



## محاسبه‌ی پارامترهای نوترونی در رآکتورهای هسته‌ای تند با استفاده از روش مونت کارلو

محسن شایسته<sup>۱</sup>، رضا آذرخلیلی آغمیونی<sup>۱</sup>، اکبر عبدی‌سرای\*<sup>۱،۲</sup>، محمد زارعی رونیزی<sup>۱</sup>

۱. گروه فیزیک، دانشگاه امام حسین (ع)، صندوق پستی: ۳۴۷-۱۶۵۷۵، تهران-ایران

۲. گروه مهندسی هسته‌ای، دانشکده علوم و فناوری‌های نوین، دانشگاه اصفهان، صندوق پستی: ۷۳۴۴۱-۸۱۷۴۶، اصفهان-ایران

**چکیده:** در این پژوهش با استفاده از روش مونت کارلو یک برنامه کامپیوتری برای محاسبه‌ی پارامترهای نوترونی یک سیستم تکثیرکننده (ی نوترونی) نوشته شده است. این برنامه می‌تواند پارامترهایی چون ضریب تکثیر مؤثر و توزیع شار نوترونی سیستم را محاسبه کند. این برنامه ضریب تکثیر نوترون‌های آبی و کل نوترون‌ها را به طور جداگانه محاسبه نموده، سپس با استفاده از این دو ویژه مقدار و روش آبی، کسر مؤثر نوترون‌های تأخیری را محاسبه می‌نماید. نتایج به دست آمده برای ضریب تکثیر مؤثر و توزیع شار نوترونی، با مقادیر تجربی و نتایج حاصل از کد MCNP4C مقایسه شد. تطابق خوبی بین آن‌ها وجود داشت. مقایسه‌ی نتایج به دست آمده برای کسر مؤثر نوترون‌های تأخیری از روش آبی با داده‌های تجربی و روش‌های دیگر نشان داد که روش آبی، روش مناسبی برای محاسبه‌ی کسر مؤثر نوترون‌های تأخیری است.

**کلیدواژه‌ها:** کسر مؤثر نوترون‌های تأخیری، ضریب تکثیر مؤثر، شار نوترونی، روش مونت کارلو

## Calculation of the Neutronic Parameters in Fast Nuclear Reactors by Using Monte Carlo Method

M. Shayesteh<sup>1</sup>, R. Azarkhalili Aghmiyoni<sup>1</sup>, A. Abdi Saray\*<sup>1,2</sup>, M. Zaree Ronizi<sup>1</sup>

1. Department of Physics, Imam Hossein University, P.O.Box: 16575-347, Tehran – Iran

2. Department of Nuclear Engineering, Faculty of Advance Sciences and Technologies, University of Isfahan, P.O.Box: 81746-73441, Isfahan – Iran

**Abstract:** In this study, a computer program is implemented to calculate the neutronic parameters of a multiplier system by Monte Carlo method. This program is able to perform the calculation of various parameters such as the effective multiplication factor, neutron flux distribution, and effective delayed neutrons of the system. This program calculates the prompt and the total multiplication factor of neutrons separately, then it can be used to calculate the effective fraction of delayed neutrons by the use of the eigenvalues and also the prompt method. The results obtained for the effective neutron multiplication factor and the neutron flux distribution are compared with the experimental measurements and the results of using MCNP4C code. In this approach a good agreement between them was obtained. The comparison between the obtained results for the effective fraction of delayed neutrons of the prompt method with those of the experimental measurements and other applied methods showed that the prompt method is a suitable approach for the calculation of the effective fraction of delayed neutrons.

**Keywords:** Effective Delayed Neutron Fraction, Effective Multiplication Factor, Neutron Flux, Monte Carlo Method

\*email: a.abdisaray@ast.ui.ac.ir

## ۱. مقدمه

شار نوترونی یکی از کمیت‌های مهم در میدان‌های نوترونی است که با استفاده از آن می‌توان میزان اندرکنش‌های مختلف نوترون را محاسبه کرد. در مواردی ممکن است به دنبال توزیع مکانی شار در داخل سیستم بود، در این موارد باید شار سطحی را حساب نمود. شار سطحی حالت حدی شار حجمی در وقتی است که ضخامت حجمی که شار در آن حساب می‌شود به سمت صفر میل می‌کند. یکی دیگر از پارامترهای مهم نوترونی در رآکتورهای هسته‌ای ضریب تکثیر مؤثر  $k_{eff}$  است. این کمیت به صورت نسبت تعداد نوترون در یک نسل به نسل پیشین تعریف می‌شود. ضریب تکثیر مؤثر سیستم را می‌توان با کد MCNP و یا کدهای محاسباتی از قبیل ANISN، DOT و TORT محاسبه کرد [۱]، [۲، ۳]. این سه کد که به ترتیب برای هندسه‌های یک بعدی، دو بعدی و سه بعدی کاربرد دارند، معادله‌ی ترابرد نوترون را به روش جهت‌های گسسته<sup>(۱)</sup> و با در نظر گرفتن چندین گروه انرژی و چشمه‌ی نوترونی مستقل از زمان حل می‌کنند. کد محاسباتی MCNP بدون حل معادله‌ی ترابرد و با بهره‌گیری از شبیه‌سازی اندرکنش‌های هسته‌ای، پارامترهای نوترونی را محاسبه می‌کند [۴]. یکی از پارامترهای نوترونی که در محاسبات وابسته به زمان کاربرد دارد، کسر مؤثر نوترون‌های تأخیری است. نوترون‌هایی که از پدیده‌ی شکافت آزاد می‌شوند اکثراً هم‌زمان با شکافت به وجود می‌آیند، این نوترون‌ها را نوترون‌های آنی<sup>(۲)</sup> می‌نامند. کسر کوچکی از نوترون‌های آزاد شده در فرایند شکافت با یک تأخیر زمانی و در اثر واپاشی بتایی محصولات شکافت تولید می‌شوند. این نوترون‌ها که نوترون‌های تأخیری<sup>(۳)</sup> نامیده می‌شوند و تعدادشان خیلی کم است، نقش بسیار مهمی در کنترل رآکتور دارند [۵]. کسر مؤثر نوترون‌های تأخیری ( $\beta_{eff}$ ) یکی از مهم‌ترین پارامترهای سینتیکی رآکتور است. آگاهی از مقدار کسر مؤثر نوترون‌های تأخیری برای بررسی رفتار رآکتور در حالت گذار، بسیار حایز اهمیت است. تخمین مقدار دقیق این کمیت برای تعیین واکنش‌پذیری<sup>(۴)</sup> و هم‌چنین ضریب تکثیر مؤثر سیستم لازم است. این کمیت مهم را می‌توان به صورت نسبت میزان تولید نوترون‌های تأخیری به میزان تولید کل نوترون‌ها به دست آورد [۶]. در روش دیگر این کمیت مهم را می‌توان از جواب‌های ویژه مقدارهای ضریب تکثیر مؤثر سیستم محاسبه

نمود [۷، ۸]. در این مقاله این کمیت مهم با روش آنی و در قالب برنامه‌ی کامپیوتری NTMC<sup>(۵)</sup> به روش مونت کارلو محاسبه شده است.

