توسعه‌ی کد هسته‌ای نوترونیک 3DNFD در هندسه‌های مربعی، مثلثی و استوانه‌ای

علی پذیرنده*، محمدحسن جلیلی بهابادی، پیوند ابدی، میثم محمدنیا
گروه مهندسی هسته‌ای، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران، صندوق پستی: ۷۷۵-۱۴۵۱۵، تهران ـ ایران

چکیده: برای به دست آوردن توزیع شار نوترون‌های تند و گرمایی، توزیع چگالی قدرت نسبی در راستای افقی و محوری، ضریب تکثیر مؤثر و هم‌چنین ضریب قله‌سازی در هندسه‌ی مثلثی، کد محاسبات هسته‌ای نوترونیک 3DNFD توسعه داده شد و با معیارهای معتبر مقایسه گردید. در این کد با استفاده از روش تفاضل محدود، معادله‌ی پخش نوترون در دستگاه مختصات دکارتی در دو هندسه‌ی مربعی و مثلثی و هم‌چنین مختصات استوانه‌ای در حالت ایستا حل و در آن از روش‌های عددی تکرار برای حل دستگاه معادله‌های خطی استفاده شد. در اجرای کد دو نکته‌ی اساسی حایز اهمیت است: ۱) دقت محاسبات ۲) سرعت محاسبات. چون این دو همواره در جهت عکس یک‌دیگر عمل می‌کنند، توجه به هر دو نکته به طور هم‌زمان حایز اهمیت است.

کلیدواژه‌ها:* *معادله پخش، هندسه چندبعدی، روش تفاضل محدود، ضریب بهینه‌سازی تفاضل محدود، گاوس- سایدل

Developing a Nuclear Neutronic Code in Rectangular, Triangular and Cylindrical Geometry

A. Pazirandeh*, M.H. Jalili Behabadi, P. Abadi, M. Mohammadnia
Science and Research Branch, Department of Nuclear Engineering, Islamic Azad University, P.O.Box: 14515-775, Tehran- Iran

Abstract: A three-dimensional reactor static code for calculation of flux, power, multiplication factor and also power peaking factor in rectangular, triangular and cylindrical geometry core has been developed and benchmarked. For solution of the time independent neuron diffusion equation a finite difference method was used. To solve the equation with finite difference method, the speed of the applied numerical calculation is a major subject of interest, especially when the number of nodes increases. For this reason using an appropriate method to make the calculation faster is considered as the main priority. The aim of this paper is to present this three-dimensional nuclear reactor code with an emphasis made on the comparison between the advanced iterative algorithms in this code.

Keywords: ***Diffusion Equation, Multi-Dimension Geometry, Finite Difference Method, Optimization Factor Finite Difference, Gauss-Seidel***

*email: paziran@ut.ac.ir

تاریخ دریافت مقاله: ۹۰/۴/۲۲ تاریخ پذیرش مقاله: ۹۱/۱۱/۱۷

۱. مقدمه

توزیع انرژیتیکی شار نوترون در هر سیستم نوترونی از پارامترهای مهم آن سیستم است. در حقیقت آن‌چه مورد نظر مهندسین و طراحان رآکتور است تعیین توزیع انرژی (قدرت) در نقاط مختلف سیستم و نحوه‌ی انتقال آن به خارج از سیستم است.

آهنگ هر واکنش مهم در قلب بستگی به مقدار چگالی نوترون در هر نقطه، انرژی نوترون، سطح مقطع مؤثر واکنش مربوطه، فراوانی ایزوتوپی عنصر و عناصر مجاور دارد. چون ساختار قلب علی‌رغم ظاهر متقارن آن از نظر واکنش به ویژه پراکندگی به شدت ناهمگون است این ویژگی ساختاری باعث می‌شود که آهنگ انواع مختلف واکنش از نقطه‌ای به نقطه‌ی دیگر کاملاً متفاوت باشد. این خاصیت بر حرکت دسته جمعی نوترون‌ها، سرعت آن‌ها و راستای حرکت آن‌ها تأثیر می‌گذارد. این نوع حرکت نوترون‌ها که به شدت به راستای حرکت آن‌ها بستگی دارد اصطلاحاً شار و یا چگالی زاویه‌ای نامیده می‌شود، و مبنای نظریه‌ی ترابرد نوترون را پایه‌گذاری می‌کند. یادآوری این نکته حایز اهمیت است که ساختار قلب به نحوی است که در راستای محوری و شعاعی کاملاً متفاوت است و حرکت دسته جمعی نوترون‌ها در راستای محوری به ویژه در مواد با سطح مقطع واکنش کم اغلب به صورت یک جریان شاره‌ای جلوه می‌کند.

در دهه‌های اخیر از مدل ترابرد بولتزمن در توجیه حرکات نوترون به صورت یک گاز رقیق استفاده شده است، که اصطلاحاً نظریه‌ی ترابرد نوترون نام گرفته است. در توجیه پخش مولکول‌های گاز با استفاده از قانون بولتزمن نتایج خوبی به دست آمده است لیکن در مورد نوترون به علت برهم‌کنش نوترون با ذرات محیط مسئله پیچیده‌تر است. بدین علت است که مسئله‌ی ترابرد نوترون بستگی شدیدی به زاویه‌ی پراکنش دارد که آن را متفاوت از مدل پخش گازی می‌نماید. مشکل اصلی در این است که حل معادله‌ی ترابرد نوترون اگر ناممکن نباشد بسیار دشوار است و به همین علت در حل آن اقدام به اعمال تقریب‌هایی می‌شود. یکی از این تقریب‌ها، مدل پخش گازی، مدل پخش گاز آزاد یا معادله‌ی پخش نوترون است. اما حل تحلیلی معادله‌ی پخش در محیط‌های ناهمگن و بزرگ دشوار یا حتی در بعضی مواقع ناممکن است. لذا برای حل آن از روش‌های عددی استفاده می‌شود [۱، ۲].

