



محاسبه‌ی ابعاد کاواک یک شتاب‌دهنده‌ی خطی الکترون پزشکی

سیامک ناظمی، فریدون عباسی دوانی*

گروه کاربرد پرتوها، دانشکده مهندسی هسته‌ای، دانشگاه شهید بهشتی، صندوق پستی: ۱۹۸۳۹۶۳۱۱۳، تهران-ایران

چکیده: طراحی و محاسبات کاواک شتاب‌دهنده، هدف اصلی این نوشته است. با انتخاب مد نوسانی ۹۰ درجه، با استفاده از کد سوپرفیش ابعاد کاواک برای پارامترهای موردنظر محاسبه شده است. مهم‌ترین بعد برای تعیین فرکانس تشدید، شعاع کاواک استوانه‌ای می‌باشد. با محاسبه‌ی تغییرات فرکانس با تغییرات ابعاد، دقت موردنیاز برای ساخت کاواک به دست آمده است. هم‌چنین با استفاده از میدان الکتریکی حاصل از سوپرفیش و بسط فوریه‌ی آن و با در نظر گرفتن مؤلفه‌های موج‌رونده در یک جهت، اثر عمده‌ی مؤلفه دارای سرعت موج مناسب، در شتاب‌دهندگی نشان داده شده است.

واژه‌های کلیدی: الکترون، شتاب‌دهنده‌ی خطی، سوپرفیش، کاواک

Cavity Dimensions Calculation of a Medical Linear Electron Accelerator

S. Nazemi, F. Abbasi Davani*

Radiation Application Department, Nuclear Engineering Faculty, Shahid Beheshti University, P.O.Box: 1983963113, Tehran - Iran

Abstract: The main goal of this work is designing the cavity of an accelerator and performing its calculations. By choosing " $\pi/2$ " oscillation mode and using Superfish code, cavity dimensions for the desired parameters were calculated. The most important dimension for determining the resonance frequency is the radius of cylindrical cavity. The required precision for the cavity construction has been obtained by calculating the frequency variations versus the dimensions variation. Also, with the resulted electric field from Superfish code, its Fourier expansion, and considering the unidirectional components of the traveling waves, the major effect of one component in accelerating and its proper velocity have been demonstrated.

Keywords: Electron, Linear Accelerator (Linac), Superfish, Cavity

*email: fabbasi@sbu.ac.ir

تاریخ دریافت مقاله: ۸۷/۹/۱۲ تاریخ پذیرش مقاله: ۸۸/۶/۱۰



یون‌های سنگین) ساخته شدند. با توجه به جرم کوچک الکترون (0.511 MeV) و این که الکترون به سرعت نسبی می‌شود، استفاده از روش‌های فوق برای شتاب دادن به آن ممکن نیست. با توجه به این که سرعت حرکت الکترون در انرژی حدود چند میلیون الکترون ولت به سرعت نور می‌رسد، راه حل دیگر استفاده از امواج الکترومغناطیسی است. چنانچه الکترون در جهت انتشار موج الکترومغناطیسی حرکت کند، میدان الکتریکی موج می‌تواند الکترون را شتاب دهد و چنانچه سرعت حرکت الکترون و انتشار موج الکترومغناطیسی مساوی باشند، الکترون میدان الکتریکی ثابتی را احساس می‌کند و مرتباً شتاب می‌گیرد. لازم است که موج در یک موج‌بر منتشر شود، تا این که بتوان مؤلفه‌ی طولی برای میدان الکتریکی موج داشت. اما در موج‌برهای ساده، سرعت فاز موج بزرگ‌تر از سرعت نور است. لازم است که ساختار موج‌بر به نوعی تغییر یابد که سرعت انتشار امواج در آن مساوی یا کوچک‌تر از سرعت نور شود. با قرار دادن صفحات فلزی داخل موج‌بر می‌توان به این مهم دست یافت. ساخت این نوع شتاب‌دهنده‌ی خطی بعد از جنگ جهانی دوم گسترش یافت زیرا پیشرفت‌های فن‌آوری رادار، دسترسی به منبع‌های قوی امواج الکترومغناطیسی را ممکن ساخت [۱]. با توجه به آن چه در بالا آمد، در شتاب‌دهنده‌ی خطی سه بخش عمده وجود دارد [۲].