## ۲. روش کار

برنامه‌ی کامپیوتری NTMC با استفاده از روش مونت کارلو، انواع اندرکنش‌هایی را که نوترون می‌تواند در هر برخورد انجام دهد شبیه‌سازی نموده و شار سطحی و حجمی، ضریب تکثیر مؤثر سیستم و کسر مؤثر نوترون‌های تأخیری را محاسبه می‌نماید. کد محاسباتی MCNP مسایل حالت پایا و چشمه‌ی وابسته به زمان را حل می‌نماید، ولی این کد محاسباتی قابلیت بررسی وضعیت دینامیکی رآکتور را ندارد. در برنامه‌ی NTMC که برای محاسبه‌ی پارامترهای نوترونی از جمله کسر مؤثر نوترون‌های تأخیری نوشته شده است، این قابلیت وجود دارد که محاسبات وابسته به زمان نیز انجام شود. روش کار برنامه‌ی NTMC به گونه‌ای است که با ترابرد هر نوترون، که از شکافت یا چشمه‌ی خارجی (در صورت وجود) حاصل می‌شود، کلیه‌ی اندرکنش‌های محتمل به صورت آماری و با استفاده از توابع توزیع‌های احتمالی مربوطه و اعداد تصادفی شبیه‌سازی می‌شود [۹، ۱۰]. دنبال کردن نوترون تا زمانی ادامه می‌یابد که نوترون نشت کرده و امکان بازگشت به سیستم را نداشته باشد، یا این که نوترون جذب یکی از ایزوتوپ‌های موجود در سیستم شود. با ثبت نتایج در طول دوره‌ی به وجود آمدن یک نوترون تا جذب یا نشت آن، که تاریخچه‌ی ذره نامیده می‌شود، می‌توان پارامترهای موردنظر را محاسبه کرد.

### ۱.۲ شار نوترونی

شار حجمی متوسط و توزیع شار سطحی در سیستم به ترتیب از رابطه‌های (۱) و (۲) محاسبه می‌شوند [۴، ۹، ۱۰].

$$\Phi = \frac{1}{V.H} \times \sum_{h=1}^H \left[ \left( \sum_{i=1}^C L_{h,i} W + R_h W \right) \right] \quad (1)$$

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{WL_i}{V} = (W\delta / |\cos \theta|) \frac{1}{A\delta} = \frac{W}{A|\mu|} \quad (2)$$



به طور کلی سه روشی که برای محاسبه‌ی ضریب تکثیر مؤثر نوترونی (به روش مونت کارلو) در محیط‌های تکثیرکننده به کار می‌رود، در مورد تمامی رآکتورها صادق‌اند. به عبارت دیگر، روش‌های محاسبه‌ی ضریب تکثیر مؤثر رآکتور (به روش مونت کارلو) به نوع، شکل و این که رآکتور دارای بازتاباننده است یا خیر، وابسته نیست. اثری که بازتاباننده بر روی ضریب تکثیر رآکتور می‌گذارد این است که بازتاباننده با کاهش احتمال خروج نوترون (آنی یا تأخیری) از رآکتور می‌تواند آن را به قلب رآکتور برگرداند و باعث ایجاد شکافت‌های بیش‌تر و افزایش مقدار ضریب تکثیر مؤثر سیستم شود. به عبارت دیگر استفاده از بازتاباننده، اندازه‌ی قلب رآکتور و مقدار جرم بحرانی لازم برای بحرانی شدن رآکتور را کاهش می‌دهد.

### ۳.۲ کسر مؤثر نوترون‌های تأخیری

نکته‌ای که در مورد محاسبه‌ی کسر مؤثر نوترون‌های تأخیری باید به آن توجه داشت این است که کسر مؤثر نوترون‌های تأخیری برای هر ایزوتوپ خاص مشخص است و با توجه به این که شکافت با نوترون تند انجام می‌شود یا با نوترون گرمایی، دارای دو مقدار متفاوت است [۶]. در اکثر کتاب‌های رآکتور، کسر مؤثر نوترون‌های تأخیری برای ایزوتوپ‌های شکافا و شکافت‌پذیر داده شده است [۶]. آنچه مهم است، به دست آوردن کسر مؤثر نوترون‌های تأخیری برای یک رآکتور با توزیع سوخت مشخص، که ترکیبی از ایزوتوپ‌های شکافا و شکافت‌پذیر است، می‌باشد. با توجه به این که نوترون‌های تأخیری از واپاشی بتایی محصولات شکافت به وجود می‌آیند و این‌گونه شکافت‌ها ممکن است در قسمت‌های دیگر رآکتور مثل بازتاباننده نیز رخ دهد (مثل رآکتور Popsy که دارای بازتاباننده از جنس اورانیم طبیعی است)، اطلاق عنوان کسر مؤثر نوترون‌های تأخیری برای سوخت رآکتور صحیح نیست و بهتر است عنوان کسر مؤثر نوترون‌های تأخیری برای رآکتور به کار برده شود تا برای سوخت رآکتور.

۱.۳.۲ نسبت میزان تولید نوترون‌های تأخیری به کل نوترون‌ها (روش کپیین<sup>(۸)</sup>)

میزان تولید کل نوترون‌ها ( $p_{eff}$ ) چنین محاسبه می‌شود [۶]

$$p_{eff} = \int \psi(\vec{r}, E', \hat{\Omega}') \times (E') v(E) \Sigma_F(\vec{r}, E) \Phi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega}' d\hat{\Omega} d\vec{r} \quad (۶)$$

که در آن‌ها،  $H$  تعداد تاریخچه‌ها،  $L_i$  فاصله بین برخوردها،  $W$  وزن آماری ذره،  $R_h$  طول مسیر بین آخرین برخورد و مرز سیستم،  $\mu$  کسینوس زاویه‌ی بین عمود بر سطح و مسیر ذره (شکل ۱) و  $C$  تعداد برخوردهایی است که ذره پیش از جذب شدن یا نشت کردن از سیستم انجام می‌دهد. در محاسبه‌ی شار سطحی چنانچه ضخامت  $\delta$  به سمت صفر میل کند، حجم ( $V$ ) برابر  $A\delta$  و طول مسیر ذره برابر  $\frac{\delta}{|\mu|}$  می‌شود.

