنی بر این حقیقت است که اگر سطح معنی‌داری برای محاسبه ارزش در معرض ریسک برابر p درصد منظور گردد، نسبت (x/N) بین تعداد استثنائات (x) و تعداد ارزش در معرض ریسک‌های پیش‌بینی شده (N) باید به $1-p$ درصد نزدیک باشد. اگر نسبت مذکور بزرگتر از $1-p$ درصد باشد، معیار ارزش در معرض ریسک مورد بررسی، ریسک سبد را به درستی اظهار ننموده و آن را دست کم گرفته است. در حالت عکس، ریسک سبد زیادتر از مقدار واقعی برآورد شده است (Grigore, 2008). نرخ شکست را می‌توان به صورت رابطه شماره (۱۱) تعریف نمود.

$$f = \frac{1}{N} \sum_{t=T-N+1}^T \mathbf{1} [r_t < -VaR_{t,\alpha}] \quad (11)$$

به طوری که N تعداد روزهای خارج از نمونه، T تعداد کل مشاهدات، r_t بازده مشاهده شده در زمان t ، $VaR_{t,\alpha}$ ارزش در معرض ریسک تعیین شده در زمان t و $\mathbf{1}$ تابع مقیاس (نشانگر) را بیان می‌کنند (Bauwens et al., 2006).

کوپیک نشان داد در صورتی که فرض بر ثابت بودن احتمال یک استثناء باشد، عدد استثناء $(\sum I_{t+1})$ یک توزیع دو جمله‌ای $B(N, \alpha)$ ، را دنبال خواهد نمود. مقیاس دقیق برای اندازه‌گیری ارزش در معرض ریسک باید یک پوشش غیرشرطی^۲ $(\alpha = \sum I_{t+1} / N)$ برابر با α درصد، ایجاد

-
1. Exception (Dockery and Efentakis, 2008)
 2. Unconditional Coverage

نماید. آزمون پوشش غیرشرطی پیشنهادی کوپیک، فرضیه صفر $\hat{\alpha} = \alpha$: H_0 در مقابل فرضیه $H_1: \hat{\alpha} \neq \alpha$ ، به همراه آماره نسبت درستنمایی^۱ ارائه شده در رابطه (۱۲) را دارا می‌باشد. آماره LR کوپیک از توزیع χ^2 مجانب با درجه آزادی ۱ برخوردار است (Abad and Benito, 2009).

$$LR_{UC} = 2[\log(\hat{\alpha}^x(1-\hat{\alpha})^{N-x}) - \log(\alpha^x(1-\alpha)^{N-x})] \quad (12)$$

۴- داده‌ها و توصیف آماری آنها

بیش از ۸۵ درصد معاملات روزانه ارز دنیا، به یورو (EUR)، پوند انگلیس (GBP)، فرانک سوئیس (CHF)، دلار کانادا (CAD)، دلار استرالیا (AUD)، دلار آمریکا (USD)، و ین ژاپن (JPY) اختصاص دارد (Nwaobi, 2008). بر این اساس، داده‌های مورد استفاده در این پژوهش نیز دربرگیرنده قیمت‌های نقدی ارز^۲ به صورت روزانه برای EUR/IRR، GBP/IRR، CHF/IRR، AUD/IRR و CAD/IRR از تاریخ ۲۰۰۱/۰۱/۰۱ تا ۲۰۰۹/۰۸/۰۱ میلادی می‌باشد^۳ که از پایگاه پایگاه داده‌های خدمات ارز^۴ استخراج شده است. در مجموعه داده‌های موجود، برای روزهای شنبه و یکشنبه که بازار ارز غیر فعال بوده، نرخ در نظر گرفته نشده است.^۵ بر این مبنای داده‌های جمع‌آوری شده شامل ۲۲۸۰ نرخ برای هر کدام از ارزهای نامبرده و به تبع آن تعداد کل بازده‌های به دست آمده در نمونه مورد مطالعه، ۲۲۷۹ می‌باشد.

1. Likelihood Ratio Statistic

2. Spot Foreign Exchange Prices

۳. نرخهای ارز موجود در این مطالعه، نرخهای معامله در بازار فارکس بر مبنای ریال ایران (₹) هستند.

4. Foreign Exchange Services (ozforex.com.au)

۵. روشهای سری زمانی نیاز به تقسیم‌بندی داده‌ها به صورت مساوی و یا فاصله‌گذاری برابر بین داده‌ها دارند و حذف دو روز کامل از فعالیت، مشکلاتی را در تعریف مدل ایجاد می‌نماید. به منظور رفع مسئله مربوط به عدم فعالیت بازار، یک مقیاس زمانی جدید مطرح گردیده که به صورت θ -time نشان داده می‌شود. این مقیاس زمانی معمولاً بر زمان کاری دلالت می‌نماید، زیرا قیمت‌های ثبت شده در طول یک هفته کاری منظم را منعکس می‌کند. با این وجود، اخیراً مقیاس θ -time به دو دلیل مورد استفاده قرار نمی‌گیرد. اول اینکه، مطالعاتی که تخمین‌های نوسان را با به کارگیری [۱] یک متغیره و با استفاده از مقیاس θ -time انجام داده‌اند، نتایج قانع‌کننده‌ای به دست نیاورده‌اند. دوم، هدف مقیاس θ -time رفع نمودن الگوهای فصلی انتخابی از داده‌ها می‌باشد. بنابراین، ممکن است بخشی از آنچه برای سنجش و اندازه‌گیری مورد نیاز است را نیز حذف نماید.

