



مشاهده‌ی آرایش جداساز در شبیه‌سازی تراپرد توکامک کشیده‌ی دماوند

فاطمه دینی^۱، سینا خراسانی^۲

۱- پژوهشکده فیزیک پلاسمای گداخت هسته‌ای، سازمان انرژی اتمی ایران، صندوق پستی: ۵۱۱۱۳-۱۴۳۹۹، تهران- ایران

۲- دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی شریف، صندوق پستی: ۱۱۳۶۵-۹۳۶۳، تهران- ایران

چکیده: توکامک یکی از دستگاه‌های مغناطیسی محصورساز پلاسمای است که در آن پلاسمای تحت تأثیر میدان‌های الکترومغناطیسی قطبی و چنبره‌ای بسیار قوی، گرم و متراکم می‌شود. هم اکنون در مسیر تحقیقات گداخت هسته‌ای در تولید انرژی پاک و ارزان قیمت یکی از انتخاب‌های مناسب و مورد توجه توکامک می‌باشد، و به نظر می‌رسد که ساخت توکامک بین المللی ایتر در فرانسه رویای بشر را برای ایجاد یک نیروگاه گداخت اقتصادی عملی سازد. در این مقاله به مستانه تعادل و ترابرد الکترومغناطیسی پلاسمای توکامک و معادله‌های حاکم بر آن پرداخته و برای دستیابی به آرایش مناسبی از پلاسمای توکامک دماوند که از کشیدگی بالایی برخوردار است، به حل تفصیلی معادله‌ها به روش عددی و تحلیلی می‌پردازیم. در نهایت سناریویی از تحولات مکانی- زمانی پلاسمای توکامک دماوند را با تلفیق معادله‌های تعادل و ترابرد به شکل هم‌زمان یا خودسازگار به دست می‌آوریم. نکته‌ی خاص در بررسی و مطالعه‌ی شارهای به دست آمده مشاهده‌ی آرایش جداساز در توکامکی کوچک با سطح مقطع کشیده و نسبت بالا از نوع دماوند است. آرایش جداساز، مشخصه‌ی توکامک‌های پیشرفته‌ای چون JET بوده و یکی از قابلیت‌های اساسی در آن‌ها به شمار می‌رود. بدین ترتیب امکان طراحی منحرف کننده در توکامک دماوند به منظور مطالعه‌ی برهمنکش پلاسمای و جداره و همچنین چگونگی دریافت انرژی از پلاسمای مطرح و میسر می‌گردد.

واژه‌های کلیدی: ابزارهای توکامک، معادله گراد-شفرانف، نظریه تراپرد نئوکلاسیک، روش‌های وردشی، آرایش جداساز، شبیه‌سازی پلاسمای، روش اجزای محدود، تعادل، روش تفاضل محدود، حل عددی

Observation of Separatrix Configuration in Transport Simulation of Elongated Damavand Tokamak

F. Dini¹, S. Khorasani²

1- Plasma Physics and Nuclear Fusion Research School, AEOI, P.O. Box: 14399-51113, Tehran-Iran

2- Faculty of Electrical Engineering, Sharif University of Technology, P.O. Box: 11365-9363, Tehran-Iran

Abstract: Tokamak is known as a magnetic system for plasma confinement, where the plasma is heated and pressurized under the influence of powerful toroidal and poloidal magnetic fields. Currently, tokamak is one of the proper choices for generation of clean and low-cost energy, and it is anticipated that the construction of ITER as an international project in France fulfills the mankind dream for providing an economy energy resource. In this paper, we consider the equilibrium and transport problem in a tokamak plasma, and we study the numerical solution to the corresponding equations to achieve a desirable plasma configuration in Damavand tokamak, of electromagnetic fields highly elongated cross section. Through the self-consistent combination of transport and equilibrium equations, we obtain a scenario for the temporal and spatial evolutions of plasma in Damavand. In particular, we noticed from the study of simulation data the existence of separatrix configuration in a small tokamak with elongated cross section and large aspect ratio. The separatrix configuration is a characteristic of advanced tokamaks including JET, and is regarded as an essential capability of these machines. This paves the way for designing a divertor for Damavand tokamak, to study the plasma-wall interaction, as well as mechanisms of energy extraction from plasma.

Keywords: Tokamak Devices, Grad-Shafranov Equation, Neoclassical Transport Theory, Variational Methods, Separatrix Configuration, Plasma Simulation, Finite Element Method, Equilibrium, Finite Difference Method, Numerical Solution

*email: fdini@aeoi.org.ir

تاریخ دریافت مقاله: ۸۶/۹/۱۴ تاریخ پذیرش مقاله: ۸۷/۵/۵

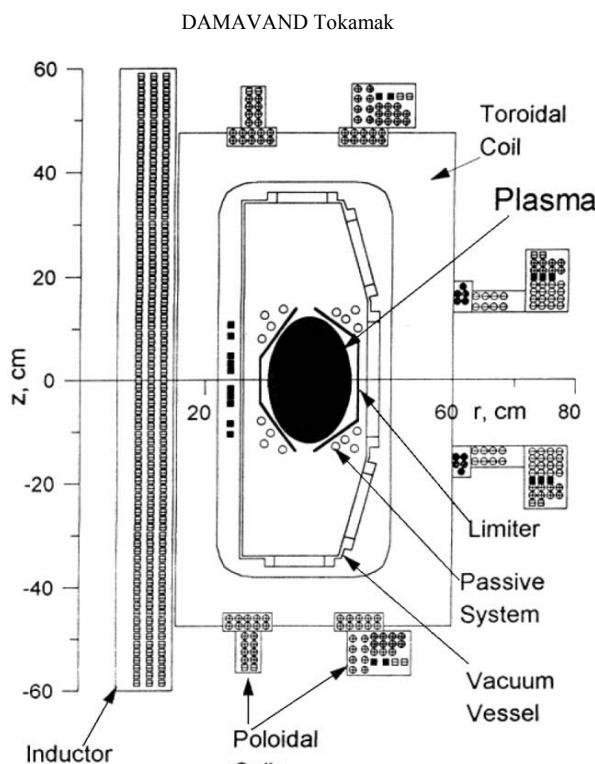
۱- مقدمه

مقطع کشیده یا نادایرهوار که غالب توکامک‌های کنونی و نسل بعدی توکامک‌ها (مانند توکامک دماوند شکل ۱ که از کشیدگی بالا یعنی $K \approx 1-2$ ، و نسبت منظری در حدود $5/1$ برخوردار است) را تشکیل می‌دهند، لازم است که معادلات تعادل و تراپرد به شکل هم‌زمان و خودسازگار حل شوند. در اینجا، دستگاه معادلات تعادل، "معادله گراد-شفرانف"، به روش عددی اجزاء محدود وردشی، و روش تحلیلی تابع گرین حل و مقایسه می‌شوند (بخش ۲)، و هدف آن است که یک حل و مقایسه می‌شوند (بخش ۲)، و هدف آن است که یک شیوه‌سازی خودسازگار از تحول زمانی پلاسمای پلاسما ارایه شود. این هدف با حل هم‌زمان معادلات تعادل در دو بعد، و تراپرد در یک بعد برآورده می‌شود. معادلات تراپرد به تفصیل بر اساس تئوری نئوکلاسیک در بخش ۳ آمده‌اند. در هر گام زمانی ابتدا به حل معادله‌ی تعادل با روش عددی مناسب در شرایط تقارن محوری، تحت سناریوی از پیش تعریف شده‌ای با شرایط مرزی فیزیکی پلاسمای میدان‌های مغناطیسی می‌پردازیم. سپس با معلومات حاصل، توابع تراپرد (جرم، انرژی و میدان مغناطیسی) میانگین گیری شده روی سطوح شار محاسبه می‌شوند (فلوچارت برنامه که چرخه‌ی عملیاتی را نشان می‌دهد در بخش ۴ آمده است). به این ترتیب، پروفیل‌های شار مغناطیسی پلاسمای پلاسما با