### ۲.۲ ضریب تکثیر مؤثر سیستم

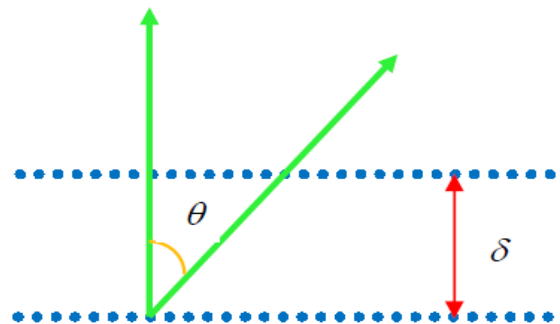
ضریب تکثیر مؤثر سیستم را می‌توان با روش‌های طول مسیر، برخورد و جذب و به ترتیب با استفاده از رابطه‌های (۳)، (۴) و (۵) محاسبه نمود [۹، ۱۰].

$$k_{eff}^{TL} = \frac{W}{H} \times \sum_{h=1}^H \left[ \sum_{i=1}^C \left( L_{h,i} \sum_k Df_k v_k(E) \sigma_{fk}(E) \right) + R_h \sum_k Df_k v_k(E) \sigma_{fk}(E) \right] \quad (۳)$$

$$k_{eff}^C = \frac{W}{H} \times \sum_{h=1}^H \left[ \frac{\sum_k f_{m,k} v_k(E) \sigma_{fk}(E)}{\sum_k f_{m,k} \sigma_{tk}(E)} \right] \quad (۴)$$

$$k_{eff}^A = \frac{W}{H} \times \sum_{i=1}^H \left( \frac{v_k(E) \sigma_{fk}(E)}{\sigma_{ck}(E) + \sigma_{fk}(E)} \right) \quad (۵)$$

که در آن‌ها،  $D$  چگالی اتمی،  $f_k$  کسر اتمی ایزوتوپ  $k$  ام،  $v_k(E)$  تعداد نوترون‌های آزاد شده در برخورد منجر به شکافت نوترونی با انرژی  $E$  با ایزوتوپ  $k$  ام،  $\sigma_{fk}(E)$  سطح مقطع میکروسکوپی شکافت وابسته به انرژی ایزوتوپ  $k$  ام،  $\sigma_{tk}(E)$  سطح مقطع میکروسکوپی کل ایزوتوپ  $k$  ام،  $\sigma_{ck}(E)$  سطح مقطع میکروسکوپی گیراندازی نوترون ایزوتوپ  $k$  ام و  $m$  مربوط به نوع محیط برخورد (محیطی که برخورد نوترون در آن انجام می‌شود) است.



شکل ۱. زاویه‌ی بردار عمود بر سطح و مسیر ذره برای محاسبه‌ی شار سطحی.



$$\Psi_d = \Psi$$

و

$$\Phi_d = \Phi$$

آن‌گاه [۸]

$$\frac{\langle X_d v \rangle}{\langle X v \rangle} = \frac{k_d}{k_t} \rightarrow \beta_{\text{eff}} = \beta' \frac{k_d}{k_t} \quad (10)$$

## ۳.۳.۲ روش آنی

این روش تقریبی از رابطه‌ای (۸) استخراج می‌شود. با توجه به این که  $v_p = v - v_d$  رابطه‌ی (۸) می‌تواند به صورت زیر نوشته شود [۷]

$$\beta_{\text{eff}} = \frac{\langle X_d v_d \rangle}{\langle X v \rangle} = 1 - \frac{\langle X v - X_d v_d \rangle}{\langle X v \rangle} = 1 - \frac{\langle X(v_p + v_d) + X_d v_d \rangle}{\langle X v \rangle} = 1 - \frac{\langle X v_p + X_d v_d + X v_d \rangle}{\langle X v \rangle} = 1 - \frac{\langle X v_p - (X_d - X) v_d \rangle}{\langle X v \rangle}$$

که در آن، شاخص  $p$  مربوط به نوترون‌های آنی است. با توجه به این که عبارت  $(X_p - X) v_d$  به لحاظ بزرگی نسبت به  $v_p X$  خیلی کوچک‌تر است (چون مقدار  $v_d$  از مقدار  $v_p$  خیلی کوچک‌تر است) و با فرض این که  $X$  تقریباً با  $X_p$  و  $\Phi_p$  تقریباً با  $\Phi$  یکسان هستند، داریم [۷]

$$\beta_{\text{eff}} = 1 - \frac{\langle X v_p \rangle}{\langle X v \rangle} = 1 - \frac{\langle X_p v_p \rangle}{\langle X v \rangle} \quad (11)$$

$$\beta_{\text{eff}} = 1 - \frac{k_p}{k_t}$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود این روش، شامل محاسبه‌ی دو ویژه مقدار  $k_t$  و  $k_p$  است.  $k_p$  ضریب تکثیر مؤثر سیستم است که با نوترون‌های آنی به دست می‌آید، و  $k_t$  نیز ضریب تکثیر مؤثر سیستم است که با کل نوترون‌ها (نوترون‌های آنی و تأخیری) به دست می‌آید. در هنگام محاسبه‌ی  $k_t$  تمامی نوترون‌های حاصله از شکافت باید دنبال شوند. اما در محاسبه‌ی  $k_p$  فقط نوترون‌های آنی دنبال می‌شوند، برای این کار دو راه وجود دارد:

- بعد از شکافت یک ایزوتوپ خاص، با استفاده از یک عدد تصادفی، آنی یا تأخیری بودن نوترون حاصل از شکافت آن

و میزان تولید نوترون‌های تأخیری ( $\rho_{d,\text{eff}}$ ) نیز از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود [۶]

$$\rho_{d,\text{eff}} = \int \psi(\bar{r}, E', \Omega') x_d(E') v_d(E) \Sigma_F(\bar{r}, E) \Phi(\bar{r}, E, \Omega) dE d\Omega dE' d\Omega' d\bar{r} \quad (V)$$

که در آن‌ها  $\psi(\bar{r}, E', \Omega')$  تابع الحاقی (تابع اهمیت) نوترون‌ها است که در مقاله‌های مختلف به نحوه‌ی محاسبه آن اشاره شده است [۱۱] و نمادهای  $\Omega'$ ،  $E'$  و  $\bar{r}$  به ترتیب، جهت حرکت، انرژی و موقعیت نوترون‌های تولید شده از شکافت به وسیله‌ی نوترون‌های فرودی با انرژی  $E$  و جهت حرکت  $\Omega$  و موقعیت  $\bar{r}$  هستند. بدیهی است که موقعیت  $\bar{r}$  برای هر دو یکسان است.  $X(E')$  طیف انرژی کل نوترون‌ها،  $X_d(E')$  طیف انرژی نوترون‌های تأخیری،  $v(E)$  میانگین تعداد نوترون‌های آزاد شده به ازای هر شکافت برای نوترون فرودی با انرژی  $E$ ،  $v_d(E)$  میانگین تعداد نوترون‌های تأخیری آزاد شده به ازای هر شکافت فرودی با انرژی  $E$ ،  $\Sigma_F(\bar{r}, E)$  سطح مقطع ماکروسکوپی شکافت برای نوترون با انرژی  $E$  و در مکان  $\bar{r}$  و  $\Phi$  شار نوترونی است. از تقسیم رابطه‌ی (۷) بر رابطه‌ی (۶) کسر مؤثر نوترون‌های تأخیری به دست می‌آید [۶]

$$\beta_{\text{eff}} = \frac{\rho_{d,\text{eff}}}{\rho_{\text{eff}}} \quad (8)$$

۲.۳.۲ روش اسپریگز<sup>(۷)</sup>

این روش، یک روش تقریبی استخراج شده از رابطه‌ی (۸) است. در روش اسپریگز، رابطه‌ی (۸) به صورت زیر بازنویسی می‌شود [۸، ۷]

$$\beta_{\text{eff}} = \frac{\langle X_d v_d \rangle}{\langle X v \rangle} = \frac{\langle X_d v_d \rangle}{\langle X_d v \rangle} \times \frac{\langle X_d v \rangle}{\langle X v \rangle} = \beta' \times \frac{\langle X_d v \rangle}{\langle X v \rangle} \quad (9)$$