الگوهای فصلی قدرتمندی به وسیله اکثر ارزها ارائه شده‌اند که منظور نمودن داده برای آخر هفته این الگوهای فصلی را تشدید می‌نماید. به علت مشکلات ناشی از روش θ -time در محاسبات، در نظر نگرفتن قیمت‌های ثبت شده برای آخر هفته، عمومی‌ترین روش برای جلوگیری از این رویداد می‌باشد (Kormas, 1998).

به طور کلی، بازده را می‌توان تغییر در ارزش یک قلم کالا یا دارایی (اجناس، ارز، اوراق بهادار و ...) در طول زمان تعریف نمود (Soni, 2005). بازده لگاریتمی یا هندسی ارز i در زمان $t+1$ به صورت $r_{i,t+1} = \log(p_{i,t+1}) - \log(p_{i,t})$ محاسبه می‌شود؛ به طوری که، $p_{i,t}$ نرخ ارز i در زمان t است (Bauwens et al., 2006). جدول شماره ۱ به خلاصه‌ای از ویژگی‌های آماری بازده‌های لگاریتمی نرخهای روزانه پنج ارز مورد نظر اشاره می‌نماید.

جدول ۱. توصیف آماری بازده‌های روزانه ارز طی دوره ۲۰۰۱/۰۱/۰۱ تا ۲۰۰۹/۰۸/۰۱ میلادی

AUD/IRR	CAD/IRR	CHF/IRR	GBP/IRR	EUR/IRR	ارز ویژگی آماری
۰/۰۰۰۴۰۸	۰/۰۰۰۳۹۵	۰/۰۰۰۴۱۱	۰/۰۰۰۳۵۴	۰/۰۰۰۴۱۱	میانگین
۰/۰۳۸۵۹۸	۰/۰۳۸۵۴۸	۰/۰۳۸۵۹۷	۰/۰۳۸۶۰۴	۰/۰۳۸۵۹۲	انحراف معیار
۲/۲۵۳۸۶۰	۲/۳۰۰۶۷۸	۲/۲۷۱۱۱۳	۲/۲۸۱۱۴۲	۲/۲۷۵۰۰۶	چولگی
۳۲۰/۶۵۳۷	۳۲۳/۶۷۹۳	۳۲۲/۸۸۶۹	۳۲۳/۲۸۱۸	۳۲۳/۵۵۱۷	کشیدگی
۰/۷۲۹۸۷۶	۰/۷۳۱۸۶۳	۰/۷۳۱۸۱۰	۰/۷۳۲۸۴۰	۰/۷۳۲۳۰۵	حداکثر
-۰/۷۳۰۲۴۸	-۰/۷۳۰۴۸۰	-۰/۷۳۱۴۶۵	-۰/۷۳۱۵۶۶	-۰/۷۳۱۹۷۵	حداقل
۹۵۸۳۵۹۰	۹۷۶۷۰۶۹	۹۷۱۸۸۲۱	۹۷۴۲۸۴۵	۹۷۵۹۲۵۸	آماره آزمون جارکو- برا ^۱
(۰/۰۰۰۰)	(۰/۰۰۰۰)	(۰/۰۰۰۰)	(۰/۰۰۰۰)	(۰/۰۰۰۰)	
۸۲۸/۸۳	۸۳۶/۷۶	۸۳۵/۷۴	۸۳۶/۹۴	۸۳۸/۰۷	آماره Q برای آزمون باکس-یونگ ^۲
(۰/۰۰۰۰)	(۰/۰۰۰۰)	(۰/۰۰۰۰)	(۰/۰۰۰۰)	(۰/۰۰۰۰)	
۷۷۶/۸۹	۷۷۵/۹۴	۷۷۶/۰۴	۷۷۶/۲۴	۷۷۵/۴۶	آماره Q ^۲ برای آزمون مکلود-لی ^۳
(۰/۰۰۰۰)	(۰/۰۰۰۰)	(۰/۰۰۰۰)	(۰/۰۰۰۰)	(۰/۰۰۰۰)	

منبع: محاسبات محققین

جدول شماره ۱ بیان می‌کند که در طول دوره مورد بررسی، میانگین بازده برای همه ارزها تقریباً برابر صفر بوده است. مقدار انحراف معیار در مقایسه با میانگین برای کلیه ارزها، نوسان بالای بازده‌های آنها را در دوره مورد بررسی اثبات می‌نماید. همچنین، توزیع بازده‌های هر چهار ارز، میزان

1. Jarque-Bera Test
2. Box-Ljung
3. McLeod-Li Test

کشیدگی را نشان می‌دهند که به طور قابل توجهی از کشیدگی توزیع نرمال بیشتر است. این امر بر لزوم استفاده از توزیع با دنباله کشیده (به عنوان مثال توزیع t) برای توصیف توزیع شرطی مجموعه بازده دلالت می‌کند. به علاوه، آماره آزمون «جارکو- برا» به دست آمده برای ارزش‌های مورد نظر که دو معیار چولگی و کشیدگی را برای آزمون فرضیه نرمال بودن توزیع بازدهی آنها تلفیق می‌نماید، فرض نرمال بودن توزیع بازده‌های پنج ارز مورد بررسی را رد می‌کند.