- منبع تولید الکترون یا تفنگ الکترونی که در آن الکترون‌ها تولید می‌شوند و تحت تأثیر میدان الکتریکی ثابت، انرژی اندکی (در حدود $100\text{ keV} - 400\text{ keV}$) کسب می‌کنند.
- منبع تولید موج الکترومغناطیسی که امواج الکترومغناطیسی با طول موج مناسب ($\lambda = 10 \text{ cm}$, $f = 3000 \text{ MHz}$) تولید می‌کنند و توان کافی ($P = 2 - 5 \text{ MW}$) برای شتاب دادن به الکترون را فراهم می‌سازند.
- کاواک شتاب‌دهنده که در آن امواج الکترومغناطیسی منتشر شده و الکترون‌ها در آن حرکت می‌کنند و شتاب می‌گیرند. با توجه به قصد ساختن شتاب‌دهنده‌ی خطی الکترون در ایران، و با توجه به حساسیت ابعادی قسمت کاواک شتاب‌دهنده‌ی خطی و هزینه‌ی بالای قطعات آن، این مقاله به محاسبات مربوط به ابعاد کاواک شتاب‌دهنده پرداخته است.

شتاب‌دهنده‌ها دستگاه‌هایی هستند که ذرات باردار را به انرژی‌های بالا می‌رسانند. از این ذرات پرانرژی در زمینه‌های مختلف علوم و فن‌آوری (تحقیقات بنیادی، تحقیقات کاربردی) استفاده می‌شود. از میان شتاب‌دهنده‌های مختلف، شتاب‌دهنده‌ی خطی الکترون دارای موقعیتی ویژه است زیرا کاربردهای صنعتی (استفاده از پرتو الکترون برای سترون کردن، ایجاد پیوندهای عرضی در پلی‌مرها ...) و پزشکی (پرتو درمانی) فراوان دارد. در سال‌های اخیر، تعداد زیادی از شتاب‌دهنده‌های خطی پزشکی در بیمارستان‌های کشور ما نصب شده و در معالجه‌ی بیماران به کار می‌روند. هم‌چنین طرحی در وزارت علوم تحقیقات و فن‌آوری در حال اجرا است که هدف آن دستیابی به فن‌آوری ساخت شتاب‌دهنده‌ی خطی است. با توجه به اهمیت موضوع، و لزوم بررسی جوانب مختلف در طراحی یک شتاب‌دهنده‌ی خطی، مطالعه‌ی حاضر که مربوط به محاسبات کاواک شتاب‌دهنده است انجام گرفته است.

در این مقاله پس از مقدمه کوتاهی درباره‌ی طرز کار شتاب‌دهنده‌هایی خطی، به شرح محاسبات درباره‌ی کاواک شتاب‌دهنده‌های خطی پرداخته، تأثیر عوامل مختلف بر مشخصات این نوع شتاب‌دهنده را برآورد نموده و دقت موردنیاز در ساخت قطعات مکانیکی را به دست می‌آوریم.

اولین شتاب‌دهنده‌های ذرات با استفاده از اختلاف پتانسیل ثابت ساخته شدند، ولی استفاده از اختلاف پتانسیل ثابت برای شتاب دادن ذرات به سرعت با محدودیت روبه‌رو شد: پتانسیل شکست در گازها و مواد، ابعاد شتاب‌دهنده‌ها را آنقدر بزرگ می‌کرد که ساخت آن‌ها عملاً ناممکن یا بسیار پرهزینه می‌شد. ساخت شتاب‌دهنده با استفاده از اختلاف پتانسیل ثابت، به پتانسیل‌هایی در حدود یک تا چند ده مگاولت محدود شد.

برای دستیابی به ذراتی با انرژی‌های بیش‌تر در تحقیقات بنیادی (یا کاربردی) استفاده از میدان‌های متناوب مورد مطالعه قرار گرفت. در چنین استفاده‌ای لازم است که ذره در یک نیم‌تناوب تحت تأثیر میدان الکتریکی قرار گیرد تا انرژی آن افزایش یابد و در نیم‌تناوب دیگر از میدان الکتریکی محفوظ نگه داشته شود. با توجه به این اصول شتاب‌دهنده‌هایی چون سیکلوترون یا شتابگر خطی ویدروئه^(۱) (برای شتاب دادن



شکل ۱ - ساختار مورد استفاده در شتاب‌دهنده‌های الکترون. شکل بالا، موج‌بر استوانه‌ای به همراه صفحات بارگذار. شکل پایین، برش طولی موج‌بر و شکل میدان الکتریکی در طول محور آن.

۳- کد سوپرفیش

سوپرفیش مجموعه‌ای از کدها برای محاسبه میدان‌های مغناطیسی و الکتریکی ساکن و میدان‌های الکترومغناطیسی بسامد رادیویی در مختصات دو بعدی کارترین یا مختصات سه بعدی استوانه‌ای با تقارن محوری است. در این جا، برای به دست آوردن ابعاد و پارامترهای کاواک از نسخه‌ی LA-UR-96-1834 کد سوپرفیش پویسون استفاده گردیده است. اولین مرحله در حل مسأله شامل تعریف نواحی فیزیکی درون کاواک و پر کردن این نواحی با مش‌های مثلثی می‌باشد. مرحله‌ی بعد شامل حل مسأله‌ی ویژه مقدار هلمهولتز است. روش حل در کدهای الکترومغناطیس براساس تئوری استوک^(۳) در آنالیز برداری می‌باشد [۵]. بیش‌ترین کاربرد سوپرفیش برای یافتن مدهای شتاب‌دهنده‌ی کاواک یک شتاب‌دهنده‌ی متقارن استوانه‌ای است. کدهای حل مسایل الکترومغناطیس در سوپرفیش برای محاسبه‌ی فرکانس و میدان تا زمانی که یک مد تشدید پیدا کند، تکرار می‌شوند.