عبارت  $\langle X_d v \rangle$  به صورت انتگرالی چنین نوشته می‌شود

$$\langle X_d v \rangle = \int \psi(\bar{r}, E', \Omega') X_d(E') v(E) \Sigma_F(\bar{r}, E) \Phi(\bar{r}, E, \Omega) dE d\Omega dE' d\Omega' d\bar{r}$$

در روش اسپریگز، فرض‌های زیر برای محاسبه‌ی انتگرال  $\langle X_d v \rangle$  در نظر گرفته می‌شود [۸]



$$\beta_{\text{eff}} = 1 - \frac{k_p}{k_t}$$

$$\text{Ln}\beta_{\text{eff}} = \text{Ln}(k_t - k_p) - \text{Ln}(k_t)$$

$$\Delta\beta_{\text{eff}} = \beta_{\text{eff}} \times \left( \frac{\Delta k_t - \Delta k_p}{k_t - k_p} - \Delta k_t / k_t \right) \quad (13)$$

که در آن  $\Delta k_t$  خطای آماری حاصل از ضریب تکثیر مؤثر کل سیستم و  $\Delta k_p$  خطای آماری حاصل از ضریب تکثیر مؤثر آبی سیستم است. در رابطه‌ی (۱۳) تفریق ماقبل  $\Delta k_t / k_t$  به جمع تبدیل می‌شود.

برنامه‌ی NTMC خطای آماری کمیت‌های موردنظر (دو ویژه مقدار ضریب تکثیر مؤثر سیستم) را طی سه مرحله محاسبه می‌نماید:

- برای هر رویداد، مقدار نمونه‌برداری شده‌ی  $y_i$  برای کمیت موردنظر مشخص می‌شود (مثلاً برای محاسبه‌ی ضریب تکثیر مؤثر سیستم با استفاده از روش طول مسیر،  $y_i$  برابر با حاصل ضرب طول مسیر در سطح مقطع ماکروسکوپی شکافت در تعداد نوترون‌های به وجود آمده از آن شکافت است).  $y_i$  برای همه‌ی رویدادهای یک تاریخچه محاسبه و پس از پایان آن تاریخچه، با یک‌دیگر جمع می‌شوند:

$$Y_i = \sum_{i=1}^C y_i \quad (14)$$

که در آن  $C$  تعداد رویدادهای موردنظر در هر تاریخچه است (که در محاسبه‌ی ضریب تکثیر مؤثر سیستم به روش طول مسیر، برابر با تعداد برخوردها است).

- پس از پایان یافتن هر دوره، مقادیر  $Y$  و  $Y^T$  مربوط به همه‌ی تاریخچه‌ها، با در نظر گرفتن  $WE$ ، تابع وزنی مربوط برای بهنجار نمودن تعداد ذرات در هر دوره، محاسبه می‌شوند

$$\bar{x} = \frac{WE}{N} \times \sum_{i=1}^N Y_i \quad (15)$$

$$\bar{x}^T = \frac{WE}{N} \times \sum_{i=1}^N Y_i^T \quad (16)$$

- در پایان هر دوره، تخمین کمیت موردنظر به صورت زیر گزارش می‌شود

$$\bar{x} = \pm \sqrt{\frac{(\bar{x}^T - \bar{x})}{N}} \quad (17)$$

ایزوتوپ خاص مشخص می‌شود. این کار با استفاده از مقدار کسر مؤثر نوترون‌های تأخیری هر ایزوتوپ خاص (که دارای دو مقدار متفاوت برای شکافت‌های تند و گرمایی است [۶]) انجام می‌شود. با توجه به این موضوع که کسر مؤثر نوترون‌های تأخیری برای هر ایزوتوپ، فقط وابسته به نوع شکافت است (شکافت با نوترون‌های تند یا گرمایی)، در شبیه‌سازی مونت کارلو با خواندن یک عدد تصادفی (بین صفر و یک) آبی یا تأخیری بودن نوترون حاصل از شکافت یک ایزوتوپ خاص می‌تواند تعیین شود. اگر مقدار عدد تصادفی از  $\beta$  (کسر مؤثر نوترون‌های تأخیری هر ایزوتوپ خاص) کوچک‌تر باشد نوترون تأخیری است و در غیر این صورت نوترون آبی خواهد بود. مقدار  $\beta$  برای اکثر ایزوتوپ‌های شکافت و شکافت‌پذیر در کتاب‌های رآکتور داده شده است [۶].

- با توجه به این که  $\beta$  برای هر ایزوتوپ خاص، تنها وابسته به نوع شکافت است (تند یا گرمایی)، مقدار  $v_p$  برای هر ایزوتوپ خاص چنین به دست می‌آید

$$v_p = v_t \times (1 - \beta) \quad (12)$$

اگر مسئله به صورت چند گروه انرژی (انرژی گسسته) حل شود، با داشتن  $v_t$  هر گروه، مقدار  $v_p$  آن گروه انرژی برای هر ایزوتوپ خاص به دست می‌آید، چرا که مقدار  $\beta$  مشخص است. با این روش، از همان ابتدا، نوترون‌های تأخیری کنار گذاشته می‌شوند و به همان صورتی عمل می‌شود که برای محاسبه‌ی  $k_t$  عمل شده است، در واقع در این روش، بعد از شکافت و تعیین ایزوتوپی که شکافت روی انجام شده است، نیازی نیست که تعیین شود نوترون آبی است یا تأخیری، چرا که با انجام این روش، به طور خودکار، تنها نوترون‌های آبی هر ایزوتوپ خاص دنبال می‌شوند.