نیاز روزافزون به انرژی، انسان را وادار به جستجوی منابع جدید ساخته است. انرژی هم‌جوشی هسته‌ای به عنوان جای‌گزینی بدون ایجاد آلودگی زیست محیطی مطمئن و پایان‌ناپذیر برای سوخت‌های فسیلی به شمار می‌رود. هم‌جوشی مغناطیسی و هم‌جوشی لختی، دو رهیافت مهم برای تأمین انرژی در این زمینه هستند [۱، ۲ و ۳]. در این میان، ماشین توکامک موفق‌ترین روش دستیابی به هم‌جوشی هسته‌ای از طریق محصورسازی مغناطیسی پلاسما در آرایشی چنبره‌ای بوده است [۴]. تاکنون گذار از آستانه‌ی سریه‌سر (۱) توسط توکامک‌های JT-60 در ژاپن، و JET در اروپا به نمایش گذاشته شده است، و به طور کلی می‌توان ادعا کرد که مشکلات بنیادی در درک مفاهیم اساسی پلاسما و مسایل تکنیکی گرمایش و پایدارسازی آن رفع شده‌اند. جایگاه توکامک‌ها در فن‌آوری هم‌جوشی با توجه به وسعت پروژه‌ی بین‌المللی ITER^(۲)، که هدف از آن ساخت نخستین رآکتور توکامک قابل بهره‌برداری است، به خوبی روشن می‌گردد [۵]. این پروژه با هزینه‌ای حدوداً بالغ بر پنج بیلیون یورو، و توسط ده کشور عضو در قالب چهار گروه اروپایی، آسیایی، روسیه و آمریکا هدایت می‌شود و در فرانسه اجرا خواهد شد.

یکی از مهم‌ترین روش‌ها در شناخت پلاسمای توکامک و دستیابی به سناریوهای پایا در طول تخلیه‌ی بسیار کوتاه، استفاده از شبیه‌سازی و کدهای کامپیوتری است [۶ تا ۹]. چون سیستم‌های هم‌جوشی بسیار پرهزینه و پیچیده هستند، دسترسی به آن‌ها یا ایجاد شرایط لازم برای آزمایش و تجربه‌ی مورد نظر همیشه ممکن نیست. در این راستا، کدهای شبیه‌سازی گوناگونی برای پیش‌بینی پدیده‌های مختلف پلاسما، از جمله تراپرد، در دنیا طراحی و آماده شده و در تفسیر رفتار پلاسمای توکامک و حتی طراحی توکامک ITER مورد استفاده قرار گرفته‌اند. در این میان، می‌توان به کدهای تراپرد معروفی جون، CRONOS، ASTRA، BALDUR، TRANSP، DINA، TOPICS، ONETWO و ... [۱۰ تا ۱۵] اشاره کرد، که هم اکنون کاربرد بسیاری داشته، و با توجه به نیازهای تکنیکی به روز می‌شوند.

یکی از مسایل مهم و اساسی در مراحل طراحی و شناخت تخلیه‌های توکامک شبیه‌سازی تعادل و تراپرد پلاسمای آن و تحولات زمانی این فرایندها است. در توکامک‌هایی با سطح



شکل ۱- سطح مقطع توکامک دماوند.



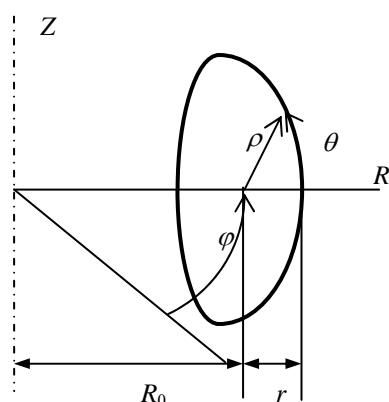
چنبره‌ای در میدان‌های مغناطیسی خارجی متغیر با زمان مدنظر است. در این کد اثراتی چون تزیری سوت، و گرمایش توسط باریکه‌ی خنثی و ذرات آن‌ها در جریان‌های باریکه‌های محرک و جریان خود را انداز و پایداری پلاسمای نسبت به جابه‌جای‌های افقی و عمودی در نظر گرفته شده‌اند. روش جدیدی برای حل مسئله‌ی تعادل، یعنی متغیر معکوس، به کار می‌رود که توسط آن مختصات شار، سریع و دقیق به دست می‌آید. همچنین کد [۱۲] BALDUR یک کد تراپرید یک بعدی پلاسمای است، که در آن، تحولات پارامترهای پلاسمای در تعادل MHD مورد بررسی قرار می‌گیرد. تأثیر منابع مختلف، هم‌جون گاز خنثی، هم‌جوشی، و گرمایش اضافی در نظر گرفته شده است. پلاسمای در تقریب مدل نوکلاسیک شیوه‌سازی گردیده است.

۲- تعادل

نخستین مسئله‌ای که در مطالعه‌ی محصورسازی پلاسمای گرم توکامک باید مورد بررسی قرار گیرد، مسئله‌ی تعادل آن است [۱ و ۲]. در مبحث تعادل توکامک دو مفهوم پایه وجود دارد:

- توازن داخلی میان فشار پلاسمای نیروهای حاصل از میدان مغناطیسی.
- شکل و مکان پلاسمای هر دو تعیین و توسط جریان‌های سیم‌پیچ‌های خارجی و اعمال میدان قابل کنترل هستند.

شرط اصلی تعادل آن است که برایند نیروهای وارد بر پلاسمای تمامی نقاط صفر باشند، بنابراین لازم است که نیروی مغناطیسی با نیروی حاصل از فشار پلاسمای توازن برستند. معادله‌ی تعادل در دستگاهی همانند شکل ۲ با تقارن محوری و مانند توکامک را می‌توان به صورت یک معادله‌ی دیفرانسیلی برای تابع شار قطبی



شکل ۲- دستگاه مختصات چنبره‌ای.

گذشت زمان در طول یک دور تخلیه یعنی ۲۵ میلی ثانیه به دست می‌آیند، که در بخش نتایج (۶) ارایه می‌گردد. سرانجام نتیجه‌گیری و جمع‌بندی از شبیه‌سازی انجام شده با توجه به شکل‌های حاصل صورت می‌گیرد. با توجه به این مدل‌سازی، پلاسمای در توکامک دماوند از آرایش جداساز برخوردار است، و این خود امکان طراحی و نصب منحروف کننده در این توکامک را فراهم می‌سازد. لازم به یادآوری است که شبیه‌سازی، از نوع مرز آزاد بوده و مشکلات حل از این نوع در اینجا به خوبی برطرف شده‌اند.

در اینجا لازم است به عنوان نمونه به کد تراپرید ASTRA [۱۳ و ۱۴] اشاره کرد، که یکی از کدهای کارآ و مؤثر در محاسبه‌ی ساز و کارهای تراپرید در راکتورهای توکامک می‌باشد. در سال ۱۹۸۷ کد تراپرید ترانزیستور در مؤسسه‌ی کورچاتف برای محاسبات خودکار تراپرید، با امکانات برنامه نویسی قابل توجهی از نظر رودی و خروجی طراحی و آماده شد. در ادامه‌ی کار و تکمیل آن برای شرایط تخلیه‌های حاضر آزمایش‌های توکامک با در نظر گرفتن فرایندهای فیزیکی بیشتر، کد ASTRA نوشته شد، که توسط آن امکان مطالعه‌ی توکامک‌هایی با سطح مقطع نادایره‌وار، محاسبه‌ی مولدهای جریان و گرمایش پلاسمای شکل پلاسمای تراکم بی‌دررو، شرایط مرزی خودسازگار پلاسمای تحلیل داده‌های تجربی و پردازش آن‌ها در توکامک‌های ASDEX، TEXT، JET، T-T10، JT-60، TFTR و ... فراهم شد. در این کد، برنامه‌نویسی در محیط فرتون صورت گرفته است. در کد ASTRA برای توصیف تراپرید از معادلات یک بعدی میانگین گیری شده بر روی سطح مدل نوکلاسیک در دستگاه گاوی استفاده شده است که تراپرید ارثی، ذره و میدان مغناطیسی را توصیف می‌کند. در اینجا معادله‌ی تعادل گراد-سفرانف با مرز ثابت با در نظر گرفتن شکل سطوح، کشیدگی و مثلث گونی آن‌ها حل می‌شود. در ضمن معادله‌ی تعادل نیز میانگین گیری شده و یک بعدی است و مختصه‌ی متغیر، شاعر فرعی می‌باشد. معادلات، انتگرال گیری شده و با هم به شکل همزمان حل می‌شوند. این کد کاربردهای بسیاری پیدا کرده است [۱۶]. علاوه بر این، آن را می‌توان با کدهای دیگری همراه ساخت، که برای شبیه‌سازی جامع پلاسمای چون محرك‌های گرمایشی و جریان غیراهمی بسیار مناسب است. از دیگر کدهای تراپرید، می‌توان از کد DINAM بردا که در آن تعادل دو بعدی و تراپرید یک بعدی با مرز آزاد پلاسمای