به منظور ارائه عملکرد مؤثر مدل GARCH بر روی سری‌های بازده، لازم است تا بازده‌ها دارای خودهمبستگی معنی‌داری باشند. به عبارت دیگر، نوسان تنها زمانی می‌تواند به صورت یک فرایند خود رگرسیو ارائه گردد، که خودهمبستگی معنی‌داری در بین سری بازده‌ها مشاهده شود و این امر نیز با استفاده از آزمون باکس- یونگ امکان‌پذیر است.

برای آزمون باکس- یونگ فرضیه صفر به صورت $H_0 = \rho_1 = \rho_2 = \dots = 0$ یعنی خود همبسته نبودن بازده‌ها در نظر گرفته می‌شود (Soni, 2005). آماره‌های آزمون آمیخته باکس- یونگ، Q و Q^2 با توزیع کای دو، به ترتیب آزمون‌های را برای بررسی وجود خودهمبستگی و واریانس ناهمسانی به وجود می‌آورند. مقدار معنی‌دار آماره Q نشان‌دهنده حضور خودهمبستگی در سری بازده‌ها می‌باشد، حال آنکه فرضیه صفر نویز سفید رد می‌گردد. مقدار آماره آزمون Q^2 ، خودهمبستگی شدید در سری مجذور بازده‌ها را نشان می‌دهد، این ویژگی خوشه‌بندی توزیع و به عبارت دیگر، واریانس ناهمسانی در سری بازده‌ها را به اثبات می‌رساند (Dockery and Efentakis, 2008). به طوری که جدول شماره ۱ نشان می‌دهد برای بازده‌های کلیه ارزها، مقدار آماره Q و Q^2 با به کارگیری ۱۵ وقفه از مقدار بحرانی کای دو بیشتر بوده و بیانگر رد فرضیه صفر و حضور خودهمبستگی و واریانس ناهمسانی در سری بازده‌ها می‌باشند. این امر استفاده از مدل GARCH را به منظور برآورد واریانس شرطی تأیید می‌نماید.

۵- نتایج تجربی حاصل از برآورد مدل‌ها و مقایسه آنها

در این قسمت، مقادیر ارزش در معرض ریسک برای پورتفولیوی ارز، با استفاده از مدل GARCH(1,1) و شبیه‌سازی مونت کارلو که در بخش ۳ معرفی گردیدند، اندازه‌گیری می‌شود. بر طبق نظر کمیته باسل، ارزش در معرض ریسک مورد انتظار باید در سطح اطمینان ۹۹ درصد محاسبه گردد (Grigore, 2008). بر این مبنا، محاسبات هر دو شیوه نامبرده، در این سطح اطمینان و با فرض دوره نگهداری یک روزه پایه‌ریزی شده‌اند. نتایج حاصل از آنها نیز با به کارگیری آزمون نرخ شکست مقایسه و به این طریق، دقت عملکرد دو روش پارامتریک و شبیه‌سازی، مورد ارزیابی واقع می‌شوند.

۵-۱- نتایج حاصل از مدل GARCH(1,1)

GARCH(1,1) ساده‌ترین و قوی‌ترین مدل از خانواده تکنیک‌های مدل‌سازی نوسان یا بی‌ثباتی است. مدل‌های GARCH در محدوده وسیعی از تحلیل‌های سری زمانی به کار برده شده‌اند، اما همواره کاربرد آنها در بخش مالی موفق‌تر عمل نموده است (Engle, 2001).

جهت مدل‌سازی لگاریتم تغییر نسبی نرخهای ارز، نخست با به کارگیری مدل خود رگرسیون ساده، بازده‌های ارز به منظور بررسی وجود خودهمبستگی بین مربع باقیمانده‌ها یا اثر ARCH تحت آزمون ضریب لاگرانژ^۱ انگل قرار گرفته‌اند. آماره آزمون انگل که خودهمبستگی بین جملات اختلال را از طریق تخمین یک مدل خود رگرسیونی برای مربع آنها و آزمون معنی‌داری رگرسیون مذکور بررسی می‌نماید، TR² با توزیع کای-دو است. نتایج آزمون نامبرده که در جدول شماره ۲ بیان گردیده، واریانس ناهمسانی یا اثر ARCH را در باقیمانده‌های مدل خود رگرسیونی ساده به وضوح نشان می‌دهد. در بخش ۴ نتایج آزمون‌های باکس-یونگ و مک‌لود-لی استفاده از مدل GARCH برای دستیابی به مقادیر واریانس شرطی را توجیه کرد. در این قسمت به کارگیری آزمون ضریب لاگرانژ انگل نیز با اثبات واریانس ناهمسانی در بازده‌های ارز، این امر را اثبات نموده است. همچنین مشخصات آماری بازده‌ها از جمله آزمون جارکو-برا، با بیان عدم وجود ویژگی‌های توزیع نرمال در داده‌ها، توزیع t را برای جملات خطا پیشنهاد کرده است.^۲

نتایج حاصل از تخمین مدل GARCH(1,1) با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی و فرض توزیع t برای بازده‌های پنج ارز نامبرده و پورتفولیوی معیار که با وزنهای ثابت ساخته می‌شود (Rombouts and Verbeek, 2004)، در جدول شماره ۲ بیان گردیده است. ρ_p و μ_p ضرایب مربوط به معادله میانگین شرطی و پیش‌بینی بازده‌های ارز هستند. α_0 ، α_1 و β پارامترهای رابطه واریانس شرطی می‌باشند و در پیش‌بینی نوسان به عنوان عنصر تعیین‌کننده در محاسبه ریسک سبد دارایی، به کار می‌روند. به استثنای μ_p برای بازده‌های فرانک سوئیس، کلیه پارامترها معنی‌دار هستند. برای همه ارزهای مورد نظر و همچنین سبد معیار، مجموع ضرایب مثبت مربوط به قسمت واریانس شرطی کمتر از یک می‌باشد و این امر نمایانگر وجود مانایی در کوواریانس فرایند واریانس شرطی است.