با روش مونت کارلو،  $k_p$  می‌تواند به هر دو روش اشاره شده، محاسبه شود. برنامه‌ی NTMC خطای آماری هر یک از دو ویژه مقدار ضریب تکثیر مؤثر نوترونی را محاسبه نموده و با استفاده از این خطاهای آماری، خطای آماری کسر مؤثر نوترون‌های تأخیری را از رابطه‌ی (۱۳) محاسبه می‌کند



### ۴.۳.۲ مقایسه بین روش‌های محاسبه‌ی کسر مؤثر نوترون‌های تأخیری

همان‌گونه که اشاره شد، روش اصلی برای محاسبه‌ی کسر مؤثر نوترون‌های تأخیری روش کپین است و دو روش آنی و اسپریگز روش‌های تقریبی هستند که با وارد کردن تقریب‌های کوچک و بزرگ از روش کپین استخراج شده‌اند. برای استخراج روش آنی از روش کپین، در بخش (۳.۳.۲) از تقریب‌هایی استفاده شده است که نزدیک به واقعیت هستند مثل یکسان دانستن تابع اهمیت کل نوترون‌ها با تابع اهمیت نوترون‌های آنی و یا یکسان دانستن تابع شار کل نوترون‌ها با تابع شار نوترون‌های آنی و غیره. این تقریب‌ها، تقریب‌های قابل قبولی هستند زیرا نوترون‌های تأخیری کم‌تر از یک درصد جمعیت کل نوترون‌ها را تشکیل می‌دهند یا به عبارتی دیگر بیش از ۹۹ درصد جمعیت نوترون‌های حاصل از شکافت، نوترون‌های آنی هستند. پس انتظار می‌رود جواب به دست آمده از روش تقریبی آنی با روش اصلی که روش کپین است، مطابقت خوبی داشته باشد. اما برای استخراج روش اسپریگز از روش کپین، به کار بردن تقریب‌های بخش (۲.۳.۲) یعنی یکسان دانستن تابع شار و تابع اهمیت کل نوترون‌ها با تابع شار و تابع اهمیت نوترون‌های تأخیری، مناسب نیست زیرا همان‌طور که اشاره شد نوترون‌های تأخیری کم‌تر از یک درصد جمعیت کل نوترون‌ها را تشکیل می‌دهند. پس اگر در نتایج حاصل از روش اسپریگز و کپین هم‌گرایی مناسبی مشاهده نشود این امر را می‌توان در تقریب‌هایی دانست که در این روش به کار برده شده‌اند.

### ۳. نتایج، بحث و نتیجه‌گیری

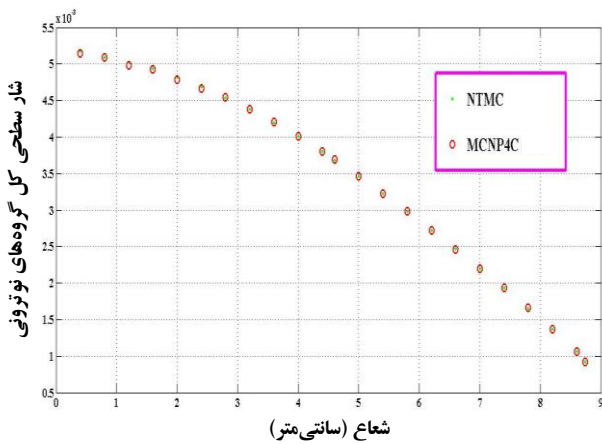
برای ارزیابی نتایج برنامه‌ی NTMC، محاسبات این کد برای دو رآکتور تحقیقاتی Godiva و Popsy [۱۲، ۱۳] با نتایج کد محاسباتی MCNP4C و مقادیر تجربی مقایسه شد. در این محاسبات، از سطح مقطع‌های ۶ گروهی هانسن [۱۴] استفاده شده است. البته سطح مقطع‌های مورد نیاز، توسط نرم‌افزار NJOY، از بانک اطلاعاتی ENDF-6 نیز قابل استخراج هستند [۱۵، ۱۶].

یکی از مهم‌ترین مواردی که می‌تواند بر روی مقادیر پارامترهای نوترونی اثرگذار باشد، کتاب‌خانه‌ی سطح مقطع‌های استفاده شده در محاسبات است. در واقع مقادیر پارامترهای نوترونی به نوع کتاب‌خانه و این که کتاب‌خانه به صورت چند گروهی یا پیوسته باشد، وابسته‌اند. برنامه‌ی NTMC از کتاب‌خانه‌ی شش گروهی هانسن برای انجام محاسبات استفاده می‌نماید. اگر

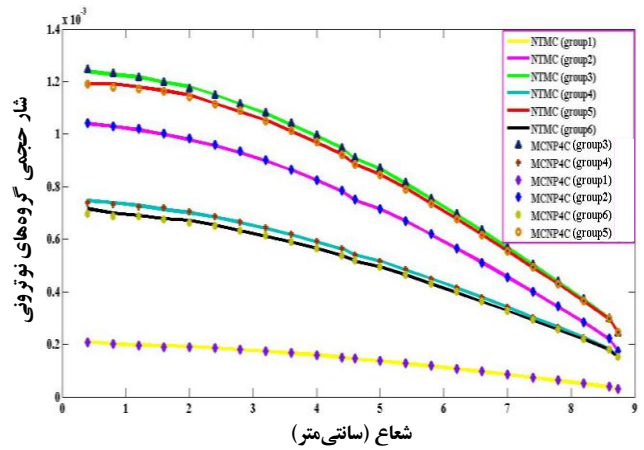
در هنگام استفاده از کد محاسباتی MCNP4C، آن با کتاب‌خانه‌ی پیش فرض آن (به صورت سطح مقطع‌های پیوسته) اجرا شود، نتایج دو کد NTMC و MCNP4C قابلیت مقایسه‌ی کم‌تری را خواهند داشت. بنابراین هنگام استفاده از کد محاسباتی MCNP4C، به جای این که این کد با کتاب‌خانه‌ی پیش فرض آن (به صورت سطح مقطع‌های پیوسته) اجرا شود، آن با همان کتاب‌خانه‌ی که برای برنامه‌ی کامپیوتری NTMC تعریف شد (کتاب‌خانه‌ی شش گروهی هانسن)، اجرا شد تا نتایج دو کد NTMC و MCNP4C قابلیت مقایسه‌ی بیش‌تری را داشته باشند.

- شار حجمی و سطحی گروه‌های نوترونی برای دو رآکتور تحقیقاتی Godiva و Popsy در حالت بحرانی، به وسیله‌ی برنامه‌ی NTMC محاسبه شد و نتایج آن، با نتایج کد MCNP4C مقایسه گردید. شکل‌های ۲ و ۳، به ترتیب، شار حجمی و سطحی گروه‌های نوترونی و شکل‌های ۴ و ۵، به ترتیب، شار حجمی و سطحی کل گروه‌های نوترونی را برای رآکتور تحقیقاتی Godiva در حالت بحرانی برحسب شعاع رآکتور نشان می‌دهند. هم‌چنین شکل‌های ۶ و ۷ به ترتیب، شار حجمی و سطحی گروه‌های نوترونی و شکل‌های ۸ و ۹، به ترتیب، شار حجمی و سطحی کل گروه‌های نوترونی را برای رآکتور تحقیقاتی Popsy در حالت بحرانی برحسب شعاع نشان می‌دهند.