۲. استخراج معادله‌ی تفاضل محدود پخش

با اعمال تقریب‌هایی در معادله‌ی ترابرد بولتزمن معادله‌ی پخش زیر به دست می‌آید

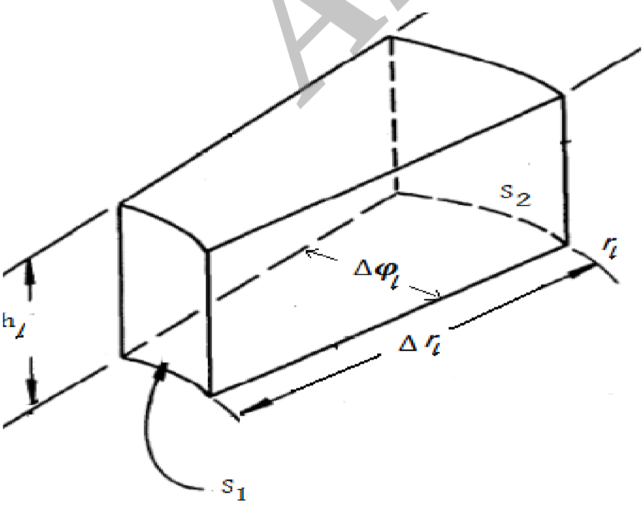
$$\nabla . J_g(r) + \Sigma_g(r)\phi_g(r) = \frac{1}{k}\sum_{g'=1}^{G} x_g \upsilon \Sigma_{fg}(r)\phi_{g'}(r) + \sum_{\substack{g'=1\\ g'\neq g}}^{G} \Sigma_{gg'}(r)\phi_{g'}(r)\,; \qquad g = 1,2,\ldots,G \tag{1}$$

با تقسیم محیط موردنظر به تعدادی ناحیه، که به هر یک از این ناحیه‌ها یک نود گفته می‌شود، و با انتگرال‌گیری از معادله‌ی پخش بر روی سطح یک نود دل‌خواه l داریم

$$\frac{S}{A}\sum_{p=1}^{P} J'^{l}_{gp} + \Sigma'^{l}_{g}\,\phi''^{l}_{g} = \frac{1}{k}\sum_{g'=1}^{G} x_g \upsilon \Sigma^{l}_{fg}\,\phi''^{l}_{g'} + \sum_{\substack{g'=1\\ g'\neq g}}^{G} \Sigma^{l}_{gg'}\,\phi''^{l}_{g'}\,; \qquad g = 1,2,\ldots,G \tag{2}$$

که در آن S طول وجه نود، A سطح نود، l شماره‌ی نود، P شماره‌ی وجه هر نود است.

مساحت همه‌ی نودها یکسان و فاصله‌ی بین نودها ثابت است. نودها دارای هندسه منظمی هستند (شکل ۱). J'^{l}_{gp} جریان متوسط‌گیری شده‌ی وجهی است که نود l را از میان وجه P ترک می‌کند و دارای جهت رو به خارج و بردار یکه‌ی n_p است، ϕ''^{l}_{gp} شار متوسط‌گیری شده‌ی حجمی است و k ویژه مقدار سیستم و یا ضریب تکثیر مؤثر است.



شکل ۱. نمونه‌ای از یک نود در هندسه‌ی استوانه‌ای.

در رابطه‌ی (۲) ما به یک ارتباط میان شار متوسط‌گیری شده‌ی حجمی و جریان متوسط‌گیری شده نیاز داریم، به همین منظور از قانون فیک بهره می‌گیریم

$$J(r,E) = -D(r,E)\nabla\phi(r,E) \tag{۳}$$

اگر واگرایی شار را با دقتی از مرتبه‌ی $O(h)$ در نظر بگیریم جریان متوسط‌گیری شده‌ی وجهی برای نود l می‌تواند به صورت زیر نوشته شود

$$J'^{l}_{gp} = -D'^{l}_{g}\frac{\phi'^{l}_{gp} - \phi''^{l}_{g}}{h/2} \tag{۴}$$

که در آن D'^{l}_{g} ثابت پخش همگن شده برای نود l و ϕ'^{l}_{gp} شار گروهی متوسط‌گیری شده‌ی وجهی نود l است که به صورت زیر نوشته می‌شود

$$\phi'^{l}_{gp} \equiv \frac{1}{s}\int_{Sp}\phi(r)ds \tag{۵}$$

به طور مشابه برای نود m می‌توان نوشت

$$j'^{m}_{gp} = -\frac{\phi'^{m}_{gp} - \phi''^{m}_{g}}{h/2} \tag{۶}$$

می‌دانیم که چگالی‌های جریان و شار در مرز میان l و m پیوسته است

$$J'^{l}_{gp} = -J'^{m}_{gp} \tag{۷. الف}$$

$$\phi'^{l}_{gp} = \phi'^{m}_{gp} \tag{۷. ب}$$

معادله‌های ۴ و ۶ در صورتی که محیط به درستی همگن شده و فاصله‌ی مش‌ها کوچک باشد تخمین‌های مناسبی هستند.

اکنون دو معادله‌ی (۷. الف) و (۷. ب) را با هم ترکیب و شار متوسط‌گیری شده‌ی وجهی را حذف می‌کنیم. بدین‌ترتیب، J'^{l}_{gp} در معادله‌ی (۲) به شکل معادلات اختلاف معین در می‌آید.

در هندسه‌ی مثلثی (در دو بعد)، هر نود دارای سه وجه (p=۳) به طول Δx و مساحت $\sqrt{3}/4\Delta x\,\Delta y$ است و در هندسه‌ی شش گوشه‌ای (در دو بعد)، هر نود دارای شش (p=۶) وجه به طول Δx و مساحت $3\sqrt{3}/2\Delta x\,\Delta y$ است [۳]

$$\frac{2S}{Ah}\sum_{p=1}^{p}\left[\frac{1}{D'^{l}_{g}} + \frac{1}{D'^{m}_{g}}\right]^{-1}\left[\phi''^{l}_{g'} - \phi''^{m}_{g'}\right] + \Sigma'^{l}_{g}\phi''^{l}_{g} = \frac{1}{k}\sum_{g'=1}^{G}x_g\upsilon\Sigma^{l}_{fg}\phi''^{l}_{g'} + \sum_{\substack{g'=1\\ g'=/=g}}^{G}\Sigma^{l}_{gg'}\phi''^{l}_{g'} \qquad g = 1,2,\ldots,G \tag{۸}$$

