



کاربرد تبدیل‌های فوریه و موجک در کاستن نوفه داده‌های غیرمتعارف

محمد امیر حمزه تفرشی*، یحیی صادقی

مرکز تحقیقات گداحت هسته‌ای، سازمان انرژی اتمی ایران، صندوق پستی: ۱۳۳۹-۱۴۱۵۵، تهران - ایران

چکیده: در این مقاله موضوع کاربرد تبدیل فوریه و تبدیل موجک در کاهش نوفه داده‌های تجربی مورد بررسی قرار گرفته است. با ارائه یک داده شبیه‌سازی شده و یک داده تجربی (حاصل از پروب مشتق جریان سیستم پلاسمای کانونی دنا)، نکات ظریف و حساس استفاده از تبدیل فوریه در کاهش نوفه داده‌ها به نمایش و بحث گذاشته شده است، سپس ایده اصلی تبدیل موجک و نتایج ناشی از کاهش نوفه به وسیله آن نشان داده شده‌اند. طبق این پژوهش برای داده‌های غیرمتعارف، از جمله مشتق جریان سیستم دنا، که در آن ضریب اطمینان تبدیل فوریه ممکن است سؤال برانگیز باشد، تبدیل موجک به صورت ابزاری به مراتب دقیق‌تر می‌تواند مطرح شود.

واژه‌های کلیدی: نوفه، تبدیل فوریه، موجک، پلاسمای کانونی

Application of the Fourier and Wavelet Transforms in Noise Reduction of the out of the Ordinary Data

M.A. Tafreshi*, Y. Sadeghi

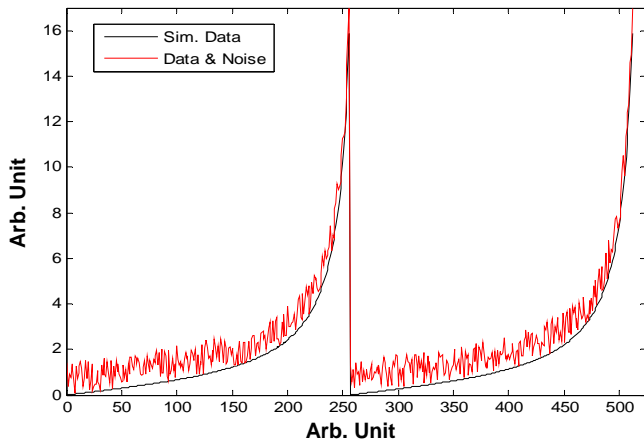
Nuclear Fusion Research Center (NFRC), AEOL, P.O. Box: 14155-1339, Tehran - Iran

Abstract: In this article the noise reduction of the experimental data by the Fourier and the wavelet transforms has been investigated. Using both simulated and experimental data (from the plasma focus facility, Dena), the sensitive features of the application of the Fourier transform are visualized and discussed. Then, the main idea of the wavelet transform and the results of the noise reduction with this transform are presented. Due to this investigation, for the cases such as the current derivative of the Dena facility, where the reliability of the Fourier transform can be doubtful, the wavelet transform can be considered as a more accurate alternative approach.

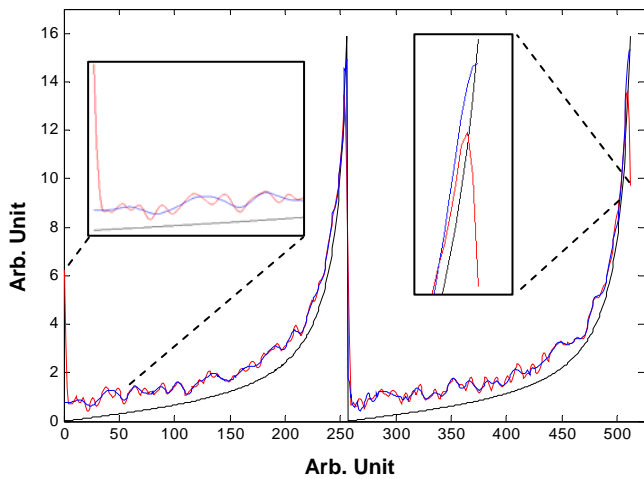
Keywords: Noise, Fourier Transform, Wavelet, Plasma Focus