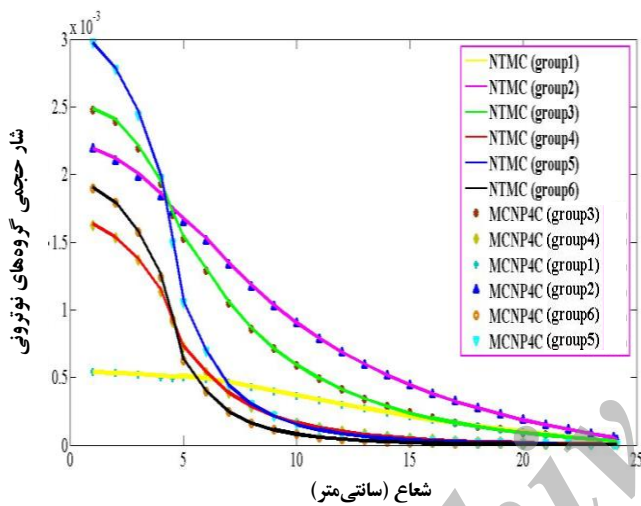
- برای مقایسه‌ی نتایج حاصل از اجرای برنامه NTMC برای ضریب تکثیر مؤثر سیستم، نمودار ضریب تکثیر مؤثر برحسب غنای اورانیم ۲۳۵ برای رآکتور تحقیقاتی Godiva در ۶ گروه انرژی ترسیم شد (شکل ۱۰). چون کد MCNP4C توانایی محاسبه‌ی ضریب تکثیر سیستم برای تک‌تک گروه‌های انرژی را ندارد، نتایج شش گروهی ضریب تکثیر برحسب غنای اورانیم ۲۳۵ با هم ترکیب، و نتیجه‌ی آن با مقدار به دست آمده از کد محاسباتی MCNP4C که با استفاده از دستور KCODE آن را محاسبه می‌کند [۴]، مقایسه شد. منحنی تغییرات ضریب تکثیر مؤثر رآکتور (Godiva) با غنای اورانیم ۲۳۵، محاسبه شده با دو کد NTMC و MCNP4C در شکل ۱۱ نشان داده شده است. این منحنی نشان می‌دهد که نتایج حاصل از برنامه‌ی NTMC با مقادیر به دست آمده از کد محاسباتی MCNP4C تطابق بسیار خوبی دارد.



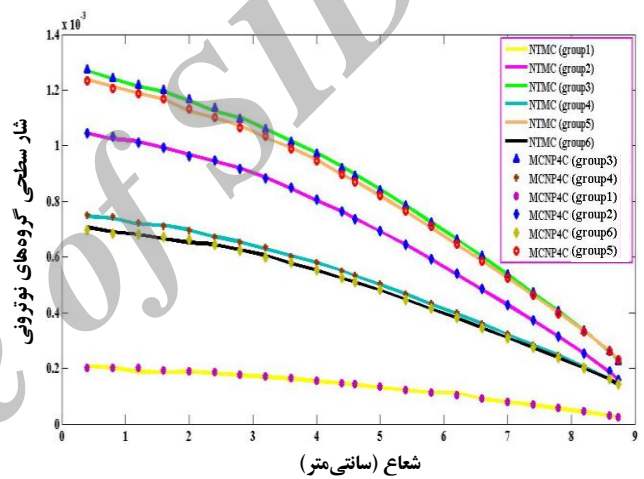
شکل ۵. شار سطحی کل گروه‌های نوترونی برحسب شعاع برای رآکتور تحقیقاتی Godiva در حالت بحرانی.



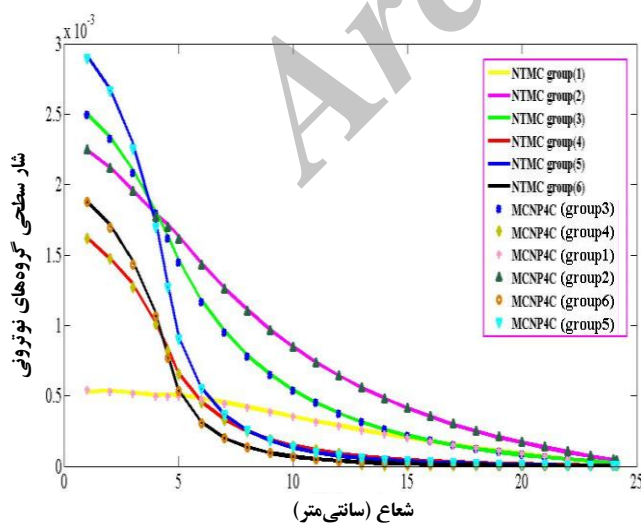
شکل ۲. شار حجمی گروه‌های نوترونی برحسب شعاع برای رآکتور تحقیقاتی Godiva در حالت بحرانی.



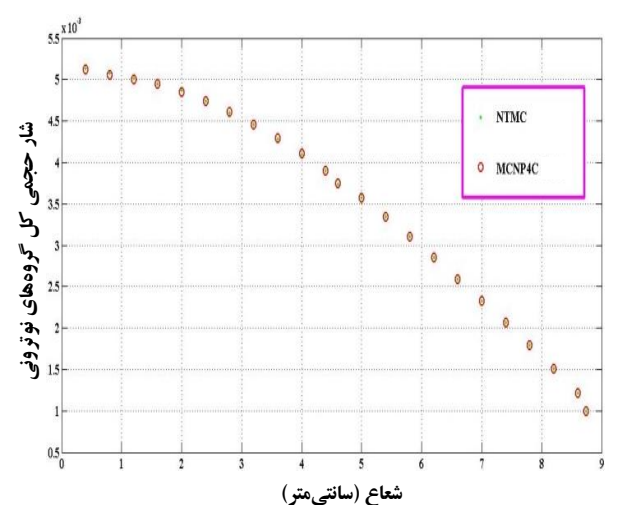
شکل ۶. شار حجمی گروه‌های نوترونی برحسب شعاع برای رآکتور تحقیقاتی Popsy در حالت بحرانی.



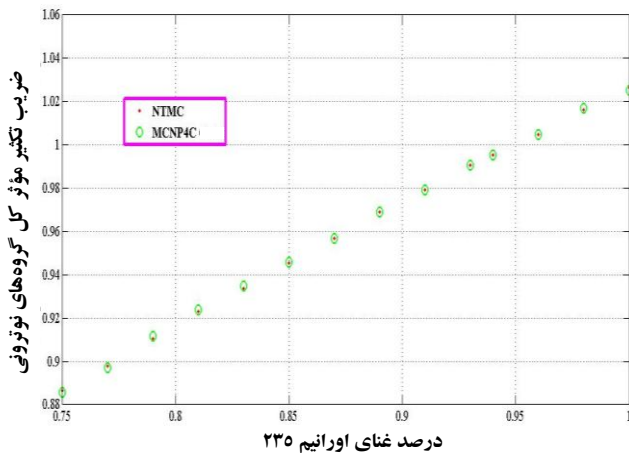
شکل ۳. شار سطحی گروه‌های نوترونی برحسب شعاع برای رآکتور تحقیقاتی Godiva در حالت بحرانی.



شکل ۷. شار سطحی گروه‌های نوترونی برحسب شعاع برای رآکتور تحقیقاتی Popsy در حالت بحرانی.



شکل ۴. شار حجمی کل گروه‌های نوترونی برحسب شعاع برای رآکتور تحقیقاتی Godiva در حالت بحرانی.