1. Lagrange Multiplier Test

۲. انتخاب توزیع t توسط محققان پس از آن صورت گرفت که مشخص شد، باقیمانده‌های به دست آمده از توزیع نرمال فاقد برازندگی و معناداری آماری بوده است.

جدول ۲: نتایج حاصل از تخمین مدل GARCH(1,1) با در نظر گرفتن توزیع t

پورتفولیو	AUD/IRR	CAD/IRR	CHF/IRR	GBP/IRR	EUR/IRR	آماره و پارامتر
۴۹۰/۰۶۹۳ (۰/۰۰۰۰)	۴۹۰/۰۱۴۵ (۰/۰۰۰۰)	۴۸۹/۱۹۹۷ (۰/۰۰۰۰)	۴۹۱/۳۳۲۹ (۰/۰۰۰۰)	۴۹۰/۴۳۵۷ (۰/۰۰۰۰)	۴۹۰/۶۰۰۷ *(۰/۰۰۰۰)	آماره TR^2
۰/۰۰۰۱۲۴ (۰/۰۰۰۳۳)	۰/۰۰۰۲۳۴ (۰/۰۰۰۰۱)	۰/۰۰۰۱۰۳ (۰/۰۰۲۴۳)	۰/۰۰۰۰۸۴ (۰/۱۲۱۰)	۰/۰۰۰۱۱۱ (۰/۰۱۶۰)	۰/۰۰۰۱۳۳ (۰/۰۰۰۷۹)	μ_p
-۰/۱۱۱۹۸۵ (۰/۰۰۰۰)	-۰/۰۵۳۴۸۵ (۰/۰۱۶۸)	-۰/۰۶۵۴۷۰ (۰/۰۰۰۳۲)	-۰/۱۱۵۵۷۹ (۰/۰۰۰۰)	-۰/۰۸۶۷۵۳ (۰/۰۰۰۰۱)	-۰/۱۰۴۱۵۸ (۰/۰۰۰۰)	ρ_p
۰/۰۰۰۰۰۳ (۰/۰۰۰۰)	۰/۰۰۰۰۰۵ (۰/۰۰۰۰)	۰/۰۰۰۰۰۵ (۰/۰۰۰۰)	۰/۰۰۰۰۱۰ (۰/۰۰۰۰)	۰/۰۰۰۰۰۵ (۰/۰۰۰۰)	۰/۰۰۰۰۰۶ (۰/۰۰۰۰)	α_0
-۰/۳۶۴۹۶۶ (۰/۰۰۰۰)	-۰/۴۲۳۵۵۷ (۰/۰۰۰۰)	-۰/۴۳۸۵۴۹ (۰/۰۰۰۰)	-۰/۲۵۶۷۵۴ (۰/۰۰۰۰)	-۰/۴۱۶۴۶۰ (۰/۰۰۰۰)	-۰/۳۱۷۳۶۵ (۰/۰۰۰۰)	α
۰/۳۷۰۰۶۰ (۰/۰۰۰۰)	۰/۴۰۲۹۳۳ (۰/۰۰۰۰)	۰/۲۴۷۲۴۷ (۰/۰۰۰۰)	۰/۱۴۴۶۴۱ (۰/۰۰۰۰)	۰/۲۶۴۲۲۹ (۰/۰۰۰۰)	۰/۲۷۵۴۲۶ (۰/۰۰۰۰)	β
۳/۱۳۴۷۵۵ (۰/۰۰۰۰)	۳/۰۸۹۸۶۸ (۰/۰۰۰۰)	۲/۹۴۶۶۳۶ (۰/۰۰۰۰)	۲/۸۳۸۸۲۷ (۰/۰۰۰۰)	۲/۹۲۳۹۷۳ (۰/۰۰۰۰)	۲/۹۲۰۲۸۸ (۰/۰۰۰۰)	درجه آزادی t

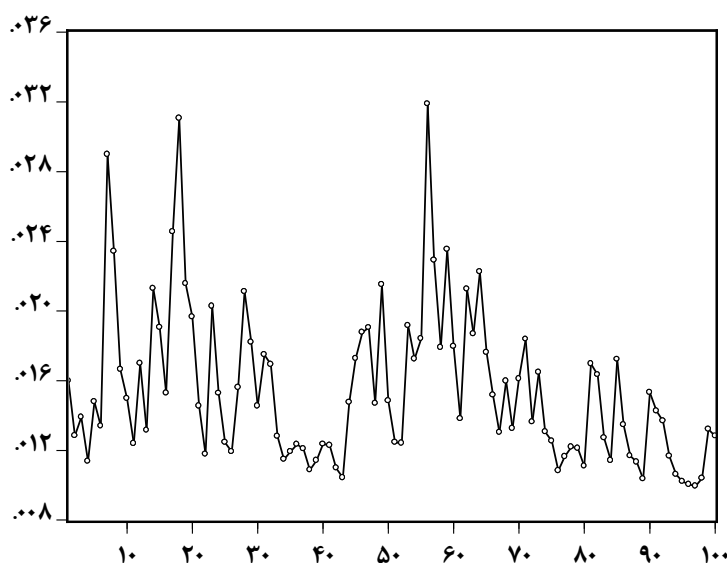
*مقادیر داخل پرانتز آماره t است.