*email: mtafreshi@aeoi.org.ir

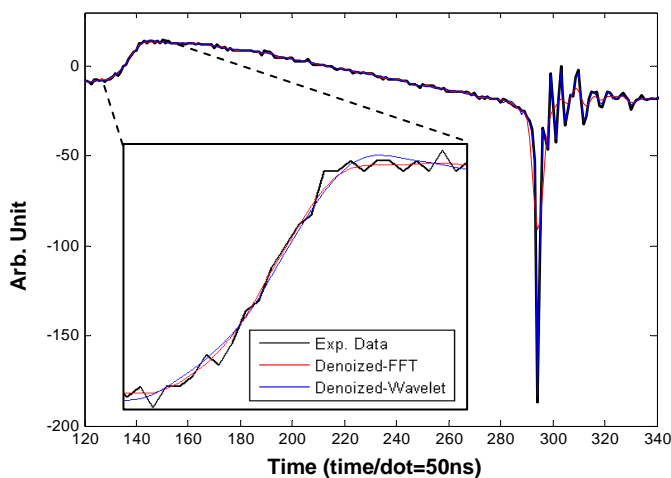
تاریخ دریافت مقاله: ۸۴/۸/۲۹ تاریخ پذیرش مقاله: ۸۵/۵/۱۶



شکل ۱- داده شبیه‌سازی شده دارای قسمت‌های تیز (تغییرات شدید)، قبل از افزودن نوفه (رنگ سیاه) و پس از افزودن نوفه (رنگ قرمز).



شکل ۲- داده حاوی نوفه، پس از فیلتر شدن با تبدیل فوریه (منحنی قرمز) و با تبدیل موجک (منحنی آبی). منحنی مشکی، تابع اولیه (قبل از اضافه کردن نوفه) است.



شکل ۳- داده تجربی حاصل از پروب مشتق جریان دنا (رنگ سیاه)، پس از فیلتر شدن با تبدیل فوریه (منحنی قرمز) و با تبدیل موجک (منحنی آبی).

۱- مقدمه

اغلب داده‌های تجربی، تحت تأثیر نوفه‌های قوی یا ضعیف قرار دارند که بنا به دلایلی، از جمله نوسانات توان منبع تغذیه، وجود میدان‌های ناخواسته الکتریکی و مغناطیسی، یا ناتوانی مدارهای الکترونیکی، به وجود می‌آیند. این نوفه‌ها ممکن است باعث ایجاد مشکلاتی در تشخیص سیگنال واقعی و تغییرات آن شوند. یکی از روش‌های رایج کاهش یا حذف نوفه، کاربرد تبدیل فوریه است.

در این مقاله ضمن مرور تبدیل فوریه، ابتدا به موارد غیرمتعارفی که تبدیل فوریه در آنها ممکن است منجر به نتایج نه چندان دقیق و حتی انحرافی شود، پرداخته‌ایم، سپس تبدیل موجک را مطرح کرده‌ایم.

برای درک بهتر موضوع، داده شبیه‌سازی شده‌ای مطابق شکل ۱ را با استفاده از تبدیل‌های فوریه و موجک، تصفیه کرده‌ایم (شکل ۲). سپس همین عمل را در مورد داده‌ای تجربی انجام داده (شکل ۳) و درباره آن‌ها بحث کرده‌ایم. داده تجربی به کار رفته از نوع داده‌های پروب مشتق جریان دستگاه پلاسمای کانونی دنا می‌باشد که اساس کار آن تولید پلازما و فشرده کردن (تنگش پلازما) است [۱ و ۲ و ۳].