۴- مدهای نوسانی

اصطلاح مد نوسانی برای توصیف الگوی میدان در کاواک‌های مجزای یک ساختار چند کاواکی به کار می‌رود. ما برای توصیف مد نوسانی از اختلاف فاز یک کاواک نسبت به کاواک مجاور استفاده می‌کنیم. برای نمونه، مد صفر به مد یک ساختار چند کاواکی اشاره می‌کند که هر کاواک نسبت به کاواک مجاور خود صفر درجه اختلاف فاز دارد. هم‌چنین در مد π از هر سلول به سلول مجاور 180° درجه اختلاف فاز وجود دارد. یک مد مهم برای ساختار شتاب‌دهنده‌ی خطی، مد $\pi/2$ می‌باشد که از هر سلول به سلول مجاور 90° درجه اختلاف فاز وجود دارد. این مد از نقطه‌نظر پایداری خیلی خوب آن در مقایسه با مد صفر یا π برتری دارد [۵]. در این جا نیز مد انتخابی برای طراحی کاواک، مد $\pi/2$ می‌باشد. شکل ۲ مدهای نوسانی صفر، $\pi/2$ و π را نمایش می‌دهد [۶].

۲- ساختار کاواک شتاب‌دهنده

سرعت فاز یک موج در یک موج‌بر ساده (مقطع دایره‌ای یا مستطیلی) از سرعت نور در فضای آزاد بزرگ‌تر است [۳]، بنابراین ذره نمی‌تواند با سرعت موج متحرک، حرکت کند. لذا ساختار پیچیده‌تری نسبت به یک موج‌بر ساده برای تولید میدان شتاب‌دهنده مورد نیاز است. تمام ساختارهای مورد استفاده در شتاب‌دهنده‌ها شامل موج‌برهای بارگذاری شده در فواصل معین در انواع مختلف می‌باشند. در این جا خصوصیات کلی یک چنین موج‌برهایی به طور خلاصه آورده شده است. ساختاری که بیش‌ترین استفاده را دارد در شکل ۱ نشان داده شده است [۳]. ساختارهای دیگری هم برای شتاب دادن الکترون پیشنهاد و ساخته شده است. اما ما در این جا محاسبات را برای موج‌بر بارگذاری شده با صفحه انجام داده‌ایم.

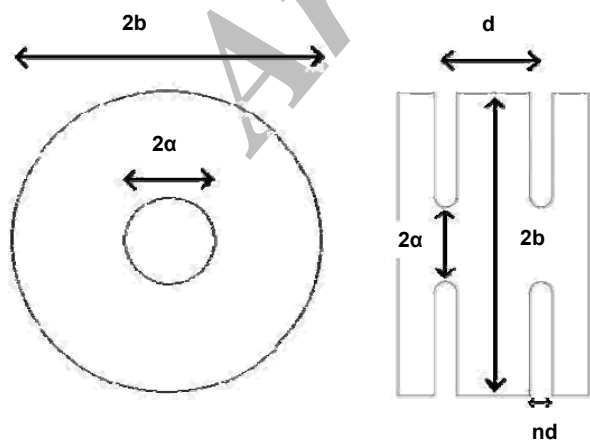
اساس مطالعات انتشار موج در ساختارهای تکراری قضیه‌ای به نام قضیه فلو که^(۲) می‌باشد [۴]. بیان این قضیه به این صورت است که در یک مد نوسانی ساختار انتشار موج و در فرکانس مربوطه، هنگامی که در طول ساختار به اندازه یک دوره‌ی تناوب جابه‌جا می‌شویم، معادله‌ی موج در یک ضریب ثابت موهومی ضرب می‌شود. اگر این ضریب را با $e^{-\gamma L}$ نشان دهیم، تابعی بر حسب Z (محور موج‌بر) که چنین خاصیتی داشته باشد (یعنی با افزایش Z به اندازه یک دوره‌ی تناوب L ، در $e^{-\gamma L}$ ضرب شود)، $e^{-\gamma Z}$ می‌باشد. در واقع هر تابع متناوبی با دوره تناوب L که در $e^{-\gamma Z}$ ضرب شود، دارای چنین خاصیتی است. چنین تابع متناوبی قابل نمایش بر حسب سری فوریه است که در شکل مختلطش به صورت جمع توابع نمایی $\exp(-2\pi n j z/L)$ نشان داده می‌شود، که n در آن یک عدد صحیح است و هر تابع نمایی در ضریب مناسبی ضرب می‌شود. بنابراین معادله‌ی موج قابل نمایش به صورت نمایی‌های $\exp(-\gamma - 2\pi n j/L) z$ با ضرایب مناسب می‌باشد. در حالتی که $\gamma = j\beta_0$ موهومی خالص باشد، با تعریف $\beta_n = \beta_0 + (2\pi n/L)$ توابع نمایی قابل نمایش به صورت $e^{-j\beta_n z}$ می‌باشد. با ضرب این توابع در $e^{j\omega t}$ که نمایش مختلط وابستگی زمانی میدان سینوسی می‌باشد، یک جز سری فوریه به صورت قابل نمایش است. این تابع، یک موج انتشاری در جهت Z را با فرکانس ω ، طول موج $2\pi/\beta_n$ و سرعت انتشار $v_n = \omega/\beta_n$ نمایش می‌دهد. خیلی از این اجزای سری فوریه دارای سرعتی کم‌تر یا مساوی سرعت نور می‌باشند که برای استفاده در شتاب‌دهنده‌ی خطی مناسب هستند.