تابع نوع دوم لزاندر، $(x)_{\frac{1}{2}} Q_1$ ، در $x=1$ به سمت بی‌نهایت می‌می‌کند. حل تحلیلی شار مغناطیسی قطبی چهارقطبی مغناطیسی آزمون شکل ۳ به کمک تابع گرین برای سیستم با تقارن محوری، در شکل ۴ نشان داده شده است.

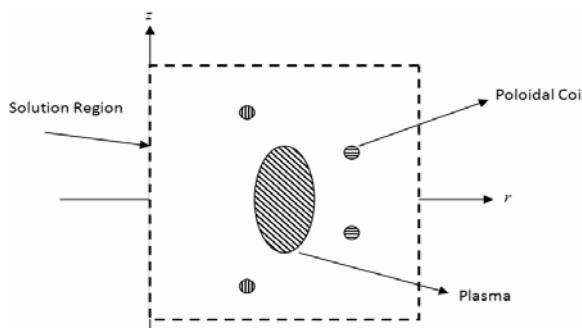
۲-۲ حل عددی

در اینجا با استفاده از روش عددی وردشی اجزاء محدود بر اساس شبکه‌های مثلثی مرتبه‌ی اول، به حل مسئله تعادل می‌پردازیم. به سادگی می‌توان نشان داد که معادله‌ی (۱) را می‌توان از نوع معادله‌ی اویلر-استوگرادسکی در نظر گرفت که به این ترتیب تابع زیرانگرال آن عبارت خواهد بود از

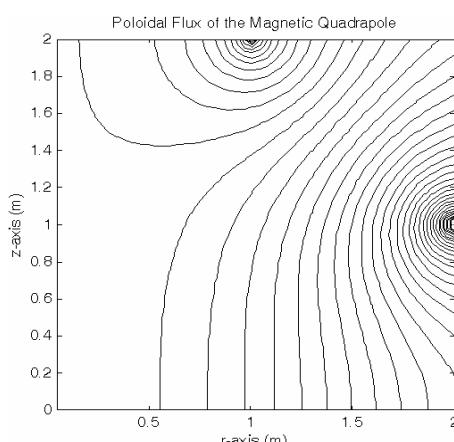
$$\Pi(\psi) = \iiint \left(\frac{1}{2r} |\nabla \psi|^2 - \mu_0 J_\phi \psi \right) dr dz \quad (6)$$

عملگر گرادیان در دستگاه مختصات استوانه‌ای عبارت است از

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial r} \hat{r} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{z}. \text{ در روش اجزاء محدود ناحیه‌ی حل را که}$$



شکل ۳- نمونه‌ی ناحیه حل دو بعدی با چهار قطبی مغناطیسی آزمون.



شکل ۴- شار مغناطیسی قطبی چهارقطبی مغناطیسی آزمون شکل ۳ به روی تحلیلی با استفاده از تابع گرین.

مغناطیسی نوشت. به این معادله، معادله‌ی گراد-شفرانف گفته می‌شود [۳ و ۴]. شکل بسته‌ی معادله گراد-شفرانف در دستگاه مختصات استوانه‌ای (r, ϕ, z) عبارت است از:

$$\frac{1}{r} \Delta^* \psi = -\mu_0 J_\phi \quad (1)$$

که در آن $rA_\phi = r\psi$ شار قطبی مغناطیسی است و A_ϕ مؤلفه چنبره‌ای پتانسیل مغناطیسی برداری است. همچنین $J_\phi \equiv J_r$ چگالی جریان چنبره‌ای و Δ^* عملگر بیضوی گراد-شفرانف می‌باشد، یعنی:

$$\Delta^* = r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (2)$$

در اینجا r و z به ترتیب مختصات شعاعی و طولی در سیستم مختصات استوانه‌ای شکل ۳ هستند.

۲-۱ حل تحلیلی

در اینجا حل تحلیلی معادله‌ی گراد-شفرانف، (۱) به روش تابع گرین [۱۷] جهت مقایسه و آزمودن حل عددی آن با استفاده از روش عددی (که بحث آن در ادامه خواهد آمد)، ذکر می‌شود. با توجه به مسئله‌ی تابع گرین موجود به دنبال حل‌هایی به شکل زیر هستیم

$$\psi(r, z) = \mu_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') J_r(\mathbf{r}') dr' dz' \quad (3)$$

که در آن $\mathbf{r} = r\hat{r} + z\hat{z}$ بردار مکان و $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ تابع گرین می‌باشد که از حل معادله زیر به دست می‌آید

$$\Delta^* G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\mu_0 r \delta(r - r') \delta(z - z') \quad (4)$$

تابع $(\cdot) \delta$ دلتای دیراک است. بنابراین پس از انجام عملیات لازم خواهیم داشت [۶]

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{\sqrt{rr'}}{2\pi} Q_{\frac{1}{2}} \left[1 + \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2}{2rr'} \right] \quad (5)$$



حال برای تمامی گره‌ها می‌توان نوشت

$$\sum_e \int \int \int \frac{1}{r} dr dz B^{e^T} B^e \psi^e = \mu_0 \sum_e \int \int N^{e^T} N^e dr dz J_i^e \quad (8)$$

که بیانگر دستگاه معادله‌ی زیر می‌باشد

$$K \psi = F \quad (9)$$

که در آن ماتریس ضرایب K و بردار نیروی F به ترتیب دارای بعد $N \times N$ و $1 \times N$ می‌باشند (N تعداد کل گره‌ها می‌باشد). بردار $N \times 1$ آرایه‌ی مقادیر گره‌ای مجهول تابع $\Psi = K^{-1} F$ مجهول را مشخص می‌کند.

۳- توابع

تراپرد ذرات، انرژی، و اندازه حرکت در عرض میدان مغناطیسی را می‌توان به اشکال گوناگون، مورد مطالعه قرار داد. معمولاً نظریه، جنبشی برای تخمین ضرایب تراپردی چون ضریب پخش و هدایت گرمایی به کار می‌رود. سپس در یک حالت معین می‌توان از معادلات سیالی استفاده کرد. معادلات دو سیالی از نظریه‌ی جنبشی (که متغیرهای مستقل کمتری دارند) ساده‌تر هستند، اما میان الکترون‌ها و یون‌ها فرق می‌گذارند، در حالی که در معادلات MHD تک‌سیالی و بدون لحاظ کردن تراپرد [۲۰] این طور نیست. آهنگ تراپرد هر دو گونه می‌تواند کاملاً متفاوت باشد زیرا فرایندهای متفاوتی دارند.

همچنین در جریان تراپرد، یک دستگاه معادلاتی برای توصیف نفوذ اتم‌های خنثی و ناخالصی از دیواره به درون پلاسمای مورد استفاده قرار می‌گیرد [۲۱ تا ۲۶]. قابل ذکر است که اخیراً مؤلفین ضریب هدایت نشوکلاسیک پلاسمای توکامک دماوند را به طور نیمه تحلیلی محاسبه نموده‌اند [۲۷].