یکی از سیستم‌های تشخیصی دستگاه دنا، پروب مشتق جریان آن می‌باشد. این پروب در واقع پیچ‌های است که در نزدیکی یکی از خازن‌های منبع انرژی قرار گرفته است. جریان القایی در این پیچ باعث پیدایش اختلاف پتانسیلی می‌شود که متناسب با مشتق جریان تخلیه است. شکل ۳ نمونه‌ای از سیگنال این پیچ می‌باشد. بطوریکه در این شکل مشاهده می‌شود، در مدت کوتاهی، مشتق جریان به شدت افت می‌کند. علت انتخاب این داده، نوفه کم و مشخص بودن ساختار اصلی (تیزی شدید منحنی و تغییرات پس از آن) می‌باشد تا تأثیر نوع صافی بر ساختار اصلی داده براحتی قابل رؤیت و درک باشد.

۲- تبدیل فوریه و کاهش نوفه

تبدیل فوریه^(۱) که براساس تجزیه یک داده به سری فوریه آن استوار است [۴]، به علت کاربرد وسیع و جا افتاده آن در آنالیز داده‌ها معروف‌ترین نوع تبدیل داده‌ها می‌باشد. توجه جلدی به این نوع تبدیل از دهه اول سده ۱۹۰۰ میلادی صورت گرفت [۵]،



$$\alpha = \frac{\pi(i-1)}{2(N_{\max} - 1)} \quad (3)$$

بنابراین در جریان تصفیه، بسامدهای با شماره پائینتر در اعداد بزرگتر (نهایتاً ۱) و بسامدهای با شماره بالاتر در اعداد کوچکتر (نهایتاً صفر) ضرب می‌شوند. به هر حال با توجه به شکل ۲ می‌توان گفت:

- در داده اولیه (داده سیاه‌رنگ) سیگنال با حداقل دامنه شروع شده و با حداکثر آن خاتمه می‌یابد ولی در سیگنال تصفیه شده (شکل ۲ نمودار قرمز) چنین نیست
- بیشینه داده اولیه برابر ۱۶ است، حال آن که بیشینه داده تصفیه شده کمتر از ۱۴ می‌باشد.

این نکات کم و بیش در همه داده‌های تصفیه شده با استفاده از تبدیل فوریه، به ویژه اگر حاوی بسامدهای بالا باشند دیده می‌شوند و پدیده‌های شناخته شده‌ای می‌باشند. بطور کلی، می‌توان گفت که ساختار تبدیل فوریه، آن را برای انواع خاصی از داده‌ها مناسب و یا برای بعضی دیگر نامناسب می‌نماید. نمونه‌هایی از داده‌های نامناسب برای تحلیل با تبدیل فوریه عبارتند از: داده‌های حاوی بسامدهای تابع زمان، مانند داده‌های ناشی از اثر دوپلر، داده‌های حاوی نمودارهای نمائی و یا چند جمله‌ای‌های تیز، حاوی تغییرات زمانی بلند مدت و پیوسته (مشتق) دائماً بزرگتر یا کوچکتر از صفر، حاوی ناپوستگی‌های شدید یا شکست. شکل ۳ داده تجربی را پس از کاهش نوفه با استفاده از تبدیل فوریه و صافی $\cos^2\alpha$ نشان می‌دهد (نمودار قرمز رنگ). مقایسه داده‌های تصفیه شده با داده اولیه (شکل ۳ منحنی سیاه) موضوع اصلی را نشان می‌دهد. همانطور که پیش‌بینی می‌شد ارتفاع پیک منفی کاهش، عرض تپ افزایش یافته و تغییر نسبتاً شدیدی در دامنه نوسانات بعد از تپ ایجاد شده است.

۳- تبدیل موجک و کاهش نوفه

مشکلات اساسی که در رابطه با کاربرد تبدیل فوریه وجود دارند، در سال‌های اخیر باعث رویکرد هر چه بیشتر به مقوله تبدیل موجک^(۴) شده است. تبدیل موجک هیچ‌گونه پیش‌فرضی دال بر وجود تناوب در سیگنال، یا این که یک سیگنال مجموعه‌ای از بسامدهای گوناگون است ندارد. در این روش، کاربر تابع استاندارد می‌تواند به نام موجک را انتخاب می‌نماید. سپس با استفاده از این تابع که گستره زمانی آن به مراتب کمتر از گستره

ضمن آن که طی دو دهه ۱۹۵۰ و ۱۹۶۰ نتایج بررسی‌های عمیق و گسترده‌ای در زمینه خواص تبدیل پیوسته فوریه به ویژه در مهندسی مدار و ارتباطات منتشر شده است [۶ و ۷ و ۸].