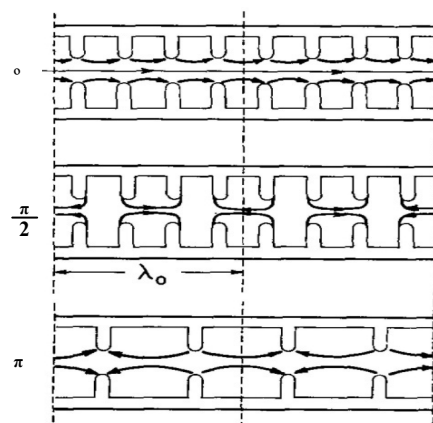
۲/۹۹۸ E+۸ m/s می‌باشد، استاندارد جهانی برای ساخت لامپ‌های مایکروویو (کلاسترون‌ها) در گستره‌ی فرکانسی فوق و در فرکانس ۲۹۹۸MHz وجود دارد چرا که طول موج این فرکانس دقیقاً برابر ۱۰cm می‌باشد. لذا با انتخاب این فرکانس برای کاواک‌ها، ابعاد لازم برای تنظیم مد ۹۰ درجه در این فرکانس را به دست می‌آوریم. ابعاد اصلی کاواک در شکل ۳ مشخص شده است.

با در نظر گرفتن این که سرعت حرکت موج الکترومغناطیسی و الکترون‌ها برابر سرعت نور است، در این مد نوسانی، می‌بایست الکترون‌ها در یک چهارم دوره‌ی تناوب موج، طول یک کاواک را طی کنند. در این صورت الکترون در کاواک بعدی با موج هم‌فاز خواهد بود و در واقع در کل مسیر خود هم‌فاز با موج الکترومغناطیسی حرکت می‌کند. لذا طول هر کاواک (d) برابر $\lambda/4$ می‌شود. در مورد ضخامت صفحات بارگذار (ηd)، تا جایی که اندازه‌ی آن خیلی قابل مقایسه با فاصله‌ی صفحه‌ها نباشد، اثر زیادی در تعیین فرکانس تشدید ندارد. صفحه‌ها باید به حد کافی ضخیم باشند تا استحکام مکانیکی خوبی نتیجه دهند و از تولید میدان شدید لبه‌ای حفره‌ها جلوگیری شود. لذا در این جا ضخامت حدود نیم سانتی‌متر برای این صفحات انتخاب شده است. فرکانس‌های تشدید در این کاواک را عمدتاً شعاع کاواک (b) تعیین می‌کند و مقدار تقریبی آن با استفاده از رابطه‌ی زیر قابل محاسبه است [۱۰]

$$f = \frac{2.405}{2\pi b \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = \frac{0.115}{b} \text{ (GHz)}$$



شکل ۳- ابعاد کاواک. شکل سمت راست برش طولی و شکل سمت چپ مقطع استوانه‌ای کاواک می‌باشد.



شکل ۲- مدهای نوسانی در کاواک. شکل‌ها از بالا به پایین، به ترتیب، نمایشگر مدهای صفر، $\pi/2$ و π هستند.

۵- ابعاد کاواک

چنانچه در قسمت ۴ اشاره شد، مد نوسانی انتخاب شده برای طراحی کاواک شتاب‌دهنده‌ی ذرات مد ۹۰ درجه است.

