

## پیش یابی جریان ماهانه ورودی به سد طرق واقع در استان خراسان شمالی با استفاده از ترکیب مدل ذوب برف SWEG و مدل پیش یابی جریان رودخانه SSP

احمد شرافتی<sup>\*۱</sup>

[asharafati@iust.ac.ir](mailto:asharafati@iust.ac.ir)

باقر ذهبیون<sup>۲</sup>

احمد ابریشم چی<sup>۳</sup>

تاریخ پذیرش: ۸۸/۹/۲

تاریخ دریافت: ۸۸/۲/۲۵

### چکیده

پیش یابی (forecast) میزان حجم آورد ماهانه رودخانه، یکی از متغیرهای موثر در بهره برداری از مخازن سدها و بهینه سازی منحنی فرمان نیروگاه های برق آبی به شمار می رود. از این رو تهیه مدلی با دقت بالا جهت پیش یابی آورد ماهانه رودخانه ضرورت دارد. استفاده از مدل های رگرسیون چند متغیره یکی از روش های معمول در این مورد به حساب می آید. از ضعف های مدل های رگرسیونی چند متغیره خطی، حساس بودن ضرایب متغیرهای مستقل (predictors) و نسبت طول دوره آماری به تعداد متغیر های مذکور می باشد. بر اساس تحقیقات پیشین نشان داده شده که در صورت وجود همبستگی معنی دار میان متغیر های مستقل، ضرایب آن ها غلط برآورد شده و بعضاً علامت ضریب بعضی از این متغیرها مخالف علامت ضریب همبستگی بین همان متغیر و متغیر وابسته می گردد. بدین ترتیب، جهت کاهش متغیرهای مستقل اولیه به منظور افزایش نسبت طول دوره آماری به تعداد این متغیر های مستقل و حذف همبستگی درونی میان آنان اقدام به تهیه مدل SSP گردید. از دیگر برتری های مدل SSP، استفاده از یک جستجوگر قوی جهت انتخاب متغیرهای مستقل اولیه و انتخاب مولفه های موثر در پیش یابی آورد ماهانه رودخانه می باشد. یکی از مشکلات موجود در بهره گیری از مدل های پیش یابی در حوضه های برف خیز، کمبود و یا نبود داده های آب معادل برف است. آب معادل برف یکی از ورودی های اساسی در پیش یابی آورد آب بهاره و تابستانه در مدل های پیش یابی حوضه های برف خیز بشمار می رود. به دلیل محدود بودن تعداد اندازه گیری ها به یک یا دو بار در سال، ضرورت تهیه مدلی که آب معادل برف را بر اساس سایر اطلاعات جوی و زمینی شبیه سازی نماید، محسوس می باشد. در این

۱- دکتری عمران- مهندسی آب، دانشگاه علم و صنعت\* (مسئول مکاتبات)

۲- استادیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه علم و صنعت ایران

۳- استاد دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

مقاله مدل SWEG که جهت برآورد آب معادل برف به طور روزانه تهیه شده معرفی می گردد. با استفاده از الگوریتم ژنتیک جهت واسنجی پارامترهای این مدل سعی شده است کاربرد ترکیب آن با مدل SSP بر روی حوضه آبریز بالا دست سد طرق به منظور پیش یابی آورد ورودی به سد مورد آزمایش قرار گیرد. نتایج حاصل از جذر مربع میانگین خطا (RMSE) و ضریب همبستگی میان مقادیر مشاهداتی و پیش یابی شده نشان دهنده دقت قابل قبول ترکیب این دو مدل در پیش یابی آورد رودخانه می باشد.

**واژه های کلیدی:** آورد رودخانه، رگرسیون، الگوریتم ژنتیک، مدل SWEG، مدل SSP.

## مقدمه

اساس تحقیقات Kleinbaum (۱۹۸۸) و Mc Cuen (۱۹۸۵) نشان داده شد که در صورت همبستگی میان متغیرهای پیش یابی کننده، برآورد ضرایب متغیرهای پیش یابی کننده از دقت کافی برخوردار نیست. در این مورد، بعضاً علامت ضریب متغیر پیش یابی کننده مخالف علامت ضریب همبستگی بین متغیر پیش یابی کننده و متغیر وابسته می شود (۶،۷).

از این رو جهت کاهش متغیرهای پیش یابی کننده اولیه در جهت افزایش نسبت طول دوره آماری به تعداد متغیرهای پیش یابی کننده و حذف همبستگی درونی میان متغیرهای پیش یابی کننده در این مقاله جهت تهیه مدل SSP و پیش یابی آورد ورودی به سد طرق از تحلیل مولفه اصلی، مشابه Garen (۱۹۹۲) جهت پیش یابی آورد فصلی رودخانه Fark Boise در آمریکا استفاده کرد، استفاده شده است (۸).

دیگر مزیت مدل SSP در پیش یابی آورد رودخانه، استفاده از یک جستجوگر قوی جهت انتخاب نوع و تعداد متغیرهای پیش یابی کننده اولیه و انتخاب مولفه های موثر جهت پیش یابی آورد رودخانه می باشد.

آب معادل برف یکی از ورودی های اساسی در پیش یابی آورد آب بهاره و تابستانه در مدل های پیش یابی حوضه های برف خیز به شمار می رود. متأسفانه در ایران اغلب اندازه گیری ها به یک یا دو بار در سال محدود می باشد. جهت برآورد ارتفاع آب معادل برف و بررسی عوامل موثر بر ارتفاع آب معادل برف در حوضه های مختلف جهان، محققان اقدام به تهیه مدل های مختلفی کرده اند. جمله Michael T. Colee (۲۰۰۰) با تهیه مدل SN THERM.89 که مبتنی بر اصول توازن انرژی است، با استفاده از داده های زمینی، نظیر

پیش یابی حجم آورد رودخانه از مباحث مهم مدیریت منابع آب می باشد. موارد استفاده این نوع پیش یابی ها را می توان به مدیریت صحیح طرح های کشاورزی، سیستم های هشدار دهنده سیل و بهره برداری از مخازن سدها نسبت داد. این مسئله در مواقعی که مسئله کنترل سیل یا تولید انرژی مد نظر باشد، دارای اهمیتی بیشتر است. برای درک حساسیت و اهمیت این موضوع می توان به تحقیقات Hamlet (۱۹۹۹) اشاره کرد که به ازای یک درصد بهبود در پیش یابی مقادیر آورد رودخانه کلمبیا تفاوتی معادل ۶/۲ میلیون دلار در سال از نظر تولید انرژی حاصل می گردد (۱).

استفاده از مدل های رگرسیون چند متغیره خطی از روش های معمول در پیش یابی آورد فصلی رودخانه به حساب می آید. به عنوان نمونه Burk و Barton (۱۹۷۷)، و یا Rallison (۱۹۸۱) با استفاده از داده آب معادل برف چند ایستگاه برف سنجی و بارش ماهانه چند ایستگاه باران سنجی و با تهیه یک مدل رگرسیون چند متغیره خطی نسبت به پیش یابی آورد رودخانه اقدام کردند. از ضعف های این نوع مدل سازی استفاده از متغیر های مستقل نامعلوم در زمان پیش یابی و جایگزینی مقادیر میانگین دراز مدت به جای مقادیر مجهول، متغیرهای یاد شده می باشد. تحقیقات Koch (۱۹۹۰) و Stedinger (۱۹۸۸) نشان داده که استفاده از روند بالا باعث کاهش دقت مدل پیش یابی می شود (۵-۲).