برای بیان معادلات در محاسبه‌ی تراپرد، محصورسازی پلاسما را در چنبره‌ای با تقارن محوری و سطح مقطع دایره‌وار، و با نسبت منظر بزرگ ($R/a \gg 1$) در نظر می‌گیریم. با میانگین گیری از معادلات روی سطح مغناطیسی مسئله به شکل متغیر یک‌بعدی یعنی شاعع فرعی r (با مختصه شار Ψ) درمی‌آید. معادلات تراپرد حاصل بیانگر جریان انتقال ذره و انرژی از یک سطح مغناطیسی به سطح بعدی هستند.

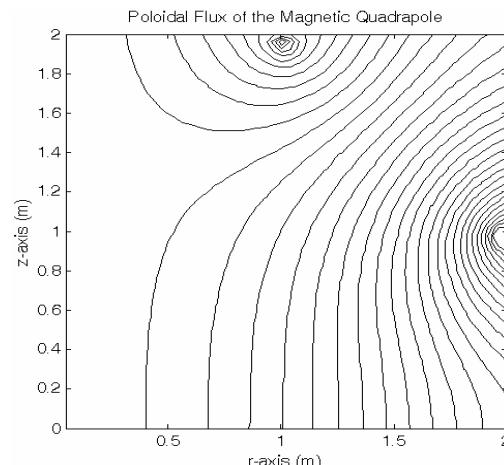
در شکل ۴ نمایش داده شده است، به اجزاء کوچک و مجزا تقسیم می‌کنیم. سپس، در هر جزء یک شکل فرضی از مجهول در نظر گرفته می‌شود، که تابعی از مختصات و رئوس مثلثی ثابت مربوط به آن جزء می‌باشد. این رئوس به گره معروف هستند، و معمولاً بین دو یا چند جزء مشترک می‌باشند. معمولاً در مسئله اجزای محدود به دنبال مقادیر گره‌ای تابع مجهول هستیم، که با یک سری عملیات جبری و کمینه‌سازی هم‌زمان (۶) به دست می‌آیند. در شکل ۵ حل عددی شار مغناطیسی قطبی چهارقطبی مغناطیسی آزمون شکل ۳، به کمک اجزاء محدود برای سیستم با تقارن محوری دیده می‌شود. همان‌طور که انتظار می‌رود موافقت بسیار خوبی بین حل عددی شکل ۵ و حل تحلیلی شکل ۴ در این مورد مشاهده می‌شود.

اگر جزء‌های اختیاری در این روش مثلث باشند، با استفاده از درون‌یابی خطی، تغییرات تابع مورد نظر در سطح جزء مثلثی ۴ام خطی خواهد بود، به طوری که داریم

$$\psi^e(r, z) = a^e + b^e r + c^e z$$

بنابراین با توجه به [۱۸ و ۱۹] خواهیم داشت

$$\begin{aligned} \prod(\psi) &\approx \sum_e \prod_e (\psi^e) \\ &= \sum_e \int \int \left(\frac{1}{2r} \psi^{e^T} B^{e^T} B^e \psi^e - \mu_0 J_i^{e^T} N^{e^T} N^e \psi^e \right) dr dz \end{aligned} \quad (7)$$



شکل ۵- شار مغناطیسی قطبی چهارقطبی مغناطیسی آزمون به روش وردشی المان متناهی؛ تطبیق قابل قبولی با حل تحلیلی در شکل ۴ دیده می‌شود.

$$\begin{aligned} \Gamma &= -\frac{n\varepsilon^{1/2}\rho_\theta^2}{\tau_e} \left(K_{11}A_e + K_{12} \frac{T'_e}{T_e} \right) - K_{13}n\varepsilon^{\frac{1}{2}} \frac{E_{\parallel}}{B_p} \left(m^{-2}s^{-1} \right) \\ \left(q_e + \frac{5}{2}T_e\Gamma \right) &= -\left(nT_e\varepsilon^{\frac{1}{2}} \frac{\rho_\theta^2}{\tau_e} \right) \left(K_{12}A_e + K_{22} \frac{T'_e}{T_e} \right) - \\ K_{23}T'_e\varepsilon^{\frac{1}{2}} \frac{E_{\parallel}}{B_p} \left(Wm^{-2} \right) \\ J_{\parallel} &= \sigma_{\parallel} E_{\parallel} - \left(\varepsilon^{\frac{1}{2}} \frac{nT_e}{B_p} \right) \left(K_{13}A_e + K_{23} \frac{T'_e}{T_e} \right) - \\ K_{33}\varepsilon^{\frac{1}{2}}\sigma_{\parallel} E_{\parallel} \left(Am^{-2} \right) \\ q_i &= -\left(n\varepsilon^{\frac{1}{2}} \frac{m_i}{m_e\tau_e} \right) K_2 T'_i - bT_i \frac{\Gamma}{Z} \left(1 + v_{*e}^2\varepsilon^3 \right) \left(Wm^{-2} \right) \end{aligned} \quad (13)$$

جدول ۱- پارامترهای تراپرد.

| مقدار | پارامتر |
|---|---|
| Z | بار یونی |
| $\tau_e = 6\pi(2\pi m_e)^{1/2} \frac{\epsilon_0^2 T_e^{3/2}}{n Z^2 e^4 L}$ | زمان برخورد الکترون |
| $\tau_i = 12\pi(\pi m_i)^{1/2} \frac{\epsilon_0^2 T_i^{3/2}}{n Z^2 e^4 L}$ | زمان برخورد یون |
| r | شعاع فرعی |
| R_0 | شعاع اصلی محور مغناطیسی |
| $\varepsilon = r/R_0$ | نسبت منظر |
| B_p | میانگین میدان مغناطیسی قطبی |
| $\rho_\theta = (2m_e T_e)^{1/2}/eB_p$ | شعاع چرخش قطبی الکترون‌ها |
| $\Gamma = n_e u_{er} = n_i u_{ir}$ | میانگین شار شعاعی ذرات |
| $\sigma_{\parallel} = \frac{1.08+Z}{0.773+0.29Z} \frac{ne^2\tau_e}{m_e}$ | هدایت موائز |
| q_e | میانگین شار شعاعی گرمایی الکترون |
| q_i | میانگین شار شعاعی گرمایی یون |
| B_t | میدان مغناطیسی چنبره‌ای |
| J_{\parallel} | میانگین چگالی جریان موائز |
| E_{\parallel} | میانگین میدان الکتریکی موائز |
| $P_e = nT_e$ | میانگین فشار الکترون |
| $P_i = nT_i$ | میانگین فشار یون |
| $V_{*e} = \frac{r \left(\frac{B_i}{B_p} \right)}{\varepsilon^{3/2} \tau_e \left(\frac{T_e}{m_e} \right)^{1/2}}$ | نسبت فرکانس موثر برخورد الکترون به فرکانس جهش الکترون |
| $V_{*i} = \frac{r \left(\frac{B_i}{B_p} \right)}{\varepsilon^{3/2} \tau_i \left(\frac{T_i}{m_i} \right)^{1/2}}$ | نسبت فرکانس موثر برخورد یون به فرکانس جهش یون |
| $n = n_e = n_i$ | چگالی ذره |

که در آنها داریم

در حالت کلی تراپرد نئوکلاسیک، Γ کمیت مجھول- P_e ، q_i و E_{\parallel} - وجود دارند، که باید به صورت تابعی از شعاع فرعی r و زمان t به دست آیند. اگر دمای T_i و T_e بحسب یکای انرژی، J ، بیان شوند، معادلات ایستگی ذره و انرژی برای n و P_i را بر اساس تئوری نئوکلاسیک می‌توان به شکل زیر نوشت [۲۲]