موضوع تبدیل گسسته فوریه^(۷)، نخستین بار در حدود سال ۱۹۶۰ [۹ و ۱۰] و تبدیل سریع فوریه^(۳) در سال ۱۹۶۵ [۱۱] مطرح و به سرعت کاربردهای ویژه آنها مشخص شدند. برای تابع گسسته $f(t) = f(t_0 + t\Delta t)$ که در آن t متغیری حقیقی است و مقادیر ۰، ۱، ۲، ... تا $N-1$ را دارد، تبدیل گسسته فوریه به صورت زیر است:

$$F(u) = \frac{1}{N} \sum_{t=0}^{N-1} f(t) \exp\left[-\frac{j2\pi ut}{N}\right] \quad (1)$$

که در آن $j = (-1)^{1/2}$ بوده و مقدار u نیز از صفر تا $N-1$ می‌باشد. تبدیل معکوس فوریه (Inverse FT) نیز چنین است:

$$f(t) = \sum_{u=0}^{N-1} F(u) \exp[j2\pi ut / N] \quad (2)$$

که در آن t از صفر تا $N-1$ می‌باشد. در مورد کاربرد این روابط می‌توان گفت که با استفاده از آنها می‌توان یک داده را از بُعد زمان به بُعد بسامد برد، سپس با استفاده از نوعی صافی دامنه قسمت‌های حاوی بسامدهای ناخواسته (مثلاً بسامدهای نوفه) را کاهش داد و سیگنال را مجدداً به فضای اولیه آن (در این حالت فضای زمان) برگرداند.

با توجه به این که نوفه معمولاً دارای بسامد بالائی است، بنابراین برای کاهش دامنه آن باید دامنه بسامدهای بالا کاهش یابد. به این ترتیب اگر قسمت‌هایی از خود سیگنال واقعی نیز حاوی بسامدهای بالا باشند، آن قسمت‌ها نیز همزمان آسیب دیده و اصل سیگنال نیز دچار آسیب می‌شود.

شکل ۱ داده شبیه‌سازی شده‌ای را نشان می‌دهد که حاوی نقاط تیز، یا تغییرات شدید (بسامدهای بالا) است. این شکل همچنین داده را پس از افزودن نوفه‌ای کاتوره‌ای یا نوفه سفید با حداکثر دامنه ۱/۵ نشان می‌دهد. شکل ۲ این داده را پس از کاهش نوفه با استفاده از تبدیل فوریه و صافی $\cos^2\alpha$ نشان می‌دهد. نحوه محاسبه α به این صورت است که اگر متغیر i شماره هر بسامد و N_{\max} شماره بالاترین بسامد باشد، مقدار α برابر خواهد بود با:

به شدت کمتر از ارتفاع پالس منفی تصفیه شده با تبدیل موجک می‌باشد. عدم تخریب پالس منفی پس از تصفیه با تبدیل موجک به حدی است که بین این پالس و پالس تصفیه نشده تقریباً همپوشانی کامل برقرار است.

۴- نتیجه‌گیری

ساختار تبدیل فوریه به گونه‌ای است که آن را برای تصفیه انواع خاصی از داده‌ها مناسب و برای انواع دیگر نامناسب می‌نماید. آسیب‌های وارده ممکن است در قسمت‌های ابتدایی و انتهایی داده‌ها، در دامنه بعضی از قسمت‌ها، همچنین در عرض تپ‌ها خود را نشان دهد. تصفیه یک داده غیرمتعارف با استفاده از تبدیل فوریه، نیز ممکن است باعث پیدایش نوسانات غیرواقعی شود.