منبع: محاسبات محققین

پیش‌بینی روزانه ارزش در معرض ریسک یک پورتفولیو برای دوره خارج از نمونه در زمان t، می‌تواند با استفاده از پیش‌بینی نوسانی که در روز t-1 انجام شده، برآورد گردد (Thapar, 2006). پس از تخمین پارامترهای مدل GARCH(1,1)، ارزش در معرض ریسک بر مبنای مدل نامبرده با لحاظ نمودن فرض توزیع t برای جملات اختلال، در سطح اطمینان ۹۹ درصد ($\alpha = 0.01$) محاسبه می‌شود. بدین منظور، دوره خارج از نمونه برای پیش‌بینی، ۱۰۰ روز کاری از تاریخ ۲۰۰۹/۰۳/۱۲ تا ۲۰۰۹/۰۸/۰۱ میلادی در نظر گرفته شده است. به دلیل وجود اثر ARCH در

بازده‌های پورتفولیویی که با وزن ثابت به عنوان معیار تلقی گردیده، از میانگین و انحراف معیار شرطی برآورد شده به وسیله مدل $GARCH(1,1)$ و مطابق رابطه شماره ۸ برای به دست آوردن ارزش در معرض ریسک آن استفاده می‌شود. ارزش در معرض ریسک حاصل از مدل‌سازی بر مبنای توزیع پارامتریک بازده‌های پورتفولیو برای ۱۰۰ روز کاری خارج از نمونه، در نمودار شماره ۱ به تصویر کشیده شده است. دامنه تغییرات ارزش در معرض ریسک به دست آمده از مدل $GARCH(1,1)$ ، از ۰/۰۰۹۹۴۳ تا ۰/۰۳۱۸۷۳ می‌باشد.

نمودار ۱. پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک با استفاده از مدل $GARCH(1,1)$



۵-۲- نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی مونت کارلو

همان گونه که قبلاً نیز بیان گردید، برای دستیابی به مقادیر ارزش در معرض ریسک از طریق شبیه‌سازی مونت کارلو، ابتدا باید توزیع فاکتورهای ریسک به طور دقیق شناسایی گردد. بر این اساس، توزیع نرخهای روزانه پنج ارز به کار رفته در تشکیل پورتفولیو و توزیع ارزش روزانه پورتفولیو با وزن ثابت (پورتفولیوی معیار) در جدول شماره ۳ ارائه شده است. این نرخها در واقع فاکتورهای ریسک بازار هستند که تغییر در آنها بر روی ارزش پورتفولیو تأثیر می‌گذارد. بنابراین، با

شبیه‌سازی تغییرات صورت گرفته در آنها به صورت روزانه، توزیع سود و زیان پورتفولیو شبیه‌سازی می‌گردد. به منظور تعیین میزان انطباق توزیع سری زمانی داده‌ها با توزیع‌های موجود، از آماره کای دو استفاده می‌شود. این آماره توسط نرم‌افزار محاسبه و سپس مناسب‌ترین توزیع انتخاب می‌گردد.

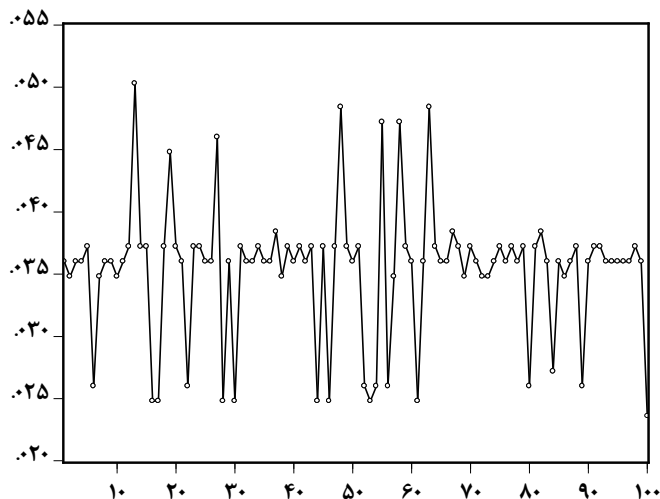
جدول ۳. نوع توزیع آماری فاکتورهای مورد بررسی در شبیه‌سازی مونت کارلو

فاکتور بررسی	مورد	EUR/IRR	GBP/IRR	CHF/IRR	CAD/IRR	AUD/IRR	P/IRR
آماره کای-دو		۹۷۸/۵	۱۶۳۷/۹	۱۴۴۶/۶	۱۰۲۰/۲	۱۴۳۱/۰	۱۵۰۳/۵
توزیع انتخابی		Logistic	Lognormal	Logistic	Logistic	Logistic	Logistic