برای استخراج رابطه‌ی تفاضل محدود معادله‌ی پخش در سه بعد، باید رابطه‌ی نشت در راستای محور z را به دست آورد. رابطه‌ی تفاضل محدود گرادیان شار در راستای محور z برای جمله‌ی نشت محوری چنین به دست می‌آید

$$J^{k}_{g} = 2\left[\frac{h_l}{D^{l}_{g}} + \frac{h_k}{D^{k}_{g}}\right]^{-1}\left[\phi^{l}_{g} - \phi^{k}_{g}\right] \tag{۹}$$

با اضافه کردن رابطه‌ی مربوط به نشت در راستای محوری رابطه‌ی (۹) به رابطه‌ی (۸)، رابطه‌ی تفاضل محدود معادله‌ی پخش در سه بعد به صورت زیر به دست می‌آید

$$\begin{aligned}&\frac{2S}{A}\sum_{m=1}^{3}\left[\frac{1}{D^{l}_{g}} + \frac{1}{D^{m}_{g}}\right]^{-1}\left[\phi^{l}_{g} - \phi^{m}_{g}\right] + \\ &\sum_{k=1}^{2}2\left[\frac{h_l}{D^{l}_{g}} + \frac{h_k}{D^{k}_{g}}\right]^{-1}\left[\phi^{l}_{g} - \phi^{k}_{g}\right] + \Sigma^{g}_{\alpha}\phi^{l}_{g} = \\ &\frac{1}{k}\sum_{g'=1}^{G}x_g\upsilon\Sigma^{l}_{fg}\phi^{l}_{g'} + \sum_{\substack{g'=1\\ g'\neq g}}^{G}\Sigma^{l}_{gg'}\phi'^{l}_{g'},\ g,1,2,\ldots,G;\end{aligned} \tag{۱۰}$$

که در آن h_l طول مش در راستای محوری برای نود l، h_k طول مش در راستای محوری برای نود بالایی یا پایینی نود l و D^{k}_{g} ضریب پخش نود k است که در بالا و پایین نود l قرار گرفته است.

به طریق مشابه، رابطه‌های زیر برای هندسه‌های، به ترتیب، مربعی و استوانه‌ای به دست می‌آید

$$\begin{aligned}&\sum_{k=1}^{6}2\left[\frac{h_l}{D^{l}_{g}} + \frac{h_k}{D^{k}_{g}}\right]^{-1}\left[\phi^{l}_{g} - \phi^{k}_{g}\right] + \Sigma^{g}_{\alpha}\phi^{l}_{g} = \\ &\frac{1}{k}\sum_{g'=1}^{G}x_g\upsilon\Sigma^{l}_{fg}\phi^{l}_{g'} + \sum_{\substack{g'=1\\ g'\neq g}}^{G}\Sigma^{l}_{gg'}\phi'^{l}_{g'},\quad g,1,2,\ldots,G;\end{aligned} \tag{۱۱}$$

$$\sum_{i=1}^{2}\frac{2\Delta r_l}{A_l(r_l - \frac{\Delta r_l}{2})}\left[\frac{\Delta\varphi_l}{D^{l}_{g}} + \frac{\Delta\varphi_i}{D^{i}_{g}}\right]^{-1}\left[\phi^{l}_{g} - \phi^{i}_{g}\right] +$$

$$\sum_{i=1}^{2}\frac{2S_j}{A_l}[\frac{\Delta r_l}{D_g^l}+\frac{\Delta r_j}{D_g^j}]^{-1}[\phi_g^l-\phi_g^j]+\sum_{k=1}^{2}2[\frac{h_l}{D_g^l}+\frac{h_k}{D_g^k}]^{-1}[\phi_g^l-\phi_g^k]+ \quad (12)$$

$$\Sigma_{\alpha}^{g}\,\phi_g^l=\frac{1}{k}\sum_{g'=1}^{G}x_g\upsilon\Sigma_{fg}^{l}\,\phi_{g'}^{l}+\sum_{\substack{g'=1\\ g'\neq g}}^{G}\Sigma_{gg'}^{l}\,\phi'^{l}_{g'},\quad g,1,2,\dots,G$$

که در آن‌ها،

$$A_l=\pi(r_l^2-(r_l-\Delta r_l)^2)\frac{\Delta\varphi_l}{2\pi}$$

و

$$S_1=\Delta\varphi_l(r_j-\Delta\varphi_j)$$
$$S_2=\Delta\varphi_l(r_j).$$

۳. روش SOR در حل دستگاه معادله‌های خطی

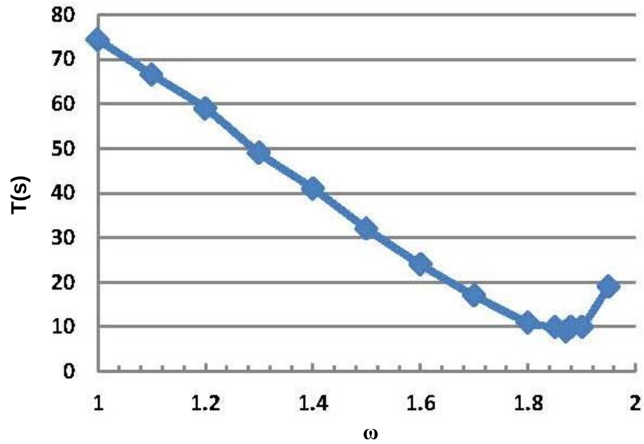
روش‌های عددی متعددی برای حل دستگاه معادله‌های خطی از جمله: حذفی و تکرار، ژاکوبی و گاوس- سایدل، SOR و ... وجود دارد. در حالت چند بعدی به دلیل وجود صفرهای زیاد در ماتریس ضرایب، روش‌های حذفی مناسب نیستند و از بین روش‌های تکرار، روش SOR دارای سرعت قابل قبولی است. در این روش از پارامتر ω که بین ۱ و ۲ است می‌توان به صورت زیر استفاده نمود [۱]

$$\phi_i^{(m+1)}=\frac{\omega}{\alpha_{ii}}\left[S_i-\sum_{j=1}^{i-1}\alpha_{ij}\phi_j^{(m+1)}-\sum_{j=i+1}^{N}\alpha_{ij}\phi_j^{(m)}\right]+(1-\omega)\phi_i^{(m)} \quad (13)$$

در این رابطه اگر ω را برابر یک قرار دهیم به رابطه‌ی گاوس- سایدل خواهیم رسید.