از دیگر ضعف های مدل های رگرسیونی چند متغیره خطی، حساس بودن محاسبه ضرایب متغیرهای پیش یابی کننده به استقلال متغیرهای پیش یابی کننده و نسبت طول دوره آماری به تعداد متغیر های پیش یابی کننده می باشد. بر

## مواد و روش ها

### حوضه مورد مطالعه و داده ها

زیرحوضه آبریز سد طرق با مساحتی در حدود ۱۴۲ کیلومتر مربع و ارتفاع متوسط ۱۷۸۱ متر از سطح دریا، در شمال شرقی ایران، در استان خراسان شمالی در غرب شهرستان مشهد و در محدوده  $30^{\circ} - 59^{\circ}$  تا  $52^{\circ} - 59^{\circ}$  عرض شرقی و  $10^{\circ} - 36^{\circ}$  تا  $20^{\circ} - 36^{\circ}$  طول شمالی و در حوضه آبریز کشف رود قرار دارد (شکل ۱)، به منظور برآورد آب معادل برف و ساخت مدل پیش یابی جریان رودخانه در حوضه سد طرق از اطلاعات ۱- بارش روزانه ایستگاه های بارانشنجی، کلیماتولوژی و سینوپتیک سازمان هواشناسی، ۲- دمای روزانه ایستگاه های کلیماتولوژی و سینوپتیک سازمان هواشناسی، ۳- سرعت باد و رطوبت نسبی ایستگاه های سینوپتیک سازمان هواشناسی، ۴- اطلاعات ایستگاه های برفسنجی وزارت نیرو استفاده شده است (شکل ۲).

### مدل ذوب برف - SWEG

#### مدل سازی اولیه

مدل سازی اولیه آب معادل برف در مدل SWEG مبتنی بر اصول توازن انرژی بوده که با استفاده از داده های زمینی، نظیر بارش روزانه، دمای روزانه، رطوبت نسبی و سرعت باد همراه با روابط ۱ تا ۵، پتانسیل ذوب برف روزانه برآورد می شود. روابط ۱ تا ۵ عمدتاً برگرفته از روابط تجربی مربوط به مراجع می باشد.

$$\text{if } p \neq 0 \text{ and } 0 < f < 0.6 \Rightarrow \\ M = (0.029 + 0.0084k_1u_b + \\ 0.007p)(T_A - 32) + 0.09 \quad (1)$$

$$\text{if } p \neq 0 \text{ and } 0.6 \leq f < 1 \Rightarrow \\ M = (0.074 + 0.007p)(T_A - 32) + 0.05 \quad (2)$$

$$\text{if } p = 0 \text{ and } 0 < f < 0.6 \Rightarrow M = k_2(1 - F) \\ (0.004R_{SF})(1 - a) + \\ k_1(0.0084u_b)(0.22T'_a + 0.78T'_d) + F(0.029T'_a) \quad (3)$$

بارش روزانه، دمای روزانه، رطوبت نسبی و سرعت باد و با استفاده از امکانات سیستم اطلاعات جغرافیایی (GIS)، توزیع ارتفاع آب معادل برف را در زیر حوضه TOPAZ واقع در منطقه آلپ برآورد نمود (۹).

استفاده از امکانات سنجش از دور (RS<sup>F</sup>) در برآورد آب معادل برف از دیگر ابزارها در این مورد می باشد. در این زمینه جهت برآورد ارتفاع آب معادل برف Carroll و Romanov (۲۰۰۴) با تحقیقی در حوضه های با پوشش جنگلی اندک در آمریکا و با برقراری رگرسیون خطی بین سطح پوشش برف استخراج شده از عکس های ماهواره ای و داده های مشاهداتی آب معادل برف، مدلی جهت برآورد آب معادل برف ارائه نمودند (۱۰).

در تحقیقات و مطالعات انجام گرفته در ایران برای برآورد کردن این متغیر در حوضه های فاقد داده آب معادل برف، از روابط و مدل های ماهانه استفاده می شود. اوسط زینالو (۱۳۸۲)، برای برآورد منحنی تداوم جریان از حوضه آب ریز بدون آمار هیدرومتری در حوضه آب ریز ارومیه، با استفاده از دمای ماهانه و انتخاب دمای بحرانی صفر درجه بارندگی ماهانه و رابطه بارش - ارتفاع و دما - ارتفاع، اقدام به مدل سازی آب معادل برف کرده است (۱۳).

در مقاله حاضر مدل SWEG، جهت برآورد آب معادل برف به طور روزانه تهیه شده و در نهایت از الگوریتم ژنتیک جهت واسنجی پارامترهای مدل مزبور استفاده شده است. در این مقاله سعی شده است کاربرد ترکیب مدل SWEG با مدل SSP بر روی حوضه آبریز بالا دست سد طرق به منظور پیش یابی آورد ورودی به سد مورد آزمایش قرار گیرد. مدل SSP قادر به پیش یابی بلندمدت تا ۶ ماه می باشد، که در این تحقیق جهت جریان فصلی (بهار) ورودی به سد طرق از آن استفاده شده است (۱۴).

معادل برف مورد استفاده در مدل SWEG در شکل ۳ ارائه شده است.

در مدلسازی اولیه (بدون کالیبراسیون) با احتساب دمای بحرانی تشکیل برف صفر درجه سانتیگراد،  $a$  برابر ۶۰ درصد،

$R_{Si}$  برابر  $400 (ly/day)$ ،  $k_2$  برابر  $0.95$ ،  $k_1$  برابر  $0.6$  و  $f$

برابر  $0.6$  ارتفاع آب معادل برف در کلیه ایستگاههای مورد مطالعه محاسبه گردید. لازم به ذکر است مقادیر مورد استفاده در مدل سازی اولیه بر اساس توصیه های GRAY (۱۹۷۰) انتخاب شده است.

نتایج مقایسه خروجی از مدل سازی اولیه با داده های مشاهداتی ایستگاه های برف سنجی مورد بررسی در حداقل سال های آبی ۱۳۷۷-۷۸ تا ۱۳۷۸-۷۹ در نمودار ۱ نشان داده شده است. با مشاهده ضریب همبستگی بین مقادیر محاسباتی و مشاهداتی این نکته دریافت گردید که ضرایب روابط مورد استفاده و مقادیر عددی پارامتر های به کار رفته در مدل اولیه مورد استفاده در حوضه کشف رود با واقعیت حوضه همخوانی چندانی ندارد. از این رو با استفاده از الگوریتم ژنتیک و مقادیر مشاهداتی ارتفاع آب معادل برف در ایستگاه های برف سنجی نسبت به واسنجی مدل برای حوضه کشف اقدام گردید.

$$\text{if } p=0 \text{ and } 0.6 \leq f < 0.8 \Rightarrow M = k_1(0.0084u_b)(0.22T'_a + 0.78T'_d) + 0.029T'_a \quad (۴)$$

$$\text{if } p=0 \text{ and } 0.8 \leq f \Rightarrow M = 0.074(0.53T'_a + 0.47T'_d) \quad (۵)$$

در روابط فوق:

$P$ ، ارتفاع بارش (mm)؛  $f$ ، ضریب برودتی حوضه؛  $M$ ، نرخ ذوب

برف  $(\frac{in}{day})$ ؛  $k_1$ ، فاکتور ذوب میعان و انتقال حرارت

حوضه؛  $u_b$ ، سرعت باد در ارتفاع ۵۰ فوتی بالای سطح

برف  $(mph)$ ؛  $T'_a$ ، اختلاف دمای بین دمای سطح برف و

دمای در ارتفاع ۱۰ فوتی از سطح برف  $(F^\circ)$ ؛  $k_2$ ، فاکتور ذوب

تشعشعات با طول موج کوتاه؛  $R_{Si}$ ، میزان تابش آفتاب بر سطح

افقی  $(ly/day)$ ؛  $a$ ، میزان متوسط آلبیدو سطح برف و  $T'_d$ ،

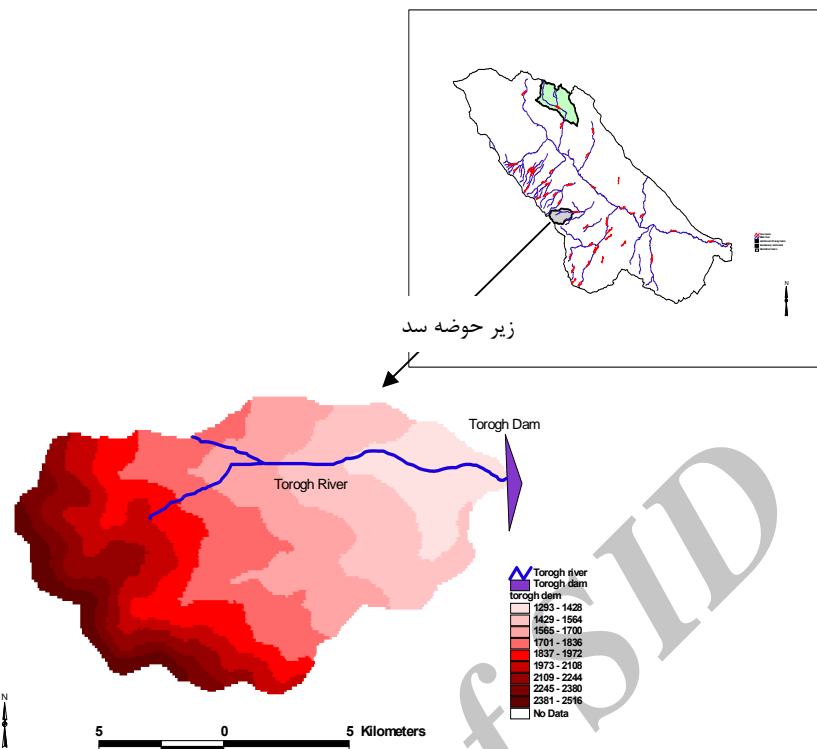
اختلاف دمای بین دمای سطح برف و دمای نقطه شبنم در

ارتفاع ۱۰ فوتی از سطح برف  $(F^\circ)$  می باشد.

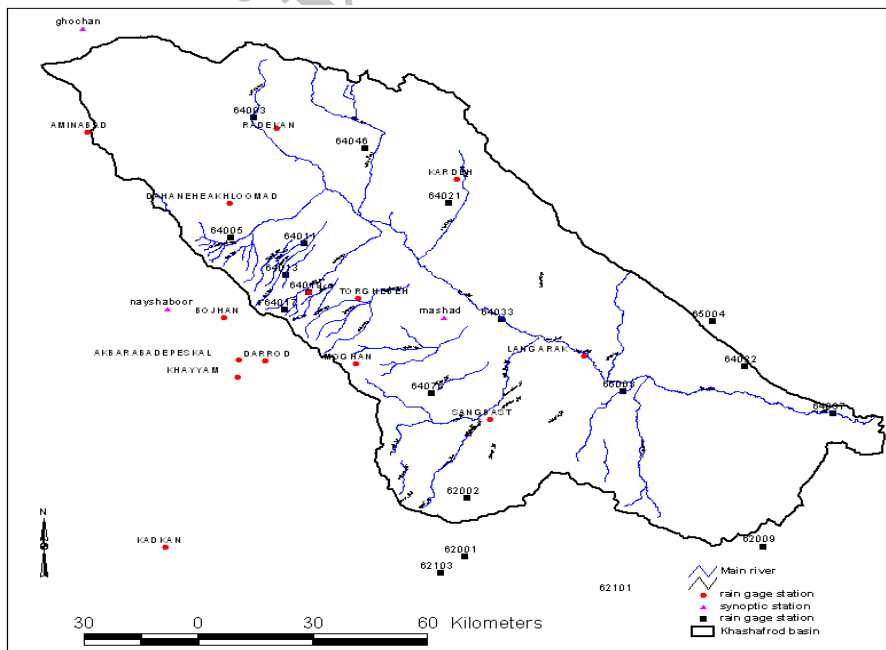
همچنین با استفاده از گرادیان حرارتی حوضه، انتخاب

دمای بحرانی تشکیل برف و اطلاعات بارندگی روزانه میزان

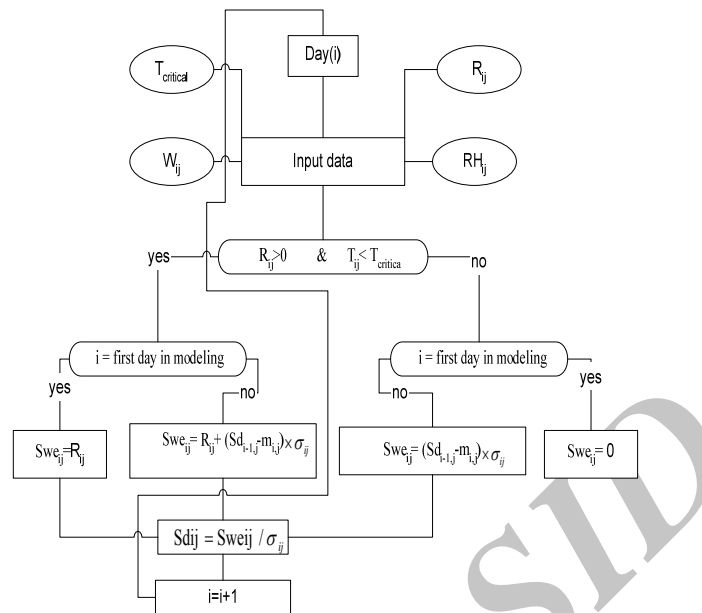
تجمع برف برآورد می گردد. الگوریتم مدل سازی ارتفاع آب



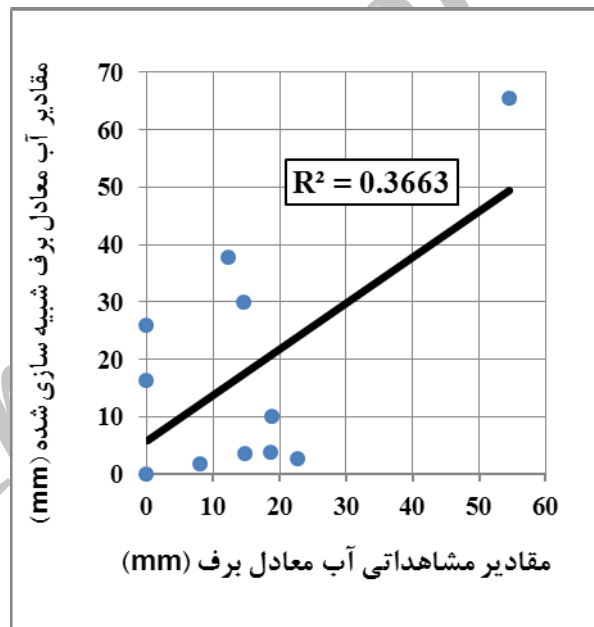
شکل ۱- موقعیت زیر حوضه سد طرق در حوضه کشف رود



شکل ۲- موقعیت ایستگاه های هواشناسی مورد استفاده در مدل سازی آب معادل برف حوضه کشف رود



شکل ۳- الگوریتم محاسبه ارتفاع آب معادل برف در مدل SWEG



نمودار ۱- مقایسه نتایج خروجی از مدل اولیه SWEG با مقادیر مشاهداتی آب معادل برف ایستگاه برف سنجی حوضه کشف رود (۷۸-۱۳۷۷ تا ۷۹-۱۳۷۸)

واسنجی مدل

پارامترهایی نظیر،  $t_{critical}$ ؛  $a$ ؛  $k_1$ ؛  $k_2$  و  $f$  و ضرایب ثابت متغیرهای روابط ۱ تا ۵ می باشد. از این رو جهت تعیین