منبع: محاسبات محققین

پس از تعیین توزیع و تعریف متغیرها، شبیه‌سازی تغییرات فاکتورهای مؤثر در ارزش پورتفولیو با استفاده از تولیدکننده اعداد تصادفی صورت می‌گیرد. نکته قابل توجه این است که به منظور ارائه تقریب قابل اعتمادی از توزیع واقعی توسط روش مونت کارلو در سطوح اطمینان ۹۹ درصد و ۹۵ درصد، به حدود ۱۰۰۰۰ شبیه‌سازی برای هر یک از متغیرهای تصادفی احتیاج است (Engelbrecht, 2003; Rogachev, 2006). بر این مبنای، در مطالعه حاضر به منظور ایجاد هر یک از توزیع‌های احتمال بازده‌های روزانه، ۱۰۰۰۰ شبیه‌سازی بر روی تغییر در فاکتورهای ریسک، انجام شده است. سپس چارک متناظر با سطح اطمینان ۹۹ درصد استخراج و به همراه انحراف معیار و میانگین توزیع شبیه‌سازی شده، برای پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک روزانه مورد استفاده قرار گرفته است. ارزش در معرض ریسک برآورد شده با شیوه مونت کارلو برای ۱۰۰ روز کاری خارج از نمونه در نمودار شماره ۲ ارائه گردیده است. محدوده تغییرات ارزش در معرض ریسک پیش‌بینی شده توسط شبیه‌سازی مونت کارلو ۰/۰۲۳۶ و ۰/۰۵۰۳ است.

نمودار ۲. پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک با استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو

۵-۳- مقایسه پیش‌بینی‌های مدل $GARCH(1,1)$ و شبیه‌سازی مونت کارلو

با در نظر گرفتن برتری ارزش در معرض ریسک به عنوان معیاری برای سنجش ریسک و وجود تنوع گسترده روشهای اندازه‌گیری معیار نامبرده، ارزیابی دقت پیش‌بینی مدل‌های ارزش در معرض ریسک، موضوعی بسیار مهم در مدیریت ریسک محسوب می‌شود. به منظور ارزیابی مدل‌های ارزش در معرض ریسک، مقایسه دقت فرایند پیش‌بینی در مدل ارزش در معرض ریسک ضروری است (Thapar, 2006).

تا زمانی که پارامترهای توزیعی مدل $GARCH$ ، با همان داده‌های تاریخی استفاده شده برای ساخت سناریوها در شبیه‌سازی برآورد شوند، می‌توان به صورت مستقیم مدل‌های $GARCH$ و شبیه‌سازی را با یکدیگر مقایسه نمود (Engelbrecht, 2003). بنابراین، در این قسمت، ارزیابی دو مدل کاربردی با یکی از شیوه‌های رایج آزمون بازخورد به نام آزمون نرخ شکست کوپیک به صورت تخمین ارزش در معرض ریسک برای سبد ارز مفروض در طول دوره زمانی مورد نظر و مقایسه تخمین‌ها با زیان‌های واقعی رخ داده، انجام می‌گیرد.

جدول شماره ۴ مقادیر نرخ شکست، آماره LR آزمون کوپیک و نتیجه آزمون نامبرده را به تفکیک مدل‌های مورد استفاده در برآورد ارزش در معرض ریسک سبد ارز طی ۱۰۰ روز کاری بیان می‌کند. بر اساس آزمون نرخ شکست کوپیک، فرضیه صفر مبنی بر برابری نرخ شکست محاسبه شده و سطح اطمینان مورد نظر ($H_0: \alpha = \alpha$)، در صورتی مورد قبول قرار می‌گیرد که مقدار

آماره LR از ارزش بحرانی توزیع χ^2 با درجه آزادی یک کمتر باشد. اگر آماره LR به دست آمده از ارزش بحرانی χ^2 تجاوز نماید، فرضیه صفر رد می‌شود و این امر دلیل بر عدم کارایی مدل به کار رفته در تخمین ارزش در معرض ریسک است (Nieppola, 2009). بر این اساس، فرضیه صفر برای هر دو روش GARCH و شبیه‌سازی مونت کارلو پذیرفته می‌شود، که قابل قبول بودن نتایج مدل‌های مذکور را اثبات می‌نماید. با این وجود، مدل GARCH(1,1) با توزیع t از وضعیت بهتری برخوردار است؛ زیرا تخمینی برای ارزش در معرض ریسک قابل اعتماد خواهد بود که در نهایت $0.100 \times \hat{\alpha}$ دقیقاً با $0.100 \times \alpha$ مساوی باشد. بنابراین، آماره LR برابر با صفر، شاهی بر بسندگی و عدم نقص معیار اندازه‌گیری ارزش در معرض ریسک است (Campbell, 2005).