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r\Gamma &= S_n(m^{-3}s^{-1}) \\ \frac{3}{2} \frac{\partial P_e}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \left(q_e + \frac{5}{2}T_e\Gamma \right) &= -\frac{3m_e n(T_e - T_i)}{m_i \tau_e} + \\ E_{\parallel} J_{\parallel} - \frac{\Gamma}{n} \frac{\partial P_i}{\partial r} + bA_i \frac{\partial T_i}{\partial r} + S_e(Wm^{-3}) \\ \frac{3}{2} \frac{\partial P_i}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \left(q_i + \frac{5}{2}T_i\Gamma/Z \right) &= \\ \frac{3m_e n(T_e - T_i)}{m_i \tau_e} + \frac{\Gamma}{n} \frac{\partial P_i}{\partial r} - bA_i \frac{\partial T_i}{\partial r} + S_i(Wm^{-3}) \end{aligned} \quad (10)$$

که در آن S_n ، S_e ، S_i سایر منابع یا تلفات ذره، انرژی الکترون و یون، در اثر بازترکیب یون‌ها یا یونش اتم‌های خنثی، یا خروج و ورود ذرات از مرز پلاسمما از طریق برهم‌کنش‌های مرزی و یا واکنش‌های هم‌جوشی می‌باشند. پارامترهای معادلات (۱۰) در جدول ۱ آمده‌اند و همگی روی سطوح مغناطیسی میانگین گیری شده‌اند. هم‌چنین ضرایب A_i و b عبارت‌اند از

$$A_i = \Gamma/Z \left(1 + v_{*i}^2\varepsilon^3 \right)$$

$$b = \frac{\left(\frac{1.17 - 0.3v_{*i}^{1/2}}{1 + 0.7v_{*i}^{1/2}} \right) - 2.1v_{*i}^2\varepsilon^3}{1 + v_{*i}^2\varepsilon^3} \quad (11)$$

در این حالت معادلات ماقسول شکل یک بعدی دارند یعنی،

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_p}{\partial t} &= \frac{\partial E_{\parallel}}{\partial r}(T/s) \\ \mu_0 J_{\parallel} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} rB_p(T/m) \end{aligned} \quad (12)$$

چهار معادله‌ی باقی‌مانده، مقادیر Γ ، J_{\parallel} ، q_i را بحسب حاصل ضرب ضرایب تراپرد در گرادیان‌ها می‌دهند یعنی

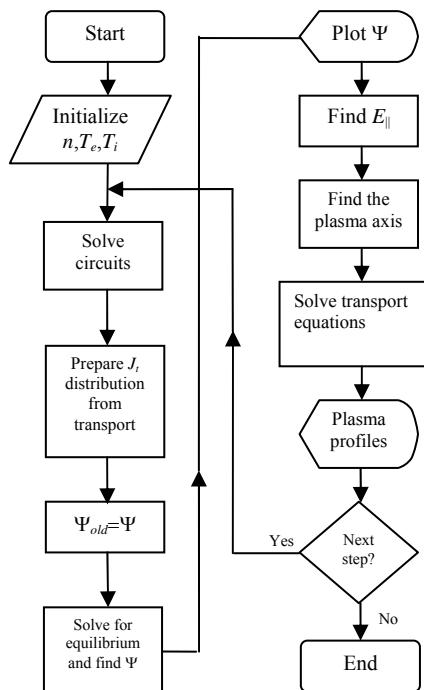


پلاسما، لازم است که دستگاه معادلات توصیف کننده میدان‌ها، نیروها و رفتار پلاسما به صورت هم‌زمان مورد بررسی قرار گیرند. با توجه به همین اصل است که بررسی خودسازگار پلاسما مطرح می‌شود. در حقیقت بررسی تعادل، وقتی کامل می‌شود که معادلات آن به طور هم‌زمان به همراه معادلات ترابرد به صورت خودسازگار حل شوند.

روندهای الگوریتم حاضر، در شکل ۶ نمایش داده شده است [۲۸]. شبیه‌سازی با معرفی متغیرهای اولیه و مقادیر پروفیل چگالی پلاسما، دمای الکترون و یون آغاز می‌شود. در گام نخست معادله‌ی توصیف کننده تعادل پلاسما در یک توکامک با آرایش چنبره‌ای را که به معادله "گراد-شفرانف" مشهور است با توجه به تقریب تقارن محوری، بر حسب شار مغناطیسی قطبی

جدول ۲- ضرایب ثابت در روابط (۱۴).

| mn | $K_{mn}^{(0)}$ | a_{mn} | b_{mn} | c_{mn} |
|-----------|----------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| 11 | 1.04 | 2.01 | 1.53 | 0.89 |
| 12 | 1.20 | 0.76 | 0.67 | 0.56 |
| 22 | 2.55 | 0.45 | 0.43 | 0.43 |
| 13 | 2.30 | 1.02 | 1.07 | 1.07 |
| 23 | 4.19 | 0.57 | 0.61 | 0.61 |
| 33 | 1.83 | 0.68 | 0.32 | 0.66 |



شکل ۶- روند نمای شبیه‌سازی ترابرد و تعادل خودسازگار.

در نظر می‌گیریم. در گام بعدی ترابرد (شامل ترابرد جرم، انرژی و حرارت) در راستای عمود بر سطح مغناطیسی بر اساس

$$A_e = \left(\frac{T_i}{ZT_e} \right) \left[\frac{P'_i}{P_i} - b \frac{T'_i}{T_i} \left(1 + v_{*e}^2 \varepsilon^2 \right) \right] +$$

$$\frac{P'_e}{P_e} - \frac{2T'_e}{5T_e} \left(m^{-1} \right)$$

$$A_i = \frac{\Gamma}{Z \left(1 + v_{*e}^2 \varepsilon^3 \right)} \left(m^{-2}s^{-1} \right)$$

$$b = \frac{\left(1.17 - 0.35v_{*i}^{\frac{1}{2}} \right)}{1 + 0.7v_{*i}^{\frac{1}{2}}} - 2.1v_{*i}^2 \varepsilon^3$$

$$K_2 = \frac{0.66}{1 + 1.03v_{*i}^{\frac{1}{2}} + 0.31v_{*i}} + \frac{1.17v_{*i} \varepsilon^3}{1 + 0.74v_{*i}^{\frac{3}{2}}}$$

پرایم بیانگر مشتق شعاعی است و ضرایب K_{mn} عبارت‌اند از

$$K_{mn} = K_{mn}^{(0)} \left\{ \frac{1}{1 + a_{mn}v_{*e}^{\frac{1}{2}} + b_{mn}v_{*e}} + \frac{\varepsilon^{\frac{3}{2}} \left(c_m^2 n / b_{mn} \right) v_{*e}^{\frac{1}{2}} \varepsilon^{\frac{3}{2}}}{1 + c_{mn}v_{*e}^{\frac{1}{2}} \varepsilon^{\frac{3}{2}}} \right\}$$

$$m, n = 1, 2$$

$$K_{m3} = \frac{K_{m3}^{(0)}}{\left(1 + a_{m3}v_{*e}^{\frac{1}{2}} + b_{m3}v_{*e} \right) \left(1 + c_{m3}v_{*e}^{\frac{3}{2}} \right)}$$

$$n = 3, m = 1, 2, 3$$

(۱۴)

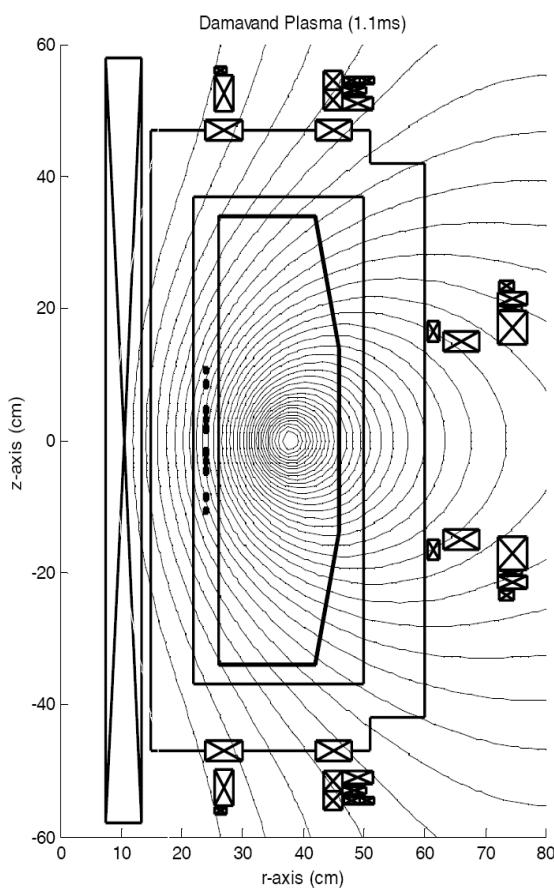
که به آن‌ها ضرایب ترابرد می‌گویند. ضرایب ثابت a_{mn} , $K_{mn}^{(0)}$, b_{mn} و c_{mn} در جدول ۲ آورده شده‌اند. در اینجا دستگاه معادلات ترابرد به روش تفاضل محدود در دستگاه مختصات شار حل شده است.