یکی از دلایل عدم دقت مدل SWEG در برآورد اولیه ارتفاع آب معادل برف، عدم قطعیت موجود در مقادیر

مقادیر بهینه پارامترها و ضرایب ثابت مزبور روابط ۱ تا ۵ به صورت روابط ۶ تا ۱۰ بازنویسی شده است و از تابع هدفی برابر رابطه ۱۱، با قیودی به صورت رابطه ۱۲ و الگوریتم ژنتیک به عنوان الگوریتم بهینه‌ساز استفاده شده است. قیود مورد استفاده در این مدل سازی بر اساس توصیه مراجع تعیین شده اند (۱۲، ۱۱).

$$\left\{ \begin{array}{l} 40 < a < 80 \\ 0.1 < f < 1 \\ 0.3 < k_1 < 1 \\ 0.9 < k_2 < 1.1 \\ -2 < t_{critical} < 2 \\ 350 < Rsi < 800 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 0 < VAR1 \\ 0 < VAR2 \\ 0 < VAR3 \\ 0 < VAR4 \\ 0 < VAR5 \end{array} \right. \quad (12)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 < VAR6 \\ 0 < VAR7 \\ 0 < VAR8 \\ 0 < VAR9 \\ 0 < VAR10 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 0 < VAR11 \\ 0 < VAR12 \\ 0 < VAR14 \\ 0 < VAR15 \\ 0 < VAR18 \end{array} \right.$$

پس از کالیبره کردن مدل توسط GA مقادیر بهینه مقادیر پارامترهای مجهول مورد استفاده در مدل SWEG جهت برآورد ارتفاع آب معادل برف در حوضه کشف رود مشخص شده و در جدول ۱ ارائه شده است.

#### اعتبارسنجی مدل نهایی SWEG

پس از تعیین مقادیر بهینه پارامترهای مورد استفاده در مدل SWEG، برای تعیین صحت و دقت خروجی مدل SWEG، مقایسه‌ای بین خروجی مدل و مقادیر مشاهداتی انجام یافته است و نتایج حاصل در نمودار ۲ ارائه شده است.

جدول ۱- مقادیر ضرایب و پارامترهای مدل SWEG محاسبه شده توسط GA

مقدار	متغیر	مقدار	متغیر
۱/۶۱	var 14	۰/۰۳	var 1
۰/۰۸	var 15	۰/۰۸	var 2
۷/۷۷	var 16	۰/۰۵	var 3
۸/۲۵	var 17	۱/۱۹	var 4
۰/۸۶	var 18	۰/۷۳	var 5
-۹/۱۵	var 19	۰/۵۶	var 6
۳۹۷	RSI	۰/۹۹	var 7
۰/۸۲	F	۰/۶۷	var 8
۰/۷۱	K1	۱/۹	var 9

مقادیر بهینه پارامترها و ضرایب ثابت مزبور روابط ۱ تا ۵ به صورت روابط ۶ تا ۱۰ بازنویسی شده است و از تابع هدفی برابر رابطه ۱۱، با قیودی به صورت رابطه ۱۲ و الگوریتم ژنتیک به عنوان الگوریتم بهینه‌ساز استفاده شده است. قیود مورد استفاده در این مدل سازی بر اساس توصیه مراجع تعیین شده اند (۱۲، ۱۱).

$$\text{if } p \neq 0 \text{ and } 0 < f < 0.6 \Rightarrow M = (VAR_{13} + VAR_{14} \times K_1 \times u_b + VAR_{15} \times P)(T_A - 32) + VAR_{16} \quad (6)$$

$$\text{if } p \neq 0 \text{ and } 0.6 \leq f < 1 \Rightarrow M = (VAR_{17} + VAR_{18} \times P)(T_A - 32) + VAR_{19} \quad (7)$$

$$\text{if } p = 0 \text{ and } 0 < f < 0.6 \Rightarrow M = K_2(1 - F)(VAR_8 \times Rsi(1 - a) + k_1(VAR_9 \times u_b)(VAR_{10} \times T'_a + VAR_{11} \times T'_d) + F(VAR_{12} \times T'_a)) \quad (8)$$

$$\text{if } p = 0 \text{ and } 0.6 \leq f < 0.8 \Rightarrow M = K_1(VAR_5 \times u_b)(VAR_6 \times T'_d) + VAR_7 \times T'_a \quad (9)$$

$$\text{if } p = 0 \text{ and } 0.8 \leq f \Rightarrow M = VAR_4(VAR_2 \times T'_a + VAR_3 \times T'_d) \quad (10)$$

با استفاده از الگوریتم ژنتیک با اسلوب باینری و با یک جمعیت اولیه که دارای ۴۰ کروموزوم و هر کروموزوم دارای ۲۵ ژن که هر ژن معرف پارامترهای مجهول مورد نظر در مدل SWEG می باشد، نسبت به واسنجی مدل SWEG اقدام شده است. در این بهینه‌ساز هدف حداقل کردن مجموع مربعات اختلاف مقادیر ارتفاع آب معادل برف مشاهداتی و مقادیر متناظر ارتفاع آب معادل برف خروجی از مدل SWEG می باشد که به صورت رابطه ۱۱ نشان داده می شود (۱۴).

$$\min \left\{ \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (swe_{i,j}^m - swe_{i,j}^o)^2 \right\} \quad (11)$$

که در رابطه فوق:

it :  $swe_{i,j}^o$  : امین مقدار مشاهداتی ارتفاع آب معادل برف در ایستگاه زمی باشد.

در رابطه فوق  $X$  یک ماتریس  $n \times p$  از  $n$  مشاهده موجود از  $p$  متغیر اولیه می باشد. باید توجه داشت که در رابطه فوق درایه های  $X$  از میانگین دراز مدت خود کم شده است. همچنین  $Z$  یک ماتریس  $n \times p$  که  $n$  درایه به ازای هر مولفه دارا می باشد. و  $A$  یک ماتریس  $p \times p$  می باشد که متغیرهای اولیه را به مولفه اصلی تبدیل می کند و با استفاده از روابط زیر محاسبه می گردد.

$$|\underline{s} - \lambda_j I| = 0 \quad (14)$$

$$\underline{s} = \frac{\sum x_j x_j}{(n-1)} \quad (15)$$

که در رابطه فوق،  $\lambda_j$ ؛ ضریب لاگرانژ متغیر  $\lambda_j$  و  $\underline{s}$ ؛ ماتریس واریانس می باشد.

پس از محاسبه ضرایب لاگرانژ از رابطه ۱۴ درایه های موجود در ماتریس  $A$  با استفاده از رابطه ۱۶، محاسبه می گردند.

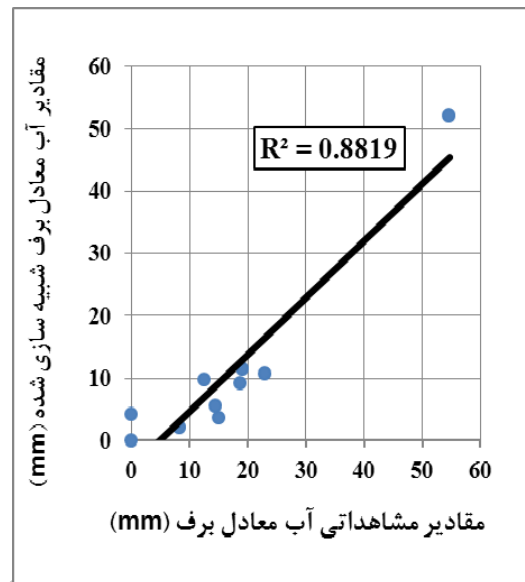
$$\underline{a}'_j \underline{s} a_j = \lambda_j \quad (16)$$

از آن جایی که بعضی از  $p$  متغیر اولیه دارای همبستگی با یکدیگر هستند، لذا درصد قابل توجهی از تغییرات بیان شده توسط  $p$  متغیر اولیه را می توان توسط تعدادی کم تری مولفه اصلی ( $q < p$ ) بیان کرد. در تبدیل متغیرهای اولیه به مولفه های اصلی ایده آل این مطلب می باشد که تغییرات متغیرهای اولیه که توسط مولفه  $j$  بیان می شود، حداکثر تغییراتی باشد که توسط  $(j-1)$  مولفه اصلی اولیه بیان نشده است. از این رو در این تبدیلات  $q$  مولفه اصلی ابتدای به نحوی انتخاب می شود، که بیان کننده سهم عمده ای از تغییرات، متغیرهای اولیه باشند. از این رو  $p-q$  مولفه اصلی باقی مانده که عملاً بخش کوچکی از تغییرات را بیان می کند، در مدل سازی وارد نمی گردد.