در این پژوهش به ازای ω های مختلف، سرعت محاسبات در رایانه‌ای با پردازنده‌ی مرکزی ۳٫۲ گیگاهرتز و ۵۱۲ مگابایت حافظه‌ی اصلی (RAM) و برای ۱۰۰۰۰ مش بررسی شد که نتایج مربوط به آن در شکل ۲ داده شده است.

ملاحظه می‌شود که بهینه مقدار ω برابر ۱٫۸۷ است.



شکل ۲. رابطه بین زمان اجرای برنامه و ω.

٤. روش توانی برای یافتن ضریب تکثیر مؤثر

ابتدا مسئله‌ی ویژه مقدارهای حالت بحرانی را به شکل عملگری بازنویسی می‌نماییم

$$M\phi=\frac{1}{k}F\phi \quad (14)$$

که در آن M عملگر تخریب (نشت و جذب) و سمت راست معادله جمله‌ی مربوط به منبع است. ابتدا سمت راست معادله و k را حدس زده و فرض می‌کنیم که محیط غیرقابل تکثیر است. سپس با روش SOR شار در هر نقطه را به دست می‌آوریم و با توجه به این شار تکرار اول، جمله‌ی منبع را به دست می‌آوریم. در حالت کلی داریم

$$M\phi^{(n+1)}=\frac{1}{k}S^{(n)} \quad (15)$$

با توجه به رابطه‌ی (۱۶) ضریب تکثیر مؤثر را در هر مرحله محاسبه می‌کنیم. این عمل تا آن جا ادامه می‌یابد که تابع خطا (رابطه‌ی ۱۷) را پوشش دهد [۱، ۳].

$$K^{(n+1)}=\frac{\int S^{(n+1)}(r)d^3r}{\frac{1}{k^{(n)}}\int S^{(n)}(r)dr} \quad (16)$$

$$\left|\phi^{(t+1)}-\phi^{(t)}\right|\langle\varepsilon_\lambda,\ \mathrm{Max}\left|\frac{\phi_i^{(t+1)}-\phi_i^{(t)}}{\phi_i^{(t)}}\right|\langle\varepsilon_\varphi \quad (17)$$

۵. روش ویلانت شیفت[1] برای یافتن ضریب تکثیر مؤثر

معادله‌ی تفاضل محدود پخش را به شکل ماتریسی زیر در نظر می‌گیریم

$$M\phi = \lambda F\phi \equiv \frac{1}{k_{eff}} F\phi \tag{۱۸}$$

از دو طرف معادله‌ی (۱۸) جمله‌ی $\frac{1}{k_s}F\phi$ را کم می‌کنیم

$$(M - \frac{1}{k_s}F)\phi = \left(\frac{1}{k_{eff}} - \frac{1}{k_s}\right)F\phi \tag{۱۹}$$

تکرار جمله‌ی شکافت برای این حالت می‌تواند به صورت زیر باشد

$$(M - \frac{1}{k_s^n}F)\phi^{n+1} = \tilde{S}^n = \left(\frac{1}{k_{eff}^n} - \frac{1}{k_s^n}\right)F\phi^n \tag{۲۰}$$

که دارای رابطه‌ی $k_S^n = k_{eff}^n + \delta k$ است.

معادله‌ی (۲۰) را می‌توان چنین نوشت

$$k_A^n \psi^{n+1} = FA^{-1}\psi^n \tag{۲۱}$$

که در آن،

$$A \equiv M - \frac{1}{k_s^n}F, \quad \psi^n \equiv F\phi^n \tag{۲۲}$$

و

$$\frac{1}{k_A^n} \equiv \frac{1}{k_{eff}^n} - \frac{1}{k_s^n} \tag{۲۳}$$

توجه داریم که k_A ویژه مقدار $F^{-1}A$ برای یک مقدار تثبیت شده‌ی k_S^n است.

مطابق روش توانی، ویژه مقدار k_A تعدیل می‌شود

$$k_A^{n+1} = k_A^n \frac{\langle \psi^{n+1}, \psi^{n+1} \rangle}{\langle \psi^{n+1}, \psi^n \rangle} \tag{۲۴}$$

این رابطه می‌تواند برای استخراج رابطه‌ای برای (n+1) امین تکرار ویژه مقدار (ضریب تکثیر مؤثر) استفاده شود. ابتدا

$$\frac{1}{k_A^{n+1}} \equiv \frac{1}{k_{eff}^{n+1}} - \frac{1}{k_s^n} = \frac{\gamma}{k_A^n} \tag{۲۵}$$

که در آن،

$$\gamma = \frac{\langle \psi^{n+1}, \psi^n \rangle}{\langle \psi^{n+1}, \psi^{n+1} \rangle} \tag{۲۶}$$

بنابراین تخمین جدید k_{eff} به صورت زیر به دست می‌آید

$$k_{eff}^{n+1} = \left[\frac{\gamma}{k_A^n} + \frac{1}{k_s^n}\right]^{-1} = \left[\frac{\gamma}{k_{eff}^n} + \frac{1-\gamma}{k_s^n}\right]^{-1} \tag{۲۷}$$

کارآیی روش ویلانت شیفت بستگی به انتخاب مناسب ویژه مقدار جابه‌جایی δk دارد که با افزایش δk تکرار خارجی کاهش می‌یابد اما باید توجه داشت که افزایش δk باعث افزایش تکرار داخلی می‌شود. در این کار پژوهشی از روش سعی و خطا بهترین مقدار δk برابر ۰٫۲۶ به دست آمد [۴].