نمونه‌های عملی از داده‌های نامتعارف برای تحلیل با تبدیل فوریه عبارتند از داده‌هایی که حاوی بسامدهای تابع زمان، مانند داده‌های ناشی از اثر دوپلر، داده‌هایی که حاوی منحنی‌های نمائی و یا پلینوم‌های تیز باشند، داده‌هایی که حاوی تغییرات بلند مدت و پیوسته زمانی (مشتق دائماً بزرگتر و یا کوچکتر) از صفر داشته باشند، و داده‌هایی که حاوی ناپیوستگی‌های شدید و یا شکست باشند.

مشکلات اساسی که در رابطه با کاربرد تبدیل فوریه وجود دارند، در سال‌های اخیر باعث رویکرد هر چه بیشتر به تبدیل موجک شده‌اند. این تبدیل بر خلاف تبدیل فوریه، هیچ‌گونه پیش فرضی دال بر وجود تناوب در سیگنال ندارد. این موضوع باعث می‌شود که داده‌های غیرمتعارفی را که تحلیل آنها به وسیله تبدیل فوریه ممکن است منجر به بروز مشکلات شود، بتوان با استفاده از تبدیل موجک به نحو دقیقتری تحلیل کرد.

مقایسه کاربرد تبدیل فوریه و تبدیل موجک در تصفیه داده حاصل از پروب مشتق جریان سیستم پلاسمای کانونی دنا، نشان‌دهنده برتری کامل تبدیل موجک بر تبدیل فوریه برای تحلیل این گونه داده‌ها است.

تشکر و قدردانی

جا دارد از حمایت‌های جناب آقای دکتر فرهد ریاست محترم پژوهشکده گداخت هسته‌ای در جهت اجرای این پروژه تشکر بنماییم.

زمانی تابع اصلی است، با گام‌های ثابت، تابع اصلی را جاروب می‌کند. در هر گام از حاصلضرب تابع اصلی و تابع موجک انتگرال گرفته می‌شود.

تابع موجک $\Psi_{j,k}(t)$ تابعی از زمان (t) می‌باشد که ممکن است سطوح مختلف (j) (یا گستره‌های زمانی مختلف) داشته باشد و با گام‌های زمانی (k) تابع اصلی را جاروب کند. به صورت ریاضی می‌توان گفت که تبدیل گسسته موجک تابع $f(t)$ همچنین تبدیل معکوس آن به صورت‌های زیر قابل محاسبه‌اند:

$$C(j, k) = \sum f(t) \psi_{j,k}(t) \quad (4)$$

$$f(t) = \sum_j \sum_k C(j, k) \psi_t(j, k) \quad (5)$$

خانواده‌های مختلفی از موجک‌های استاندارد وجود دارند که معروف‌ترین آنها عبارتند از دابچیز^(۵)، شانون^(۶)، هار^(۷)، مکزیکن‌هت^(۸)، مورت^(۹) و سیملتز^(۱۰). برای محاسبات این مقاله از تابع موجک Symlet8 استفاده شده که تابعی نسبتاً متقارن است. با توجه به گستردگی موضوع، محدودیت‌های موجود، همچنین اهداف این مقاله، علاقمندان به درک عمیق‌تر و گسترده‌تر موضوع را به مراجع ۱۲ الی ۱۵ ارجاع می‌دهیم و یادآور می‌شویم که همه توابع فوق همراه با توضیحات مربوط، در نرم‌افزار MATLAB 7.0 وجود داشته و در دسترس می‌باشند. برای انجام دادن محاسبات این مقاله، برنامه‌ای در محیط این نرم‌افزار نوشته شده است. گزارش دقیقی از ساختار این برنامه و عملکرد آن در اختیار «پژوهشکده فیزیک پلاسما و گداخت هسته‌ای» قرار داده شده است که ممکن است مورد استفاده علاقمندان قرار بگیرد [۱۶].