۴- شبیه‌سازی

مسئله اصلی در تئوری پلاسما دستیابی به میدان‌های الکترومغناطیسی و حرکات ذره در پلاسما می‌باشد. این در شرایطی است که چگالی و سرعت ذرات مشخص باشند. میدان‌ها را می‌توان از معادلات ماکسول به دست آورد. سپس با استفاده از میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی، می‌توان نیروهای وارد بر ذرات باردار را تعیین کرد. بدین ترتیب رفتار پلاسما مشخص خواهد شد. پارامترهای جدید پلاسما خود میدان‌های الکترومغناطیسی و ویژگی‌های دیگری را به دنبال دارند، و این عملیات به صورت چرخه‌وار تکرار می‌شود. به منظور حفظ ویژگی خودسازگاری

آزاد که از دشوارترین حالات بررسی تعادل است، مورد بررسی قرار گرفت. روش جدید اجزاء محدود وردشی برای حل معادلات تعادل مورد استفاده قرار گرفت. زمان تشکیل پلاسمای حدود چند ده میکروثانیه می‌باشد. پس از خیزش جريان و تداوم پلاسما شاهد از هم گسیختگی آن و افت ولتاژ حلقه و پایان تخلیه هستیم. بر اساس نتایج شبیه‌سازی، که مختصراً در شکل‌های ۸، ۷ و ۹ نمایش داده شده‌اند، می‌توان سناریوی تشکیل و از هم گسیختگی پلاسما را به مراحل زیر تقسیم کرد:

- مرحله‌ی فروریزش^(۳)، تشکیل پلاسما (شکل ۷)
- رشد جریان پلاسما در مجاورت دیواره‌ی بیرونی چربه و در نتیجه ارتقای فروریزش
- بسته‌شدن سطوح مغناطیسی
- تشکیل آرایش جداساز (شکل ۸)
- مرحله‌ی قبل از پیش فروپاشی^(۴) (شکل ۹-a-۹)

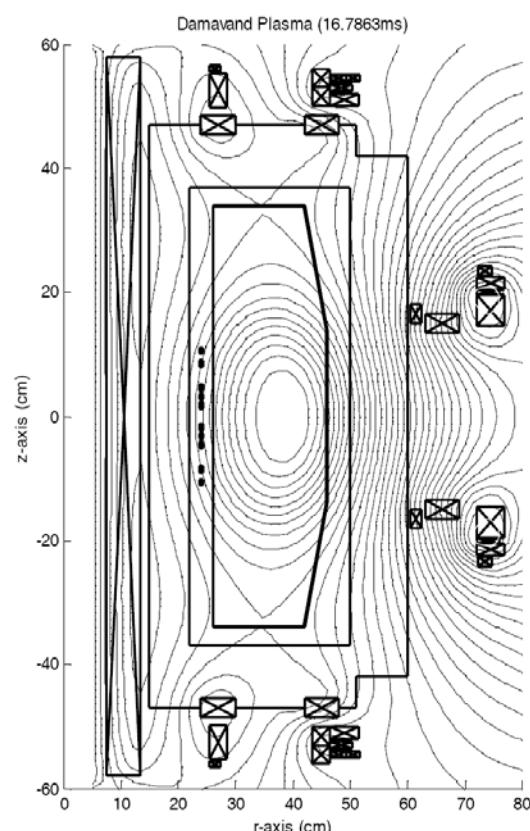
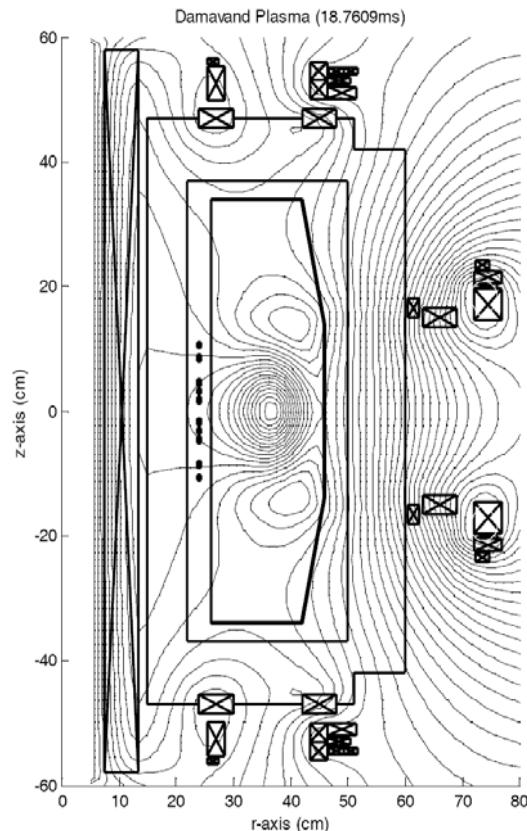
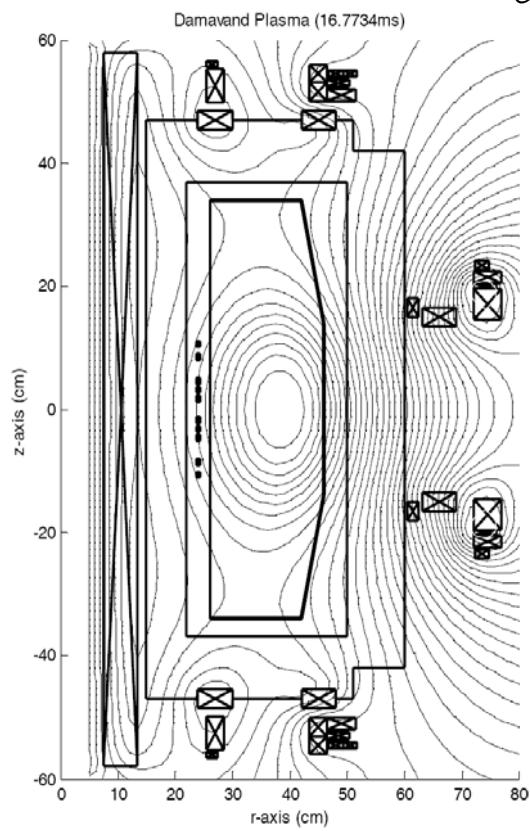
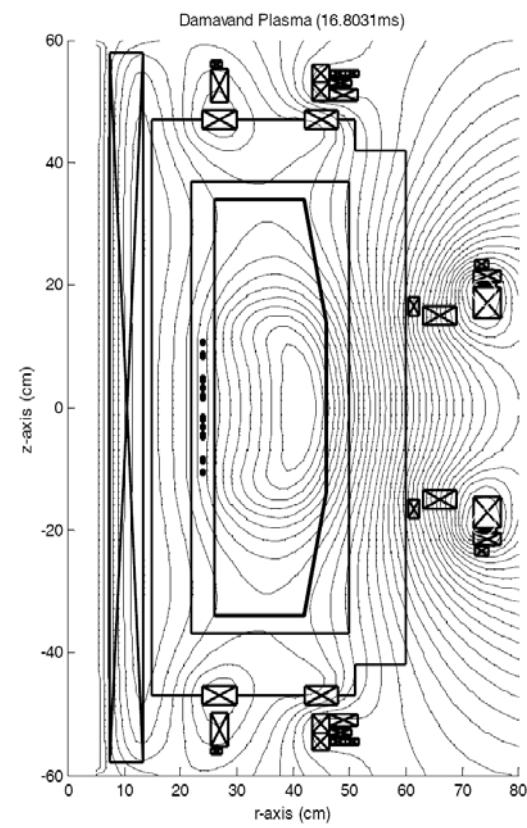


شکل ۷- شرایط اولیه‌ی تشکیل پلاسمای دوتیریم در اثر ایجاد یونش به واسطه‌ی میدان الکتریکی القابی چربه‌ای.