جدول ۴. مقایسه ارزش در معرض ریسک محاسبه شده برای ۱۰۰ روز خارج از نمونه با استفاده از آزمون کوپیک

مدل	α	تعداد خطا	نرخ شکست	آماره LR کوپیک	مقدار بحرانی $\chi^2(1)$	نتیجه آزمون
GARCH(1,1)	٪۱	۱	۰/۰۱	۰/۰۰۰	۶/۶۳۵	قبول
مونت کارلو	٪۱	۳	۰/۰۳	۱/۱۴۳	۶/۶۳۵	قبول

منبع: محاسبات محققین

جدول شماره ۵ پیش‌بینی وزنهای سبد بهینه را برای ۱۰۰ روز کاری خارج از نمونه توسط روشهای GARCH و مونت کارلو نشان می‌دهد. وزنهای بهینه پورتفولیو پس از پیش‌بینی بازدهها، واریانسها و کواریانسهای بازدهها و همچنین ارزش در معرض ریسک سبد معیار برای ۱۰۰ روز مورد نظر با استفاده از دو مدل نامبرده، طی فرایند حداکثرسازی بازده پورتفولیو نسبت به محدودیت ارزش در معرض ریسک توسط نرم‌افزار Lingo، به دست می‌آید. مقادیر جدول، نتایج کاملاً متفاوتی را برای روشهای GARCH و مونت کارلو بیان می‌نماید. دامنه تغییرات وزنهای تخصیص یافته به هر کدام از ارزشها در مدل GARCH به طور قابل توجهی گسترده‌تر از شبیه‌سازی مونت کارلو است. همچنین با در نظر گرفتن مدل GARCH بیشترین وزن در دوره خارج از نمونه، متعلق به دلار کانادا می‌باشد. در حالی که مونت کارلو حداکثر وزن را در طول دوره به پوند انگلیس اختصاص می‌دهد. آزمون نرخ شکست انجام شده، هر دو مدل را قابل قبول تشخیص داد، اما با توجه به دلایل پیش‌گفته، مدل GARCH(1,1) با توزیع t، در تخمین ارزش در معرض ریسک دوره مورد مطالعه، پیش‌بینی مناسب‌تری را ارائه نموده است. بنابراین، وزنهای بهینه و به تبع آن ترکیب بهینه سبد ارز به دست آمده از این روش نیز از اعتبار بیشتری برخوردار است.

جدول ۵. وزنهای پنج ارز در سبد بهینه برای ۱۰۰ روز خارج از نمونه (درصد)

AUD/IRR			CAD/IRR			CHF/IRR			GBP/IRR			EUR/IRR		
میانگین	حداکثر	حداقل	میانگین	حداکثر	حداقل	میانگین	حداکثر	حداقل	میانگین	حداکثر	حداقل	میانگین	حداکثر	حداقل
۰	۱۰۰	۹/۹	۰	۱۰۰	۶۹/۸	۰	۹۲/۴	۱۲/۹	۰	۱۰۰	۵/۷	۰	۲۳/۹	۱/۶
۰/۳	۱۲/۸	۱۱/۹	۶/۳	۳۱/۸	۱۲/۴	۱۱/۶	۲۹	۱۳/۱	۳۷/۲	۵۶/۸	۵۰	۴/۴	۳۷/۲	۱۲/۶

منبع: محاسبات محققین

۶- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

طی دو دهه اخیر و پس از مورد توجه قرار گرفتن مدیریت ریسک سبدهای مشتمل بر دارایی‌های مالی، معیار سنجش ریسک مبتنی بر احتمال که از آن تحت عنوان ارزش در معرض ریسک یاد می‌شود، اهمیت بسزایی پیدا کرد. در همین راستا، محققان با در نظر گرفتن فروضی متفاوت، روشهای گوناگونی را برای اندازه‌گیری معیار ارزش در معرض ریسک ارائه دادند. از آنجا که بازده‌های دارایی‌های مالی از ویژگی واریانس ناهمسانی ذاتی برخوردار می‌باشد، در این زمینه استفاده از مدل خود رگرسیونی واریانس ناهمسان شرطی و همچنین نوع تعمیم یافته آن پیشنهاد شده است. از سویی نیز، در شرایطی که عدم وجود داده‌های لازم برای محاسبه ارزش در معرض ریسک سبد، امکان استفاده از مدل‌های پیشنهادی فوق را غیرممکن می‌سازد، به کارگیری شیوه‌های شبیه‌سازی مطرح شده است.

در مطالعه حاضر، سعی شده تا هر دو حالت فوق مدنظر قرار گیرد. بدین منظور، مدل خود رگرسیونی واریانس ناهمسانی شرطی تعمیم یافته با فرض توزیع t برای جملات اختلال و همچنین شبیه‌سازی مونت کارلو برای اندازه‌گیری ارزش در معرض ریسک، سبدهای شامل پنج ارز استفاده شده‌اند. هر دو شیوه برای یک دوره ۱۰۰ روزه خارج از نمونه و در سطح اطمینان ۹۹ درصد مورد بررسی قرار گرفته‌اند. در نهایت، برآوردهای ارزش در معرض ریسک به دست آمده از روشهای نامبرده توسط آزمون بازخوری به نام نرخ شکست کوپیک ارزیابی شده‌اند. نتایج حاصل از آزمون مذکور نشان داده که هر دو مدل توانایی کنترل ریسک سبد مورد مطالعه را دارا می‌باشند، اما تأملی دقیق‌تر در نتایج به دست آمده، مشخص نموده که مدل GARCH با تک خطای خود در مقابل سه خطای مدل مونت کارلو، بهترین مقدار آماره LR یعنی صفر را به خود اختصاص داده است. بر این اساس، با در نظر گرفتن آزمون نرخ شکست کوپیک، مدل GARCH(1,1) با فرض توزیع t از صلاحیت بیشتری در پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک سبد ارز و همچنین کنترل ریسک سبد مالی مذکور طی دوره مورد بررسی برخوردار بوده است.