٦. شرایط مرزی

شرط مرزی شار صفر و شار متقارن هر دو به وسیله‌ی شرط مرزی برون‌یابی شده‌ی زیر تعریف می‌شود

$$-\frac{D}{\phi}\frac{d\phi}{dx} = C \tag{۲۸}$$

که در آن

$$C = \frac{D}{\delta} \tag{۲۹}$$

در خلاء مقدار فاصله‌ی برون‌یابی شده برابر $0.7104\lambda_{tr}$ است و با توجه به این‌که $D = \lambda_{tr}/3$ است مقدار C برابر ۰٫۴۶۹۲ است.

برای یک مرز متقارن، مقدار C برابر صفر است و هنگامی که C بسیار بزرگ ($C>10^{10}$) باشد، فاصله‌ی برون‌یابی شده صفر خواهد بود که این همان شرط مرزی صفر است.

برای یک شرط مرزی برون‌یابی شده در داخل یا خارج جاذب سیاه، شیب شار با یک عنصر تفاضل محدود بسط داده می‌شود. شرط مرزی در سطح یک عنصر به صورت زیر است

$$-\left\langle \frac{D}{\phi_s}\frac{d\phi}{dx}\bigg|_s \right\rangle = C_S \qquad (۳۰)$$

که در آن، C_s یک مقدار ثابت است.

یک تقریب خطی شار روی یک عنصر مجاور مرز به صورت زیر است

$$-\frac{d\phi}{dx} = \frac{\phi_i - \phi_s}{\Delta} \qquad (۳۱)$$

که در آن ϕ_i شار داخلی، ϕ_s شار مرزی و Δ فاصله‌ی مرز از نقطه‌ی داخلی است.

با جای‌گذاری رابطه‌ی (۳۱) در رابطه‌ی (۳۰) داریم

$$-\left\langle \frac{D}{\phi_s}\frac{d\phi}{dx}\bigg|_s \right\rangle = \frac{D_i(\phi_i - \phi_s)}{\Delta\phi_s} \qquad (۳۲)$$

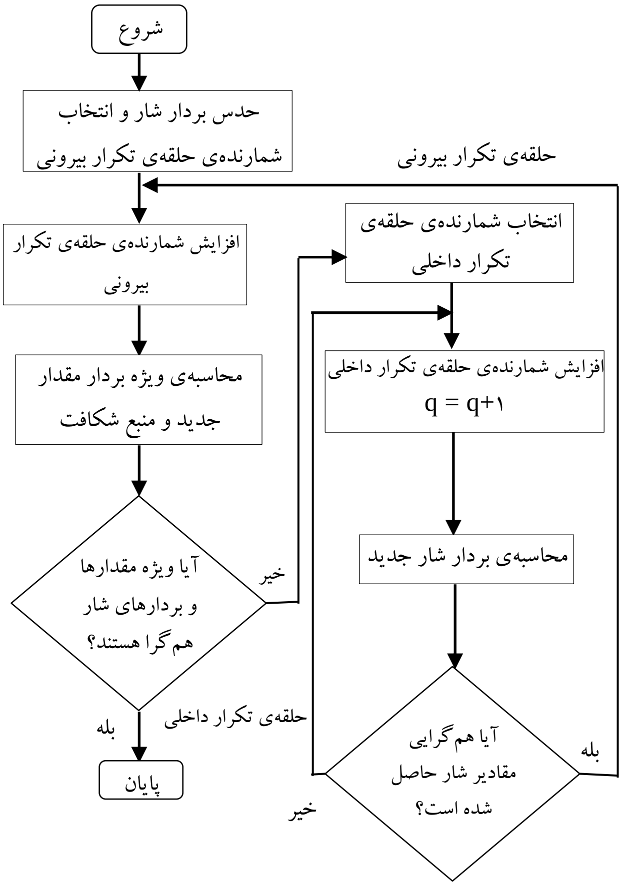
سطح نرمال را با A_n نمایش می‌دهیم. بنابراین نشت مرزی از یک عنصر حجمی به صورت زیر است

$$J_s = -D_i A_n \frac{d\phi}{dx} = \frac{A_n \phi_i}{\left(\frac{1}{C_s} + \frac{\Delta}{D_i}\right)} \qquad (۳۳)$$

این رابطه را با توجه به موقعیت مکانی شرط مرزی در رابطه‌ی (۲) قرار می‌دهیم [۵].

۷. روندنمای محاسبه‌ی شار و ضریب تکثیر مؤثر

روندنمای محاسبه‌ی شار نوترونی حاصل از حل عددی معادله‌ی پخش در شکل ۳ داده شده است. چنان‌چه دیده می‌شود محاسبات با یک حدس اولیه برای شار آغاز شده و با ایجاد یک شمارنده برای تکرار داخلی ادامه می‌یابد. محاسبات تا هنگامی ادامه می‌یابد که شار و ویژه مقدار همگرا شده باشند.



شکل ۳. روندنمای محاسبه‌ی شار و ضریب تکثیر مؤثر.

۸. توزیع نسبی چگالی قدرت در قلب رآکتور

توزیع نسبی قدرت با فرض چگالی قدرت متوسط واحد، در کل قلب به دست می‌آید. چگالی قدرت متوسط قلب از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\overline{P} = \frac{\varepsilon}{V_{core}}\int_{V_{core}} \left(\sum f_1\varphi_1 + \sum f_2\varphi_2\right)dV \qquad (۳۴)$$

که در آن، مقدار انرژی که به ازای هر شکافت آزاد می‌شود $\varepsilon = 3.204\times10^{-11}$ (J) است.

اگر توزیع چگالی قدرت متوسط در هر ناحیه را بر $\overline{P}$ تقسیم کنیم چگالی قدرت نسبی در هر ناحیه به دست می‌آید [۶]

$$P = \frac{\varepsilon}{\overline{P}V_k}\int_{V_k} \left(\sum f_1\varphi_1 + \sum f_2\varphi_2\right)dV \qquad (۳۵)$$

که در آن V_k حجم مجتمع سوخت k است.