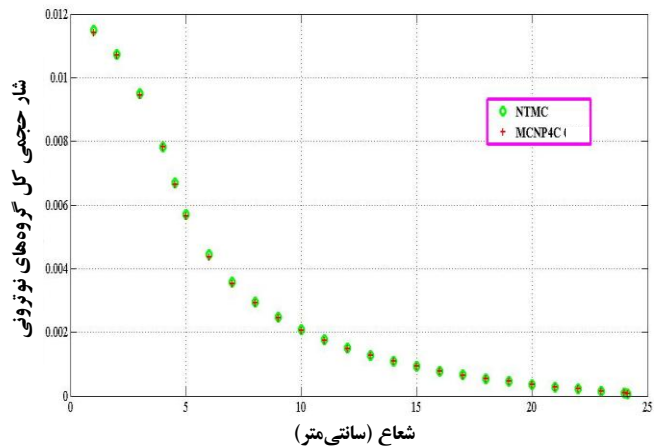


**شکل ۱۱.** رابطه‌ی بین ضریب تکثیر مؤثر کل گروه‌های نوترونی و غنای اورانیم ۲۳۵ در رآکتور تحقیقاتی Godiva با استفاده از برنامه‌ی NTMC و کد محاسباتی MCNP4C.

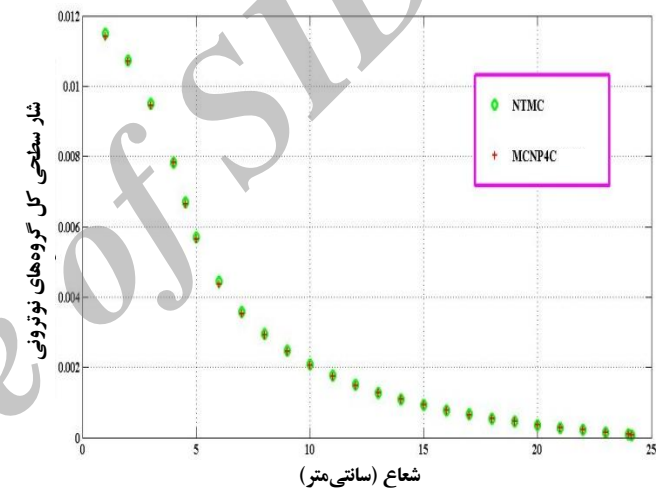
در جدول ۱، ضریب تکثیر مؤثر سیستم برای دو رآکتور بحرانی Godiva و Popsy، محاسبه شده با استفاده از برنامه‌ی NTMC و کد محاسباتی MCNP4C و مقادیر تجربی [۱۷]، مقایسه شده‌اند. براساس اطلاعات این جدول، تطابق خوبی بین مقادیر وجود دارد.

برای ارزیابی نتایج حاصل از محاسبه‌ی کسر مؤثر نوترون‌های تأخیری، این کمیت با برنامه‌ی NTMC و به روش آنی برای دو رآکتور تحقیقاتی Godiva و Popsy محاسبه و نتایج حاصل از آن با مقادیر تجربی و همچنین مقادیر به دست آمده از دو روش کپین [۶] و اسپریگر [۸] مقایسه شد. در جدول ۲، نتایج محاسبه و مقادیر تجربی [۷] و خطای هر یک از آن‌ها، برحسب pcm ( $\text{pcm} = 0.00001$ ) داده شده‌اند. با مقایسه‌ی نتایج به دست آمده از کد NTMC و مقادیر تجربی، تطابق خوبی بین آن‌ها مشاهده می‌شود.

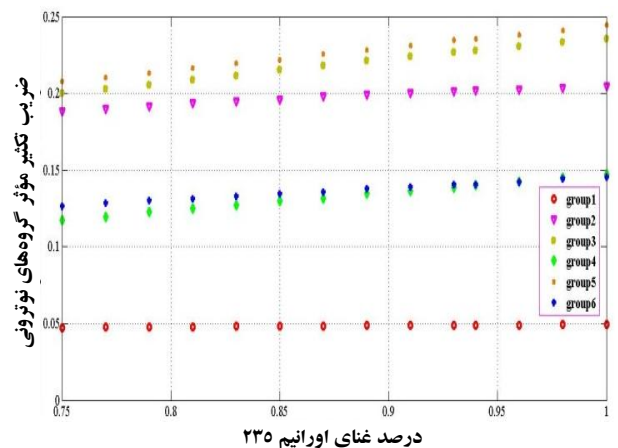
نتایج حاصل برای کسر مؤثر نوترون‌های تأخیری که با سه روش آنی، کپین و اسپریگر محاسبه شده‌اند، در جدول ۳ آورده شده‌اند. در این جدول، نتایج به صورت C/E (نسبت مقدار محاسبه شده به مقدار تجربی) گزارش شده‌اند. محاسبات روش‌های مذکور با استفاده از چندین کتابخانه‌ی متفاوت انجام شده است. در قسمت مربوط به روش آنی، محاسبه با استفاده از کتابخانه هانسن و با برنامه‌ی NTMC انجام شده است و از آنجایی که در این پژوهش، تنها با روش آنی به محاسبه‌ی کسر مؤثر نوترون‌های تأخیری پرداخته شده است، نتایجی برای استفاده از کتابخانه‌ی هانسن با دو روش کپین و اسپریگر ارائه نشده است. نتایج تمامی کتابخانه‌ها به غیر از کتابخانه‌ی هانسن، از مرجع [۷] استخراج شده است.



**شکل ۸.** شار حجمی کل گروه‌های نوترونی برحسب شعاع برای رآکتور تحقیقاتی Popsy در حالت بحرانی.



**شکل ۹.** شار سطحی کل گروه‌های نوترونی برحسب شعاع برای رآکتور تحقیقاتی Popsy در حالت بحرانی.



**شکل ۱۰.** رابطه‌ی بین ضریب تکثیر مؤثر گروه‌های نوترونی و غنای اورانیم ۲۳۵ در رآکتور تحقیقاتی Godiva با استفاده از برنامه‌ی NTMC.