منابع و مأخذ

- Abad, P. & Benito, S. (2009) A Detailed Comparison of Value at Risk in International Stock Exchanges; Fundación De Las Cajas De Ahorros, Documento De Trabajo (452/2009), 1-45.
- Alexander, G. J. & Baptistab, A. M. (2002) Economic Implications of Using a Mean-Var Model for Portfolio Selection: A Comparison with Mean-Variance Analysis; Journal of Economic Dynamics & Control (26), 1159-1193.
- Ammann, M. & Reich, C. (2001) Value-at-Risk for Nonlinear Financial Instruments- Linear Approximation or Full Monte-Carlo? Working Paper, WWZ/Department of Finance (8/01), 1-18.
- Bams, D. & Wielhouwer, J. L. (2001) Empirical Issues in Value-at-Risk; Astin Bulletin, 31(2), 299-315.
- Bauwens, L., Omrane, W. B. & Rengifo, E. (2006) Intra-Daily FX Optimal Portfolio Allocation; CORE Discussion Paper (2006/10), 1-27.
- Bohdalová, M. (2007) A Comparison of Value-at-Risk Methods for Measurement of the Financial Risk; E-Leader, Prague, 1-6.
- Bollerslev, T. (1986) Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity; Journal of Econometrics, 31(3), 307-327.
- Bubák, V. (2008) Value-at-Risk on Central and Eastern European Stock Markets: An Empirical Investigation Using GARCH Models; Working Paper, IES (Institute of Economic Studies)(18/2008), 1-28.
- Campbell, S. D. (2005) A Review of Backtesting and Backtesting Procedures; Finance and Economics Discussion Series (FEDS), 1-23.
- Dockery, E. & Efentakis, M. (2008) An Empirical Comparison of Alternative Models in Estimating Value-at-Risk: Evidence and Application from the LSE; Int. J. Monetary Economics and Finance, 1(2), 201-218.
- Engelbrecht, R. (2003) A Comparison of Value-at-Risk Methods for Portfolios Consisting of Interest Rate Swaps and FRAs; Master Thesis, University of the Witwatersrand.
- Engle, R. (2001) GARCH 101: The Use of ARCH/GARCH Models in Applied Econometrics; Journal of Economic Perspectives, 15(4), 157-168.
- Fallon, W. (1996) Calculating Value-at-Risk; Working Paper, The Wharton Financial Institutions Center, 1-26.
- Glasserman, P., Heidelberger, P. & Shahabuddin, P. (2000) Efficient Monte Carlo Methods for Value-at-Risk. Computer Science/Mathematics (RC 21723 (97823)), 1-15.
- Glasserman, P., Heidelberger, P., & Shahbuddin, P. (2002) Portfolio Value at Risk with Heavy Tailed Risk Factors; Mathematical Finance, 12(3), 239-269.

- Grigore, A. (2008) Value-at-Risk. Measurement and Evaluation Methods for Market Risk; Paper presented at the International Conference, Financial and monetary policies in European Union.
- Hopper, G. P. (1997) What Determines the Exchange Rate: Economic Factors or Market Sentiment? Business Review, Federal Reserve Bank of Philadelphia, 17-29.
- Kormas, G. (1998) Daily and Intradaily Stochastic Covariance: Value at Risk Estimates for the Foreign Exchange Market; Master Thesis, Concordia University, Montreal.
- Linsmeier, T. J. & Pearson, N. D. (1996) Risk Measurement: An Introduction to Value at Risk; Working Paper, University of Illinois at Urbana- Champaign.
- Manganelli, S. & Engle, R. F. (2001) Value at Risk Models in Finance; Working Paper Series, European Central Bank(75), 1-40.
- McAleer, M., Jimenez-Martin, J.-A. & Pérez-Amaral, T. (2009) A Decision Rule to Minimize Daily Capital Charges in Forecasting Value-at-Risk; Universidad Complutense de Madrid, Documentos del Instituto Complutense de Análisis Económico (0907), 1-29.
- Mohamed, A. R. (2005) Would Student's t-GARCH Improve VaR Estimates? Master Thesis, University Of Jyväskylä.
- Nieppola, O. (2009) Backtesting Value-at-Risk Models; Master Thesis in Economics, Helsinki School of Economics.
- Nwaobi, G. (2008) Modelling the World Exchange Rates: Dynamics, Volatility and Forecasting; MPRA Paper (6958), 1-103.
- Raaji, G. d. & Raunig, B. (1998) A Comparison of Value at Risk Approaches and Their Implications for Regulators Focus on Austria (4), 57-71.
- Rogachev, A. Y. (2006) Methodological Issues and Some Illustrations of Applying Dynamic Value-at-Risk Model in Portfolio Management; Working Paper Series, Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1028202>, 1-16.
- Rombouts, J. V. K. & Verbeek, M. (2004) Evaluating Portfolio Value-at-Risk Using Semi-Parametric GARCH Models; Cahier de recherche (IEA-04-14), 1-30.
- Simons, K. (1996) Value at Risk- New Approaches to Risk Management; New England Economic Review, 3-13.
- Soni, V. (2005) A Comparison of Value-at-Risk Methods for Portfolios Consisting of Interest Rate Swaps in the Indian Market under the GARCH Framework; Credence Analytics (I) Pvt. Ltd., 1-46.
- Thapar, R. (2006) Volatility and Value at Risk Modelling Using Univariate GARCH Models; Master thesis in Finance, Stockholm School of Economics. Foreign Exchange Services (ozforex.com.au).