۹. مشخصات کلی و مزایای کد 3DNFD در هندسه‌های مربعی، مثلثی و استوانه‌ای

این کد شامل دو برنامه‌ی کنسول و برنامه‌ی پنجره است. برنامه‌ی پنجره دارای یک پنجره‌ی والد و سه زیرپنجره‌ی شامل هندسه‌های مربعی، مثلثی و استوانه‌ای است. این کد قادر است علاوه بر دریافت پارامترهای دو گروهی معادله‌ی پخش به صورت دستی، این ثابت‌ها را از یک خروجی ذخیره شده‌ی ویمز استخراج نماید. از دیگر قابلیت‌های بارز این کد عدم محدودیت در تعداد مش‌ها و چیدمان سوخت است به طوری‌که امکان مدل‌سازی کل قلب رآکتور فراهم می‌شود. هم‌چنین امکان ارتباط با دیگر کدهای هسته‌ای و ذخیره‌سازی کد برای هر پروژه وجود دارد.

کد مذکور دارای ورودی‌های زیر است:

- تعداد مش‌ها در دو راستای شعاعی و محوری،
- شرایط مرزی (برون‌یابی و بازتابیده شده)،
- دقت محاسبات شار و ضریب تکثیر مؤثر،
- چگالی قدرت متوسط قلب به منظور بهنجارسازی توزیع چگالی قدرت و شار قلب،
- پارامترهای معادله‌ی پخش در دو گروه انرژی،
- چیدمان ترکیبات مواد.

خروجی‌های کد به صورت زیر هستند

- توزیع شار نوترون تند و گرمایی در نقاط مختلف قلب و در دو گروه انرژی،
- ضریب تکثیر مؤثر با توجه به ورودی‌ها و شکل هندسی قلب،
- توزیع قدرت در قلب رآکتور در لایه‌های مختلف و ضریب قله‌سازی در راستاهای شعاعی و محوری.

۱۰. مقایسه‌ی نتایج حاصل از کد با معیارهای معتبر

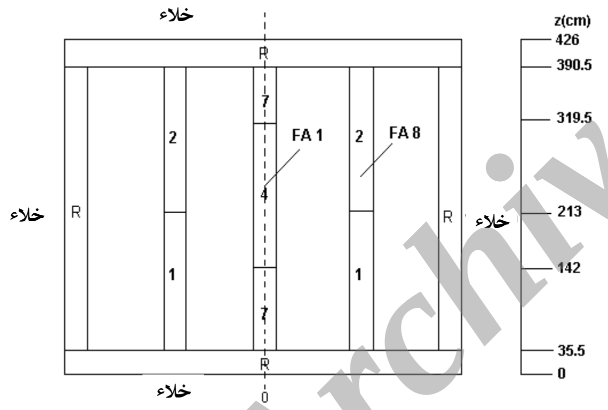
برای بررسی صحت و دقت کد مورد نظر آن را با معیارهای معتبر در هندسه‌های مربعی و شش گوشه‌ای محک زده و از درستی نتایج به دست آمده از اجرای کد اطمینان حاصل شد. از میان معیارهای ارزیابی شده، معیار شولتز به عنوان نمونه انتخاب شد.

۱۱. معیار شولتز

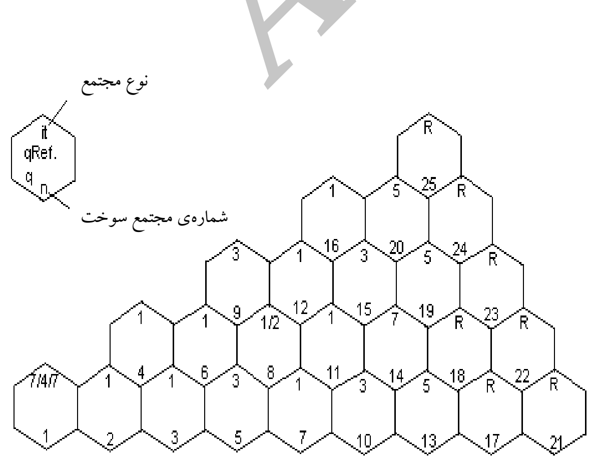
معیار سه بعدی شولتز، قلب یک VVER1000 را در حالت ایستا مدل می‌کند. مجتمع‌های سوخت، همگن هستند و پارامترهای نظریه‌ی پخش در دو گروه انرژی داده شده است. ترکیب مواد شامل چهار نوع غنا، جاذب سوختنی، میله‌های کنترل و بازتاباننده است. نصف یک مجموعه میله‌های کنترل وارد قلب شده است. بخشی از مجتمع مرکزی که در مرکز راستای محوری قرار دارد حاوی EU_2O_3 است [۷].

۱۲. هندسه‌ی قلب

شکل ۴ طرح‌واره‌ی عمودی قلب معیار و شکل ۵ بخش ۳۰ درجه‌ای قلب رآکتور VVER1000 همراه با دو قسمت بازتاباننده را نشان می‌دهد. در شکل ۵ گام شبکه‌ی مجتمع سوخت نمونه‌ی آزمایشی VVER1000، ۲۴/۱ سانتی‌متر است که اختلاف اندکی با گام شبکه‌ی یک VVER1000/V320 واقعی، که ۲۳/۶ سانتی‌متر است، دارد. این اختلاف برای یک معیار ریاضی قابل قبول است. ارتفاع قلب ۳۵۵ سانتی‌متر است که بازتاباننده‌های محوری و شعاعی آن را احاطه کرده‌اند. بنابراین در مجموع ارتفاع، ۴۲۶ سانتی‌متر است که شامل ۳۵/۵ سانتی‌متر، ضخامت بازتاباننده‌های محوری است.



شکل ٤. هندسه‌ی قلب در راستای محوری [۷].



شکل ۵. چیدمان سوخت در راستای شعاعی [۷].

۱۳. ترکیب مواد

در شکل ۵، شماره‌ی نوشته شده در قسمت بالایی یک مجتمع سوخت، نوع مجتمع را نمایش می‌دهد. در جدول ۱ سطح مقطع‌ها و ضرایب پخش در دو گروه انرژی آورده شده است. مواد ۱، ۳، ۵، ۷ سوخت و ماده‌ی ۴ سوخت دارای EU_2O_3 است. ماده‌ی ۲ سوخت و میله‌های کنترل است و ماده‌ی R بازتاباننده است. ماده‌ی بازتاباننده‌ی یکسانی برای راستاهای محوری و شعاعی در نظر گرفته شده است [۷].