### مدل SSP

مدل SSP یک مدل مبتنی بر اصول مدل سازی آماری می باشد. کدنویسی مدل در محیط برنامه نویسی Matlab انجام گرفته است. با استفاده از این مدل کاربر می تواند پیش یابی های فصلی در بازه های یک تا پنج ماهه را

var 10	۰/۴۵	K2	۰/۹۵
var 11	۱/۵۷	a	۰/۷۴
var 12	۱/۰۸	t <sub>critical</sub>	۱
var 13	۸/۷۴		



نمودار ۲- مقایسه نتایج خروجی از مدل نهایی SWEG با مقادیر مشاهده‌ای آب معادل برف ایستگاه برف سنجی حوضه کشف رود (۷۸-۱۳۷۷ تا ۷۹-۱۳۷۸)

### تحلیل مولفه اصلی

هنگامی که جهت تشکیل یک مدل رگرسیون چند گانه خطی از  $P$  متغیر مستقل استفاده می شود، ملاحظه می شود که بین بعضی از متغیرهای مستقل موجود همبستگی معنی داری موجود می باشد. این همبستگی نشان دهنده این مطلب است که بعضی از اطلاعات موجود در یک متغیر مستقل در بعضی از  $P-1$  متغیر مستقل دیگر موجود می باشد. از این رو با استفاده تشکیل مولفه های اصلی،  $P$  متغیر اولیه را به مولفه نامرتب (عمود بر هم) تبدیل می کنیم. این مولفه ها به صورت ترکیب خطی از متغیرهای اولیه می باشد. نحوه تبدیل متغیرهای اولیه به مولفه های اصلی را می توان به صورت رابطه ۱۳ نمایش داد.

$$\begin{aligned} Z &= XA \\ \begin{cases} A = (a_1, a_2, \dots, a_p) \\ Z = (z_1, z_2, \dots, z_p) \end{cases} \end{aligned} \quad (13)$$



موثر اقدام شود. پس از این مرحله مقدار CVSE با حالت های مختلف  $\hat{I}$  متغیره محاسبه می شود و مدلی که دارای کم ترین مقدار CVSE است، انتخاب می گردد. اگر مقدار CVSE مدل مذکور از CVSE مدل  $i-1$  کم تر باشد، به بررسی ترکیب های  $i+1$  پرداخته می شود. در غیر این صورت روند مدل سازی به پایان می رسد و مدل بهینه انتخاب شده است.

از نکات قابل توجه در مدل SPP بررسی علامت ضرایب مدل های تولیدی می باشد. بدین ترتیب در انتخاب مولفه های موثر علاوه بر آزمون  $t$ ، معیار برابر بودن علامت ضرایب متغیر های پیش یابی کننده با علامت ضریب همبستگی متغیر یادشده با متغیر وابسته نیز بررسی می شود. در صورت مخالف بودن علامت، متغیر یادشده از مدل رگرسیونی حذف می شود.

$$CVSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-p}} \quad (17)$$

در رابطه فوق،  $y_i$  مقدار مشاهده شده جریان رودخانه در بازه مورد نظر در سال  $i$ ؛  $\hat{y}_i$  مقدار جریان رودخانه در بازه مورد نظر در سال  $i$  بر اساس مدل پیش یابی کننده؛  $n$  طول دوره آماری جهت ساخت مدل و  $p$ ، تعداد متغیرهای پیش یابی کننده می باشد (۸).

#### پیش یابی حجم آورد ماهانه رودخانه طرق

بر اساس قابلیت های مدل SSP این امکان برای کاربر وجود دارد که اقدام به پیش یابی هایی با طول بازه های یک ماهه تا پنج ماهه (فروردین ماه تا مرداد ماه)، با زمان شروع پیش یابی متغیر، در محدوده زمانی یکم اسفند تا یکم خرداد را انجام دهد. از این رو در پیش یابی آورد رودخانه طرق با استفاده از قابلیت های یادشده اقدام به پیش یابی حجم آورد بهاره رودخانه طرق در بازه یکماهه (فروردین، اردیبهشت، خرداد)، دوماهه (فروردین-اردیبهشت، اردیبهشت-خرداد) و سه ماهه

انجام دهد، در پیکره بندی مدل سعی شده است که با استفاده از بررسی ضعیف های مدل های رگرسیونی تهیه شده توسط محققان قبلی، مدل مذکور دارای حداکثر صحت ممکن باشد.

#### ورودی مدل SSP

ورودی های مدل SSP جهت پیش یابی آورد رودخانه عبارت از داده های مشخص متوسط بارش ماهانه، متوسط دبی ماهانه، متوسط دمای ماهانه، ارتفاع ماهانه آب معادل برف، آب معادل حداکثر تجمع برف، پارامترهای ENSO و NAO می باشد.