معادلات تراپرد نئوکلاسیک میانگین گیری شده روی سطوح شار فرمول بنده می‌شود. در واقع معادلات تراپرد تنها تابع یک پارامتر می‌باشند. بدین ترتیب، مدل فیزیکی سیستم در حوزه‌های تعادل و تراپرد به دست می‌آید. با داشتن مدل فیزیکی کامل، به حل عددی و تحلیلی آن می‌پردازیم. برای این منظور، باید روش عددی مناسب طراحی شود که در اینجا از روش اجزاء محدود وردشی برای حل عددی استفاده شده است. مزیت این روش آن است که مطالعه‌ی خطای کد کردن آن‌ها ساده‌تر است و به دلیل استفاده‌ی گسترده از آن‌ها در سایر شبیه‌سازی‌ها همه‌ی نقاط ضعف یا قوت آن‌ها آشکار می‌شود. هم‌چنین سعی می‌کنیم با بهنجارسازی پارامترها و بهره‌گیری از دستگاه مختصات استوانه‌ای به حل مسئله پردازیم. در گام بعدی الگوریتم حل عددی مسئله را طراحی خواهیم کرد. در این قسمت نمودار یا روند نمای برنامه‌ی لازم ترسیم می‌شود. نیازهای مربوط به هر بلوک معین و الگوریتم‌های کلی طراحی شده‌اند. این بخش اساس کار نرم‌افزاری است که از این پس آغاز خواهد شد. لازم به یادآوری است که نحوه‌ی ارتباط کاربر با کامپیوتر از نکات طریق طراحی این قسمت می‌باشد. هم‌چنین داده‌های توکامک دماوند به عنوان بخشی از اطلاعات مفروض برنامه به شمار می‌روند. پس از پایان طراحی کلی برنامه و الگوریتم‌ها، نوبت کار مهندسی نرم‌افزار است که طی آن فلوچارت به یک برنامه‌ی شی‌گرا بسط می‌یابد. بلوک‌ها به الگوریتم‌ها و زیر برنامه‌های جزئی تر تقسیم می‌شوند، و برنامه کامل می‌گردد. معمولاً این قسمت از نظر مدت کار، حجمی‌ترین بخش فعالیت شبیه‌سازی است. علاوه بر رهیافت عددی، در اینجا از حل تحلیلی مناسب و دقیق برای آزمودن روش عددی، همان‌گونه که پیش‌تر اشاره شد، استفاده شده است. بنابراین صحت حل عددی و امتیازهای آن مورد بررسی قرار می‌گیرد و از سوی دیگر چون مسئله موردنظر یک مسئله‌ی مرز آزاد است با حل تحلیلی در مرزها می‌توان نقاط ضعف حل عددی را نیز به دست آورد و به رفع آن‌ها همت گمارد.

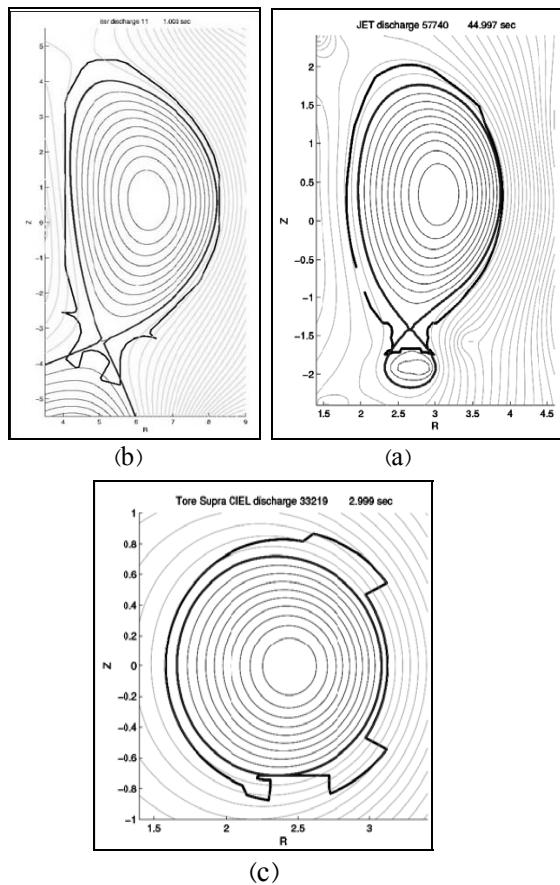
۵- نتایج محاسبات عددی

در اینجا به یک کد تراپرد $\frac{1}{2}$ بعدی برای پلاسمای توکامک دست یافته‌یم، که در آن معادلات تعادل و تراپرد به صورت خودسازگار حل می‌شوند. همچنین در آن، حل تعادل در دو بعد، و حل تراپرد در یک بعد انجام می‌گیرد. در اینجا تعادل مرز



شکل ۹- (a) آغاز ناپایداری‌های پلاسماء، (b) فروپاشی کامل پلاسماء.

شکل ۸- مراحل تشکیل آرایش جداساز در پلاسمای دماوند.



شکل ۱۰- نمونه‌هایی از شبیه‌سازی تعادل در توکامک‌های گوناگون [۷]: (a) آرایش جداساز ITER با یک گره؛ (b) آرایش جداساز JET با یک گره؛ (c) آرایش جداساز Tore Supra بدون گره.

۶- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در اینجا ما الگوریتم جدید و مناسبی را برای شبیه‌سازی تراپرد نئو کلاسیکی در توکامک‌های کوچک به دست آوردیم. الگوریتم براساس کد وردشی اجزاء محدود برای حل تعادل در دو بعد با تقارن محوری، و حل یک بعدی معادلات تراپرد به روش تفاضل محدود می‌باشد. بنابراین معادلات تعادل و تراپرد جدا در نظر گرفته شده، و در داخل و خارج پلاسمای یک شکل مورد بررسی قرار می‌گیرند. کد وردشی اجزاء محدود به شکلی بهینه شده است که اجرای هر گام، زمانی تنها چند ثانیه تحت ویندوز کامپیوترهای شخصی با نرم‌افزار MATLAB طول می‌کشد. از توکامک کوچک موجود یعنی، دماوند برای آزمودن کد و الگوریتم موجود استفاده شد.

- تشدید فروپاشی^(۵)
- تقسیم پلاسمای به حلقه‌های جدآگانه (شکل ۹-۶)
- فروپاشی اصلی
- آغاز نوسانات قوی ناشی از فروپاشی
- از بین رفتن پلاسمای صفر شدن جریان آن

در نهایت، روند تحولات پلاسمای در مدت تخلیه، یعنی در مدت ۲۰ میلی ثانیه (بیشترین مدت تخلیه اندازه‌گیری شده برای دماوند)، را با توجه به شبیه‌سازی می‌توان به شکل زیر تفسیر کرد.