۱۴. شرایط مرزی

در مرز خارجی قلب، شرط مرزی به صورت ۰=-Jg (جریان نوترون ورودی برابر صفر است) به عبارت دیگر بازتابش (نوترون) برابر صفر است [۷].

۱۵. نتایج محاسبات و مقایسه با نتایج موجود در معیار شولتز

برای محاسبه‌ی توزیع شار، چگالی قدرت و ضریب تکثیر مؤثر، ارتفاع قلب به صورت ۱۲ ناحیه‌ی ۳۵٫۵ سانتی‌متری از پایین به بالا شماره‌گذاری شد. در هر ناحیه ۵ مش و در نتیجه در راستای محوری جمعاً ۶۰ مش زده شد. هم‌چنین هر شش ضلعی به ۹۶ مثلث تقسیم شد.

دقت محاسبات برای محاسبه‌ی شار در حدود ۰٫۰۰۰۱ و برای محاسبه ضریب تکثیر مؤثر ۰٫۰۰۰۰۰۱ در نظر گرفته شد.

ضریب تکثیر مؤثر و توزیع شار متوسط قلب و چگالی قدرت در هر ناحیه‌ی محوری و شعاعی، به دست آمد. نتایج مربوط به ضریب تکثیر در جدول ۲، و توزیع چگالی قدرت در هر بسته سوخت در شکل ۶ آورده شده است.

هم‌چنین با تعداد مش‌های مختلف در حجم قلب رآکتور ضرایب تکثیر مؤثر محاسبه و در جدول ۳ آورده شده است.

در شکل ۷ و توزیع شار نوترون‌های تند و در شکل ۸ توزیع شار نوترون‌های گرمایی در مرکز قلب داده شده است. در شکل ۹ نیز اختلاف چگالی قدرت نسبی محوری به دست آمده از اجزای کد و معیار شولتز مشاهده می‌شود.

۱۶. نتیجه‌گیری

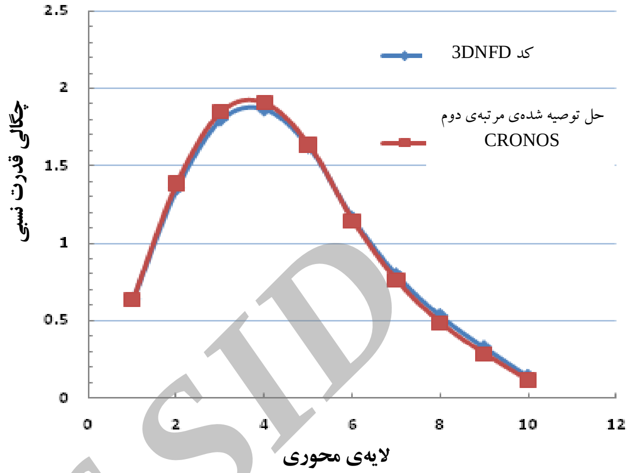
نتایج به دست آمده از اجرای کد و هم‌چنین مقایسه‌ی آن با معیارهای معتبر مانند معیار شولتز صحت و دقت محاسبات و هم‌چنین قدرت کد 3DNFD از لحاظ سرعت محاسبات تأیید شد. به عنوان مثال اختلاف ضریب تکثیر به دست آمده از اجرای کد با نتایج معیار در حدود ۷(pcm) به دست آمد که مسلماً با افزایش تعداد مش‌ها کاهش خواهد یافت. هم‌چنین اختلاف قدرت بیشینه در حد ۰٫۰۶۴۶ بود که این نتایج دلالت بر صحت و دقت محاسبات کد دارد.

جدول ۱. پارامترهای گروهی معادله‌ی پخش در مواد موجود در قلب [۷]

نوع مواد، سطح مقطع‌ها						
نوع ماده	گروه	Dg (cm)	Σ_r (cm^{-1})	Σ_{s12} (cm^{-1})	Σ_g MVs[10^{-13}×(n.cm)$^{-1}$]	$\nu\Sigma_f$ (cm^{-1})
۱	۱	۱٫۳۷۵۴۸	۰٫۰۲۴۱۳۵		۶٫۰۱۳۰×۱۰$^{-۷}$	۰٫۰۰۴۷۶
	۲	۰٫۳۸۳۳۳	۰٫۰۶۶۰۰۲	۰٫۰۱۵۹۴۶	۱٫۱۲۳۱×۱۰$^{-۵}$	۰٫۰۸۳۹۸۰
۲	۱	۱٫۴۰۹۵۰	۰٫۰۲۴۷۶۹		۵٫۹۳۰۵×۱۰$^{-۷}$	۰٫۰۰۴۷۰۲
	۲	۰٫۳۸۷۵۶	۰٫۰۷۴۹۸۸	۰٫۰۱۴۳۴۶	۱٫۱۲۵۳×۱۰$^{-۵}$	۰٫۰۸۴۱۲۸
۳	۱	۱٫۳۷۰۶۷	۰٫۰۲۳۸۰۰		۷٫۴۴۲۹×۱۰$^{-۷}$	۰٫۰۰۵۸۴۳
	۲	۰٫۳۸۰۲۸	۰٫۰۸۰۴۴۲	۰٫۰۱۵۱۷۲	۱٫۵۳۳۶×۱۰$^{-۵}$	۰٫۱۱۴۶۸
۴	۱	۱٫۳۹۴۴۷	۰٫۰۲۴۰۶۹		۷٫۸۷۳۱×۱۰$^{-۷}$	۰٫۰۰۶۱۶۳
	۲	۰٫۳۸۵۴۹	۰٫۰۹۴۷۷۳	۰٫۰۱۳۹۰۳	۱٫۶۸۴۸×۱۰$^{-۵}$	۰٫۱۲۵۹۸
۵	۱	۱٫۳۶۹۳۸	۰٫۰۲۳۶۹۷		۸٫۱۰۱۴×۱۰$^{-۷}$	۰٫۰۰۶۳۳۹
	۲	۰٫۳۷۸۷۷	۰٫۰۸۷۶۸۱	۰٫۰۱۴۸۵۵	۱٫۷۳۸۱×۱۰$^{-۵}$	۰٫۱۲۹۹۸
۷	۱	۱٫۳۶۹۶۶	۰٫۰۲۳۷۲۱		۷٫۹۵۳۶×۱۰$^{-۷}$	۰٫۰۰۶۲۲۸
	۲	۰٫۳۷۹۱۱	۰٫۰۸۵۸۵	۰٫۰۱۴۹۲۷	۱٫۶۸۶۶×۱۰$^{-۵}$	۰٫۱۲۶۱۲
بازتابنده	۱	۱٫۰	۰٫۰۴۰۶۴۴		۰	۰
	۲	۰٫۳۳۳۳۳	۰٫۰۵۲۷۸۵	۰٫۰۲۴۸۷۵	۰	۰
گام شبکه ۲۴٫۱ سانتی‌متر و شرایط مرزی خلاء ۰٫۵=γg.						