اصول عملکرد شتاب‌دهنده‌های خطی براساس موج‌برهای بارگذاری شده می‌باشد. به طور کلی بحث موج‌برها و تشدیدکننده‌های حفره‌ای برای فرکانس‌های UHF (۳۰MHz تا ۳GHz) و بالاتر مطرح می‌شود. شتاب‌دهنده‌ها در گستره‌ی وسیعی از فرکانس‌های ۳۰MHz (UHF) تا فرکانس‌های حدود 10GHz [۷] و بالاتر [۸] نیز ساخته شده‌اند. لذا با توجه به طیف وسیع فرکانس‌های موجود، پارامترهای متأثر از فرکانس نظیر امپدانس شانت، قطر روزنه‌ی موجود برای عبور الکترون در شتاب‌دهنده، منابع توان میدان الکترومغناطیس کارآمد موجود در بازه‌های فرکانسی مختلف و زمان مورد نیاز برای پر کردن شتاب‌دهنده از انرژی الکترومغناطیسی [۹]، باید در نظر گرفته شوند. هم‌چنین از آنجا که فرکانس کاری، ابعاد کاواک را نیز مشخص می‌کند، ملاحظات مربوط به ساخت برای فرکانس‌های بالا (ابعاد خیلی کوچک) و فرکانس‌های پایین (ابعاد بزرگ) نیز باید در نظر گرفته شود. از این رو شتاب‌دهنده‌های خطی گوناگونی با ابعاد کوچک و بزرگ در سرتاسر دنیا وجود دارند. همان‌طور که در بالا اشاره شد ابعاد کاواک‌ها متناسب با طول موج فرکانس کاری سیستم است. در این میان فرکانس بین ۲۵۰۰-۳۵۰۰MHz دارای طول موجی بین ۸/۵-۱۲cm است. ساخت کاواک با این ابعاد به راحتی امکان‌پذیر است. با توجه به رابطه‌ی طول موج و فرکانس که عبارت است از $\lambda = \frac{c}{f}$ ، که در آن c سرعت نور و برابر با



جدول ۱- ابعاد به دست آمده برای فرکانس ۲۹۹۸ MHz.

a (cm)	b (cm)	d (cm)	ηd (cm)	Frequency (MHz)
۰٫۸۹	۳٫۹۳۳	۲٫۴۷	۰٫۵۸۴	۲۹۹۸٫۰۴۵۶۶

همان‌طور که اشاره شد فرکانس‌های تشدید در این کاواک را عمدتاً قطر کاواک $2b$ تعیین می‌کند ولی دیگر ابعاد این کاواک نیز در تعیین فرکانس تشدید مؤثر است. استفاده از نرم‌افزار سوپرفیش این امکان را در اختیار قرار می‌دهد که با ثابت در نظر گرفتن سایر ابعاد، اثر هر یک از این ابعاد را در فرکانس تشدید بررسی کنیم.

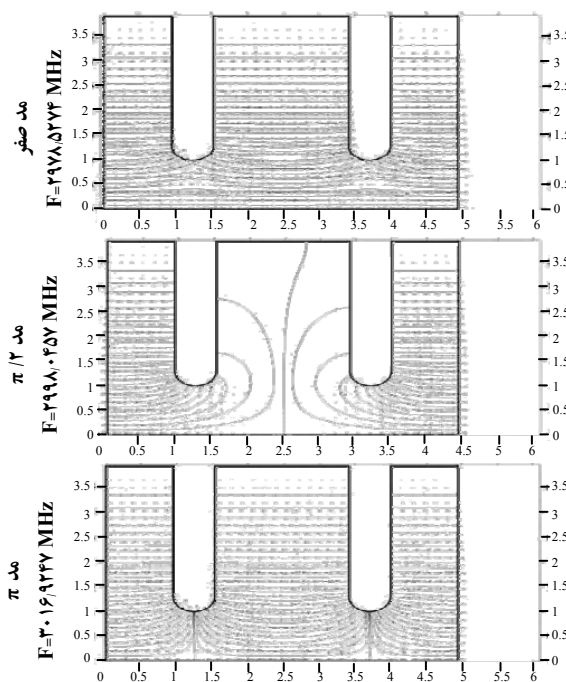
۶- تغییر فرکانس تشدید با تغییر ابعاد

برای به دست آوردن تغییرات فرکانس تشدید با تغییر ابعاد کاواک، با تغییر هر کدام از پارامترها و ثابت نگه‌داشتن سه پارامتر دیگر، فرکانس تشدید هندسه‌ی تعریف شده، به دست می‌آید. چنان‌چه یکی از ابعاد کاواک به مقدار کمی تغییر کند می‌توان انتظار داشت که فرکانس هم به مقدار کمی تغییر کند (زیرا حل معادلات مکسول با شرایط مرزی تعیین‌کننده‌ی فرکانس‌های نوسانی است). با در نظر گرفتن این که رابطه‌ی ابعاد با فرکانس به صورت f^{-1} می‌باشد و با فرض تغییرات کوچک ابعاد، با بسط رابطه‌ی فرکانس نسبت به تغییرات ابعاد و با صرف نظر از جملات مرتبه‌ی بالاتر، بین فرکانس تشدید و تغییرات هر یک از پارامترهای هندسی کاواک روابط زیر را خواهیم داشت

$$\begin{aligned} f &= f_0 + \alpha_1 \Delta a \\ f &= f_0 + \alpha_2 \Delta b \\ f &= f_0 + \alpha_3 \Delta d \\ f &= f_0 + \alpha_4 \Delta(\eta d) \end{aligned}$$