شکل ۲ (رنگ آبی) داده شبیه‌سازی شده شکل ۲ سیاه را پس از تصفیه با تبدیل موجک نشان می‌دهد. مقایسه ابتدا و انتها، و دامنه پالس در داده‌های اولیه و تصفیه شده به وضوح نمایانگر برتری تبدیل موجک در چنین مواردی است. شکل ۳ (نمودار آبی رنگ) نیز نمایانگر داده تجربی (نمودار شکل ۳ سیاه) پس از تصفیه با استفاده از تبدیل موجک است. در حالی که عرض پالس منفی سیگنال تصفیه با تبدیل موجک، تقریباً برابر عرض پالس تابع اولیه است؛ عرض پالس سیگنال فیلتر شده با تبدیل فوریه به مراتب بیشتر شده و افزایش آن مشهود می‌باشد. ضمن آن که ارتفاع پالس منفی سیگنال تصفیه شده با تبدیل فوریه نیز



- ۱- Fourier Transform
- ۲- Discrete FT
- ۳- Fast FT
- ۴- Wavelet Transform
- ۵- Daubbechies

- ۶- Shannon
- ۷- Haar
- ۸- Mexican Hat
- ۹- Morlet
- ۱۰- Symlets

References:

1. M.A. Tafreshi, M. Farrahi et. al, "Dena a new PF device," Nukleonika, **46** (Supplement1), S85-S87 (2001).
2. V. Siahpoush, S. Sobhanian, M.A. Tafreshi, et. al, "A model for plasma evolution in Filippov type plasma focus facilities," Iranian Journal of Science & Technology, Transaction A, Vol. **27**, No. A2, Summer (2003).
3. V. Siahpoush, M.A. Tafreshi, S. Sobhanian, S. Khorram, "Adaptation of Sing Lee's model to the Filippov type plasma focus geometry," Plasma Phys and Control, Fusion **47** 1065-1075 (2005).
4. C. Kittel, "Introduction to solid state physics," 5th edition, John Wiley & Sons, ISBN 0-471-49024-5 (1976).
5. R.C. Gonzales, P. Wintz, "Digital Image Processing," ADDISON-WESLEY PUBLISHING, ISBN: 0-201-11026-1 (1987).
6. M.E. Van Valkenburg, "Network Analysis," Prentice-Hall (1955).
7. A.B. Carlson, "Communication Systems," McGraw-Hill, New York (1968).
8. J.B. Thomas, "Statistical Communication Theory," Wiley, New York (1969).
9. J.W. Cooley, P.A.W. Lewis, P.D. Welch, "Historical Notes on the Fast Fourier Transform," IEEE Trans. On Audio and Electroacoustics, Vol. AU-15, No. **2**. 76-79 (1967).
10. J.W. Cooley, P.A.W. Lewis, P.D. Welch, "Application of the Fast Fourier Transform to Computation of Fourier Integrals," IEEE Trans. on Audio and Electroacoustics, Vol. AU-15, No. **2**, 79-84 (1967).
11. J.W. Cooley and J.W. Tukey, "An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series," Math of Comput, Vol. **19**, 297-301 (1965).
12. S. Mellat, "A theory for multi-resolution signal decomposition: the wavelet representation," IEEE Trans. on Pattern Anal. And Machine Intelligence, Vol.11, No.7, 674-693 (1989).
13. G.P. Nason, B.W. Silverman, "The stationary wavelet transform and some statistical applications," Lecture Notes in Statistics, **103**, 281-299 (1995).
14. R.A. DeVore, B. Jawerth, B.J. Lucier, "Image compression through wavelet transform coding," IEEE Trans. on Inf. Theory, Vol. **38**, 719-746 (1992).
15. P. Flandrin, "Wavelet analysis and synthesis of fractional Brownian motion," IEEE Trans. on Inf. Theory, Vol. **38**, 910-917 (1992).
16. "Wavelet Analysis," م.ا. نفرشی، ی. صادقی، پژوهشکده فیزیک پلاسما و گداخت هسته‌ای، گزارش علمی-فنی، شماره ۶- ۸۴۰۱۳ (۱۳۸۴).