جدول ۲. مقایسه‌ی ضریب تکثیر مؤثر حاصل از کد 3DNFD با نتیجه‌ی موجود در معیار شولتز

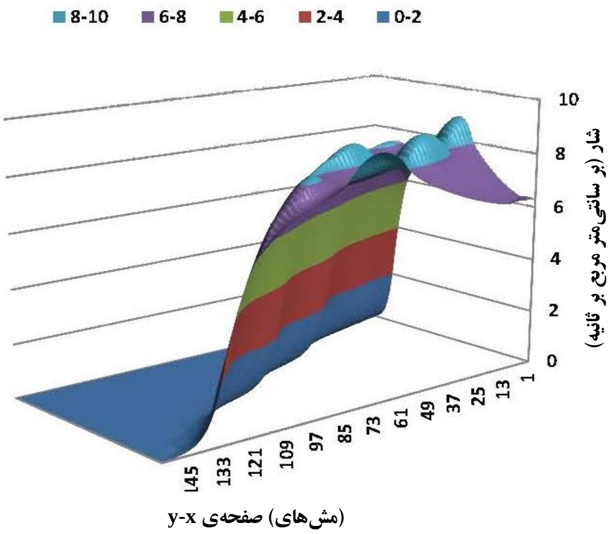
روش CRONOS FINEST	کد 3DNFD با ۶۰×۹۶ گره در هر بسته سوخت	خطای نسبی (PCM)
۱٫۰۴۹۵۴۰	۱٫۰۴۹۴۴۶	۸٫۹۵



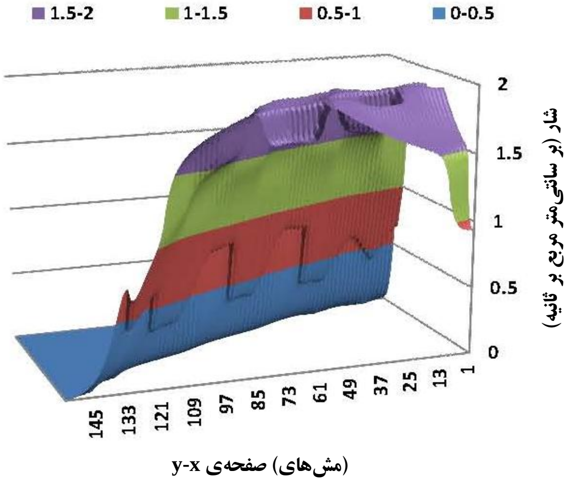
شکل ٦. توزیع چگالی قدرت نسبی محوری به دست آمده از اجرای کد و معیار.

جدول ۳. نتایج کد 3DNFD با تعداد مش‌های متفاوت در راستای محوری و شعاعی

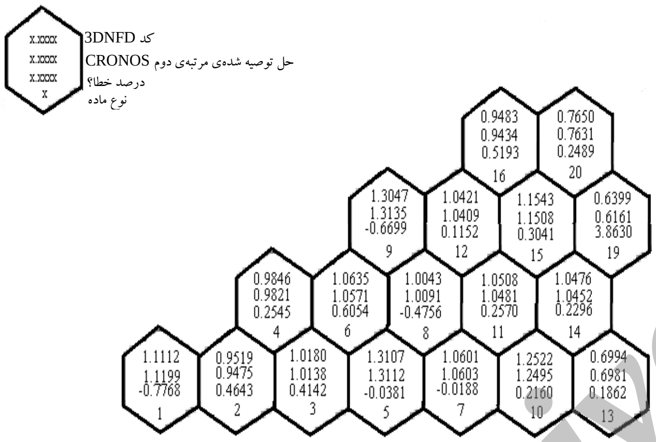
تعداد مش‌ها در راستای شعاعی	تعداد مش‌ها در راستای محوری	K_{eff}	خطای نسبی (PCM)	قله‌ی قدرت
۲۴	۳۶	۱٫۰۵۰۰۱۸	۴۶	
۵۴	۴۸	۱٫۰۴۹۶۶۲	۱۲	
۹۶	۶۰	۱٫۰۴۹۴۴۶	۷	۲٫۵۳۹



شکل ۷. توزیع شار نوترون‌های تند در مرکز قلب.



شکل ۸. توزیع شار نوترون‌های گرمایی در مرکز قلب.



شکل ۹. مقایسه‌ی نتایج کد با نتایج موجود در نمونه‌ی شولتز.

پی‌نوشت:

۱. Wielandt Shift

مرجع‌ها:

1. J. J. Duderstadt, Louis J. Hamilton, Nuclear Reactor Analysis, Jone Wiley & Sons (1976).

2. K. Almenas, Introduction to Nuclear Reactor Physics, Springer publishing Co (1992).

3. Y. A. Shatilla, A sample quadratic nodal model for hexagonal geometry, Massachusetts institute of technology, September (1992).

4. T. Downar, D. Lee, Y. Xu, T. Kozlowski, PARCS v2.6 U.S. NRC Core Neutronics Simulator THEORY MANUAL, School of Nuclear Engineering Purdue University (2004).

5. RSICC computer code collection, CITATION-LDI2, OAK RIDGE national laboratory (1971).

6. Computational Benchmark Problems Committee of the Mathematics and Computation Division of The American Nuclear Society, ANL-7416 Supplement 2, Argonne Code Center (1977).

7. http://aerbench.kfki.hu/aerbench/FCM101.doc.