مرحله‌ی فروریزش پس از ۱/۱ میلی ثانیه آغاز شده، و جریان پلاسمای به تدریج در مجاورت دیواره‌ی بیرونی چنبره که ناحیه‌ی تشکیل پلاسمای است، افزایش می‌یابد (۱). سپس در حضور جریان پلاسمای میدان‌های خارجی قطبی سطوح بسته‌ی مغناطیسی آرایش می‌یابند. ۱۶/۷۳۴ میلی ثانیه پس از فروریزش پلاسمای توکامک دماوند، نواحی جداساز خطوط میدان که نمایانگر سطوح مرزی هستند، پدید می‌آیند. در اینجا با توجه به مقاین بودن توکامک دماوند نسبت به صفحه‌ی استوایی در $Z=0$ می‌توان مشاهده کرد که پلاسمای تعادلی دماوند در کامل ترین آرایش تعادلی خود دارای فرم جداساز با دو گره^(۶) است. این نتیجه را می‌توان به عنوان مهم ترین دست آورد این شبیه‌سازی به حساب آورد، زیرا امکان مطرح شدن توکامک دماوند به عنوان یکی از توکامک‌های کوچک با پیشرفت‌های ترین آرایش‌های تعادلی را مطرح می‌سازد. گفتنی است که توکامک‌های عظیم مانند JET، همچنین طرح‌های رآکتورهای هم‌جوشی مغناطیسی بر مبنای توکامک مانند ARIES-AT و ITER دارای آرایش جداساز، و با یک گره^(۷) می‌باشند که امکان نصب منحرف کننده^(۸) برای آنها را فراهم می‌آورد. اصولاً توکامک دماوند ظرفیت طراحی و نصب دست کم دو منحرف کننده در بالا و پایین خود را دارد می‌باشد (شکل ۱۰).

۱۶/۸۰۳۱ میلی ثانیه بعد از فروریزش مرحله‌ی قبل از پیش فروپاشی پلاسمای آغاز می‌شود و در مدت ۱۸/۶۸۰۴ میلی ثانیه این آشفتگی در پیکربندی پلاسمای به تدریج گسترش می‌یابد. پلاسمای به چند حلقه تقسیم می‌شود و آرایش ناپایداری به خود می‌گیرد (۱۸/۷۰۶۸ms). سپس مرحله فروپاشی اصلی آغاز می‌شود (۱۸/۷۳۱۲ms)، و در حجم پلاسمای نوسان و اختلال دیده می‌شود (۱۸/۷۶۰۹ms). پلاسمای در نهایت از بین رفته و ضمن برخورد دیواره‌ی چنبره جریان آن صفر می‌گردد (۱۹/۵۵۴۹ms) و این پایان تخلیه است.



- ۱- Breakeven
- ۲- ITER: International Thermo-Nuclear Experimental Reactor
- ۳- Breakdown Stage
- ۴- Pre-Pre-Disruption

- ۵- Enhancement of Disruption
- ۶- Double-Null
- ۷- Single-Null
- ۸- Divertor

References:

1. K. Niu, "Nuclear Fusion," Cambridge University Press, Cambridge (1989).
2. J.P. Freidberg, "Plasma Physics and Fusion Energy," Cambridge University Press (2007).
3. W.M. Stacey, "Fusion Plasma Physics," Wiley-VCH (2005).
4. J. Wesson, "Tokamaks," 3rd ed, Oxford University Press (2004).
5. <http://www.iter.org/>.
6. <http://www.fusiongrid.org/>
7. A.H.A. Bécoulet, P. Strand, H. Wilson, M. Romanel, "Integrated Tokamak Modeling: The Way Towards Fusion Simulators," Proceedings of IAEA Fusion Energy Conference (2006).
8. J. Mandrekas, "Fusion Simulation Project Status and Plans," US Fusion Energy Sciences Advisory Committee Meeting (March 2, 2007).
9. S. Itakura, "Broader Approach Project," ITER Australia Workshop, Sydney (October 12-13, 2006).
10. A.H. Kritz, "PTRANS: Predictive TRANSP Code," US-Japan Workshop (29–31 January, 2007).
11. J.P.H.E. Ongena, M. Evard, D. McCune, "Numerical Transport codes," Fusion Science and Technology, **49**, 337-345 (2006).
12. C.E. Singer, D.E. Post, D.R. Mikkelsen, M.H. Redi, A. McKenney, A. Silverman, F.G.P. Seidl, P.H. Rutherford, R.J. Hawryluk, W.D. Langer, L. Foote, D.B. Heifetz, W.A. Houlberg, M.H. Hughes, R.V. Jensen, G. Lister, J. Ogden, "BALDUR: A One-Dimensional Plasma Transport Code," Computer Physics Communications, **49**, 275-398 (1988).
13. G.V. Pereverzev and P.N. Yushmanov, "ASTRA, Automated System for Transport Analysis in a Tokamak," Report IPP 5/98, Max-Planck-Institut fur Plasmaphysik (2002).
14. J.Y. Kim, M.H. Ju, H. Jhang, A.R. Polevoi, G.V. Pereverzev, "Simulation Study of KSTAR Target Operating Modes using ASTRA," 27th EPS Conference on Controlled Fusion and Plasma Physics, Budapest, **24B**, 336-339 (2000).
15. D.A. Batchelor, M. Beck, A. Becoulet, R.V. Budny, C.S. Chang, P.H. Diamond, J.Q. Dong, G.Y. Fu, A. Fukuyama, T.S. Hahm, D.E. Keyes, Y. Kishimoto, S. Klasky, L.L. Lao, K. Li, Z. Lin, B. Ludaescher, J. Manickam, N. Nakajima, T. Ozeki, N. Podhorszki, W.M. Tang, M.A. Vouk, R.E. Waltz, S.J. Wang, H.R. Wilson, X.Q. Xu, M. Yagi, F. Zonca, "Simulation of Fusion Plasmas: Current Status and Future Direction," Plasma Science and Technology, **9**, 312-387 (2007).
16. W.M. Tang, "Advanced computations in plasma physics," Physics of Plasmas, **9**, 1856-1872 (2002).
17. F. Dini, S. Khorasani, R. Amrollahi, "Green Function of Axisymmetric Magnetostatics," Iranian Journal of Science and Technology, **A28**, 197-204 (2004).
18. R. Amrollahi, S. Khorasani, F. Dini, "Time-Domain Self-Consistent Plasma Equilibrium in Damavand Tokamak," Journal of Plasma and Fusion Research SERIES, **3**, 161-165 (2000).
19. F. Dini, S. Khorasani, R. Amrollahi, "Variational Finite Element Method for Axisymmetric Magnetohydrodynamic Equilibrium," Scientia Iranica, **10**, 419-425 (2003).
- ر. امراللهی، ف. دینی، س. خراسانی، "تعادل پلاسمای کشیده در توکامک دماوند،" مجموعه مقالات اولین کنفرانس کاربردهای فیزیک و علوم هسته‌ای در پزشکی و صنعت، ۲۵۹-۲۶۴، تهران (۱۳۷۸).

- 21.J.T. Hogan, "Multifluid tokamak transport models," in Methods on Computational Physics, J. Killeen, Ed, New York, Academic, **16**, 131-164 (1976).
- 22.F.L. Hinton and R.D. Hazeltine, "Theory of plasma transport in toroidal confinement systems," Reviews of Modern Physics, **48**, 239-308 (1976).
- 23.R.J. Hawryluk, "An Empirical approach to Tokamak transport," in Physics of Plasmas Close to Thermonuclear Conditions, ed. by B. Coppi, G.G. Leotta, D. Pfirsch, R. Pozzoli, E. Sindoni, (CEC, Brussels, 1980), Vol. 1, 19-46.
- 24.T.J. Dolan, "Fusion Research," Pergamon Press, New York, Chapter 8 (1982).
- 25.A.H. Boozer, "Physics of magnetically confined plasmas," Reviews of Modern Physics, **76**, 1071-1141 (2004).
- 26.L.C. Woods, "Theory of Tokamak Transport," Wiley-VCH Verlag (2006).
- ف. دینی و س. خراسانی، "محاسبه ضریب هدایت نوکلیسیک با استفاده از کسر ذرات به دام افتاده برای پلاسمای توکامک کشیده دماؤند،" مجله علوم و فنون هسته‌ای، شماره ۴۰، ۲۵-۳۳ (۱۳۸۶).
- 28.S. Khorasani, F. Dini, R. Amrollahi, "New algorithm for time-domain simulation of neoclassical transport," Proceedings of 29th EPS Conference on Plasma Physics and Controlled Fusion (On CD-ROM), Montreux (2002).