در این روابط، f_0 فرکانس تشدید برای حالت تغییرات صفر ($\Delta a = \Delta b = \Delta d = \Delta \eta = 0$) می‌باشد که برابر 2998.04566 MHz به دست آمده است. منظور از حالت تغییرات صفر، حالتی است که شکل کاواک‌ها را با ابعاد به دست آمده در طراحی (جدول ۱) شبیه‌سازی شده و هیچ تغییری در آن‌ها داده نشده است. (همان‌طور که در نمودار شکل ۵ نیز پیدا است) و در این حالت مقدار فرکانس به دست آمده از خروجی برنامه $f_0 = 2998.04566 \text{ MHz}$ است که با مقدار در نظر گرفته شده در طراحی، 2998 MHz ، هم‌خوانی مطلوبی دارد.

برای محاسبه‌ی شعاع روزنه‌ها (a)، مقدار آن باید طوری تنظیم شود که به سرعت حرکت موج الکترومغناطیسی برابر با سرعت نور دست یابیم. هم‌چنین اندازه روزنه‌ها باید به حد کافی بزرگ باشد تا الکترون‌ها بتوانند بدون برخورد از آن‌ها عبور کنند. در این‌جا برای به دست آوردن دو پارامتر b و a از کد سوپرفیش استفاده شده است. با استفاده از این کد، برای فرکانس 2998 MHz در مد $\pi/2$ ابعاد، مطابق مقادیر نشان داده شده در جدول ۱ به دست آمده‌اند. هم‌چنین در شکل ۴ سایر مدها و فرکانس‌های تشدید مربوط به ابعاد به دست آمده نشان داده شده‌اند. در این شکل (با توجه به جهت خطوط میدان الکتریکی) مشاهده می‌شود که در هر مد نوسانی، برای خطوط میدان، بین دو دیسک مجاور اختلاف فازی برابر همان مد وجود دارد. یعنی در مد صفر، اختلاف فازی بین خطوط میدان در لبه دو دیسک مجاور وجود ندارد، و این اختلاف فاز در مد $\pi/2$ ، 90° درجه و در مد π ، 180° درجه می‌باشد. البته به تعداد دیسک‌ها شاهد مدهای گوناگونی می‌باشیم که با توجه به ساختار پیاده شده در این مقاله، سه مد اشاره شده‌ی صفر، $\pi/2$ و π حتماً وجود خواهند داشت. به واسطه مسایل مربوط به پایداری، از میان تمامی مدهای موجود، معمولاً مد $\pi/2$ برای شتاب‌دهنده‌های خطی الکترون انتخاب می‌گردد [۲].



شکل ۴- مدهای نوسانی موجود برای کاواک طراحی شده. شکل‌ها از بالا به پایین، به ترتیب، نمایش‌گر مدهای صفر، $\pi/2$ و π می‌باشند. محورهای ابعاد کاواک برحسب سانتی‌متر را نمایش می‌دهند.



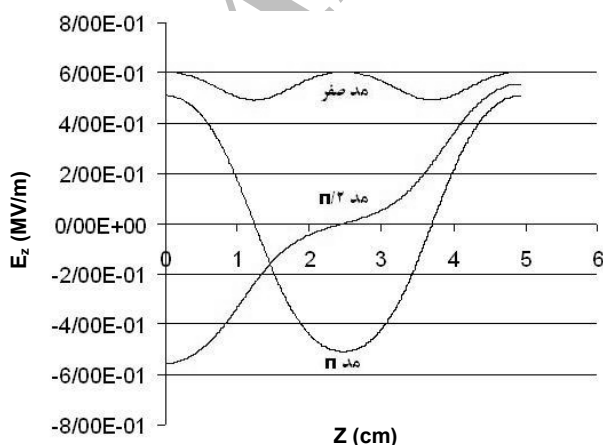
کیفیت حدود ۱۰۰۰۰، عرض نیم‌ارتفاع فرکانس تشدید در حدود ۳۰۰ kHz است. بنابراین لازم است که دقت در ماشین کاری و ساخت قطعات طوری باشد که با توجه به منحنی شکل ۴ تغییرات فرکانس محتمل در اثر ماشین کاری در این محدوده قرار گیرد. لذا خطای ماشین کاری کم‌تر از ۵ μm برای ساخت کاواک ضروری است [۱۲].