#### تحلیل بر روی داده های ورودی

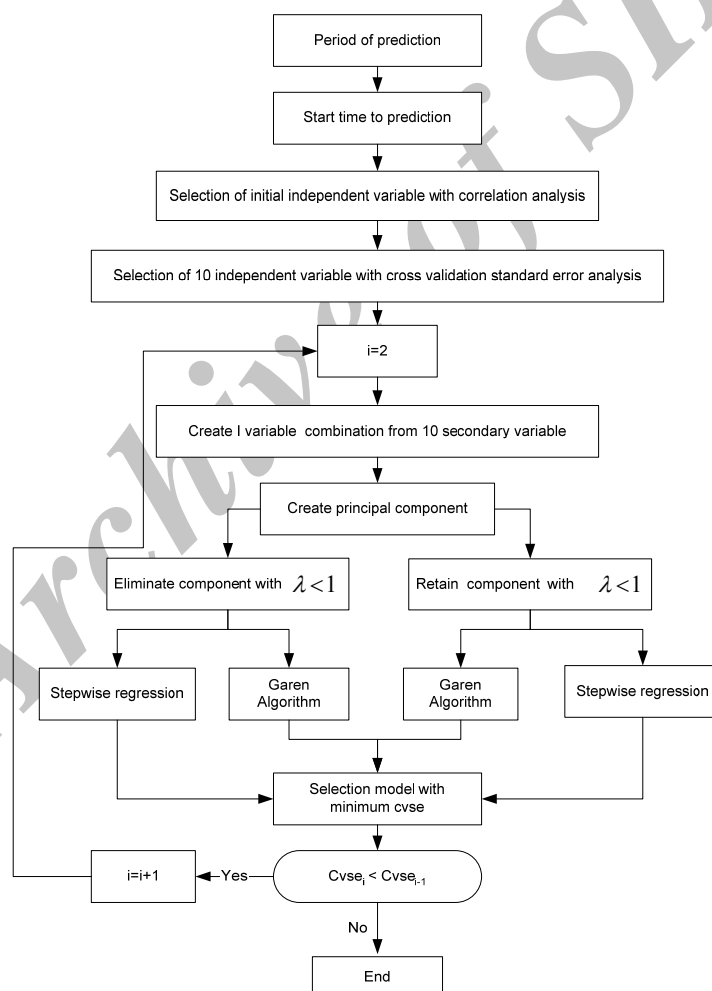
تحلیل بر روی داده های ورودی شامل پردازش داده ها، استفاده از تحلیل مولفه اصلی و استفاده از جستجو گر بهینه می باشد که مراحل آن به شرح زیر می باشد. مدل SSP این قابلیت را دارا می باشد که پس از دریافت اطلاعات به صورت ماهانه اقدام به تهیه داده های فصلی برای کلیه ایستگاه ها را در خود انجام دهد. پس از تهیه کلیه حالت های ممکن داده مدل SSP با انجام تحلیل همبستگی بین متغیر های مستقل (حالت های مختلف متغیر های پیش یابی کننده) با متغیر وابسته (آورد رودخانه در دوره مورد نظر) و با دریافت P-value مورد نظر متغیر مستقل موثر را انتخاب می کند. پس از انتخاب اولیه متغیر ها، مدل SSP با استفاده از متغیر های یادشده، مدل های یک متغیره را تهیه می کند، سپس با استفاده از معیار Cross Validation Standard Error که با استفاده از رابطه ۵ محاسبه می شود، ۱۰ متغیر مستقل ابتدای را که کم ترین مقدار CVSE را دارا می باشد، به عنوان متغیر های مستقل ثانویه انتخاب می کند. پس از این مرحله مدل SSP ترکیب های  $i$  متغیره ( $K=2 \dots 10$ ) از ۱۰ متغیر مستقل ثانویه را تولید می کند. پس از تهیه ترکیب های مختلف، مدل SSP مولفه های اصلی متناظر با ترکیب یادشده را محاسبه می کند، سپس بر اساس تعریف کاربر، با انتخاب یا عدم انتخاب مولفه های با مقادیر ویژه کم تر از یک و با استفاده از الگوریتم Garen و یا رگرسیون مرحله ای<sup>۱</sup> نسبت به انتخاب مولفه های

(فروردین-خردادماه) براساس زمان های شروع پیش یابی مختلف، در محدوده زمانی ۱۳۷۵ تا ۱۳۷۸ انجام گردید.

### نتایج مدل سازی رودخانه طرق توسط مدل SSP

از آن جا که با انتخاب گزینه های مختلف مدل های مختلف برای پیش بینی جریان ایجاد می گردد، از این رو جهت انتخاب بهترین گزینه مدل سازی اقدام به بررسی ترکیب های مختلف مدلسازی برای زیرحوضه طرق شده است. نتیجه معیار CVSE هر حالت در جدول ۲ ارایه شده است. ستون اول جدول بیانگر الگوریتم مورد استفاده جهت انتخاب مولفه های اصلی و زمان

شروع پیش یابی می باشد. برای مثال حالت g-1-esf بیانگر استفاده از الگوریتم گارن (g)، حذف مولفه های با مقادیر ویژه کوچک تر از یک (۱) و زمان شروع پیش یابی یکم اسفند (esf) می باشد و یا حالت s-0-far بیانگر استفاده از رگرسیون مرحله ای (s)، عدم حذف مولفه های با مقادیر کوچک تر از یک (۰) و زمان شروع پیش یابی یکم فروردین (far) می باشد. پس از بررسی نتایج خروجی مدل SSP در جدول ۱ بهترین مدل های مورد استفاده در پیش یابی های آورد بهاره رودخانه طرق در سال ۱۳۷۵ و ۱۳۷۶، بر اساس معیار CVSE انتخاب شده و مشخصات مدل های یادشده در جدول ۲ ارایه شده است.



شکل ۴- الگوریتم مدل SSP در انتخاب بهترین مدل پیش یابی جریان رودخانه

جدول ۲- مقادیر آماره CVSE مرتبط با مدل های مختلف پیش یابی جریان رودخانه طرق

۷۵			۷۶			الگوریتم و زمان شروع پیش یابی
فروردین	فروردین - اردیبهشت	فروردین - خرداد	فروردین	فروردین - اردیبهشت	فروردین - خرداد	
۲/۶۳	۴/۲۴	۴/۷۲	۲/۵۲	۴/۲۳	۴/۶۲	g-1-esf
۲/۶۳	۴/۲۴	۴/۷۲	۲/۵۲	۴/۱۷	۴/۶۲	g-0-esf
۲/۶۷	۳/۴۸	۴/۰۲	۲/۶۲	۳/۵۸	۴/۳۹	g-1-far
۲/۶۷	۳/۲۵	۳/۸۷	۲/۶۲	۳/۵۸	۴/۳۹	g-0-far
۲/۶۳	۴/۲۴	۴/۷۲	۲/۵۲	۴/۲۳	۴/۶۲	s-1-esf
۲/۵۴	۳/۷۹	۴/۷۲	۲/۵۲	۴/۱۷	۴/۶۲	s-0-esf
۲/۶۷	۳/۴۸	۴/۰۲	۲/۶۲	۳/۵۸	۴/۳۹	s-1-far
۲/۶۷	۳/۱۰	۳/۷۹	۲/۶۲	۳/۵۸	۳/۹۳	s-0-far

۷۵		۷۶		الگوریتم و زمان شروع پیش یابی
اردیبهشت	اردیبهشت - خرداد	اردیبهشت	اردیبهشت - خرداد	
۲/۴۶	۲/۸۴	۲/۳۹	۲/۸۳	g-1-esf
۲/۴۳	۲/۸۴	۲/۳۹	۲/۸۳	g-0-esf
۱/۶۷	۲/۴۰	۱/۶۲	۲/۲۹	g-1-far
۱/۶۷	۲/۳۷	۱/۶۲	۲/۱۱	g-0-far
۱/۵۷	۱/۴۰	۱/۵۶	۱/۳۹	g-1-ord
۱/۴۲	۱/۳۹	۱/۳۹	۱/۳۵	g-0-ord
۲/۳۹	۲/۸۳	۲/۳۹	۲/۷۹	s-1-esf
۲/۳۶	۲/۷۶	۲/۳۹	۲/۸۳	s-0-esf
۱/۶۷	۲/۴۰	۱/۶۲	۲/۲۹	s-1-far
۱/۳۶	۱/۹۲	۱/۳۶	۱/۶۰	s-0-far
۱/۵۷	۱/۴۰	۱/۵۶	۱/۳۹	s-1-ord
۱/۱۴	۱/۳۴	۱/۲۲	۱/۳۱	s-0-ord

ادامه جدول ۲- مقادیر آماره CVSE مرتبط با مدل های مختلف پیش یابی جریان رودخانه طرق

الگوریتم و زمان شروع پیش یابی	۷۶	۷۵
g-1-esf	۰/۹۱	۰/۸۸
g-0-esf	۰/۹۰	۰/۸۸
g-1-far	۰/۹۱	۰/۸۸
g-0-far	۰/۹۰	۰/۸۸
g-1-ord	۰/۷۵	۰/۷۶
g-0-ord	۰/۶۸	۰/۷۶
g-1-kho	۰/۷۵	۰/۷۴
g-0-kho	۰/۷۰	۰/۶۹
s-1-esf	۰/۹۱	۰/۸۸
s-0-esf	۰/۶۶	۰/۶۶
s-1-far	۰/۹۱	۰/۸۸
s-0-far	۰/۶۶	۰/۶۱
s-1-ord	۰/۷۵	۰/۷۶
s-0-ord	۰/۵۱	۰/۵۴
s-1-kho	۰/۷۳	۰/۷۱
s-0-kho	۰/۵۵	۰/۵۵

در رابطه فوق؛  $Y_i$ ، مقدار پیش یابی شده جریان رودخانه در بازه مورد نظر؛  $x_{ik}$ ،  $i$  امین مشاهده از  $k$  امین متغیر مستقل؛  $\beta_j$ ، ضرایب رگرسیونی،  $\bar{x}_k$  و  $s_k$  به ترتیب میانگین و انحراف معیار مقادیر مشاهداتی  $k$  امین متغیر مستقل می باشد. در بررسی های انجام یافته جهت تصدیق صحت مدل های نهایی مورد استفاده در پیش یابی آورد حوضه طرق مقایسه ای بین مقادیر مشاهداتی آورد رودخانه طرق و مقادیر خروجی از مدل SSP انجام گرفته که نتایج در نمودار های ۳ تا ۵ ارائه شده است. جهت بررسی دقت مدل های نهایی از آماره  $APE^1$  (رابطه ۱۹) استفاده شده که نتایج در جدول ۵ ارائه شده است.