**جدول ۲.** مقادیر تجربی و محاسبه شده‌ی کسر مؤثر نوترون‌های تأخیری با

روش آنی برحسب pcm

مقدار تجربی	مقدار محاسبه شده به وسیله‌ی برنامه NTMC			نام رآکتور
	$B_{eff}$	$k_t$	$k_p$	
$659 \pm 10$	$662.0 \pm 0.4$	$0.9960631 \pm 0.0003891$	$0.9894611 \pm 0.0002876$	Godiva
$276 \pm 7$	$282.0 \pm 0.1$	$0.9930166 \pm 0.0001664$	$0.9902151 \pm 0.0001655$	Popsy

**جدول ۱.** مقایسه‌ی ضریب تکثیر مؤثر محاسبه شده به وسیله‌ی برنامه‌ی

NTMC با نتایج کد MCNP4C و مقادیر تجربی

نام رآکتور	مقدار $k_{eff}$		
	محاسبه شده به وسیله‌ی برنامه‌ی NTMC	تجربی	محاسبه شده به وسیله‌ی کد MCNP4C
Godiva	$0.9960 \pm 0.0003$	$1.0000 \pm 0.0010$	$0.9952 \pm 0.0002$
Popsy	$0.9930 \pm 0.0001$	$1.0000 \pm 0.0030$	$0.9972 \pm 0.0002$

**جدول ۳.** مقایسه‌ی نتایج به دست آمده از روش‌های آنی، کیپین و اسپریگز به صورت C/E

C/E				$\beta_{eff} (pcm)$ تجربی	نام رآکتور
JENDL-3.3 (MCNP4C)	ENDF/B-VI.8 (MCNP4C)	JEFF-3.0 (MCNP4C)	HANSEN (NTMC)		
روش آنی					
$1.00 \pm 0.02$	$0.97 \pm 0.02$	$0.99 \pm 0.02$	$1.00 \pm 0.01$	$659 \pm 10$	Godiva
$1.04 \pm 0.04$	$1.00 \pm 0.04$	$1.05 \pm 0.04$	$1.02 \pm 0.02$	$276 \pm 7$	Popsy
روش کیپین					
$0.96 \pm 0.02$	$0.97 \pm 0.02$	$0.98 \pm 0.02$	-----	$659 \pm 10$	Godiva
$0.99 \pm 0.03$	$0.96 \pm 0.03$	$0.96 \pm 0.03$	-----	$276 \pm 7$	Popsy
روش اسپریگز					
$0.95 \pm 0.02$	$0.99 \pm 0.02$	$0.98 \pm 0.02$	-----	$659 \pm 10$	Godiva
$1.86 \pm 0.05$	$1.88 \pm 0.05$	$1.91 \pm 0.05$	-----	$276 \pm 7$	Popsy

بازتاباننده، نتایجی متفاوت با مقادیر تجربی به دست می‌دهد. علت این امر را می‌توان در تقریب‌هایی دانست که در این روش به کار برده شده است [۸].

**تشکر و قدردانی**

در پایان از زحمات بی‌دریغ استاد بزرگوار، شهید دکتر مجید شهریاری، به پاس پیشبرد علم شبیه‌سازی در رشته‌ی فیزیک هسته‌ای تقدیر و تشکر نموده و بر روح پاکش صلوات می‌فرستیم.

**پی‌نوشت‌ها:**

۱. Discrete Directions
۲. Prompt Neutrons
۳. Delayed Neutrons
۴. Reactivity
۵. Neutron Transport Monte Carlo
۶. Keepin
۷. Spriggs

مقادیر پارامترهای نوترونی محاسبه شده به خصوص کسر مؤثر نوترون‌های تأخیری به سطح مقطع‌های کتاب‌خانه‌ی استفاده شده وابسته‌اند؛ از این رو، اختلافی که در نتایج حاصل از به کارگیری کتاب‌خانه‌های مختلف وجود دارد، می‌تواند به دلیل متفاوت بودن سطح مقطع‌های کتاب‌خانه‌ها باشد. نتایج جدول ۳ نشان می‌دهد که مقدار کسر مؤثر نوترون‌های تأخیری محاسبه شده، توسط روش آنی با به کارگیری کتاب‌خانه‌ی هانسن، با مقادیر متناظر با سایر کتاب‌خانه‌ها وقتی که با همین روش محاسبه انجام شده است، تطابق خوبی دارد. اگر در تحلیل نتایج به دست آمده از این سه روش، به خوبی دقت نماییم درمی‌یابیم که روش آنی هر چند یک روش تقریبی بوده و نیاز به محاسبه‌ی دو ویژه مقدار دارد (نیاز به زمان بیش‌تر برای محاسبات) ولی نتایج بسیار خوبی را برای رآکتورهای بدون بازتاباننده و دارای بازتاباننده ارایه می‌دهد. روش کیپین نیز مانند روش آنی برای رآکتورهای دارای بازتاباننده و بدون بازتاباننده، نتایج قابل قبولی را ارایه می‌دهد. اما روش اسپریگز تنها برای رآکتورهای بدون بازتاباننده نتایج قابل قبول ارایه می‌دهد و برای رآکتورهای دارای



1. W. W. Engle, Multigroup one-dimensional discrete ordinates transport code system with anisotropic scattering, Oak Ridge National Laboratory (1973).
2. W. A. Rhoades, D. B. Simpson, R. L. Childs, The DOT-IV two-dimensional discrete ordinates transport code with space-dependent mesh and quadrature, Oak Ridge National Laboratory (1979).
3. W. A. Rhoades and D. B. Simpson, The TORT three-dimensional discrete ordinates neutron/photon transport code, ORNL/TM-13221 (1997).
4. J. F. Briesmeister, MCNP-A general Monte Carlo N-particle transport code, Version 4C, LA-13709-M. Los Alamos National Laboratory, USA (2000).
5. J. J. Duderstadt and L. J. Hamilton, Nuclear reactor analysis, John Wiley & Sons, Inc (1976) 61-65.
6. G. R. Keepin, Physics of nuclear kinetics, Addison-Wesley Publishing Company, inc., 73-129 (1965) 161-168.
7. R. Klein Meulekamp and S. C. Van Der Marck, Calculating the effective delayed neutron fraction with Monte Carlo, Nuclear Science and Engineering, 152 (2006) 142-148.
8. G. D. Spriggs and R. D. Bush, J. M. Campbell, Calculation of the delayed neutron effectiveness factor using ratio of k-eigenvalues, Annals of Nuclear Energy, 28 (2001) 477-487.
9. M. Shayesteh, M. Shahriari, G. Raisali, Simulation of time dependent neutron transport in fission reactors using Monte-Carlo method, Journal of Nuclear Science and Technology, 39 (2007) 1-8.
10. M. Shayesteh, M. Shahriari, Calculation of time-dependent neutronic parameters using Monte Carlo method, Annals of Nuclear Energy, 36 (2009) 901-909.
11. S. A. H. Feghhi, M. Shahriari, H. Afraideh, Calculation of neutron importance function in fissionable assemblies using Monte Carlo method, Annals of Nuclear Energy, 34 (2008) 514-520.
12. R. E. Peterson and G. A. Newby, An unreflected U-235 critical assembly, Nuclear Science and Engineering, (1956) 1-112.
13. H. C. Paxton, Fast critical experiments, Progress in Nuclear Energy, 7 (1981) 151-174.
14. G. E. Hansen and W. H. Roach, Six and sixteen group cross sections for fast and intermediate critical assemblies, LAMS-2543, Los Alamos Scientific Laboratory (1961).
15. ENDF-6 Formats Manual, National nuclear data center, Brookhaven National Laboratory (2005).
16. R. E. MacFarlane, D. W. Muir, The NJOY nuclear data processing system version91, Los Alamos National Laboratory (1994).
17. R. D. Mosteller, S. C. Frankle, P. G. Young, Data testing of ENDF/B-VI with MCNP: critical experiments, thermal-reactor lattices, and time-of-flight measurements, Los Alamos National Laboratory (1992).