۷- میدان الکتریکی در محور کاواک

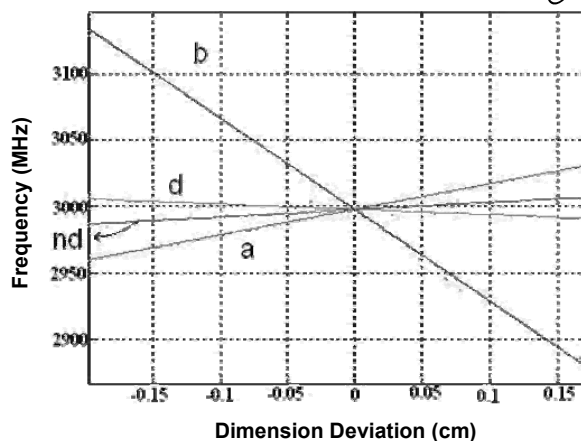
با استفاده از نرم‌افزار سوپرفیش می‌توان میدان الکتریکی را در داخل کاواک و روی محور اصلی محاسبه کرد [۱۳]. شکل ۶ میدان الکتریکی (برحسب E_z) به دست آمده از سوپرفیش در طول محور دو کاواک را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که در مد صفر میدان همواره مثبت و در مد $\pi/2$ میدان در طول محور دو کاواک مجاور، مثبت و در طول محور دو کاواک بعدی، منفی است. در مد π نیز میدان در طول یک کاواک مثبت و در طول کاواک بعدی منفی می‌باشد. چنین رفتار منظم و متقارنی، با ماهیت این مدها که در قسمت ۵ توضیح داده شد هم‌خوانی داشته و صحت شبیه‌سازی انجام شده توسط کد سوپرفیش را نشان می‌دهد.

باید توجه داشت که میدان الکتریکی $E_z e^{i\omega t}$ به دست آمده از کد سوپرفیش نمایش یک موج ایستا می‌باشد. تبدیل یک موج ایستا به دو موج رونده در خلاف جهت یکدیگر، معادله‌ی موجی با دو مؤلفه به صورت زیر را نتیجه می‌دهد

$$E_z(z,t) = A E_z(i\omega t - ikz) + B E_z(i\omega t + ikz)$$



شکل ۶- میدان الکتریکی در محور کاواک برای مدهای مختلف.



شکل ۵- تغییرات فرکانس تشدید با ابعاد کاواک (چهار بعد).

با استفاده از نرم‌افزار MATLAB، ضرایب مجهول فوق برای مقادیر به دست آمده از سوپرفیش به صورت زیر تعیین گردید

$$\alpha_1 = 190.6$$

$$\alpha_2 = -689.4$$

$$\alpha_3 = -39.33$$

$$\alpha_4 = 78.74$$

در شکل ۵، نمودارهای منطبق بر داده‌های محاسبه شده قابل مشاهده است. نمودار به دست آمده، با نتایج مندرج در منابع مطابقت خوبی دارد [۱]. یکی از راه‌های توجیه چنین رفتاری برای تغییر فرکانس با پارامترهای مورد محاسبه، مدل کردن کاواک‌ها با مدارهای الکتریکی و استفاده از سلف و خازن و مقاومت است. با این مدل‌سازی و داشتن رابطه‌ی تغییرات میزان سلف و خازن و مقاومت با پارامترهای فوق به راحتی به میزان وابستگی فرکانس به این پارامترها پی‌برده و شیب‌های به دست آمده در شکل ۵ تفسیر خواهند شد [۱۱].

همان‌طور که قبلاً گفته شد، اثر تغییر b در فرکانس بیش‌تر از سایر ابعاد کاواک است. با توجه به این که برخی از این ضرایب مثبت و برخی دیگر منفی هستند، جبران تغییرات یکی از ابعاد با تغییر بعد دیگر امکان‌پذیر است. این موضوع در طراحی قسمت اول کاواک (Buncher) که در آن سرعت الکترون تغییر می‌کند (۰.۳c تا c) به کار می‌رود و طراحی این قسمت را امکان‌پذیر می‌سازد [۱۲]. با توجه به فرکانس تشدید و ضریب



ساخت نیز بالاترین دقت ماشین کاری می‌بایست برای آن معطوف شود. با توجه به خطای ماشین کاری به دست آمده ($5 \mu\text{m}$)، ساخت کاواک، استفاده از ابزار ماشین کاری با دقت بالا را طلب می‌کند. با استفاده از میدان الکتریکی به دست آمده و بسط فوری‌ی آن، صحت ساختار به دست آمده از نقطه‌نظر سرعت موج الکترومغناطیس مورد تأیید قرار می‌گیرد.

تشکر و قدردانی

بدین وسیله مراتب تشکر و قدردانی خود را از جناب آقای دکتر محمد لامعی که در انجام این تحقیق ما را یاری رساندند، اعلام می‌داریم.