با بررسی نتایج حاصل از بررسی حالت های مختلف، مشخص شد که بهترین مدل در هنگام استفاده از گزینه عدم حذف مؤلفه های با مقادیر ویژه کم تر از یک و انتخاب نهایی مؤلفه اصلی با استفاده از رگرسیون مرحله ای حاصل می گردد. مشخصات مدل های نهایی مورد استفاده در پیش یابی آورد حوضه طرق در جدول ۳ ارائه شده است. مقادیر موجود در جدول ۳ بر اساس رابطه ۱۸ تنظیم شده است و مقادیر موجود در ستون های  $X$  بیانگر شماره متغیرهای مستقل مورد استفاده در مدل سازی می باشد. مشخصات متغیرهای یاد شده در جدول ۴ ارائه شده است.

$$Y_i = \sum_{j=1}^q \hat{\beta}_j \left\{ \sum_{k=1}^p a_{kj} \left[ \frac{(x_{ik} - \bar{x}_k)}{s_k} \right] \right\} \quad (18)$$

1- Average Percentage Error

جدول ۳- مشخصات مدل نهایی مورد استفاده جهت پیش‌یابی جریان حوضه طرق

متغیرهای اولیه							ضرایب تبدیل متغیرهای اولیه به مولفه اصلی						ضرایب رگرسیون چند متغیره		دوره پیش‌یابی	سال
$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$B_0$	$B_1$			
۸۹	۱۹۵	۳۳۱	۳۲۳			-۰/۶۳	-۰/۳۴	-۰/۲۶	-۰/۶۴			۶/۳۴	-۰/۲۹	فروردین	۷۵	
۱۴۷	۱۴۹	۴۲۱	۴۲۶	۴۷۲		-۰/۴۸	-۰/۴۹	۰/۴۳	-۰/۵۱	-۰/۲۸		۱۰/۷۴	-۰/۰۹	فروردین-اردیبهشت		
۱۴۷	۱۴۹	۳۳۲	۴۲۱	۴۷۲		-۰/۰۵	-۰/۵۳	۰/۴۵	-۰/۴۲	-۰/۲۹		۱۲/۳۷	-۰/۱۵	فروردین-خرداد		
۱۴۹	۱۵۴	۴۳۰	۵۱۰	۶۱۹		-۰/۵۲	-۰/۵۳	-۰/۳۴	-۰/۲۶	-۰/۳۳		۴/۵۰	-۰/۵۷	اردیبهشت		
۱۴۹	۶۱۹					-۰/۸۲	-۰/۵۷					۶/۱۳	۵/۵۶	اردیبهشت-خرداد		
۸۰	۲۵۵	۵۷۷				۰/۶۲	۰/۶۳	۰/۴۶				۱/۶۳	۱/۴۹	خرداد		
۸۹	۱۰۱	۱۹۵	۳۲۸	۳۳۱		-۰/۵۹	-۰/۳۱	-۰/۳۶	-۰/۵۸	-۰/۳۱		۵/۹۸	-۰/۴۱	فروردین	۷۶	
۱۴۷	۱۴۹	۳۲۸	۴۲۱			-۰/۵۶	-۰/۵۶	-۰/۴۳	-۰/۴۳			۱۰/۳۲	-۰/۴۹	فروردین-اردیبهشت		
۱۴۷	۱۴۹	۳۳۲	۴۲۱			-۰/۵۴	-۰/۵۵	-۰/۴۶	-۰/۴۳			۱۱/۸۸	-۰/۲۸	فروردین-خرداد		
۱۴۹	۴۲۶	۶۱۹				-۰/۶۴	-۰/۶۴	-۰/۴۳				۴/۳۴	-۰/۲۵	اردیبهشت		
۱۴۹	۶۱۹					-۰/۸۰	-۰/۵۹					۵/۹۱	-۰/۵۵	اردیبهشت-خرداد		
۸۰	۲۵۵	۵۷۷				۰/۶۲	۰/۶۳	۰/۴۶				۱/۵۷	۱/۴۶	خرداد		

جدول ۴- مشخصات متغیرهای مستقل مورد استفاده در پیش یابی آورد حوضه طرق (۱۳۷۵,۱۳۷۶)

شماره متغیر مستقل	نوع متغیر	دوره متغیر	شناسه متغیر(نام ایستگاه)
۸۹	مجموع ارتفاع آب معادل برق	دی	مغان
۸۰	آورد	دی	۶۴-۲۹
۱۰۱	باران	بهمن	دارود
۱۴۷	مجموع ارتفاع آب معادل برف	اسفند	اکبرآباد
۱۴۹	مجموع ارتفاع آب معادل برف	اسفند	خیام
۱۵۴	ارتفاع آب معادل حداکثر تجمع برق	اسفند	خیام
۱۹۵	باران	دی - بهمن	دارود
۲۲۸	باران	مهر - آذر	۶۴-۱۹
۲۵۵	آورد	دی - بهمن	۶۴-۲۳
۳۳۱	باران	مهر - بهمن	دارود
۳۳۲	باران	آذر - بهمن	۶۴-۱۹
۳۳۳	باران	مهر - بهمن	۶۴-۱۹
۴۲۱	باران	آذر - اسفند	مغان
۴۲۶	باران	آذر - اسفند	۶۴-۱۹
۴۳۰	باران	بهمن - فروردین	نیشابور
۴۷۲	باران	آبان - اسفند	نیشابور
۵۱۰	باران	دی - فروردین	۶۴-۱۹
۵۷۷	باران	آذر - فروردین	نیشابور
۶۱۹	باران	آبان - فروردین	نیشابور

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Q_{m,i} - Q_{o,i})^2}{n}} \quad (19)$$

در رابطه فوق،  $Q_{m,i}$ ؛ حجم آورد خروجی از مدل SSP (میلیون متر مکعب)،  $Q_{o,i}$ ؛ حجم آورد مشاهداتی (میلیون متر مکعب) و  $n$ ؛ تعداد داده‌ها می‌باشد.