پی‌نوشت‌ها:

- ۱- Widroe
- ۲- Floquet
- ۳- Stoke

مؤلفه‌ی اول نمایش یک موج‌رونده به سمت راست و مؤلفه‌ی دوم نمایش یک موج‌رونده به سمت چپ می‌باشد. موج مورد استفاده در شتاب‌دهنده موج‌رونده به سمت راست می‌باشد.

با توجه به این که در این جا مد شتاب‌دهنده تنها مد $\pi/2$ می‌باشد، با استفاده از بسط فوری‌ی و پیدا کردن ضرایب آن و در نتیجه تبدیل میدان الکتریکی به دست آمده به دو موج‌رونده در خلاف جهت یک‌دیگر، معادله‌ی موج را می‌توان به مؤلفه‌های مختلف تجزیه کرد. با برآزش فرم‌نمایی سری فوری‌ی با E_z و یافتن ضرایب آن و در نهایت با ضرب E_z به دست آمده در مؤلفه‌ی زمانی آن ($e^{i\omega t}$)، مؤلفه‌های موج‌رونده در یک جهت به صورت زیر خواهند بود

$$E_z(z,t) = e^{-i(kz+\omega t)} + 0.25 \times e^{-i(3kz+\omega t)} - 0.12 \times e^{-i(5kz+\omega t)} - 0.14 \times e^{-i(7kz+\omega t)}$$

لازم به ذکر است که مؤلفه‌های زوج به علت مد نوسانی ۹۰ درجه همگی برابر صفر هستند. دامنه‌ها نسبت به مؤلفه‌ی اول بهنجار شده‌اند. ملاحظه می‌شود که فقط مؤلفه‌ی اول دامنه‌ی قابل توجهی دارد و نقش سایر مؤلفه‌ها کوچک است. الکترون تحت تأثیر مؤلفه اول شتاب می‌گیرد و انرژی آن افزایش می‌یابد. اثر سایر مؤلفه‌ها ناچیز خواهد بود. با محاسبه‌ی مقدار k برای سرعت حرکت موج (سرعت فاز) مؤلفه‌ی اول موج‌رونده فوق داریم [۱۳]

$$v_p = \omega/k = 2.9679 \times 10^8$$

می‌بینیم که این ساختار برای شتاب‌دهی به الکترون‌ها مطلوب است.

۸- بحث و نتیجه‌گیری

همان‌طور که ملاحظه شد تعیین مد نوسانی کاواک شتاب‌دهنده، طول هر کاواک را به دست می‌دهد. هم‌چنین قطر کاواک بیش‌ترین اثر را در تعیین فرکانس تشدید دارد و لذا در مراحل



References:

1. The Stanford Mark III Linear Accelerator Report. By Chodorow, Ginzton, Hansen, Kyhl, Neal And Panofsky. The Review of Scientific Instruments Volume 26, (February 1955).
2. J.C. Slater, "The Design of Linear Accelerator," Review of Modern Physics, (1948).
3. The Theory of Linear Electron Accelerators. By E.L. Chu. Stanford University, (May 1951).
4. Accelerator Physics, Second Edition, By S.Y. Lee, World Scientific (2004).
5. Sfpphys 5. Doc From Superfish Code Documents. Poisson Superfish, James H. Billen And Lloyd M. Young, Documentation By James H. Billen. La-Ur-96-1834, Revised April 17 (2003).
6. Linear Accelerators, edited by Pierre M. Lapostolle & Albert I. Septier (1970).
7. Compact x-band (11.424 GHz) linac for cancer therapy, n.H. Quyet, M. Uesaka, H. Iijima, k. Dobashi, A. Fukasawa, F. Ebina, H. Ogino, M. El- ashmawy, Nerl, University of Tokyo, Japan.
8. The Design and Fabrication of a Millimeter Wave Linear Accelerator. Y.W. Kang, G. Waldschmidt, J.J. Song, A. Nassiri, R.L. Kustom, Argonne National Laboratory, Advanced Photon Source.
9. Design and Construction of Electron Linear Accelerator Cavity By Siamak Nazemi, Shahid Beheshti University, Nuclear Engineering College, September (2008).
10. Field and wave electromagnetics by David k. Cheng. Translated by dr. Parviz Jabedar-Maralani & Mohammad Ghavami.
11. Medical electron linear accelerator-C.J. Karzmark & Craig S. Nunan and Eiji Tanabe-McGraw-Hill(1993).
12. Generation of ultra-short, high-brightness relativistic electron bunches/by Fredericus Bernardus Kiewiet-Eindhoven: Technische Universiteit Eindhoven- Proefschrift (2003).
13. س. ناظمی، "طراحی و ساخت کاواک شتاب‌گر خطی الکترون"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، رشته مهندسی هسته‌ای، گروه کاربرد پرتوها، دانشگاه شهید بهشتی (۱۳۸۷).