جدول ۵- مقادیر متوسط درصد خطا پیش‌یابی آورد

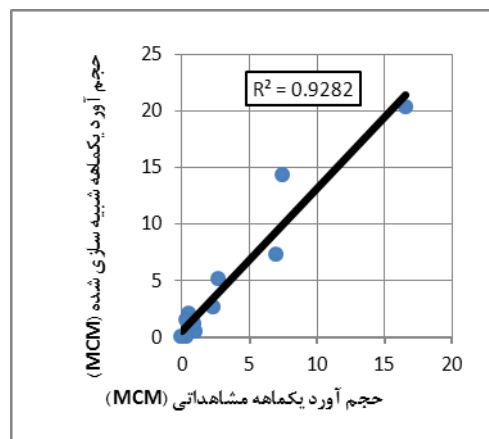
رودخانه طرق

سه ماهه	دو ماهه	یک ماهه	آماره
2.0	4.2	2.6	RMSE
0.98	0.85	0.93	$R^2$

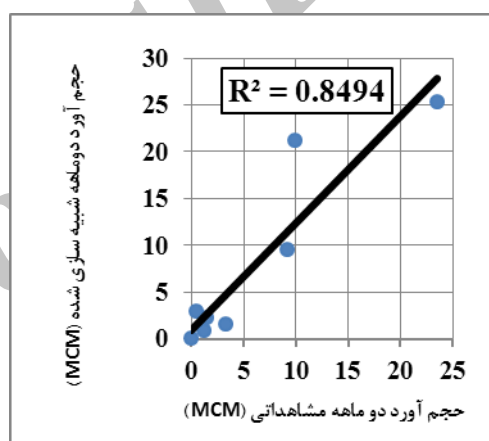
#### بحث و نتیجه‌گیری

با مقایسه مدل نهایی SWEG (بهره‌گیری از الگوریتم ژنتیک جهت تعیین ضرایب مدل) با مدل ابتدایی SWEG (عدم بهره‌گیری از الگوریتم ژنتیک) مشخص می‌گردد که بهره‌مندی از الگوریتم ژنتیک در تدقیق مدل SWEG سهم به‌سزایی دارد. به طوری که در حدود ۵۲٪ در ضریب همبستگی خروجی مدل با داده‌های مشاهداتی بهبود حاصل گردید.

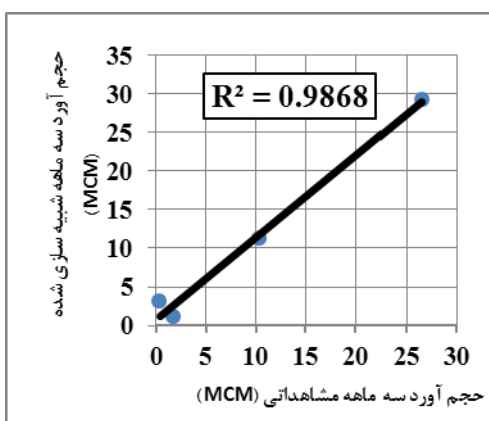
همچنین با بررسی نتایج خروجی از مدل SSP بر اساس معیار CVSE مشخص گردید که بهترین مدل در حالتی که از رگرسیون مرحله‌ای و عدم حذف مولفه‌های با مقادیر ویژه کوچک‌تر از یک، جهت انتخاب نهایی مولفه‌های اصلی استفاده شود، حاصل می‌گردد. همچنین مشخص گردید که کلیه معادلات فقط از اولین مولفه اصلی جهت پیش‌یابی آورد استفاده شده است. علت این می‌باشد که به دلیل همبستگی درونی زیاد موجود بین متغیرهای مستقل اولیه، واریانس مولفه اول به قدری زیاد می‌باشد که جواب گوی تغییرات متغیر وابسته می‌باشد و واریانس سایر مولفه‌ها به قدری ناچیز است که لزوم شرکت مولفه‌های یادشده در مدل‌سازی ایجاب نمی‌شود و توسط آزمون  $t$  حذف می‌گردد. با بررسی متغیرهای مستقل انتخاب شده جهت تشکیل مولفه‌های اصلی مشخص



نمودار ۳- مقایسه بین مقادیر حجم آورد یکماهه مشاهداتی و خروجی از مدل SSP



نمودار ۴- مقایسه بین مقادیر حجم آورد دو ماهه مشاهداتی و خروجی از مدل SSP



نمودار ۵- مقایسه بین مقادیر حجم آورد سه ماهه مشاهداتی و خروجی از مدل SSP

4. Koch, R. W. (1990). "Influences of climate variability on streamflow variability: Implications in streamflow prediction and forecasting." Final report for grant award 14-08-0001-G1316, U. S. Geological Survey, Washington, D.C.
5. Stedinger, J. R., Grygier, J., and Yin, H. (1988). "Seasonal streamflow forecasts based upon regression." Computerized decision support systems for water managers; Proc. 3rd Water Resour. Operations and Mgmt. Workshop, ASCE, New York, N.Y., 266-279.
6. Kleinbaum, D. G., Kupper, L. L., and Muller, K. E. (1988). Applied regression analysis and other multivariable methods, 2nd Ed., PWS-KENT Publishing Co., Boston, Mass.
7. McCuen, R. H. (1985). Statistical methods for engineers. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.
8. Garen, D.C. (1992) "Improved Techniques in Regression-Based Streamflow Volume Forecasting" Water Resources Planning and Management, vol.118, No.6, pp.654-67, November
9. Colee, M.T. (2000). "A High-Resolution Distributed Snowmelt Model in an Alpine Catchment", Ph.D. Thesis, UNIVERSITY OF CALIFORNIA Santa Barbara.
10. Romanov, P., Carroll, T. (2004). "Monitoring of Snow Depth over Great Plains Using Visible and Infrared Observations from Polar Orbiting and Geostationary Satellites", NOAA Climate and Global Change Program., Progress report 2004.
11. U.S. Army Corps of Engineers., (1998), "Engineering and Design

گردید که الگوریتم جستجوگر بهینه مورد استفاده در مدل SSP به طور نسبی توانسته متغیرهای مستقلی را که با فیزیک و طبیعت حوضه مرتبط باشد انتخاب کند و بدین ترتیب توانسته یکی از مشکلات عمده در مدل سازی های پیش یابی که همانا انتخاب متغیرهای مستقلی را که مرتبط با فیزیک حوضه و دوره مورد نظر پیش یابی باشد، مرتفع کند. همچنین با بررسی نتایج ملاحظه شد که بیشترین جذر مربع میانگین خطا ترکیب دو مدل در پیش یابی جریان رودخانه طرق برابر ۴/۲ و کمترین ضریب همبستگی بین مقادیر حجم جریان پیش یابی شده توسط مدل ترکیبی و مقادیر مشاهداتی برابر ۰/۸۵ می باشد.

به طور کلی تهیه دو مدل SWEG و SSP از نوآوری های این تحقیق به شمار می آید. علی رغم تمام قابلیت های موجود در مدل SSP، ضعف هایی در مدل یاد شده وجود دارد. عمده ترین ضعف مدل عدم در نظر گرفتن برداشت آب در دوره های مورد نظر جهت پیش بینی است. از این رو پیشنهاد می شود از مدل SSP در پیش بینی آورد حوضه های کوچک و حوضه هایی که برداشت از رودخانه کم و شرایط طبیعی حوضه حفظ شده، استفاده شود.

#### منابع

1. Hamlet, A. F., and Lettenmaier, D. P. (1999a). "Columbia River streamflow forecasting based on ENSO and PDO climate signals," J. Water Resour. Plan. Manage., 125(6), 333-341.
2. Barton, M., and Burke, M. (1977). "SNOTEL: An operational data acquisition system using meteor burst technology." Proc, Western Snow Conference, 82-87.
3. Rallison, R. E. (1981). "Automated system for collecting snow and related hydrological data in mountains of the western United States." Hydrological Sci. Bulletin, 26(1), 83-89.



۱۳. اوسط زینالو، ع. (۱۳۸۲). "برآورد منحنی تداوم جریان از حوزه های بدون آمار هیدرومتری"، کنفرانس ملی نیروگاه های آبی کشور، ایران، ص: ۸۴۶-۸۳۷

۱۴. شرافتی، ا. (۱۳۸۴). "مدل رگرسیونی پیش‌یابی آورد رودخانه با تحلیل مولفه اصلی"، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی شریف

RUNOFF FROM SNOWMELT", Manual ,NO 1110-2-1406.

12. D.M.GRAY., (1970)." HANDBOOK ON THE PRINCIPLES OF HYDROLOGY", 1rd ed., National Research Council of Canada.

Archive of SID